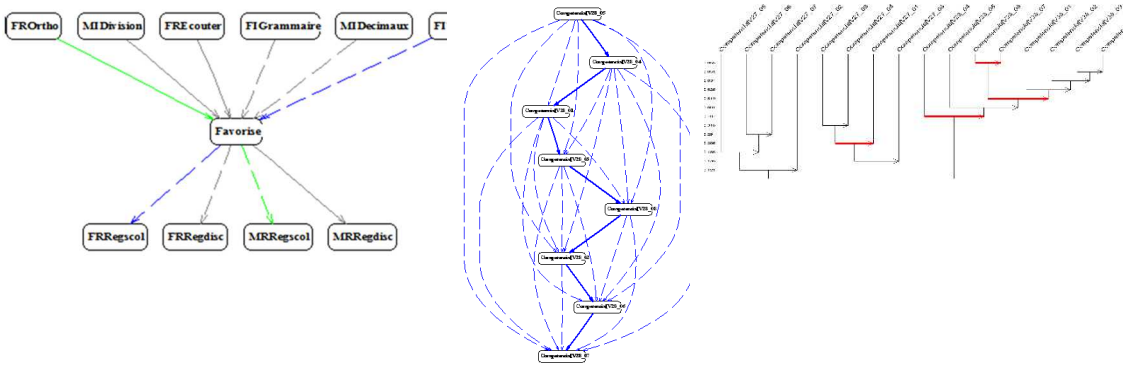


Analyse Statistique Implicative

Points de vue conceptuels, applicatifs et métaphoriques

Editeurs **: Jean-Claude Régnier, Régis Gras, Raphaël Couturier, Antoine Bodin**

Analyse Statistique Implicative.

Points de vue conceptuels, applicatifs et métaphoriques

Editeurs :

Jean-Claude Régnier,
Régis Gras,
Raphaël Couturier,
Antoine Bodin

Actes du 9ème colloque d'Analyse Statistique Implicative

Edition :

Université Bourgogne Franche-Comté - Besançon

Version numérique ISBN : 978-2-9562045-1-0

(97)82956204510

Année 2017

REMERCIEMENTS

Nous tenons à remercier les différents organismes qui nous ont apporté un soutien pour la tenue de ces Journées sur les plans scientifique, financier et logistique :

- IUT de Belfort - Montbéliard Université Bourgogne – Franche Comté (Belfort France)
- Université Lumière Lyon2 – Université de Lyon (Lyon France)
- Laboratoire de recherche : Unité Mixte de Recherche UMR 5191 – ICAR (Lyon France)

ou leur parrainage scientifique *:*

- ARSA – Association de Recherche en Statistique Appliquée
- Association Extraction et Gestion des Connaissances (EGC) (France),
- Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques (ARDM France),
- École Polytechnique de l'Université de Nantes (France),
- G.R.I.M. (Gruppo di Ricerca sull'Insegnamento delle Matematiche), Dipartimento di Matematica, Università di Palermo (Italie)
- Groupe de Formation et Recherche sur l'Analyse Statistique Implicative – Programme Science sans frontières (UFRPE – Recife – Brésil)
- PUC - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (Brésil)
- REVISTA AKADEMEIA (Santiago de Chili)
- REVISTA EMP - Educação Matemática Pesquisa (São Paulo- Brésil)
- REVISTA VIDYA – Ensino das Ciências e de Matemática (Santa Maria – Brésil)
- Société française de Statistique (SFdS France),
- Société Francophone de Classification (SFC France),
- UMR 6004 -LS2N Laboratoire des Sciences du Numérique de Nantes
- Université d'Etat de Tomsk Sibérie Russie

Président du comité scientifique : Jean-Claude Régnier

Vice-Président du comité scientifique : Antoine Bodin

Président d'honneur : Régis Gras

Président du comité d'organisation : Raphaël Couturier

INTRODUCTION DE L'OUVRAGE : L'ANALYSE STATISTIQUE IMPLICATIVE : POINTS DE VUE CONCEPTUELS, APPLICATIFS ET MÉTAPHORIQUES

Jean-Claude RÉGNIER[1], Régis GRAS[2]

Le précédent colloque ASI 8 s'était tenu à Radès en novembre 2015. Une vague d'inquiétudes avait parcouru notre communauté scientifique ASI-iste en raison des attentats commis sur le territoire même de la Tunisie, au point de soulever des questions sur le maintien de l'évènement. Mais les actions criminelles menées ont ceci de terribles qu'elles semblent frapper à l'aveugle pour un regard extérieur. Or c'est dans un déterminisme cruel et meurtrier, que les groupes organisés par leur appétence pour le crime ont frappé le 13 novembre 2015 sur le territoire de la France. C'est le troisième jour de notre colloque ! Nous ne pouvons oublier les souffrances des femmes et des hommes blessés directement ou indirectement dans leur chair et dans leur cœur. Nos pensées leur sont adressées avec une espérance exprimée par un cri déjà ancien : *plus jamais ça* !

A.S.I. – Analyse statistique implicative : une fois encore et encore, de quoi s'agit-il ?

Au risque de nous répéter, nous définissons l'Analyse Statistique Implicative comme un cadre théorique d'analyse de données fondée sur une relation non symétrique. Il s'agit d'« … un champ théorique centré sur le concept d'implication statistique ou plus précisément sur le concept de quasi-implication pour le distinguer de celui d'implication logique des domaines de la logique et des mathématiques. L'étude de ce concept de quasi-implication en tant qu'objet mathématique, dans les champs des probabilités et de la statistique, a permis de construire des outils théoriques qui instrumentent une méthode d'analyse de données. »3 (Gras, Régnier, 2009 p.12). Le présent ouvrage est constitué des articles issus d'un appel à contributions lancé dans le cadre du neuvième colloque sur l'Analyse Statistique Implicative – ASI9 - organisé à Belfort en octobre 2017. Ces articles ont été soumis à la lecture critique4 des membres du comité international scientifique qui en ont assuré la qualité scientifique. Nous rapportons ici la liste en leur adressant nos remerciements les plus chaleureux pour leur travail.

- Nadja **Acioly-Régnier**, UMR 5191 ICAR Université de Lyon - ESPé- Université Lyon 1 (France)
- Saddo **Ag Almouloud**, PPG Educação Matematica - Pontifícia universidade Católica de São Paulo (Brésil)
- Marc **Bailleul**, EA 965 CERSE, Université de Caen (France)
- Makram **Ben Jeddou**, ISET de Radès, Association ARSA et Université virtuelle UVT (Tunisie)
- Sadok **Ben Yahia**, Département des Sciences de l'Informatique, Faculté des Sciences de Tunis (Tunisie)
- Guy **Brousseau**, DAEST - Université Bordeaux 2 (France)
- Martine **Cadot**, LORIA, Nancy, (France)

1 Président du comité scientifique de ASI9 - UMR 5191 ICAR, Université de Lyon - Lyon 2 (France) National Research Tomsk State University (Russie)

2 Président d'honneur du comité scientifique de ASI9 - LINA, Université de Nantes (France)

3 Gras R., Régnier J.-C., Guillet F. (Eds) (2009) Analyse Statistique Implicative. Une méthode d'analyse de données pour la recherche de causalités. RNTI-E-16 Toulouse Cépaduès Editions

4 Chaque contribution a été anonymement soumise à trois relecteurs dont les expertises ont été retournées anonymement aux auteurs.

- Raphaël **Couturier**, FEMTO-ST département DISC Université de Franche-Comté (France)
- Benedetto **Di Paola**, Département de mathématiques - Université di Palermo (Italie)
- Jean-Jacques **Droesbeke**, Université Libre de Bruxelles (Belgique)
- Iliada **Elia**, Département de Sciences de l'Éducation - University of Cyprus (Chypre)
- Athanasios **Gagatsis**, Département de Sciences de l'Éducation - University of Cyprus (Chypre)
- Pablo **Gregori**, IMAC - Universitat Jaume I de Castellón de la Plana (Espagne)
- Fabrice **Guillet**, LINA CNRS 6241, Equipe COD - École Polytechnique de l'Université de Nantes (France)
- Pascale **Kuntz**, LINA CNRS 6241, Equipe COD - École Polytechnique de l'Université de Nantes (France)
- Dominique **Lahanier-Reuter**, Equipe Théodile CIREL - Université Lille 3 (France)
- Vladimir **Lira Veras Xavier de Andrade**, PPG Ensino das Ciências e da Matemática - UFRPE Recife (Brésil))
- Paraskevi **Michael-Chrysanthou**, Department of Education University of Cyprus (Chypre)
- Maria del Pilar **Orus Baguena**, IMAC - Universitat Jaume I de Castellón de la Plana (Espagne)
- François **Pluvinage**, Depto. Matemática Educativa, CINVESTAV-IPN México and France
- Gilbert **Saporta**, Laboratoire CEDRIC - CNAM, Paris (France)
- Gérard **Vergnaud**, CNRS, Université Paris VIII (France)
- Miguel R. **Wilhelmi**, Departamento de matemáticas, Universidad Pública de Navarra (Espagne)
- Djamel Abdelkader **Zighed**, Laboratoire ERIC - Université Lyon2 (France)

A.S.I. – Analyse statistique implicative : pour mémoire, quelques-uns de ses lieux de débats et de construction.

Pour mémoire, le premier colloque ASI1 qui s'était tenu à l'Institut de Formation des Maîtres de Caen (France) les 23-24 Juin 2000 à Caen et avait été organisé par Marc Bailleul et Régis Gras, avait une thématique générale centrée sur « La fouille dans les données par la Méthode Statistique Implicative ». Ce choix correspondait à une orientation prometteuse quand on considère le développement et les activités de l'association EGC (**E**xtraction et **G**estion des **C**onnaissances). Rappelons que la « fouille dans des données » (encore appelée **K**nowledge **D**iscovery in **D**atabases ou encore "Data Mining" dans la littérature anglo-saxonne) part, en général, du croisement de sujets (ou objets) et de variables (propriétés ou attributs) binaires, ordinales ou numériques. Son objectif majeur consiste à conjecturer des modèles basés sur des relations quantitatives ou qualitatives et des structures induites à partir des données. Différentes méthodes, comme l'Analyse Factorielle des Correspondances (A.F.C.), la Classification Ascendante Hiérarchique (C.A.H.), sont communément utilisées pour de telles fouilles dans des données. Parmi elles, l'Analyse Statistique Implicative (A.S.I.) vise l'extraction de connaissances, d'invariants, de règles inductives non symétriques consistantes, et accorde une mesure non symétrique à des propositions du type « quand a est choisi, on a tendance à choisir b ».

Le deuxième colloque ASI2 a été organisé à l'Université PUC de São Paulo (Brésil) les 9-11 Juillet 2003, par Saddo Ag Almouloud.sur la thématique globale « O metodo estatístico implicativo utilizado em estudos qualitativos de Régis Gras de associação. Contribuição à pesquisa em Educação »

Le troisième colloque ASI3 a été organisé par Filippo Spagnolo de l'Université de Palerme à Palerme (Italie) les 6, 7 et 8 octobre 2005.

Le quatrième colloque ASI4 s'est tenu à l'Université Jaume I de Castellón de la Plana (Espagne) du 18 au 21 octobre 2007 et fut organisé par Pilar Orus et Pablo Gregori.

Le cinquième colloque ASI5 s'était tenu à Palerme (Italie) les 5-7 novembre 2010, et a été l'occasion d'entendre près de 30 communications qui avaient été retenues par le comité scientifique parmi celles qui avaient été soumises, et ainsi de poursuivre le débat. Il est possible d'accéder aux publications :

Sur la site ASI 5 - http://sites.univ-lyon2.fr/asi5/?page=15

Sur le site de la Revue QRDM5 - G.R.I.M http://math.unipa.it/~grim/QRDM_20_Suppl_1.htm

Le sixième colloque ASI6 s'était tenu à Caen (France) les 7-10 novembre 2012, et a été un fois de plus le lieu de riches échanges, l'occasion d'entendre une conférence de Guy Brousseau, et d'émettre une pensée chaleureuse à la mémoire de Filippo Spagnolo, président du comité d'organisation de ASI 5 qui nous a quittés peu de temps après, au début de 2011. Il est possible d'accéder aux publications :

Sur la site ASI 6 - http://sites.univ-lyon2.fr/asi6/?page=15

Sur le site de la Revue QRDM5 - G.R.I.M. http://math.unipa.it/~grim/QRDM_22_Suppl_2.htm

Le septième colloque ASI7 s'était tenu à São Paulo (Brésil) les 27-30 novembre 2013. Il est possible d'accéder aux publications : Sur la site ASI 7 - http://sites.univ-lyon2.fr/asi7/?page=16

Le huitième colloque ASI8 s'était tenu à Radès (Tunisie) les 11-14 novembre 2015. Il est possible d'accéder aux publications : Sur la site ASI 8 http://sites.univ-lyon2.fr/asi8/?page=14

A.S.I. – Analyse statistique implicative : publications majeures.

Rappelons qu'en 2009, 2013 et 2017, trois ouvrages majeurs francophones ont été publiés chez Cépaduès à Toulouse :

- Analyse Statistique Implicative. Une méthode d'analyse de données pour la recherche de causalités6.
- Analyse Statistique Implicative. Méthode exploratoire et confirmatoire pour la recherche de causalités7
- Analyse Statistique Implicative. Des Sciences dures aux Sciences Humaines et Sociales8

Ils permettent de faire un point global sur les actualisations significatives de l'ouvrage de 1996, *L'implication statistique*, édité par La Pensée Sauvage Editeur (Grenoble France). Une autre publication majeure anglophone a été réalisée avec l'ouvrage9 de 2008, *Statistical Implicative Analysis* diffusé par Springer-Verlag, (Berlin-Heidelberg, Allemagne). Enfin une troisième en espagnol a aussi été produite avec l'ouvrage10 de

5 QUADERNI DI RICERCA IN DIDATTICA

6 Gras R., Régnier, J.-C., Guillet, F. (Eds) (2009) Analyse Statistique Implicative. Une méthode d'analyse de données pour la recherche de causalités. RNTI-E-16 Toulouse : Cépaduès

7 Gras, R., Régnier, JC., Marinica, C., Guillet, F. (Eds) (2013) Analyse Statistique Implicative. Méthode exploratoire et confirmatoire pour la recherche de causalités. Toulouse : Cépadues

8 Gras, R., Régnier, JC., Lahanier-Reuter, D. Marinica, C., Guillet, F. (Eds) (2017) *Analyse Statistique Implicative. Des Sciences dures aux Sciences Humaines et Sociales*. Toulouse : Cépadues

9 Gras R., Suzuki E., Guillet F.., Spagnolo F. (Eds) (2008) *Statistical Implicative Analysis*, Berlin-Heidelberg : Springer-Verlag, ISBN : 978-3-540-78982-6

10 Orus P., Zemora L., Gregori, P. (Eds) (2009) *Teoria y Aplicaciones del Analisis Estadistico Implicativo*, Castellon : Universitat Jaume-1,, ISBN : 978-84-692-3925-4

2009 *Teoria y Aplicaciones del Analisis Estadistico Implicativo*, diffusé par Universitat Jaume-1, (Castellon Espagne).

Dans ce neuvième colloque A.S.I.9 de 2017 à Belfort, les dimensions internationale et interculturelle, initiées dès ASI5 par l'introduction de cinq idiomes de travail : anglais, espagnol, français, italien et portugais, ont été maintenues, certes non sans difficultés et obstacles à dépasser, mais parce que cela nous semble fondamental pour enrichir nos champs et nos lieux de recherche.

Les thèmes privilégiés furent :

- Concepts fondamentaux en ASI : modèles statistiques, types de variables, variables principales et supplémentaires ;
- Avancées nouvelles en cours, diverses métaphores de l'ASI, stabilité des indices, intensité d'implication entropique ; extension à de nouveaux types de variables, espace des sujets continu ; règles d'exception ; dualité espace des sujets - espace des règles, structure métrique et topologie de l'espace des sujets induites par leur contribution ou leur typicalité, analyse vectorielle, l'ASI, logique paracohérente
- Comparaison critique des démarches, des modèles, des représentations et des résultats de l'ASI avec ceux d`autres méthodes d'analyse de données (treillis de Galois, réseaux bayesiens, arbres d'induction, analyses factorielles, etc.)
- Pratique du logiciel CHIC, les développements actuels et attendus
- Spécificités de la formation à l'ASI : usage du logiciel CHIC, interprétation des représentations graphiques (graphe implicatif ; arbre de la hiérarchie cohésitive)
- Applications traitées par l'ASI et comparativement avec d'autres méthodes, dans les domaines de la didactique, des sciences de l'éducation, de la psychologie, de la sociologie, de l'économie, de l'histoire de l'art, de la biologie, de la médecine, de l'archéologie, etc.;
- Présentations graphiques et numériques des résultats applicatifs, aides à l'interprétation de ces résultats, rôles respectifs et critiques des types de variables, des variables principales et supplémentaires choisies.
- Intérêt de l'ASI pour l'évaluation d'épreuves internationales ;
- Problématiques de la didactique de l'ASI.

Mais ce colloque était aussi le lieu de confrontation des débats autour des défis qui ont été lancés à l'issue de A.S.I. 8

Défis 2017

Défi 1: Cône implicatif : comment qualifier et quantifier les qualités globales des variables père, d'une part, et des variables fils par rapport au sommet du cône implicatif. Identifier les liaisons les plus cohérentes via le sommet du cône.

Défi 2: On dispose d'un réseau d'arcs d'un graphe implicatif d'origine A. Ce graphe présente un caractère dynamique dont les arcs sont pondérés par des instances satisfaisant les règles. Il serait peut-être possible de construire une métaphore mécanique illustrant un tel graphe.

Défi 3: Enrichir l'extension aux variables continues par des exemples authentiques ; les traiter et les analyser

Défi 4: Faire une double analyse d'un fichier de données binaires ; d'une part avec l'analyse implicative et, d'autre part, en utilisant une méthode bayesienne.

Défi 5: Recherche et traitement du degré d'homogénéité/hétérogénéité interne d'une population d'ensemble présentant un ordonnancement général des données compatible avec une structure implicative/cohésitive particulière

Défi 6: Une variable a étant donnée et des conséquences b, c, d…. étant connues par a=>b, a=>c, a=>d, …est-il possible de définir une implication de a sur la conjonction de b, c, d…c'est-à-dire : a => (b et c et d et..) ?

Défi 7: Établir en quoi la logique sous-jacente à l'ASI, la logique statistique implicative LSI, où l'on gère les contradictions à l'abri d'une certaine dialectique, est une logique paracohérente (ou paraconsistante)

Défi 8: La hiérarchie cohésitive semble être une métaphore du développement cognitif de l'homme. Ne serait-ce pas également celle de l'évolution au sens darwinien ?

Défi 9: Définir pour une analyse donnée la notion de densité de l'ensemble des relations implicatives (règles). L'étudier en fonction du seuil retenu (ex. 0.95, 0.8., …) et qualifier la compacité d'un graphe implicatif par un rapport entre le nombre de règles représentées et le seuil. Cette étude peut faire penser à la notion de dimension fractale d'une courbe.

Délibérément comme pour les précédents colloques, le programme de A.S.I. 9 est articulé autour d'une alternance équilibrée entre des communications portant sur des approches théoriques ou sur des mises en application, et des travaux pratiques sur les logiciels CHIC et R-CHIC

A.S.I. – Analyse statistique implicative :

Le présent ouvrage donne à voir une partie de l'activité de production scientifique suscitée par l'appel à communication du 9ème colloque A.S.I.9. Les contributions constituent les chapitres successifs de ce livre.

Le colloque a aussi bénéficié des apports de la conférence de Gérard Vergnaud

À PROPOS DE L'ANALYSE STATISTIQUE IMPLICATIVE : QUELLES INTERPRÉTATIONS POSSIBLES ?

Gérard Vergnaud

RÉSUMÉ DE LA CONFÉRENCE INVITÉE

L'idée qu'il faut analyser le développement pour comprendre ce qu'est la connaissance, est un héritage direct de Piaget et des théories de l'évolution. Il était d'ailleurs plus proche de Lamarck que de Darwin. Comme eux, il est d'ailleurs resté généraliste le plus souvent ; sauf peut-être dans les analyses totalement neuves des progrès du bébé qu'il a pu conduire : différents niveaux des processus d'imitation, maîtrise progressive des gestes efficaces. Egalement dans ses recherches concernant les principes de conservation : des quantités discrètes, du poids, du volume. La didactique demande, et la psychologie d'aujourd'hui est amenée à demander également, qu'on s'intéresse plus spécifiquement au contenu des connaissances ; qu'il s'agisse de leur forme opératoire (faire et essayer de réussir) ou de leur forme prédicative (exprimer des données et des idées dans la langue naturelle ou d'autres formes symboliques comme l'algèbre ou le dessin) .Un deuxième point important est que l'observation de l'activité est essentielle à la recherche scientifique: il faut alors de solides concepts théoriques, pour identifier les conceptualisations contribuant à la réussite totale ou partielle de l'activité. Un troisième point concerne les idées d'ordre et l'implication, si essentielles dans l'ASI. La tentation est grande de considérer l'organisation du développement comme un ordre total. Pourtant il est souvent intéressant de considérer les formes d'activité (et les compétences qui en résultent) avec le concept d'ordre partiel. L'exemple d'activité que je vais utiliser est celui du placement de données numériques ou quasi numériques sur une droite. J'exposerai des exemples de productions d'élèves de CM2, de sixième et de cinquième, qui montrent, à travers la diversité des interprétations des élèves, les difficultés qu'ils rencontrent pour utiliser les propriétés de l'espace comme signifiant : au début de l'apprentissage les propriétés mesurables et ordinales de l'espace ne sont pas utilisées ensemble et leur synthèse dans la construction de la droite numérique passe par des étapes surprenantes pour les mathématiciens et pour les enseignants.

DISTRIBUTION OF CLASSICAL GRAS IMPLICATION INDEX AND OTHER RULE QUALITY MEASURES FOR LARGE SIZE SAMPLES COMING FROM BIVARIATE BINARY PROCESSES

Pablo GREGORI[1]

DISTRIBUTION DE L'INDICE IMPLICATIF CLASSIQUE DE GRAS ET D'AUTRES MESURES DE QUALITÉ DE RÈGLES POUR ECHANTILLONS DE GRANDE TAILLE TIRÉS DE PROCESSUS BIVARIÉS BINAIRES

ABSTRACT

We study the probability distributions of four frequently used rule quality measures (confidence, lift, Loevinger's *H* and classical Gras' φ), as well as their respective bivariate distributions and correlations. Computation is limited to large-size samples coming from binary random variables, and have been performed using R Statistical Software.

Mots-clés : *Statistical implicative analysis, association rules, confidence, lift, Gras implication intensity, Loevinger's H, R language.*

RÉSUMÉ

On étudie les distributions de probabilité de quatre mesures de qualité de règles très utilisées (confiance, lift, *H* de Loevinger et φ de Gras), aussi que leur respectives distributions bivariées et corrélations. Les calculs sont restreints à des échantillons de grande taille tirés de variables aléatoires binaires, et ont été réalisés avec le logiciel statistique R.

Mots-clés : *Analyse statistique implicative, règles d'association, confiance, lift, intensité d'implication de Gras, H de Loevinger, langage R.*

1 Introduction

Rule discovery in databases is a data mining technique seeking for informative rules arising from large size datasets. It started with the classical problem of market basket analysis, and the *Apriori* algorithm (Agrawal *et al.*, 1993) was the first one capable of finding and evaluating rules in huge databases in a reasonable time lapse. The secret of the algorithm was the systematic sacrifice of rules with low support in the sample. Therefore, any eventually striking rule, affecting a very low portion of the sample (for instance, lower that 10%) was never evaluated, and that knowledge was never grasped. It is worth noting that for moderate databases, the threshold of the support can be set to 0.0, and the algorithm can reach and evaluate *every* rule, providing its quality measure. The three more common ways of assessing the quality of rules are *support*, *confidence* and *lift*, but dozens of other quality measures have been proposed in the literature (Geng and Hamilton, 2006). The interesting paper of (Quoc Phan *et al.*, 2015) compares the behaviour of a bunch of those quality measures with respect to the variations of the number of counter-examples. Other reference publications on rule interestingness

1 Instituto Universitario de Matemáticas y Aplicaciones de Castellón, Departamento de Matemáticas, Universitat Jaume I de Castellón, Campus Riu Sec, E-12071 Castellón, Spain, gregori@uji.es

measures are Lenca *et al.* (2003, 2007) and Vaillant *et al.* (2008). In the context of Psychometrics, Loevinger (1947) defined an index, dubbed *H*, of association that has been widely used, and Régis Gras proposed in (Gras, 1979) a new index, φ, with the same purpose, motivated by some drawbacks present in the commonly used quality measures. In the original words, Gras' index measures how extraordinarily small is the number of observed counter-examples from the eventually observed number of counter-examples if the variables were completely independent. In the words of (Bodin, 1997), it measures how far is the observed sample from statistical independence (in the direction of the rule): the number of counter-examples is a random variable, and the Gras' index becomes the *p*-value of such statistic. Gras index was the seed of a topic called Statistical Implicative analysis (SIA), which encompasses *similarity analysis* (a clustering method), *implicative analysis* (a rule quality measure) and *cohesion analysis* (another non-symmetrical hierarchical method), all of them based on measuring by using probabilities (see Gras *et al.*, 2008, 2013).

In Gregori *et al.* (2014) we have studied the probability distribution of $\varphi(A,B)$ for a couple of Bernoulli variables, under a fixed sample size plan, taken from an infinite population (or a finite one with replacement). In that case, the classical version of $\varphi(A,B)$ follows the Binomial model. We wrote down the theoretical formulae of the mass function and the expectation of $\varphi(A,B)$, seen as a random variable (a function of the random variables *A* and *B*), and provided with scripts in the R programming language (R, 2013) for its practical computation (given the parameter values). We also showed the effect of the conditional probability $P(B=1|A=1)$ on the mean value of the index $\varphi(A,B)$ for several fixed values of $P(A=1)$ and $P(B=1)$.

Later on, we added in Gregori and Couturier (2015) the analysis of the probability distribution of other quality measures, such as confidence, lift and Loevinger's *H*, but only for small samples, since we based the study on the computational simulation of the frequency tables issued from the binary bivariate variable (A,B) (Lerman, 2016, is an important reference for a long range overview of the combinatorial approach in data analysis). Additionally, we studied the bivariate probability distributions among all four index —giving pictures of the mutual relationship for particular parameter values—, since we wanted to stress the different meaning of each index. Finally, we computed the values of all pairwise (Pearson, Kendall and Spearman) correlation coefficients —for specific given parameter values— as a function of the sample size, in order to dig deeper into their comparison.

In the present contribution, we extend the analysis of Gregori and Couturier (2015) to large sample sizes, where the Central Limit Theorem shall simplify the complexity of the discrete distributions of all the quality measures. Here, we have switched to the random sample size plan. Therefore, the suitable model for the classical version of $\varphi(A,B)$ is the Poisson distribution.

2 Sampling plan, frequency tables and quality measures

In SIA, the classical version of the implication index φ can be modeled in different ways, depending on the population, and how the sample is drawn from it. One of the modelizations is based on the following sampling plan:

1. The sample is taken from an infinite population.
2. The proportion of individuals satisfying each variable (i.e. value equal to *1*) in the whole population is estimated from the observed sample.

3. The size of the observed sample is a realization of a Poisson law with mean value μ, estimated from the observed sample.
4. The observed binary variables *A* and *B* are assumed to be statistically independent.

In such a framework, the "number of observed counter-examples" (individuals for which *A=1* and *B=0*) follows the Poisson law, and the index φ measures how far from "ideal" statistical independence is the observed sample: the smaller the number of counter-examples, the larger the value of φ.

We are adopting the approach of [CITE-ASI7] and [CITE-ASI8], where we have computed the quality measures, not for a given sample, but for the whole bivariate binary random process, characterized by the joint and marginal probabilities shown in table 1 (left).

A \ B	0	1	Margin
0	$p_{\overline{A}\overline{B}}$	$p_{\overline{A}B}$	$p_{\overline{A}}$
1	$p_{A\overline{B}}$	p_{AB}	p_A
Margin	$p_{\overline{B}}$	p_B	1.00

A \ B	0	1	Margin
0	$N_{\overline{A}\overline{B}}$	$N_{\overline{A}B}$	$N_{\overline{A}}$
1	$N_{A\overline{B}}$	N_{AB}	N_A
Margin	$N_{\overline{B}}$	N_B	N

Table 1 – Left : table with the notation of the parameters determining any bivariate Bernoulli process. Right : notation of the frequency table of a sample of size *N* of the bivariate Bernoulli process.

In contrast to the preceding works, where the sampling plan was for fixed size, the procedure here is:

Simulate a random size *N* according to a Poisson law of a given parameter $\mu > 0$ (large enough);

Given the size, $N = n$, get *n* independent samples from the bivariate binary process *(A,B)*.

Compute the quality measures (confidence *C*, lift *L*, Loevinger's *H* and Gras' $\varphi(A,B)$) for the obtained sample.

In this way, the quality measures, seen as functions of the random process, turn to be random variables themselves. Our aim is to delve into their properties and relationships. The difficulty of their distributions forces us to approximate them by using intensive simulation (MonteCarlo).

More properly, the quality measures are functions on the bivariate frequencies, then we can focus on the (random) bivariate frequency table that describe each (random) sample drawn from *(A,B)*, that we show in table 1 (right).

A profitable point, of this particular sample plan, is that we can easily simulate the frequency tables, since it is easy to prove that (see Gregori *et al.*, 2014) all four random joint frequencies follow distributions

$N_{\overline{A}\overline{B}} \sim \mathrm{Po}(\mu p_{\overline{A}\overline{B}})$, $N_{\overline{A}B} \sim \mathrm{Po}(\mu p_{\overline{A}B})$, $N_{A\overline{B}} \sim \mathrm{Po}(\mu p_{A\overline{B}})$, $N_{AB} \sim \mathrm{Po}(\mu p_{AB})$

and all of them are pairwise independent. If μ is large enough, all of them can be approximated by Gaussian distributions (each one of mean and variance equal to the respective mean of the original Poisson distribution). Let us note that the random absolute marginal frequencies

$N_{\overline{A}} := N_{\overline{A}\overline{B}} + N_{\overline{A}B}$, $N_A =: N_{A\overline{B}} + N_{AB}$, $N_{\overline{B}} := N_{\overline{A}\overline{B}} + N_{A\overline{B}}$, $N_B := N_{\overline{A}B} + N_{AB}$

and the total sample size $N := N_{\overline{A}\overline{B}} + N_{\overline{A}B} + N_{A\overline{B}} + N_{AB}$ are neither independent of each other, nor of the bivariate frequencies, since they all share some common(s) term(s). The random quality measures, defined over the random absolute frequencies are (see also Gregori *et al.*, 2014):

Confidence: $C := C(A,B) = \frac{N_{AB}}{N_A}$.

Lift: $L := L(A,B) = \frac{N \times N_{AB}}{N_A \times N_B}$.

Loevinger' $H := H(A,B) = 1 - \frac{N \times N_{A\overline{B}}}{N_A \times N_{\overline{B}}}$.

Gras: $\varphi := \varphi(A,B) = 1 - F_{\mathrm{Po}(\frac{N_A \times N_{\overline{B}}}{N})}(N_{A\overline{B}})$, where F_{Po} stands for the cumulative distribution function (cdf) of the Poisson law.

As a consequence, one can use the four parameters of the bivariate binary process *(A,B)*, and the mean parameter μ of the random size, in order to bypass the simulation of the sample, and simulate directly the frequency table, saving computational time and memory.

3 Univariate distribution of the quality measures

The distributions of all the joint absolute frequencies are pairwise independent and, for convenient parameter values, by using the Central Limit Theorem, they are Gaussian. We can derive the closed form of the distribution of the confidence:

$F_C(c) := P(C \leq c) = \quad P(\frac{N_{AB}}{N_A} \leq c) = \quad P(N_{AB} \leq c(N_{AB} + N_{A\overline{B}})) = \quad P((1-c)N_{AB} - cN_{A\overline{B}} \leq 0) \approx$

$F_Z\left(\frac{0.5 - \mu((1-c)p_{AB} - cp_{A\overline{B}})}{\sqrt{\mu((1-c)^2 p_{AB}^2 + c^2 p_{A\overline{B}}^2)}}\right)$, where F_Z stands for the standard Gaussian cdf.

$f_C(c) = f_Z\left(\frac{\mu p_A \cdot c + 0.5 - \mu p_{AB}}{\sqrt{\mu p_A \cdot c^2 - 2\mu p_{AB} \cdot c + \mu p_{AB}}}\right) \frac{-\mu p_{AB} \cdot c + 2\mu^2 p_{AB} p_{A\overline{B}} + \mu p_A}{2\left(\sqrt{\mu p_A \cdot c^2 - 2\mu p_{AB} \cdot c + \mu p_{AB}}\right)^3}$, where f_Z stands for the standard Gaussian density function (df). We show a plot of f_C for several parameter values in figure 1.

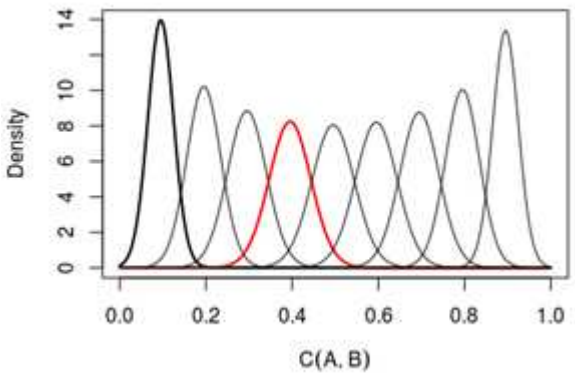


Figure 1 – Density function of confidence *C(A,B)* for a mean sample size μ*=500*, parameter p_A*=0.2*, p_B*=0.4*, and conditional probability $p_{B|A}$ ranging from 0.1 to 0.9. Black thicker line is for $p_{B|A}$ = 0.1 and red thicker line corresponds to $p_{B|A} = p_B = 0.4$ (statistical independence). In general, the mode of each df coincides with the parameter $p_{B|A}$.

For the other three quality measures, the derivation of a closed form of the cdf is not feasible. Even if we can express the probability in terms of the independent Gaussian joint random frequencies:

$P(L \leq l) = P(N_{\overline{AB}} N_{AB} + (1-l)N_{\overline{A}B} N_{AB} + (1-l)N_{A\overline{B}} N_{AB} + (1-l)N_{AB}^2 - lN_{\overline{A}B} N_{A\overline{B}} \leq 0)$

$\mathrm{P}(H \leq h) = P(hN_{\overline{AB}} N_{A\overline{B}} + N_{\overline{A}B} N_{A\overline{B}} + hN_{A\overline{B}}^2 + hN_{A\overline{B}} N_{AB} + (h-1)N_{A\overline{B}} N_{AB} \geq 0)$.

The products of non standard independent Gaussian distributions lead to non central chi squared distributions, and the theoretical derivation is intractable. The case of φ is rather more complex. We can use the Gaussian approximation of the Poisson distribution with the continuity correction:

$$P(\varphi \leq \varphi_0) = P(NN_{A\overline{B}} + 0.5N - N_A N_{\overline{B}} \geq F_Z(1-\varphi_0)\sqrt{NN_A N_{\overline{B}}})$$

However, for the theoretical purpose, we are dealing with the square root of a linear combination of products of three independent non standard Gaussian variables. In summary, closed forms are not feasible for these three measures and, for this reason, we shall describe their distribution for fixed particular parameter values by intensive simulation and kernel density estimation (Scott, 1992). Figure 2 shows instances of the univariate distributions of the quality measures for large sample sizes, based on simulations.

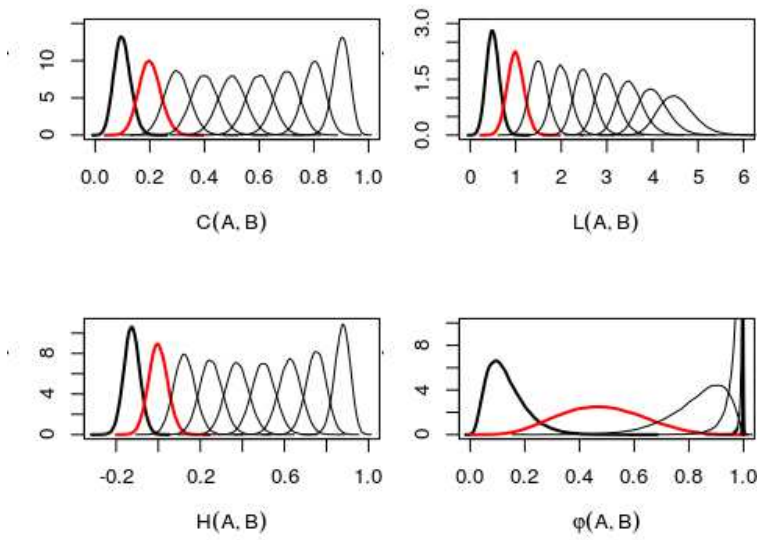


Figure 2 – Density functions of the four quality measures, for a mean sample size of $\mu=500$, parameters $p_A=p_B=0.2$ and conditional probability $p_{B|A}$ ranging from 0.1 to 0.9, based on 10^5 simulations of the frecuency table. Black thicker line is for $p_{B|A}$=0.1, and red thicker line corresponds to $p_{B|A}=p_B=0.2$ (statistical independence).

Figure 2 shows the extreme skewness of the distribution of the classical Gras index, as it was pointed out for the first time in Bodin (1997). We showed in Gregori *et al.* 2014, figure 1) and Gregori and Couturier (2015, figure 1) that, for samples of size 30, parameters $p_A=p_B=0.5$ and conditional probability $p_{B|A}=0.75$, the distribution of φ was very skewed to *1*. Here we corroborate the same idea and more: under statistical independence, the distribution is near to bell shaped and symmetric with respect to the value *0.5*, and when the conditional probability raises (for instance to $p_{B|A}=0.3$), the distribution is skewed with its mode around *0.9*. Here we have used the parameter values $p_A=p_B=0.2$ (instead of $p_A=p_B=0.5$) because the density function of φ, for larger sample size, is too sensible, and a slight lack of statistical independence drives to an extremely skewed density. The entropic version of the Gras index (Gras *et al.*, 2013) was strongly motivated, not only for huge samples, but also for moderate ones. In any case, it is worth recalling that the strong point of the Gras implication index is not the predictive task, but the discovery of factors that empower (or improve) the presence of other factors —not a direct cause-effect, but adjuvant cause-effect—. In this sense, it is more related to lift and Loevinger's *H*, than to confidence, by definition, and as we stressed in Gregori and Couturier (2015). The only thing that confidence and Gras' index do share is the range *[0,1]*. We show the R script for the computations of these df's in Appendix, in case the

reader is interested in producing plots and study the distributions for other parameter values.

4 Bivariate distributions and correlation coefficients among the quality measures

For the analysis of the bivariate probability distributions among quality measures, we use intensive simulation. Figure 3 shows the kernel density estimations of all the pairwise bivariate distributions. We show the R script in Appendix.

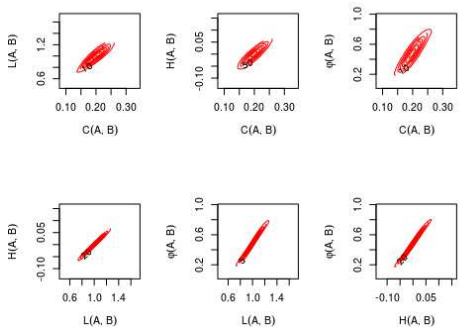


Figure 3 – Estimation of bivariate density functions among the four quality measures, for a mean sample size of $\mu=1000$, parameters $p_A=p_B=0.2$ and $p_{B|A}=0.2$ (statistical independence), based on 10^5 simulations of the frequency table. Attention should be payed to the different ranges of each index.

Under statistical independence, all index seem to keep positive correlation. We show in figures 4 and 5 the same plots in two situations of statistical (low) dependence, in order to see the joint distributions.

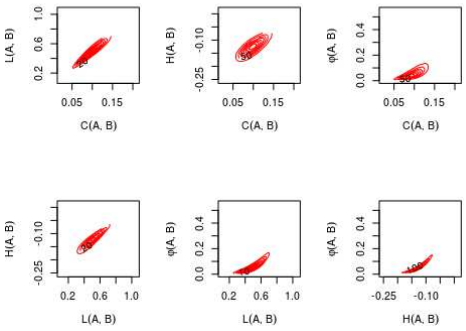


Figure 4 – Kernel estimation of joint distributions, as in figure 3, with $p_{B|A}=0.1$ (i.e., A slightly inhibits B).

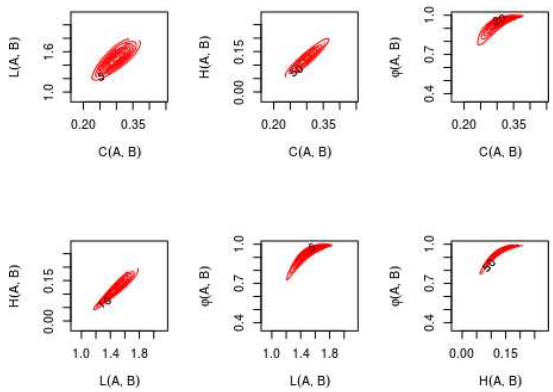


Figure 5 – Kernel estimation of joint distributions, as in figure 3, with $p_{B|A}=0.3$ (i.e., *A* slightly empowers *B)*.

The interested reader can take the code in Appendix, choose any value for parameters μ, p_A, p_B, and $p_{B|A}$, and see the relationships. We have not included larger values of p_A and p_B, since the skewness of Gras' index univariate distribution makes the bivariate plots to be equally skewed and uninformative.

To end the analysis, we undertake the computation of the correlation coefficients started in Gregori and Couturier (2015, figures 3-5). Therein, we showed plots of the evolution of the correlation coefficients along the sample size *n*, by fixing the other parameter values. Now we are in a position of complementing those plots in order to have hints about the "asymptotic value" ($n\to\infty$). For that aim, we have chosen large values for the mean sample size μ.

We need to formulate two remarks: first, in Gregori and Couturier (2015) we were dealing with the binomial model of Gras' index, because it was imposed by the different nature of the sampling plan; second, for parameter values making φ to be extremely skewed (see figure 2), there is a risk of numerical instability in correlations, because most of the sample values of φ shall be extremely close to each other (being close to an almost surely constant random variable).

Figures 6-8 show the evolution of the correlation coefficients among all quality measures, for increasing sample size, and fixed parameter values. For low values of *n*, the correlations are computed over the random variables, as in Gregori and Couturier (2015). For large values of *n*, they are computed over a large number of simulations, hence they are approximations of the true correlations as random variables. The asymptotic values of the correlations (that the reader can estimate in the plots) are also interesting indicators of the relationship among the quality measures.

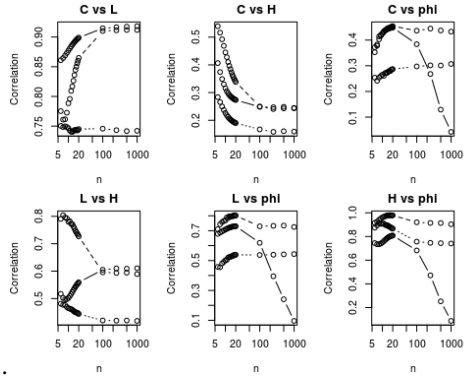


Figure 6 – Evolution, along the sample size, of the Pearson's (continuous line), Spearman's (dashed line) and Kendall's (dotted line) correlation coefficients among all pairs of quality index of the rule $A \rightarrow B$ where $p_A=p_B=0.5$, and conditional probability $p_{B|A}=0.25$ (B inhibits A). Sample size axis n is in logarithmic scale. Computations are exact when size is lower than $n=30$, and approximated beyond size $n=100$ (based on 10^5 simulations). All Pearson correlations with φ drop to zero since φ is almost surely constant away from statistical independence.

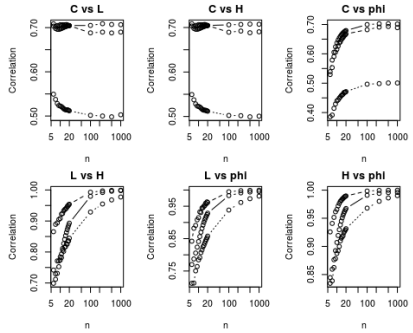


Figure 7 – Evolution, along the sample size, of the Pearson's (continuous line), Spearman's (dashed line) and Kendall's (dotted line) correlation coefficients among all pairs of quality index of the rule $A \rightarrow B$ where $p_A=p_B=0.5$, and conditional probability $p_{B|A}=0.5$ (B independent of A). Sample size axis n is in logarithmic scale. Computations are exact when size is lower than $n=30$, and approximated beyond size $n=100$ (based on 10^5 simulations). We see how H, L and φ correlate almost perfectly, confirming that they all measure the same concept, under statistical independence.

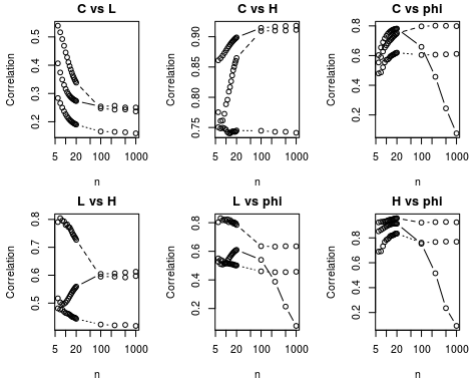


Figure 8 –Evolution, along the sample size, of the Pearson's (continuous line), Spearman's (dashed line) and Kendall's (dotted line) correlation coefficients among all pairs of quality index of the rule $A \rightarrow B$ where $p_A=p_B=0.5$, and conditional probability $p_{B|A}=0.75$ (B empowers A). Sample size axis n is in logarithmic scale. Computations are exact when size is lower than $n=30$, and approximated beyond size $n=100$ (based on 10^5 simulations). All Pearson correlations with φ drop to zero since φ is almost surely constant away from statistical independence.

For other parameter values, we encourage the reader to take the R script in Appendix.

5 Conclusions

In this contribution, we have completed the study of the individual and pairwise joint probability distribution of four rule quality measures (confidence, lift, Loevinger's *H* and classical Gras' φ), seen as functions of a bivariate binary random variable. The study for small samples was performed in Gregori and Couturier (2015), with exact computations, since all possible samples could be enumerated and taken into account. The study for large samples has required from MonteCarlo computations and kernel density estimation, in order to get approximated forms of the density functions, except in the case of confidence, whose definition allowed for a closed form. The distribution of the classical Gras' φ is too skewed when the parameters deviate, even very slightly, from independence, then we advise against its use for moderate or large size samples, in favor of the entropic version. The correlation coefficients among these four rule quality measures are also interesting values reporting their relationship, and they have been estimated for large samples, giving hints on their asymptotic values.

Future research in this line involves the consideration of the entropic version of the Gras' index φ, or even the implifiance measure (Gras *et al*., 2015).

References

[1] Agrawal, R., T. Imielinski, and A. Swami (1993), Mining association rules between sets of items in large databases, In *Proceedings of the 1993 ACM SIGMOD International Conference on Management of Data*, 207-216.

[2] Bodin, A. (1997), Analyse implicative : modèles sous-jacents à l'analyse implicative et outils complémentaires, *Prepublication IRMAR* No. 97-32, Université de Rennes.

[3] Geng, L. and H.J. Hamilton (2006), Interestingness measures for data mining: a survey, *ACM Comput. Surv.*, 38 (3), article 9.

[4] Gras, R., R. Couturier and P. Gregori (2015), Un mariage arrange entre l'implication et la confiance ?, *Quaderni di Ricerca in Didattica*, 25 (suppl. 1), 47-68.

[5] Gras, R. (1979), Contribution à l'étude expérimentale et à l'analyse de certaines acquisitions cognitives et de certains objectifs didactiques, Thèse d'état, Université de Rennes 1.

[6] Gras R., J.-C. Régnier, C. Marinica and F. Guillet (2013), L'analyse statistique implicative : méthode exploratoire et confirmatoire à la recherche de causalités, Cépaduès éditions.

[7] Gras R., S. Suzuki, F. Guillet and F. Spagnolo (2008), *Statistical Implicative Analysis : Theory and Applications*, Studies in Computational Intelligence 127, Springer.

[8] Gregori, P. and R. Couturier (2015), Variability of Gras classical implication index and other rule quality measures under small size sampling from bivariate binary processes, *Quaderni di Ricerca in Didattica*, 25 (suppl. 1), 191-209.

[9] Gregori, P., R. Couturier and R. Pazmiño-Mají (2014), On the probability distribution of the classical Gras implication index between two binary random variables, *Educação Matemática Pesquisa*, 16(3), 969-980.

[10] Lenca P., P. Meyer, P. Picouet, B. Vaillant and S. Lallich (2003), *Critères d'évaluation des mesures de qualité des règles d'association*, Revue des Nouvelles Technologies de l'Information, Entreposage et Fouille de données (rédacteurs invités: Boussaid O. et Lallich S.), RNTI-1 , ISBN 2-85428-621-9, pp. 123-134.

[11] Lenca P., B. Vaillant, P. Meyer and S. Lallich (2007), *Association rule interestingness measures: experimental and theoretical studies*, Quality Measures in Data Mining (eds. Guillet F. and Hamilton H. J.), Studies in Computational Intelligence, 43, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, pp. 51-76.

[12] Lerman, I.-C. (2016), Foundations and Methods in Combinatorial and Statistical Data Analysis and Clustering, Advanced Information and Knowledge Processing, Springer.

[13] Loevinger, J. (1947), A systematic approach to the construction and evaluation of tests of ability*, Psychological Monographs*, 61(4), i-49.

[14] Nghia Quoc Phan N., H. Xuan Huynh, F. Guillet and R. Gras (2015), Classifying objective interestingness measures based on the tendency of value variation, *Quaderni di Ricerca in Didattica*, 25 (suppl. 1), 143-172.

[15] R Core Team (2013), R: A language and environment for statistical computing, *R Foundation for Statistical Computing*, Vienna, Austria. URL http://www.R-project.org/.

[16] Scott, D.W. (1992), Multivariate density estimation: theory, practice and visualization, Wiley, New York

[17] Vaillant B., S. Lallich and P. Lenca (2008), *On the behaviour of the generalisations of the intensity of implication: a data-driven comparative study*, Statistical Implicative Analysis: theory and applications (eds. Gras R., Suzuki E., Guillet F. and Spagnolo, F.), Studies in Computational Intelligence, 127, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, pp. 421-448.

Appendix

Here we show the pieces of code used for the computations in the contribution. The interested reader can reuse and modify the code in order to obtain results for other parameter values.

R script for the function that takes the two marginal probabilities p_A and p_B, and the conditional probability $p_{B|A}$, and computes the four joint probabilities $p_{\overline{AB}}$, $p_{\overline{A}B}$, $p_{A\overline{B}}$ and p_{AB}:

```
pCond2pTable = function(pX=0.5, pY=0.5, pYgivenX=0.5) {
  # returns the 4 case probabilities (p00, p01, p10, p11)
  # from the marginal pX, pY and conditional pYgivenX
  return( c(1-pX-pY+pX*pYgivenX, pY-pX*pYgivenX,
          pX*(1-pYgivenX), pX*pYgivenX))
}
```

R script for the definition of the density function of the confidence in terms of the probability parameters and the mean sample size:

```
dConf = function(x, mu=500, p=rep(0.25,4)) {
  # Computes density function of confidence for a couple of
  # random binary variables defined by the 4 joint probabilities
  # 'p' and a mean sample size of 'mu'
  if( min(mu*p) < 25)
    warning("Approximation may be incorrect, since mu*p < 16 for some joint probability")
  pX = p[3]+p[4]
  return(
    dnorm( (mu*pX*x + 0.5 - mu*p[4])/
             sqrt(mu*pX*x^2 - 2*mu*p[4]*x + mu*p[4])
           ) *
      (-mu*pX*x + 2*mu^2*p[3]*p[4] + mu*pX) /
      (2 * (mu*pX*x^2 - 2*mu*p[4]*x + mu*p[4])^(3/2))
    )
}
```

R script for the plot of figure 1:

```
mu = 500
pX = 0.2
pY = 0.4
pYgivenX = seq(fr=0.1, to=0.9, by=0.1)
x = seq(fr=0, to=1, len=500)
dconfALL = matrix(data=0, nrow=length(x), ncol=length(pYgivenX))
for(i in 1:length(pYgivenX)) {
  p = pCond2pTable(pX, pY, pYgivenX[i])
  dconfALL[,i] = dConf(x=x, mu=mu, p=p)
  ymax = max(apply(X=dconfALL, MAR=2, FUN='max'))
}
plot(x=x, y=dconfALL[,1], type='l', xlim=c(0,1), ylim=c(0, ymax),
     xlab=expression(C(A,B)), ylab="Density")
for(i in 1:length(pYgivenX)) {
  points(x=x, y=dconfALL[,i], type='l', col=c('black', 'red')[1+(pYgivenX[i]==pY)], lwd=(1:2)[1+(pYgivenX[i]==pY |
pYgivenX[i]==0.1)])
}
```

R script for the function that computes the quality measures from a frequency table:

```
indexFreq = function(x) {
  # Computes quality measures from frequency table
  # Arguments:
  #   x: cell counts, in the form c(n00, n01, n10, n11)
  #   index: name of the desired index
  # Value: a vector of quality measures (confidence, lift,
  #   Loevinger's H, and Gras' phi in the binomial model,
```

```
  #   the Poisson model, and the Gaussian approximation
  n00=x[1]; n01=x[2]; n10=x[3]; n11=x[4];
  res = numeric(6)
  names(res) = c('conf', 'lift', 'loev', 'grasb', 'grasp', 'gras')
  if(n11+n10 !=0 ) res['conf'] = n11/(n11+n10)
  else res['conf']=NA
  if(((n11+n10)*(n11+n01)) !=0 )
    res['lift'] = sum(x)*n11/((n11+n10)*(n11+n01))
  else res['lift']=NA
  if(((n11+n10)*(n00+n10)) !=0 )
    res['loev'] = 1 - sum(x)*n10/((n11+n10)*(n00+n10))
  else res['loev']=NA
  res['grasb'] = 1-pbinom(q=n10, size=sum(x),
                prob=((n10+n11)*(n00+n10))/((sum(x))^2))
  res['grasp'] = 1-ppois(q=n10, lambda=((n10+n11)*(n00+n10))/sum(x))
  res['gras'] = 1-pnorm(q=n10+0.5, mean=((n10+n11)*(n00+n10))/sum(x),
                      sd=sqrt(((n10+n11)*(n00+n10))/sum(x)))
  return(res)
}
```

R script for the plots of figure 2:

```
set.seed(123)
mu = 500; pX = 0.2; pY = pX; N=1e5
layout(matrix(1:4, ncol=2, byrow=TRUE))
par(mar=c(4,3,3,0)+0.1)
interval = matrix(c(0,1,0,6,-0.3,1,0,1), ncol=4)
dimnames(interval) = list(NULL, c('conf','lift','loev','gras'))
interval2 = matrix(c(0,15,0,3,0,11,0,10), ncol=4)
dimnames(interval2) = list(NULL, c('conf','lift','loev','gras'))
for(index in c('conf','lift','loev','gras')) {
  if(index=='conf') labels = expression(C(A,B))
  if(index=='lift') labels = expression(L(A,B))
  if(index=='loev') labels = expression(H(A,B))
  if(index=='gras') labels = expression(varphi(A,B))
  firstplot = TRUE
  for(pcond in c((1:9)/10)) {
    p = pCond2pTable(pX, pY, pcond)
    NN = matrix(rpois(4*N, mu*p), ncol=N)
    indexSim = apply(X=NN, MAR=2, FUN=indexFreq)
    if(firstplot)
      plot(density(indexSim[index,], bw="nrd"), xlim = interval[, index],
          xlab=labels, main='', lwd=2, ylim=interval2[, index])
    else
      points(density(indexSim[index,], bw="nrd"),
            main=index, type='l', lty=1,
            col=c('black', 'red')[1+(pcond==pY)],
            lwd=(1:2)[1+(pcond==pY)])
    firstplot = FALSE
  }
}
```

R script for the plots of figure 3:

```
mu = 1000; pX = 0.2; pY = 0.2; pYgivenX = 0.2; N=1e5
QualitySimul = function(mu, pX, pY, pYgivenX, N) {
  p = pCond2pTable(pX, pY, pYgivenX)
  NN = matrix(c(rpois(N, mu*p[1]), rpois(N, mu*p[2]),
              rpois(N, mu*p[3]), rpois(N, mu*p[4])),
            byrow=TRUE, ncol=N)
  indexSim = apply(X=NN, MAR=2, FUN=indexFreq)
  return(indexSim)
}
simindex = QualitySimul(mu, pX, pY, pYgivenX, N)
layout(matrix(1:6, nrow=2,byrow=TRUE))
library(MASS)
index = c('conf','lift','loev','gras')
for(i in 1:3) {
  for(j in (i+1):4) {
    if(index[i]=='conf') labels = expression(C(A,B))
    if(index[i]=='lift') labels = expression(L(A,B))
    if(index[i]=='loev') labels = expression(H(A,B))
    if(index[i]=='gras') labels = expression(varphi(A,B))
    if(index[j]=='conf') labels2 = expression(C(A,B))
    if(index[j]=='lift') labels2 = expression(L(A,B))
    if(index[j]=='loev') labels2 = expression(H(A,B))
    if(index[j]=='gras') labels2 = expression(varphi(A,B))
```

```
contour(kde2d(x=simindex[index[i],], y=simindex[index[j],], n=100),
        xlab=labels, ylab=labels2, lty=0, col="black",
        method="edge", vfont=c("sans serif", "bold"))
contour(kde2d(x=simindex[index[i],], y=simindex[index[j],], n=100),
        xlab=labels, ylab=labels2, labels='', col=2, add=TRUE)
contour(kde2d(x=simindex[index[i],], y=simindex[index[j],], n=100),
        xlab=labels, ylab=labels2, lty=0, add=TRUE, col="black",
        vfont=c("sans serif", "bold"), method='edge')
  }
}
```

Figures 4 and 5 are achieved with the previous script, by using the following parameter values:

```
mu = 1000; pX = 0.2; pY = 0.2; pYgivenX = 0.1; N=1e5
mu = 1000; pX = 0.2; pY = 0.2; pYgivenX =0.3; N=1e5
```

R script for the function computing the bivariate probability function of couples of index:

```
pf.2index = function(index=c('conf', 'conf'), p=rep(1,4),
                     pX=NULL, pY=NULL, pYgivenX=NULL,
                     size=4) {
  require(partitions)
  N = size
  if( !(is.null(pX) & is.null(pY) & is.null(pYgivenX)) ) {
    p11 = pYgivenX * pX
    p10 = pX - p11
    p01 = pY - p11
    p00 = 1 - (p01+p10+p11)
    p = c(p00, p01, p10, p11)
  }
  NN = compositions(N,4) # all partitions of N into 4 numbers
  # probability of all such partition
  pr.NN = apply(X=NN, MARGIN=2, FUN='dmultinom', size=N, prob=p)
  # REMARK: computed only for fixed sample size
  ind1 = apply(X=NN, MARGIN=2, FUN='indexFreq')[index[1],]
  ind2 = apply(X=NN, MARGIN=2, FUN='indexFreq')[index[2],]
  res = aggregate(x=pr.NN, by=list(ind1, ind2), FUN='sum')
  # NA values (and their probability) are discarded
  names(res) = c(index, 'prob')
  return(res)
}
```

R script for the function computing the correlation coefficients among couples of the random index:

```
cor.index = function(index = c('conf', 'conf'),
                     p=rep(1,4), pX=NULL, pY=NULL,
                     pYgivenX=NULL, size=4,
                     method='pearson') {
  # correlations for small n, computed for the couple
  # quality measures as random variables
  if( !(is.null(pX) & is.null(pY) & is.null(pYgivenX)) ) {
    p11 = pYgivenX * pX
    p10 = pX - p11
    p01 = pY - p11
    p00 = 1 - (p01+p10+p11)
    p = c(p00, p01, p10, p11)
  }
  pf2 = pf.2index(index=index, p=p, size=size)
  ind1 = pf2[[ index[1] ]]
  ind2 = pf2[[ index[2] ]]
  pr.NN = pf2$prob/sum(pf2$prob)
  if( method=='pearson') {
    cor = ( sum(ind1*ind2*pr.NN) - sum(ind1*pr.NN)*sum(ind2*pr.NN) ) /
      ( sqrt( (sum(ind1^2*pr.NN) - sum(ind1*pr.NN)^2) *
              (sum(ind2^2*pr.NN) - sum(ind2*pr.NN)^2)) )
  }
  if( method=='kendall' ) {
    ind1.ij = outer(ind1, ind1, '-')
    ind2.ij = outer(ind2, ind2, '-')
    pr.ij = outer(pr.NN, pr.NN)
    conc.disc = sum(sign(ind1.ij * ind2.ij) * pr.ij)
    cor = sum(conc.disc)/(1-sum((pr.ij[ ind1.ij==0 & ind2.ij==0 ])))
  }
  if( method=='spearman') {
    ind1 = rank(ind1)
    ind2 = rank(ind2)
    cor = ( sum(ind1*ind2*pr.NN) - sum(ind1*pr.NN)*sum(ind2*pr.NN) ) /
      ( sqrt( (sum(ind1^2*pr.NN) - sum(ind1*pr.NN)^2) *
              (sum(ind2^2*pr.NN) - sum(ind2*pr.NN)^2)) )
```

```
  }
  return( list(cor=cor, method=method, index=index,
              size=size, p=p, cor=cor) )
}
```

R script for the plots of figure 6:

```
pA = 0.5
pB = 0.5
pBgivenA = 0.25
nrange = c(6:20, 100, 250, 500, 1000) # values of n
N=1e5 # number of simulations for estimating the correlations
require(partitions)
index = c('conf', 'lift', 'loev', 'gras')
indexsign = c(conf='C', lift='L', loev='H', gras='phi')
methods = c('pearson', 'spearman', 'kendall')
corr = array(0, dim=c(length(methods), length(index),
                      length(index), length(nrange)),
             dimnames=list(methods, index, index, nrange))
for( m in 1:length(methods) ) {
  for(i in 1:(length(index)-1)) {
    for(j in (i+1):length(index)) {
      for(k in 1:length(nrange)) {
        if(nrange[k] < 100) {
          corr[m,i,j,k] = cor.index(index=c(index[i], index[j]),
                                    pX=pA, pY=pB, pYgivenX=pBgivenA,
                                    size=nrange[k],
                                    method=methods[m])$cor
        } else {
          simindex = QualitySimul(mu=nrange[k], pX=pA, pY=pB, pYgivenX=pBgivenA, N=N)
          corr[m,i,j,k] = cor(x=simindex[index[i], ],
                              y=simindex[index[j], ],
                              method=methods[m],
                              use="pairwise.complete.obs")
        }
        corr[m,j,i,k] = corr[m,i,j,k] # symmetric
        corr[m,i,i,k] = 1 # diagonal equals to 1
      }
    }
  }
}
layout(matrix(1:(2*3), 2, 3,
  byrow = TRUE)) # 1 row = 1 index, 1 col = 1 pcond
par(mar=1+c(3,3,1,1))
for( i in 1:(length(index)-1) ) {
  for( j in (i+1):length(index) ) {
    ij.lim = c(min(corr[, index[i], index[j],]), max(corr[, index[i], index[j],]))
    plot(x=nrange, y=corr[1,index[i], index[j],], type='b',
         xlab='n', ylab='Correlation', ylim=ij.lim,
         main=paste(indexsign[i], 'vs', indexsign[j]),
         log="x")
    points(x=nrange, y=corr[2,index[i], index[j],], type='b',
           lty=2)
    points(x=nrange, y=corr[3,index[i], index[j],], type='b',
           lty=3)
  }
}
```

Figures 7 and 8 are achieved with the previous script, by using the following parameter values:

pA = 0.5; pB = 0.5; pBgivenA = 0.5

pA = 0.5; pB = 0.5; pBgivenA = 0.75

EL CONO IMPLICATIVO ORGANIZADOR DE LAS OPINIONES SOBRE EL DEPORTE, DE JÓVENES DEPORTISTAS DE ÉLITE

Vera FELIP[1], Pilar ORÚS[2] et Pablo GREGORI[3]

LE GRAPHE "CÔNE" ORGANISATEUR DES OPINIONS SUR LE SPORT, DE JEUNES SPORTIFS DE HAUT NIVEAU

THE "CONE" GRAPH, ORGANIZER OF OPINIONS ABOUT SPORTS, IN YOUNG TALENTED SPORTGIRLS.

RESUMEN

Se presentan y analizan unos datos obtenidos en una experiencia educativa, en el Complejo Educativo de Cheste (Valencia, España) en el que residen jóvenes deportistas de élite que compaginan su entrenamiento y sus estudios de enseñanza secundaria (2016/17). Para poder abordar y debatir sobre algunas opiniones y prejuicios, observados por una educadora en dichas alumnas, se elaboró una situación didáctica basada en los datos obtenidos a partir de una encuesta E. Dicha encuesta recoge, por una parte, opiniones de las alumnas centradas en la imagen que tienen de sí mismas (autoimagen) y, por otra parte, la valoración que hacen sobre determinadas características de los deportes. En esta comunicación se presenta el análisis de las opiniones (imagen) que tienen las alumnas sobre los diversos deportes que practican a partir de determinados criterios. Los datos que hemos llamado de autoimagen, en relación tanto a sus propias características físicas, como al deporte que practican han sido presentados en otra comunicación (Felip *et al*., 2017). El cono implicativo que implementa CHIC, ha permitido aumentar la información de las valoraciones de estas alumnas (11-13 años) y de sus entrenadores sobre los diferentes deportes, a través de la elección de diferentes variables nodales, los criterios o los deportes. Así mismo, los grafos resultantes ayudan a visualizar las relaciones entre dichas variables, contribuyendo a la organización y mejora de la información.

Palabras clave : *opiniones, deporte, cono implicativo, variables nodales, experiencia educativa.*

RÉSUMÉ

Nous présentons et analysons des données obtenues lors d'une expérience éducative au Complexe Éducatif de Cheste (Valencia, España) dans lequel résident des jeunes sportifs de haut niveau qui concilient leurs entraînements avec leurs études d'enseignement secondaire (2016/2017). Pour pouvoir aborder et débattre sur certaines opinions et préjugés observés par une formatrice entre ses élèves, nous avons élaboré une situation didactique à partir de certaines données obtenues grâce à un questionnaire E. Ce questionnaire recueille, d'un côté, les opinions des élèves centrées sur l'image qu'elles ont d'elles-mêmes (image de soi) et, d'un autre côté, la valorisation qu'elles font sur certaines caractéristiques des sports. Cette communication présente l'analyse des opinions (image) que les élèves ont sur les divers sports qu'elles pratiquent à partir de certains critères. Les données que nous avons dénommées comme image de soi, en relation tant avec leurs propres caractéristiques

1 Complejo Educativo de Cheste, Centro de Residencias, Ctra. CV-378, Km. 0,300 46380-Cheste (Valencia), Spain, verafelip@gmail.com

2 Instituto Universitario de Matemáticas y Aplicaciones de Castellón, Departamento de Matemáticas, Universitat Jaume I de Castellón, Campus Riu Sec, E-12071 Castellón, Spain, gregori@uji.es

3 Instituto Universitario de Matemáticas y Aplicaciones de Castellón, Universitat Jaume I de Castellón, Campus Riu Sec, E-12071 Castellón, Spain, orus@uji.es

physiques, comme avec le sport qu'elles pratiquent, ont été présentées sur une autre communication (Felip *et al*., 2017). Le cône implicatif implémenté par CHIC nous a permis d'augmenter l'information relative à la valorisation de ces élèves (11-13 ans) et de leurs entraîneurs sur les différents sports, à travers de la sélection de différentes variables nodales, les critères ou les sports. De même, les graphes résultants aident à visualiser les relations entre ces variables, en contribuant à l'organisation et à l'amélioration de l'information.

Mots-clés : *opinions, sport, cône implicatif, variables nodales, expérience éducative, expérience éducative.*

ABSTRACT

We present and analyze data obtained in an educational experience, in the Educational Complex of Cheste (Valencia, Spain) where some young talented sportgirls and sportboys combine their training with their High School Studies (2016/17). In order to tackle and debate about some opinions and prejudices, observed in these students by an educator, an educational situation was prepared starting from data obtained from a poll named E. This poll collects, on the one hand, students' opinions about the image they have of themselves (self-image), and on the other hand the assessment done about certain characteristics of sports. This contribution presents the analysis of the opinions (image) the students have about the different sports they practice starting from certain guidelines. The data we called self-image, in relation to either their own physical characteristics, either the sport they practice, have been presented in another contribution (Felip *et al*., 2017). The implicative cone implemented by CHIC allowed us to increase the information of the assessments done by these students (11-13 years old) and theirs trainers, about the different sports, through selecting different node variables, the guidelines or the sports. Likewise, the resulting graphs help to visualize the relations between these variables, contributing to the organization and improvement of the information.

Keywords : *opinions, sports, implicative graph, node variables, educational experience.*

1 Introducción

Se presentan y analizan parte de unos datos obtenidos en una experiencia educativa, en el Complejo Educativo (CE) de Cheste (Valencia, España), en el que residen jóvenes deportistas de élite que compaginan su entrenamiento y sus estudios de enseñanza secundaria[4]. Se trata de alumnas de Planes de Especialización Deportiva que disfrutan de una beca de sus respectivas Federaciones.

Para poder abordar y debatir sobre algunas opiniones y prejuicios, observados por una educadora en dichas alumnas, se elaboró una actividad educativa basada en las situaciones didácticas propuestas por Orús (1986, 1992, 1993), Pitarch (2002, 2016), (Orús y Pitarch, 2000) 7y se llevó a cabo durante el curso escolar 2016/17.

En esta actividad educativa, se quería centrar la argumentación y el debate (Guerrero, 1999) (MECD, 2013) sobre diversos aspectos y características del deporte y de los diferentes deportes que se practican en el CE de Cheste. Para ello se realizaron dos encuestas y dos situaciones de debate sobre ellas (Eisenstein, 1994; Kirkcaldy, 2002; Pérez Recio, 1992; Rogers, 1959). La encuesta para conocer las opiniones de las alumnas sobre estos aspectos la llamaremos "Encuesta E" y los datos que vamos a utilizar en esta comunicación, son solamente los obtenidos a partir de su apartado E. Las encuestas se han pasado a un grupo de alumnas de 1º (22 niñas) y de 2º (15 niñas) de la ESO del Colegio Oso (residencia del CE de Cheste), el jueves 15 y el 19 de diciembre de 2016.

[4] http://intercentres.edu.gva.es/cecheste/

Más detalles sobre las circunstancias de esta encuesta se presentan en la comunicación de Felip *et al*. (2017).

2 Problemas de investigación planteados

Como utilizadores del Análisis Estadístico Implicativo (ASI) en el ámbito de la Didáctica de las Matemáticas, Felip *et al*. (2017), Gregori *et al*. (2009), Orús (2003), Orús y Pitarch (2000), Pitarch *et al*. (2017), nos planteamos seguir profundizando en el potencial informativo que tiene el ASI (Gras *et al*., 2008; Gras *et al*. 201; Orús *et al*., 2009) a través de las gráficas y cálculos que las diferentes opciones del programa informático CHIC nos ofrece.

La tabla binaria de doble entrada (7x14) del apartado E de la encuesta E, genera un elevado número de variables binarias y una abundante y caótica recopilación de datos que en esta comunicación se pretende estructurar y organizar. Veamos su complejidad:

7 filas, cada una representando un criterio E_i $1 \leq i \leq 7$

14 columnas, cada una representando un deporte D_j $1 \leq j \leq 14$

cada casilla c_{ij} , es una variable binaria, de valor (1 o 0), según la opinión de la alumna sea que: el criterio E_i lo verifique el deporte D_j (1) o no lo verifique (0), $1 \leq i \leq 7, 1 \leq j \leq 14$

Pero también se puede considerar, la traspuesta de de esa matriz de datos y se obtendrán:

14 filas, cada una representando un deporte $D_i 1 \leq i \leq 14$

7 columnas, cada una representando un criterio E_j $1 \leq j \leq 7$

cada casilla c_{ij} , es también una variable binaria (1 o 0), según la opinión de la alumna sea que: el deporte D_i verifique el criterio E_j (1) o no lo verifique (0), en este caso $1 \leq i \leq 14, 1 \leq j \leq 7$

Como vemos, cualquiera de las dos matrices (7x14) o (14x7) tienen que ser convertidas en una nueva matriz binaria (37x98) para su tratamiento, de las 98 variables con las respuestas individuales de cada una de las 37 alumnas. Hay que destacar que las (7x14) o (14x7) variables de esta nueva matriz, aportan los mismos datos (los valores de las respuestas de las alumnas a esas variables) pero con interpretación semántica diferente según se considere la matriz (7x14) o (14x7) (la que acabamos de subrayar anteriormente). Los conos implicativos, pueden ayudar a tratar este volumen de información, respetando ambas interpretaciones semánticas en función de las variables nodales que se seleccionen, según Lahanier-Reuter *et al*. (2015).

"Notre intention est d'utiliser ce cône pour mettre en évidence un ensemble de causes non liées entre elles afin de pouvoir identifier leurs rôles, leurs responsabilités dans l'apparition de l'attracteur[5]. Autrement dit, nous nous intéresserons de façon privilégiée aux cônes dont les «pères» du sommet sont indépendants ou très faiblement dépendants. Ce sommet pourrait définir une sorte de « bassin d'attraction » au sens de la théorie des catastrophes. Sous cette restriction d'indépendance, nous nous limiterons donc ici, un graphe étant donné comme image d'un ensemble de règles, à ce type de structure conique

[5] El resaltado en negrita es nuestro.

et à son interprétation. Mais celle-ci exige que ce cône ait des chances d'offrir une certaine consistance sémantique et, pour cela, que sa constitution présente des caractères analytiques révélateurs d'une certaine homogénéité implicative". (Lahanier-Reuter *et al*., 2015) E n ese sentido, buscamos respuestas a las siguientes preguntas:

¿los conos implicativos, van a permitir mejorar la interpretación de las opiniones sobre los deportes recogidas en la encuesta E, que los estadísticos clásicos?

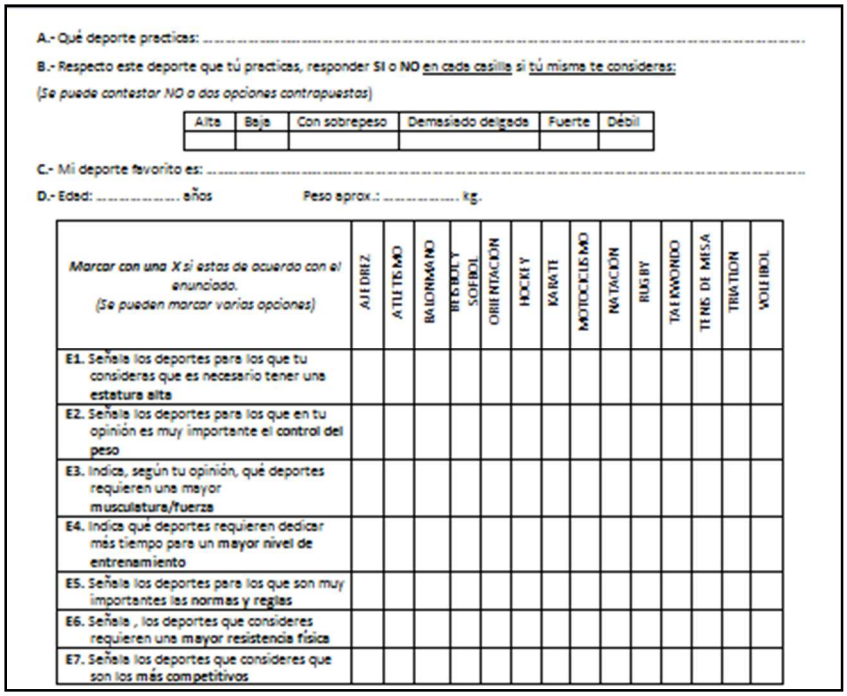
Y en caso afirmativo,

¿cómo elegir las variables nodales que faciliten el proceso de interpretación semántica de los grafos?

Para nuestro equipo, es importante encontrar respuestas a estas preguntas para poder mostrar esos resultados de la encuesta E no sólo a los autores de la experimentación sino también a sus compañeros y educadores interesados en la problemática y que desconocen el ASI. Es decir, contribuir en cierta manera a la "didáctica" del ASI.

3 La encuesta sobre sus opiniones: Encuesta E

La Encuesta E consta de diversos bloques de preguntas que juegan un papel diferente en la experiencia educativa de debate posterior según los datos que se obtengan Los bloques 1, 2 y 4 de dicha encuesta ya han sido analizados en Felip *et al*. (2017). En esta comunicación, como ya hemos anunciado, se va a abordar en profundidad sólo el bloque 3, que corresponde al apartado E de la encuesta: las preguntas de opinión sobre determinadas características físicas en todos los deportes que ellas practican, incluyendo además el ajedrez y el motociclismo (ver figura 1).



A.- Qué deporte practicas: .....

B.- Respecto este deporte que tú practicas, responder SI o NO en cada casilla si tú misma te consideras:

(Se puede contestar NO a dos opciones contrapuestas)

Alta	Baja	Con sobrepeso	Demasiado delgada	Fuerte	Débil

C.- Mi deporte favorito es: .....

D.- Edad: ..... años Peso aprox.: ..... kg.

Marcar con una X si estas de acuerdo con el enunciado. (Se pueden marcar varias opciones)	AJEDREZ	ATLETISMO	BALONMANO	BICIDUET SOFBOL	ORIENTACION	HOCKEY	KARATE	MOTOCICLISMO	NATACION	RUGBY	TAEKWONDO	TENIS DE MESA	TRIATLON	VOLEIBOL
E1. Señala los deportes para los que tu consideres que es necesario tener una **estatura alta**														
E2. Señala los deportes para los que en tu opinión es muy importante el **control del peso**														
E3. Indica, según tu opinión, qué deportes requieren una mayor **musculatura/fuerza**														
E4. Indica qué deportes requieren dedicar más tiempo para un mayor nivel de **entrenamiento**														
E5. Señala los deportes para los que son muy importantes las **normas y reglas**														
E6. Señala , los deportes que consideres requieren una mayor **resistencia física**														
E7. Señala los deportes que consideres que son los **más competitivos**														

Figura 1 – Apartado E de la Encuesta E y datos objetivos y de autoimagen. Contestado por alumnas y entrenadores del CE de Cheste.

También se han tenido en cuenta las respuestas de 10 entrenadores del Complejo Educativo, a la encuesta E. Se les ha considerado como "especialistas" en el tema tratado y como contexto de las respuestas de las alumnas, que entrenan con ellos.

3.1 Datos y variables

Retenemos las siguientes variables y la codificación ya utilizada en Felip *et al.* (2017), con los datos objetivos que se preguntan (apartados A y D):

Población: 37 alumnas (11-13 años), 10 entrenadores.

Las **variables deportes:** binarias y se corresponden con los 11 deportes que se practican en el CE de Cheste, se le asigna el valor 1 cuando la alumna practica ese deporte. Codificación. Se han utilizado las tres primeras letras del deporte (salvo Béisbol y Taekwondo, que se han codificado como bsL y taW respectivamente) y se asigna el valor 1 cuando la alumna practica ese deporte.

Datos. Los 11 deportes que se practican en el C.E. de Cheste (en negrita su código[6]) y el número de alumnas que los practican (entre paréntesis): **Atl**etismo (2), **Bal**onmano (4), **b**é**is**bo**L** (2), **Hoc**key (7), **Kar**ate (2), **Nat**ación (6), **Ori**entación (3), **Rug**by (1), **ta**ek**W**ondo (4), **Tri**atlón (2) y **Vol**eibol (4).

Códificación de los sujetos: xxD1, xxD2. Cada alumna viene identificada por un código alfanumérico de cuatro caracteres, siendo los dos primeros -xx- un secuencial de 01 a 37, el segundo -D- una letra mayúscula que identifica el deporte (ver el código de los deportes) y el tercero un número (1 o 2) que identifica el curso.

Variables de opinión sobre determinadas características de los deportes

Estas variables se obtienen de las preguntas del apartado E de la encuesta E, sobre las opiniones relativas a los 7 criterios sobre cada uno de los 14 deportes estudiados. Se han incluido los 11 deportes que practican las alumnas, así como tenis de mesa (se practica en el CE de Cheste aunque no exista ninguna alumna de la Encuesta que lo practique) más ajedrez (AjeEi) y motociclismo, añadidos por motivos didácticos y para el debate de la situación. Recordemos que las preguntas tienen como objetivo conocer la imagen que las alumnas tienen sobre estos deportes, a través de su opinión respecto a aspectos que consideran relevantes para practicar unos u otros deportes, como son la altura (E1), el peso (E2) y la fuerza (E3), el tiempo de entrenamiento necesario (E4) y el carácter normativo o competitivo de dichos deportes (E5).

Codificación: se han utilizado las tres primeras letras del deporte sobre el que tienen que opinar, seguidas del criterio numerado según el apartado E. Ejemplo: AtlE3 es el código de la variable de opinión ¿qué piensas del criterio E3 para el deporte de atletismo? Para los dos nuevos "deportes", los códigos son ($AjeE_i$) y ($MotE_i$), $1 \leq i \leq 7$.

3.2 Datos y variables

Los deportes sobre los que se preguntan son los que se practican actualmente en el CE de Cheste, incluyendo además el ajedrez y el motociclismo, que son dos actividades sobre las que no hay consenso en si son o no deporte, dependiendo de la institución en la que

[6] Ver párrafo anterior, codificación de béisbol y taekwondo como deporte que practican (bsL y taW)

busquemos la definición: la RAE (Real Academia de la Lengua Española), el COI (Comité Olímpico Internacional), etc.

Una primera aproximación a los datos en la figura 2 expresa los porcentajes globales de la consideración de cada criterio en los diferentes deportes, por parte de las respuestas de las alumnas y de los entrenadores (entre paréntesis).

Criterio	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7
	Estatura alta	Control peso	Musculatura fuerza	Mayor entreno	Normas y reglas	Resistencia física	Más competitivo
Ajedrez	0 (0)	0 (10)	0 (0)	43 (50)	73 (100)	0 (10)	32 (50)
Atletismo	11 (50)	68 (80)	54 (60)	73 (90)	49 (80)	92 (80)	76 (70)
Balonmano	84 (80)	27 (40)	62 (80)	57 (60)	81 (100)	54 (50)	68 (80)
Béisbol	3 (10)	11 (30)	59 (50)	46 (40)	73 (100)	38 (20)	54 (60)
Orientación	0 (10)	24 (50)	11 (10)	49 (40)	59 (90)	51 (70)	41 (50)
Hockey	0 (20)	27 (50)	27 (30)	54 (50)	70 (100)	35 (30)	49 (80)
Karate	19 (40)	81 (100)	57 (60)	57 (60)	76 (100)	35 (30)	70 (80)
Motociclismo	0 (0)	14 (60)	8 (20)	38 (50)	41 (80)	16 (30)	41 (80)
Natación	24 (30)	32 (60)	65 (40)	81 (90)	57 (90)	78 (80)	62 (80)
Rugby	32 (20)	14 (40)	86 (100)	57 (50)	76 (100)	68 (70)	57 (80)
Taekwondo	16 (50)	95 (100)	57 (60)	54 (70)	78 (90)	43 (40)	73 (80)
Tenis mesa	0 (0)	5 (30)	11 (0)	43 (50)	51 (90)	22 (20)	35 (70)
Triatlón	5 (10)	41 (80)	46 (30)	68 (90)	49 (80)	73 (100)	68 (60)
Voleibol	97 (80)	27 (60)	43 (50)	68 (60)	73 (100)	35 (30)	65 (60)

Figura 2 – Porcentajes de respuestas afirmativas de las alumnas a las preguntas de bloque E: "Es importante... (cada criterio, columna) ... para (cada deporte, fila)" en la encuesta E. Entre paréntesis, el mismo porcentaje sobre el grupo de especialistas.

En la figura 3, presentamos un resumen que indica cúal es el promedio de respuestas afirmativas de la importancia de cada criterio, considerando todos los deportes, así como los intervalos entre los que oscila la consideración de dicho criterio, según el deporte que se trate (ambos expresados en porcentajes). Se muestra también la diferencia de opinión entre el grupo de alumnas y el de especialistas.

Criterios	Intervalos Alumnas	Promedios Alumnas	Promedios Especialistas	Intervalos Especialistas
E1. Necesita estatura alta.	0-97	21	29	0-80
E2. Es muy importante el control del peso.	0-95	33	56	10-100
E3. Requiere mayor musculatura/fuerza.	0-86	42	42	0-100
E4. Requiere mayor nivel entrenamiento.	38-81	56	61	40-90
E5. Son muy importantes normas/reglas.	41-81	65	93	80-100
E6. Requiere mayor resistencia física.	0-92	46	49	10-100
E7. Deportes más competitivos.	32-76	56	70	50-80

Figura 3 – Comparación de promedios e intervalos (ambos en %) de atribución para cada criterio según los deportes de que se trate, entre las alumnas y los especialistas. En rojo los valores más diferentes.

Hay que recordar que el número de especialistas consultados es muy bajo (10) y por tanto pequeñas diferencias entre sujetos se presentan como diferencias notables en los porcentajes; por ejemplo, la opinión de un sólo sujeto se convierte en el 10% de la población de los especialistas. Teniendo esto en cuenta, los datos de la figura anterior, parecen indicar que las opiniones de las alumnas y de los especialistas son bastantes semejantes en la mayoría de los criterios, con oscilaciones porcentuales entre los

promedios inferiores al 15%, a excepción de la importancia del control del peso y la importancia de las normas y reglas.

Queremos resaltar estas discrepancias, muy reveladoras para los objetivos de la actividad educativa planteada. El tema del "control del peso", fue uno de los temas que la educadora situó en el origen de esta experiencia, como un tema polémico con sus alumnas deportistas adolescentes (Pérez Recio *et al.*, 1992) y que por ello se incluyó en la encuesta, para poder debatir a posteriori sobre este tema. Las discrepancias entre los especialistas y las alumnas también parecen avalar que, efectivamente, es un tema a debatir y "educar". La otra discrepancia es, sobre la importancia de las reglas y normas en todos los deportes, aspecto muy determinante en la propia definición de "deporte" según la RAE, y que muestra que también, en este aspecto, queda trabajo para hacer, para que las alumnas asuman, o comprendan, que todo deporte conlleva normas y reglas, o no es un deporte. Y es curioso que los entrenadores, que ejercen gran influencia sobre estas deportistas de élite, y que tienen tan claro este aspecto, hayan comentado en la encuesta —preguntados sobre si quitarían alguna pregunta—, que la que quitarían sería precisamente esta pregunta por "evidente", porque las alumnas ya lo tienen suficientemente asumido. Estos datos contradicen tal evidencia, aunque es cierto que en la mayoría de los deportes propuestos, entre el 41% y el 81%, las alumnas han considerado la importancia de este criterio.

4 Utilización del análisis estadístico implicativo (ASI)

Para complementar el análisis descriptivo de los datos, hemos implementado los diversos análisis estadístico que permite el programa CHIC Se ha utilizado el fichero de datos correspondiente a las 7x14 variables de opinión, de los 7 criterios sobre los 14 deportes, y los datos objetivos de las variables correspondientes a los deportes que practican y de la variable de intervalo IMC, que ha asignado tres valores (IMC1, IMC2, IMC3) según el índice de masa corporal de las alumnas, sea bajo, medio o alto.

4.1 Estudio de la similaridad

El árbol de similaridad, en figura 4, muestra que aparecen muchos niveles significativos de agregación de variables, siendo el nudo más significativo precisamente el último nivel significativo, el 101.

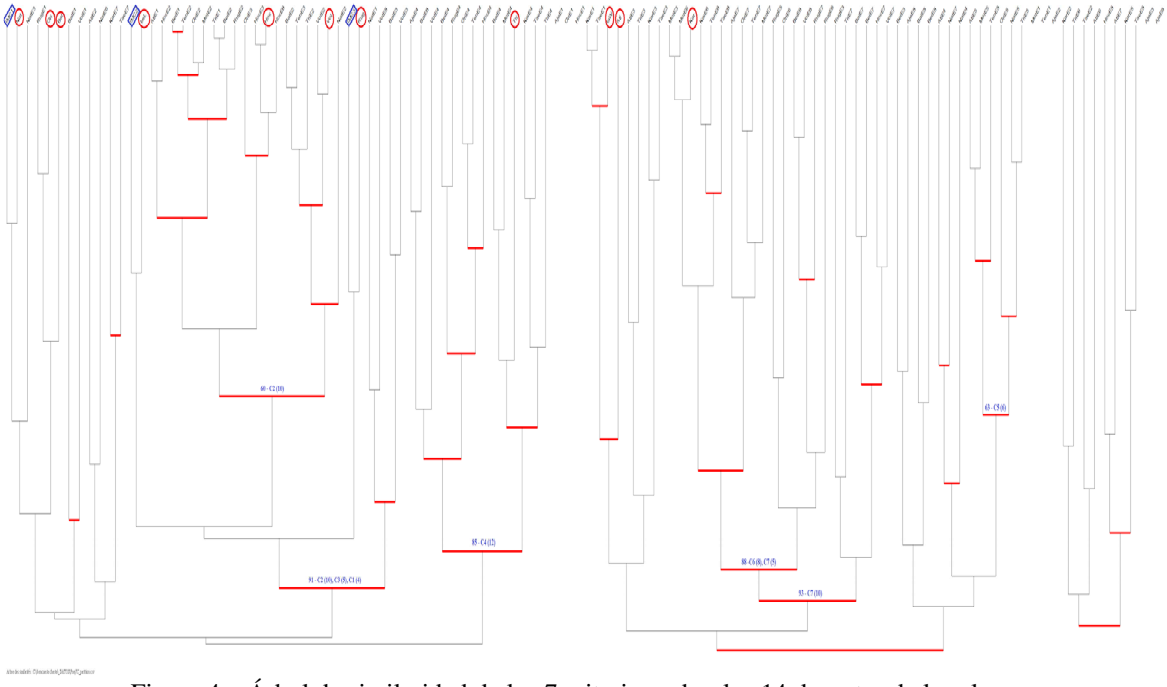


Figura 4 – Árbol de similaridad de los 7 criterios sobre los 14 deportes de las alumnas.

Dada la mala visibilidad del árbol, vamos a analizar los niveles más relevantes, citando (en negrita) los **niveles significativos** que incluye y añadiendo en negrita subrayado el **criterio que define ese nivel** (el que aparece en mayor número de variables de ese criterio en los diferentes deportes). La variable "deporte que practican", se resalta).

El **Nivel 101** es el **más significativo y el último nivel** por tanto con índice de similaridad muy bajo (4.35644e-09),. Incluye los niveles significativos, 13, 27, 38, 41, 47, 55, 58, 63, 67, 72, 74, 88 y 93: ((((((KarE1 TaeE1) taW) Atl) ((AtlE3 TriE3) (KarE3 TaeE3))) ((((((MotE3 MotE6) Kar) ((KarE6 TenE6) TaeE6)) (AjeE7 ((OriE7 TenE7) MotE7))) ((RugE5 OriE6) (((BeiE6 VolE6) RugE7) RugE6))) ((RugE3 TriE7) ((BalE7 BeiE7) (HocE7 VolE7))))) (((B(((((MotE3 MotE6) Kar) ((KarE6 TenE6) TaeE6)) (AjeE7 ((OriE7 TenE7) MotE7))) ((RugE5 OriE6) (((BeiE6 VolE6) RugE7) RugE6)))eiE3 AjeE5) (BalE5 BeiE5)) (((AtlE4 NatE7) NatE4) (((AtlE5 MotE5) TenE5) (OriE5 (NatE5 TriE5)))))). Queremos destacar los siguientes:

Nivel 88 (similaridad: 0.244549): (((((MotE3 MotE6) Kar) ((KarE6 TenE6) TaeE6)) (AjeE7 ((OriE7 TenE7) MotE7))) ((RugE5 OriE6) (((BeiE6 VolE6) RugE7) RugE6))). Agrupa las variables del **criterio E6 [resistencia física]** en 8 Deportes. Las alumnas que practican karate, aparecen asociadas a este criterio.

Nivel 93 (similaridad: 0.0463169): ((((((MotE3 MotE6) Kar) ((KarE6 TenE6) TaeE6)) (AjeE7 ((OriE7 TenE7) MotE7))) ((RugE5 OriE6) (((BeiE6 VolE6) RugE7) RugE6))) ((RugE3 TriE7) ((BalE7 BeiE7) (HocE7 VolE7)))). Incorpora las variables del **criterio E7 [más competitivos]** en 10 Deportes a las variables del **criterio E6 [resistencia física]** en 6 Deportes,del nivel 88 que incluye.

Nivel 63 (similaridad: 0.766279): (((AtlE5 MotE5) TenE5) (OriE5 (NatE5 TriE5))). Agrupa las variables del **criterio E5 [Normas y reglas]** en 6 Deportes.

Señalar también el Nivel 76, no significativo (similaridad: 0.546212): ((AtlE3 TriE3) (KarE3 TaeE3)) que asocia el **criterio E3 [Fuerza]** en estos 4 deportes. Además, se une

con el **nivel significativo 67** (((KarE1 TaeE1) taW) Atl) que asocia este criterio de fuerza con el criterio **E1 [Altura]** para 2 deportes, y con las alumnas que practican los deportes de taekwondo y atletismo.

Nivel 85 (similaridad : 0.321168) incluye los niveles significativos 36, 53, 65 y 70: ((((AjeE4 BalE6) VolE4) ((BeiE4 RugE4) ((OriE4 TenE4) HocE4))) (((BalE4 MotE4) Tri) ((KarE4 TaeE4) TriE4))). Nivel que agrupa a las variables del **criterio E4** [**Mayor entrenamiento**] en 12 Deportes. Las alumnas que practican triatlón, aparecen asociadas a este criterio.

Nivel 60 (similaridad: 0.822776) incluye los niveles significativos, 1, 8, 15, 21, 29, 31 y 45: ((((AtlE1 HocE2) (((BeiE1 TenE2) (OriE2 MotE2)) ((TriE1 BeiE2) RugE2))) (OriE3 ((HocE3 Hoc) HocE6))) ((((BalE2 TenE3) TriE2) (VolE2 Vol)) NatE2)). Nivel que agrupa a las variables del **criterio E2 [Control de peso]** en 10 Deportes. Las alumnas que practican hockey y vóley aparecen asociadas a este criterio.

Nivel 80 (similaridad: 0.488222) agrupa sólo dos variables del **criterio E1 [Altura]** (BalE1 VolE1).

Nivel 97 (similaridad: 0.00302836), incluye el nivel significativo 82: (((KarE2 TriE6) (TaeE2 AtlE6)) ((HocE5 AtlE7) (KarE5 TaeE5))). Reúne los criterios de **E2 [Peso]** y **E5 [Normas y reglas]** para karate y taekwondo, separándolos del resto de deportes agrupados en el **nivel 60.**

Hemos resaltado los 6 deportes que aparecen en estos niveles: karate, taekwondo. atletismo, triatlón, hockey y vóley. Señalamos también el resto de niveles en los que aparecen alguna variable de deporte que practican, aunque no sean significativos; si bien los niveles 40 y 43 aparecen incluidos en el nivel significativo **91**. Nivel 43 (similaridad: 0.91979): (IMC3 Rug); Nivel 40 (similaridad: 0.939139): (IMC2 bsL); Nivel 32 (similaridad: 0.964982): (IMC1 Nat) y Nivel 51 (similaridad: 0.869617): ((RugE1 Ori) Bal).

4.2 Estudio del árbol implicativo

El árbol implicativo del mismo fichero conteniendo las opiniones de las alumnas, relativas a los 7 criterios sobre cada uno de los 14 deportes estudiados y las variables "deporte que practican" y el IMC (IMC1, IMC2 y IMC3) se encuentra en la figura 5.

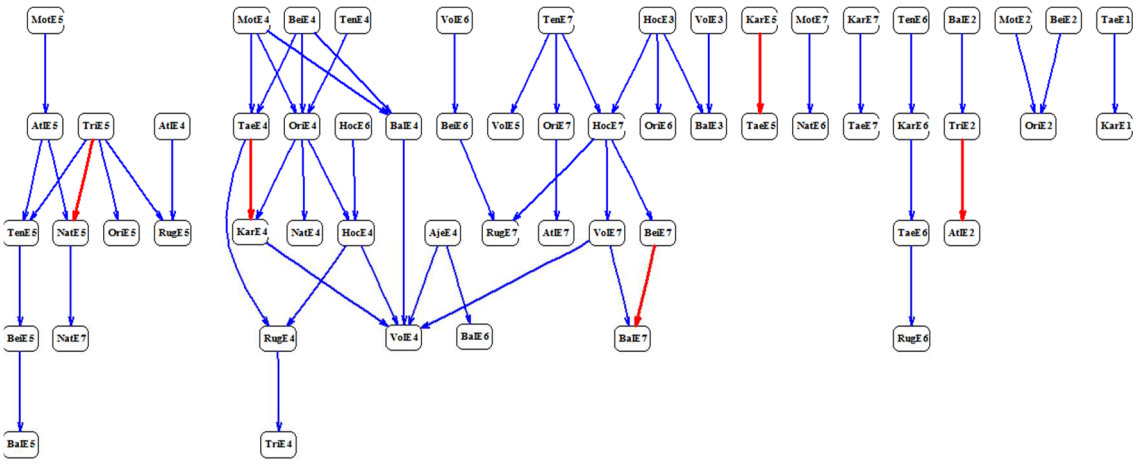


Figura 5 – Árbol implicativo de los 7 criterios sobre los 14 deportes de las alumnas (**0,99** y **0,95**).

Como vemos, no es un grafo conexo y existen diversos subgrafos claramente diferenciados agrupando las implicaciones por criterios. Se diferencian claramente los subgrafos que agrupan los criterios E5, E4 y E7 considerados en la mayor parte de los deportes (entre 9 y 13 deportes), del resto de criterios que aparecen relacionando menos deportes, los criterios E1, E2, E3 y E6.

El **criterio E5 [Normas y reglas],** aparece en dos subgrafos: uno que relaciona 9 deportes entre sí, destacando la arista (**TriE5 → NatE5**) con un índice de intensidad 0.99 y una rama que es sólo una arista (**KarE5 → TaeE5**), implicando los deportes de karate y taekwondo, con un índice de intensidad 0.99 y separándolos del resto de los deportes.

El **criterio E4 [Mayor entrenamiento]** aparece en un solo subgrafo, relacionando todos los deportes para ese criterio, a excepción de atletismo. Destacar la implicación (**TaeE4 → KarE4**), con un índice de intensidad 0.99, superior al resto (0.95).

El **criterio E7 [más competitivos]** aparece en dos subgrafos: uno que relaciona 9 deportes entre sí y una rama que es sólo una arista (KarE7 → TaeE7), implicando los deportes de karate y taekwondo entre sí, separándolos del resto de los deportes; se repite la misma situación que para el criterio E5. Destacar la implicación (**BeiE7 → BalE7**), con un índice de intensidad 0.99, superior al resto (0.95).

El **criterio E6 [resistencia física]** aparece en dos ramas: una cadena de implicación que relaciona 4 deportes (TenE6→ KarE6→TaeE6→ RugE6) y una rama que es sólo una arista (VolE6→ BeiE6).

El **criterio E1 [Altura]** sólo aparece en una arista, relacionando los deportes de taekwondo y karate (TaeE1 → KarE1).

El **criterio E2 [Control de peso]** aparece en dos ramas relacionando relacionando 3 deportes cada una de ellas: una cadena de implicación que relaciona 3 deportes (BalE2→ **TriE2 → AtlE2**), con la última implicación, de intensidad 0.99 y otra rama con el motociclismo y béisbol como "padres" de orientación.

El **criterio E3 [Fuerza]** aparece también en una sola rama relacionando hockey y vóley como "padres" de balonmano.

Remarcar que las implicaciones de criterios asociados a cualidades físicas (E1, E2 y E3) son los que conciernen a menor número de deportes.

El árbol implicativo la figura 6, muestra el resultado de añadir las opiniones de los especialistas a las de las alumnas. Se puede destacar que aumentan en número las implicaciones entre variables (de 5 a 36) con intensidad de implicación a **0.99**. por lo que sólo hemos retenido las implicaciones con esta intensidad.

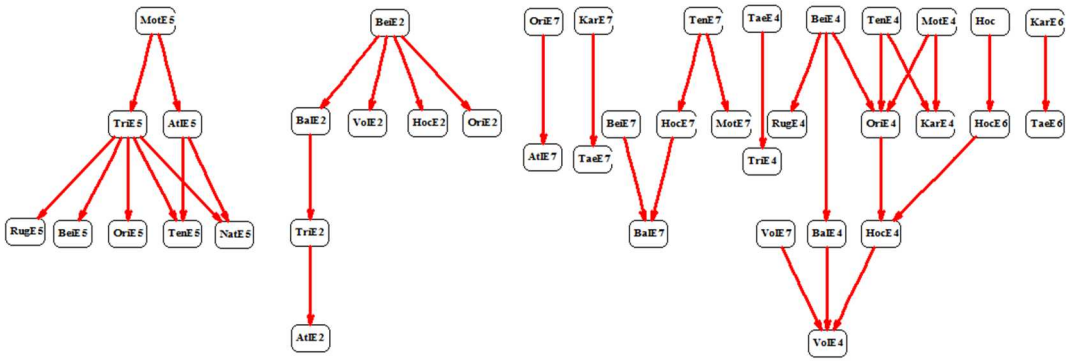


Figura 6 – Grafo implicativo de los 7 criterios sobre los 14 deportes de alumnas+especialistas (**0,99**).

El **criterio E5 [Normas y reglas],** aparece en un sólo subgrafo que refuerza las implicaciones entre 8 deportes, reduciendo a 2 sus niveles; lo que estructura más claramente la consideración de este criterio en los diferentes deportes, marcando los nodos en que aparecen tres niveles de consideración (de menor a mayor).

El **criterio E4 [Mayor entrenamiento]**, aparece ahora en 2 subgrafos, relacionando 2 deportes menos, de 13 a 11: separando una arista (**TaeE4 → TriE6**) del subgrafo que relaciona los 9 deportes restantes en tres niveles.

El **criterio E7 [más competitivos]**, aparece de forma menos conexa (al no aparecer las implicaciones de intensidad 0.95) aunque siguen apareciendo relacionados los mismos 9 deportes, pero sólo con 6 aristas entre ellos. Se modifica ligeramente la estructura de este criterio según las alumnas.

El **criterio E6 [resistencia física]**, sigue apareciendo en dos ramas, pero disminuyen los deportes realcionados según este criterio, dejando sólo dos aristas. Una de ellas, la arista (**KarE6→TaeE6)** ya existente, pero que aumenta su intensidad de implicación y otra rama que es una nueva arista (**Hoc→ HocE6**) que marca la influencia de las alumnas que practican hockey (Hoc) en atribuir la necesidad de resistencia física para practicar ese deporte (HocE6) (con intensidad de implicación del 0.99).

Remarcar que las implicaciones de criterios asociados a cualidades físicas son los que más se modifican al considerar también la opinión de los especialistas. Los criterios E1y E3 desaparecen al considerar este umbral de implicación de 0.99.

El **criterio E2 [Control de peso]**, aparece ahora en un sólo árbol relacionando más deportes (de 3 a 7): la cadena de implicación (**BalE2→ TriE2 → AtlE2**) aumenta la intensidad en todas las aristas, aparece **BeiE2** como único padre de todo el árbol, de la citada cadena y de otros tres hijos **VolE2**, **HocE2** y **OriE2**.

5 Opción “modo cono” de CHIC: los conos implicativos

Continuamos el análisis de nuestros datos, con la utilización de la opción “modo cono” que ofrece el software CHIC: para estructurarlos en los conos implicativos resultantes según las variables nodales (VN) elegidas (Lahanier-Reuter et al., 2015) y ver las informaciones que nos ofrecen esos diversos conos y sus interpretaciones semánticas. Para ello se ha realizado una aplicación sistemática de la opción “modo como”, considerando como VN: cada criterio, cada deporte y cada deporte que practican las alumnas.

5.1 Variables nodales de cada “criterio”

Dado que el grafo implicativo de todos los datos obtenidos de la matriz de 7x14 variables, ha establecido subgrafos que asociaban los criterios, hemos iniciado la aplicación de la opción “modo cono” eligiendo como VN para cada uno de los 7 criterios E_i $(1 \leq i \leq 7)$, las variables de ese criterio en los 14 deportes. Por razones de espacio y claridad, sólo presentamos los grafos de los criterios E1, E2 y E3, que son los que menos información se ha obtenido en el grafo implicativo en el que sólo se había visualizado los umbrales de intensidad **0.99**, **0.95**. Ahora se considera también el umbral **0.90** y excepcionalmente para el criterio E1, el umbral **0.85**.

Criterio E1: "Deportes para los que es **necesario** tener una **estatura alta**"

Se ha bajado el umbral de implicación a **0.85** por aparecer pocas relaciones con umbrales mayores (ver figura 7). El criterio "tener estatura alta" (21% de promedio), es el más bajo en cuanto a su valoración para la práctica de los diferentes deportes. Se constata que únicamente aparecen las VN E1 para 6 deportes (natación, rugby, taekwondo, karate, atletismo y balonmano), siendo la implicación más fuerte (0.95) la existente entre TaeE1 y KarE1. Ninguna de las otras VN de este criterio aparecen relacionadas entre sí.

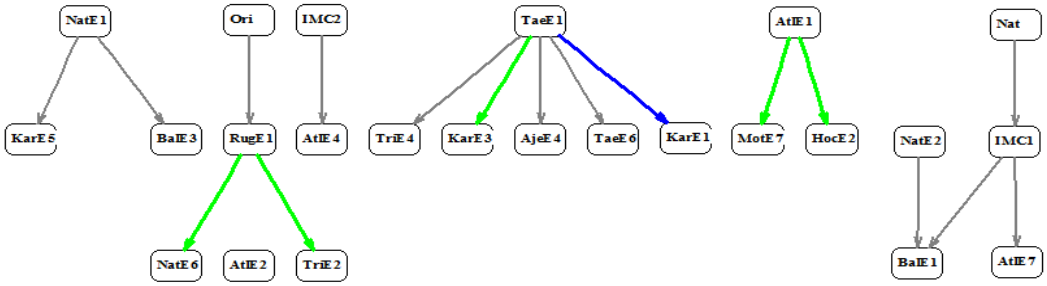


Figura 7 – Cono implicativo del criterio E1 (estatura alta) en todos los deportes (**0.99**, **0.95**, **0.90**, **0.85**).

Señalar que aparecen también reglas que establecen una opinión determinada de uno de los subconjuntos de deportistas. R1: "Las alumnas de *orientación* (**Ori**) piensan que es necesario tener una estatura alta para la práctica del rugby (**RugE1**)" (con un umbral de 0.85). R2: "Las alumnas de *natación* (**Nat**) tienen un índice de masa corporal bajo (**IMC1**) y piensan que es necesario ser altas para practicar balonmano (**BalE1**)"

Criterio E2: "Deportes para los que es muy importante el control del peso"

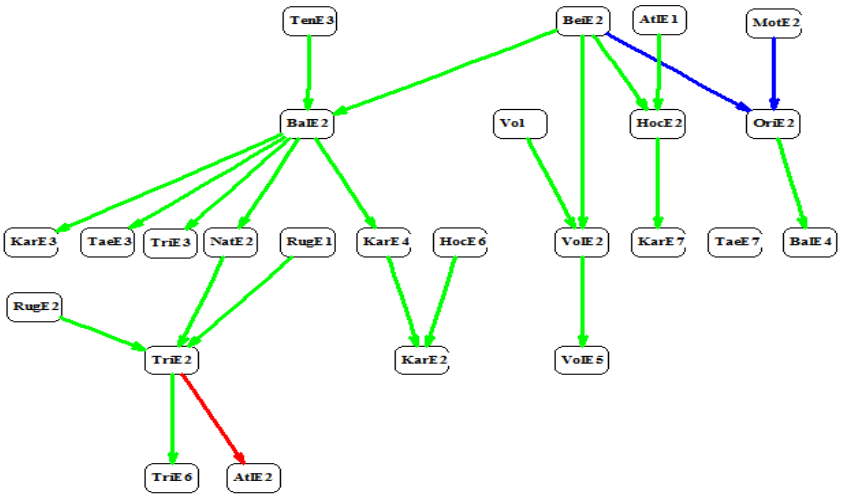


Figura 8 – Modo cono de las variables criterio E2 (control del peso) de las alumnas (**0.99**, **0.95**, **0.90**).

La importancia criterio "control del peso" para la práctica de los deportes, a pesar de estar valorado únicamente con un promedio del 33%, aparecen 11 de las VN de ese criterio E2 (ver figura 8). Destacamos el criterio BeiE2 como padre de 4 hijos no relacionados entre si BalE2, VolE2, HocE2 y OriE2; OriE2 es también atractor de MotE2 (ambas implicaciones a 0.95). El cono implicativo con más VN relacionadas (7), comienza con el criterio BeiE2 en torno a la rama (BeiE2→BalE2→NatE2 →**TriE2→AtlE2** (**0.99**)) que incluye también al RugE2 y KarE2. El otro grupo está formado por BeiE2, HocE2,

VolE2, MotE2 y OriE2. Aparece la regla R3 (umbral **0.90**): "Las alumnas de *vóley* (**Vol**) piensan que es necesario tener control de peso para practicar vóley (**VolE2**)"

Criterio E3: "Deportes que requieren una mayor musculatura/fuerza"

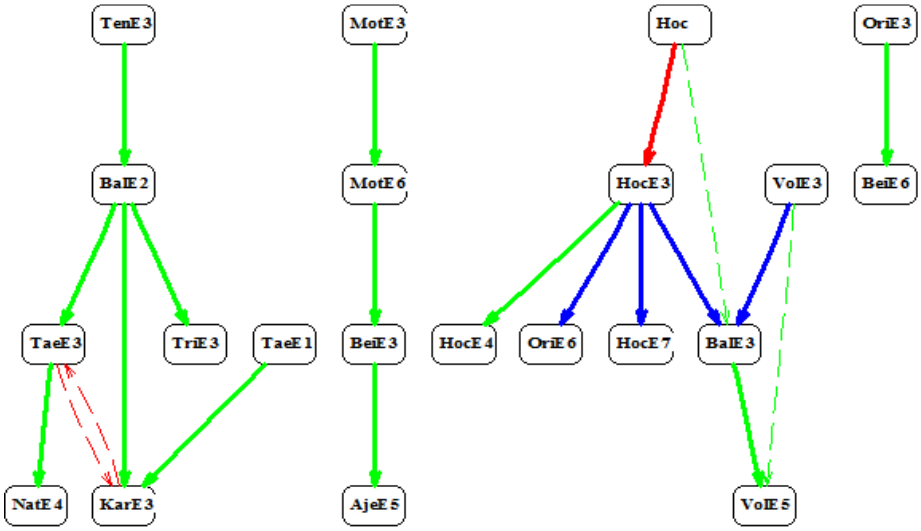


Figura 9 – Modo cono de las variables criterio E3 (musculatura/fuerza) de las alumnas (**0.99**, **0.95**, **0.90**).

Aparecen 10 VN del criterio E3 en 4 subgrafos conexos, faltan las variables AjeE3 (0%), AtlE3, NatE3 y RugE3 (86%); 2 de ellas son los extremos de valoración de E3. Con las VN TenE3, MotE3, HocE3, VolE3 y OriE3 como padres de sus ramas. El primer grafo relaciona TenE3, TriE3, TaeE3 y KarE3, estas dos últimas están coimplicadas por transitividad a 0.99. El segundo, con MotE3 y BeiE3. El tercero incluye HocE3, VolE3 y BalE3, con índice 0.95. Aparece por último el criterio OriE3 aislado de los demás, aunque relacionado con BeiE6 (mayor resistencia física). Aparece la regla R4 (umbral 0.99): "Las alumnas que practican *hockey* (**Hoc**) consideran que practicar su deporte requiere una mayor fuerza muscular (**HocE3**)".

5.2 Variables nodales: los diferentes deportes que practican las alumnas

En primer lugar, hemos considerado variables nodales los 11 deportes que practican las alumnas La figura 10 muestra los conos implicativos resultantes, con 5 deportes como padres en todos ellos, siendo independientes entres si: aparecen implicando determinadas variables de ese mismo deporte: **Hoc**→ **HocE3** (0.99), **Vol**→VolE2 (0.90) y **Nat**→NatE3, **Tae**→TaeE6 (ambas al 0.85) y a una variable objetiva **Nat**→IMC1 (0.85), además de las implicaciones por transitividad del hockey a los criterios HocE4, HocE6 y HocE7. Estas relaciones ya se han ido formulando como reglas, apareciendo, además, R5: "Las alumnas que practican *taekwondo* (**Tae**) consideran necesaria la resistencia física para practicar ese deporte(**TaeE6**)"

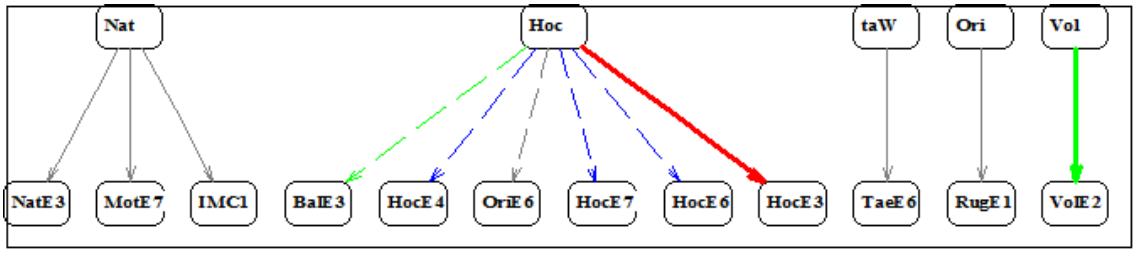


Figura 10 – Conos implicativos de los deportes que practican las alumnas como VN (**0.99**, **0.95**, **0.90**).

Y R6: "Las alumnas de *hockey* (Hoc) opinan que su deporte se encuentra entre los que exigen mayor fuerza (HocE3), mayor nivel de entrenamiento (HocE4) y mayor resistencia física (HocE6), y que también está entre los más competitivos (HocE7)". Se podría decir incluso, que tienden a sobrevalorar la fuerza y la resistencia física con respecto a otros deportes en los que también los consideran (BalE3 y OriE6) pero con umbrales inferiores.

5.3 Variables nodales: los diferentes deportes según los 7 criterios que los definen

Se trata de grafos más "visuales" que sus homólogos respecto los 7 criterios. Y que permiten ver mejor las relaciones de las opiniones sobre un mismo criterio entre los diferentes deportes. Hemos indicado para cada uno de ellos, todas las VN activadas con su porcentaje promedio (%), remarcando en negrita las **VN** que aparecen en el grafo, las relaciones (o ausencias) que aparecen entre ellas y las relaciones de alguna de las VN del deporte seleccionado, con otras variables de ese mismo criterio en otros deportes; todo ello en función de los conos implicativos de los grafos resultantes y los diversos rôles que juegan las VN, como "atractores" (hijos), como "padres" o ambas cosas a la vez.

Deporte: Ajedrez (Aje)

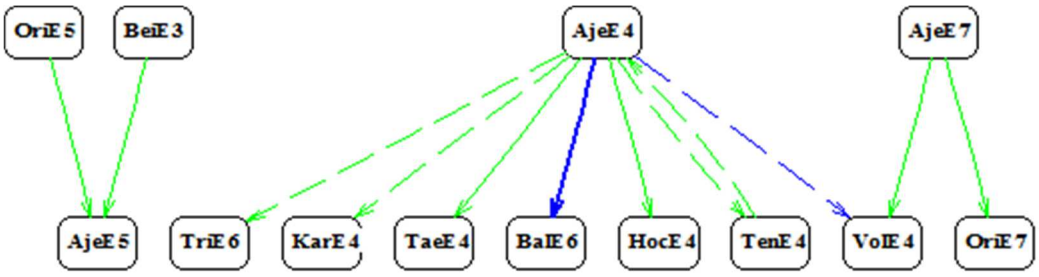


Figura 11 – Cono implicativo de las variables nodales: criterios del Ajedrez (**0.99**, **0.95**, **0.90**).

VN: AjeE1 (0), AjeE2 (0), AjeE3 (0), **AjeE4** (43), **AjeE5** (73), AjeE6 (0) y **AjeE7** (32).
No aparecen los 4 criterios que hacen referencia cualidades físicas (estatura, peso, fuerza y resistencia), como era previsible. El criterio **E7 [más competitivos]** (AjeE7) es padre de OriE7 (situación contraria a la del criterio **E5 [Normas]**, lo que indica la R7: "Las **alumnas** opinan que las normas son más importantes en ajedrez que en orientación y que la orientación es más competitiva que el ajedrez". El criterio **E4 [mayor entrenamiento]** (AjeE4) figura como padre de ese criterio E4 en 5 deportes, lo que podemos recoger como una nueva regla R8 (con umbral superior a 0,90): "Las **alumnas** consideran generalmente que se requiere menor tiempo de entrenamiento en ajedrez que en vóley, hockey, taekwondo y karate".

Deporte: Atletismo (Atl)

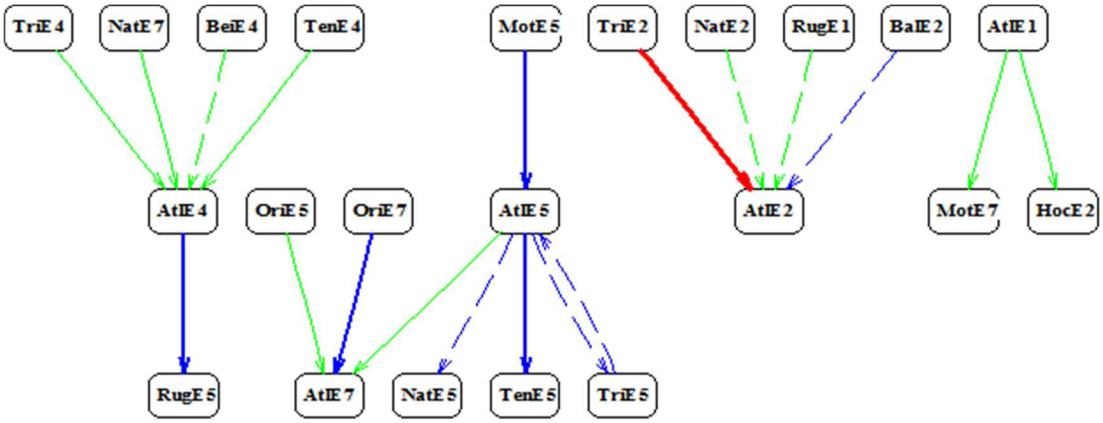


Figura 12 – Modo cono, variables nodales: criterios del Atletismo (**0.99**, **0.95**, **0.90**).

VN: **AtlE1** (11), **AtlE2**(68), AtlE3 (54), **AtlE4** (73), **AtlE5** (49), **AtlE6** (92), AtlE7 (76)
Destaca la implicación (**0.90**) AtlE5→AtlE7 relacionando las VN, **E5 [Normas]** y **E7 [más competitivos]** para este deporte **(Atl)**. Las VN sobre criterios físicos AtlE2 y AtlE4 son hijos de varios padres, lo que muestra que las alumnas conceden una mayor importancia a estos criterios (peso y entrenamiento) en atletismo que en los deportes padres. Destacar **TriE2 → AtlE2 (0.99)** que visualiza la R9: "Las **alumnas** opinan que el control del peso es más importante en atletismo que en triatlón".

Deporte: Balonmano (Bal)

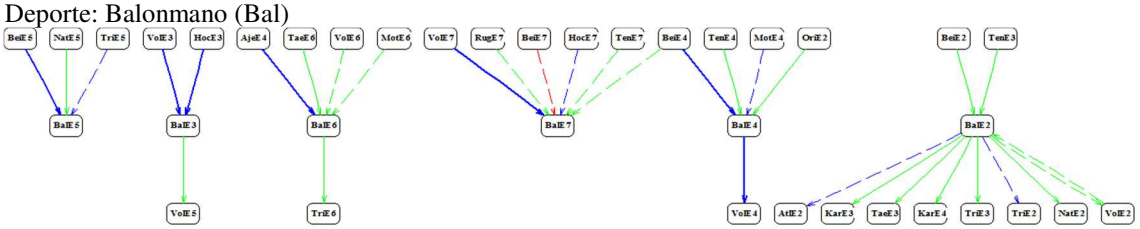


Figura 13 – Modo cono, variables nodales: criterios del Balonmano (**0.99**, **0.95**, **0.90**).

VN: BalE1(84), **BalE2**(27), **BalE3**(62), **BalE4**(57), **BalE5**(81), **BalE6**(54), BalE7 (68)
Todas las VN aparecen como nodos independientes entre sí. No aparece el criterio BalE1, pese a que este criterio para balonmano es considerado por un 84% de las alumnas; como pasa en otras VN de otros deportes, con porcentajes extremos destacando del resto de VN del deporte considerado. El criterio BalE7 aparece en un subgrafo como atractor del criterio **E7 [más competitivos]** en los deportes de vóley, béisbol, hockey, rugby y tenis de mesa, indicando que las alumnas generalmente lo consideran más competitivo que todos ellos. Mientras que consideran menos importante **E2 [control del peso**], que en atletismo, triatlón y natación, al aparecer BalE2 como padre de ellos; también consideran **E4 [mayor entrenamiento]** menos importante que vóley, pero más importante que en moto, triatlón y béisbol apareciendo BalE4 padre o atractor respectivamente.

Las alumnas de hockey son las que condicionan la mayor importancia de la fuerza para la práctica de balonmano respecto vóley y precisamente hockey, (HocE3, VolE3, Hoc) → BalE3, es decir, hijo de 3 padres.

Deporte: Béisbol (bsL/Bei)

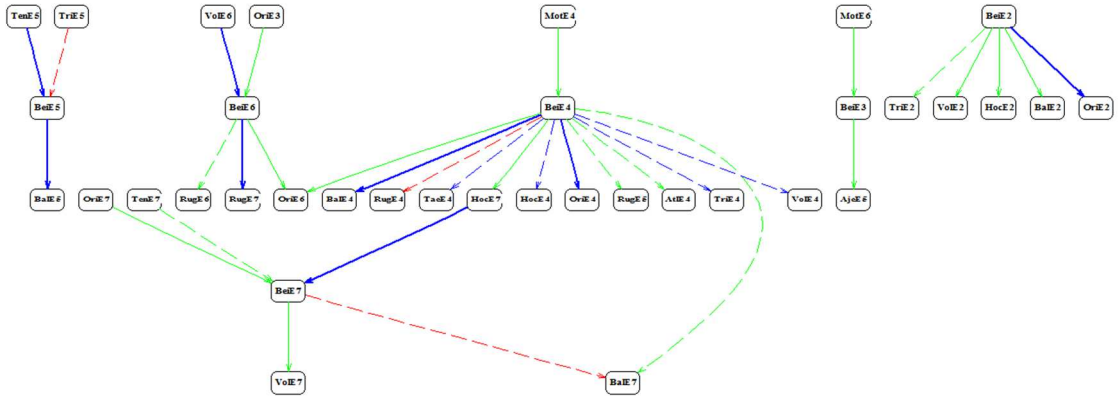


Figura 14 – Modo cono, variables nodales: criterios del Béisbol (**0.99**, **0.95**, **0.90**).

VN: BeiE1 (3), BeiE2 (11), BeiE3 (59), BeiE4 (46), BeiE5 (73), BeiE6 (38), BeiE7 (54)

Destacamos la implicación **Bei**E4 → HocE7 → **Bei**E7 con intensidad **0.95** y **0.90** respectivamente, que indica relaciona 2 VN de béisbol a través de la variable HocE7.

Destacar el cono en torno a la variable nodal BeiE4 que marca relaciones con 9 de los 13 deportes, presentando una forma de "V invertida" con BeiE4 como padre de 8 deportes; lo que marca que el criterio **E4 [mayor entrenamiento]** para béisbol es menos importante que para esos 8 deportes, siendo hijo sólo de uno, motociclismo (MotE4 → BeiE4, a **0.90)** y por tanto más importante que él. BeiE2 es padre de 5 variables o sea que las alumnas consideran generalmente menos importante **E2 [control del peso]** en béisbol que en orientación, balonmano, hockey, vóley y triatlón.

Deporte: Hockey (Hoc)

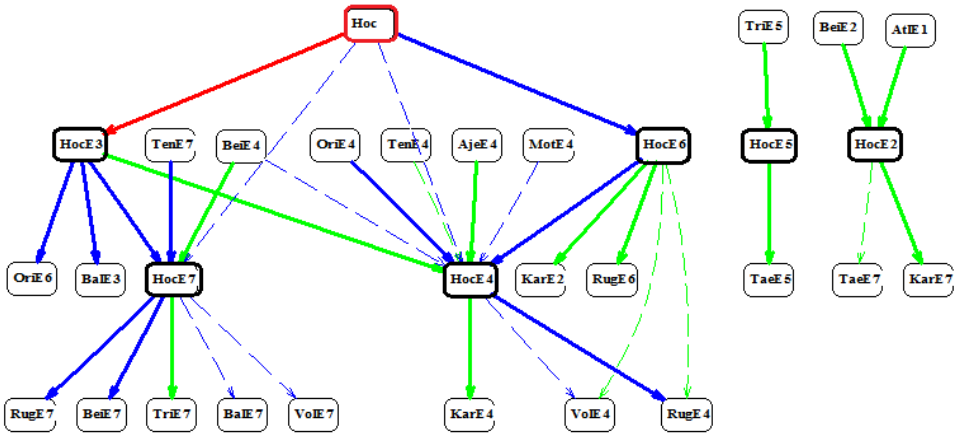


Figura 15 – Modo cono, variables nodales: criterios del Hockey (**0.99**, **0.95**, **0.90**).

VN: HocE1 (0), HocE2(27), HocE3 (27), HocE4 (54), HocE5 (70), HocE6 (35), HocE7(49). No aparecen relaciones para E1.

Las alumnas de hockey (Hoc) son las que determinan la forma en que se estructuran los subgrafos en torno a 4 VN de ese deporte (HocE3, HocE4, HocE6, HocE7) marcando directamente la necesidad de fuerza (HocE3) y la mayor resistencia física (HocE6) para su práctica, con intensidades **0.99** y **0.95** respectivamente. Destacamos también las implicaciones entre VN, **Hoc**E6 → **Hoc**E4 y **Hoc**E3 → **Hoc**E7 ambas con intensidad **0.95**, así como **Hoc**E3 → **Hoc**E4 **0.90**.

Destacamos también las implicaciones entre VN: HocE6 → HocE4 y HocE3 → HocE7 ambas con intensidad **0.95**.

La variable (HocE4) actúa a la vez de atractor de **E4 [mayor entrenamiento]** para otros deportes y de padre, al igual que el **E7 [más competitivos],** lo que marca una consideración intermedia de la importancia de estos criterios para el Hockey.

La importancia que se le concede a **E5 [Normas]** en hockey (HocE5) está entre la que se concede a triatlón (TriE5) de quien es hijo y taekwondo (TaeE5) de quien es padre.

Deporte: Karate (Kar)

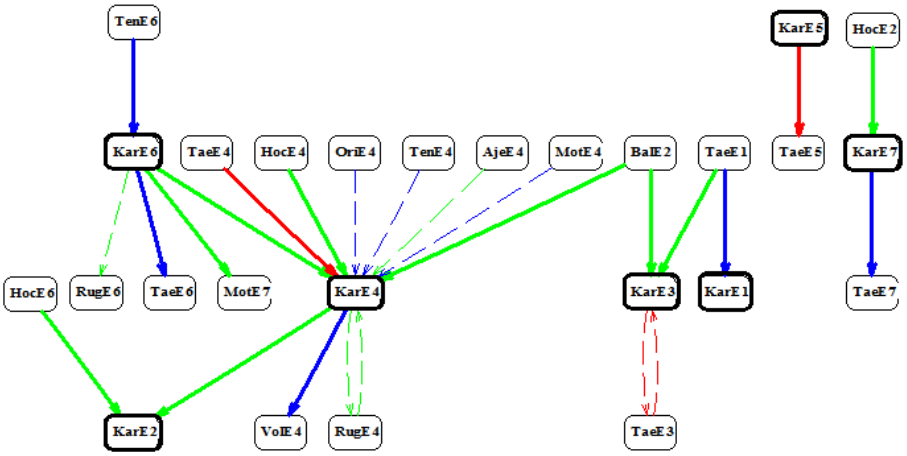


Figura 16 – Modo cono, variables nodales: criterios del Karate (**0.99**, **0.95**, **0.90**).

Valores de promedio en porcentajes de frecuencias para cada criterio del karate son: KarE1 (19), KarE2 (81), KarE3 (57), KarE4 (57), KarE5 (76), KarE6 (35) y KarE7 (70).

Es el único deporte en el que aparecen relaciones que implican a **todos los criterios**.

Destacamos las implicaciones **Kar**E6 → **Kar**E4 → **Kar**E2 con intensidad **0.90**.

Existen fuertes relaciones e implicaciones entre las opiniones sobre los diferentes criterios para **karate y taekwondo**, citamos la exigencia de mayor fuerza de forma equivalente, la importancia de las normas (KarE5 → TaeE5 - **0.99**), lo mismo que para la consideración de más competitivos entre ambos y en el mismo sentido (en este caso con un **0.95**) y la implicación TaeE4 → KarE4 (**0.99**).

El KarE4 (nivel de entrenamiento) estructura 8 deportes, es atractor de 6 y padre de 2, una estructura muy similar a la observada para HocE4.

Es uno de los 5 deportes en los que el criterio E1-altura aparece en los grafos modo cono, aquí TaeE1 → KarE1 (**0.95**).

Deporte: Motociclismo (Mot)

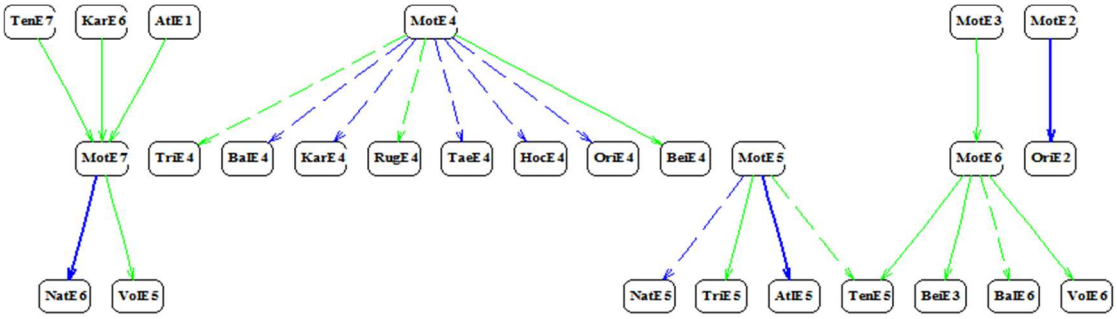


Figura 17 – Modo cono, variables nodales: criterios del Motociclismo (**0.99**, **0.95**, **0.90**).

Valores de promedio en porcentajes de frecuencias para cada criterio del motociclismo son : MotE1 (0), MotE2 (14), MotE3 (8), MotE4 (38), MotE5 (41), MotE6 (16) y MotE7 (41).

No aparecen relaciones para E1. Presenta implicación entre dos de sus criterios: fuerza (**Mot**E3 → Mot**E6** (**0.95**)) y resistencia física.

Los criterios MotE4 (entrenamiento) y MotE5 (normas) son padres de 8 y 4 criterios E4 y E5 respectivamente, las alumnas piensan que generalmente requieren menor entrenamiento y tienen menos importancia las normas que en los deportes relacionados. También figura como padre en los criterios de mayor fuerza (E3) y control del peso (E2) de los deportes con los que se relaciona.

Deporte: Natación (Nat)

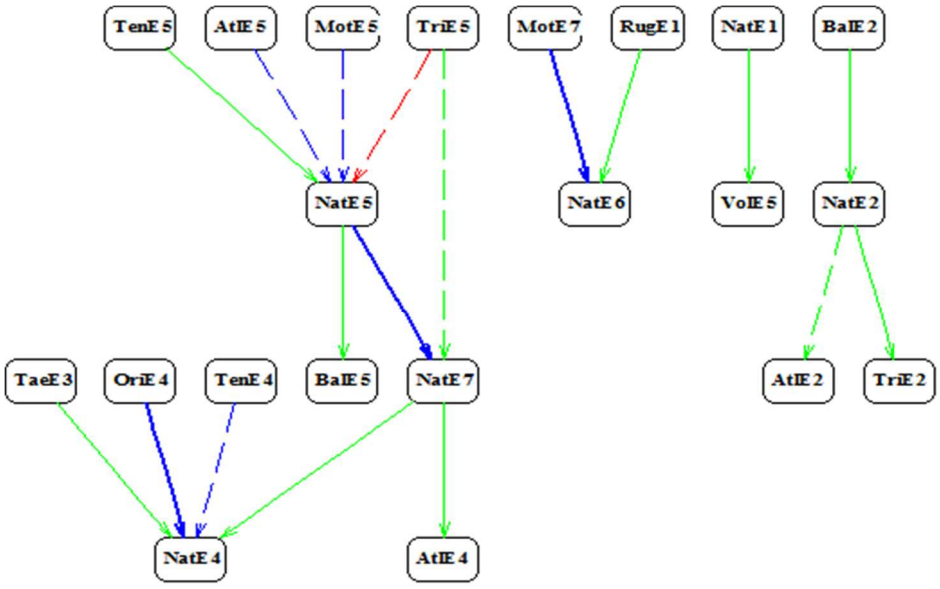


Figura 18 – Modo cono, variables nodales: criterios del Natación (**0.99**, **0.95**, **0.90**).

Valores de promedio en porcentajes de frecuencias para cada criterio de la natación son: NatE1 (0), NatE2 (14), NatE3 (8), NatE4 (38), NatE5 (41), NatE6 (16) y NatE7 (41).

No aparecen relaciones para E3 (fuerza), como ocurre con rugby y atletismo. Es uno de los 4 deportes que implica **tres de sus criterios**: **Nat**E5 → **Nat**E7 → **Nat**E4 (con intensidades **0.95** y **0.90** respectivamente).

NatE4 es atractor de OriE4 y TenE4, así como de NatE7. NatE5 es atractor de TriE5, MotE5, AtlE5 y TenE5 y padre de NatE7.

Deporte: Orientación (Ori)

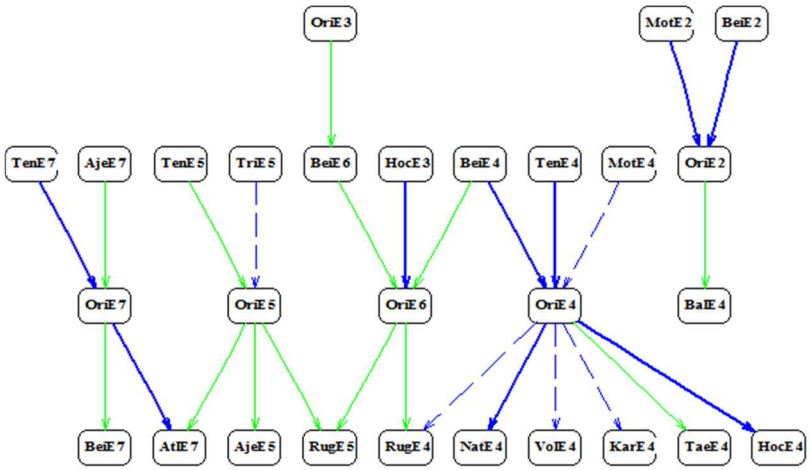


Figura 19 – Modo cono, variables nodales: criterios del Orientación (**0.99**, **0.95**, **0.90**).

Valores de promedio en porcentajes de frecuencias para cada criterio de la orientación son: OriE1 (0), OriE2 (24), OriE3 (11), OriE4 (49), OriE5 (59), OriE6 (51) y OriE7 (41).

No aparecen relaciones para E1. Presenta implicaciones entre **Ori**E3 → BeiE3 → **Ori**E6 (las dos con **0.90**).

Estructura 5 criterios en forma de "*X*", quedando OriE3 como padre aislado. Una vez más, en este deporte también es el criterio E4 (OriE4) el que mayor número de relaciones presenta. Esta posición "central" en la *X*, con padres e hijos indica una valoración "intermedia" de estos criterios para orientación.

Deporte: Rugby (Rug)

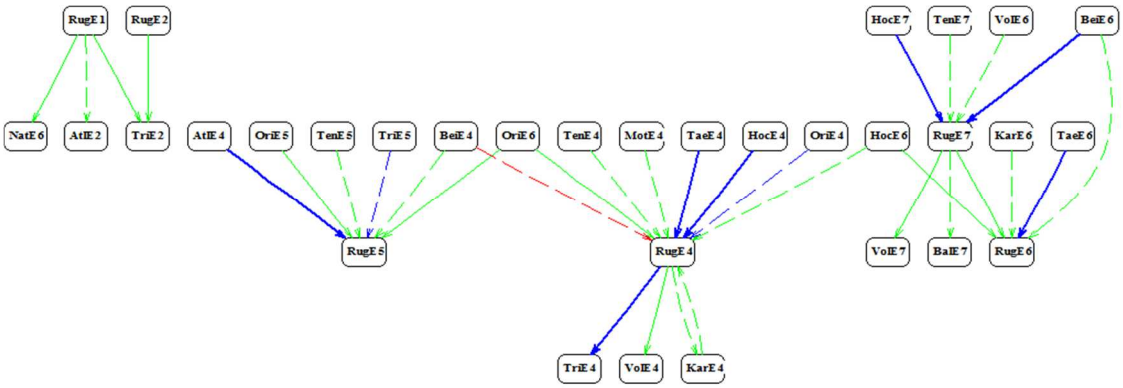


Figura 20 – Modo cono, variables nodales: criterios del Rugby (**0.99**, **0.95**, **0.90**).

Valores de promedio en porcentajes de frecuencias para cada criterio del rugby son: RugE1 (32), RugE2 (14), RugE3 (86), RugE4 (57), RugE5 (76), RugE6 (68) y RugE7 (57).

No aparecen relaciones para E3. La implicación **Rug**E7 → **Rug**E6 aparece con una intensidad de **0.90**.
Es un deporte en el que las variables sobre el resto de criterios se estructuran de forma más variada, con formas *X*, *V* y ◢ (*V-invertida*).

RugE5 es atractor de TriE5, OriE5 y TenE5; y RugE7 lo es de HocE7 y TenE7.

Deporte: Taekwondo (Tae)

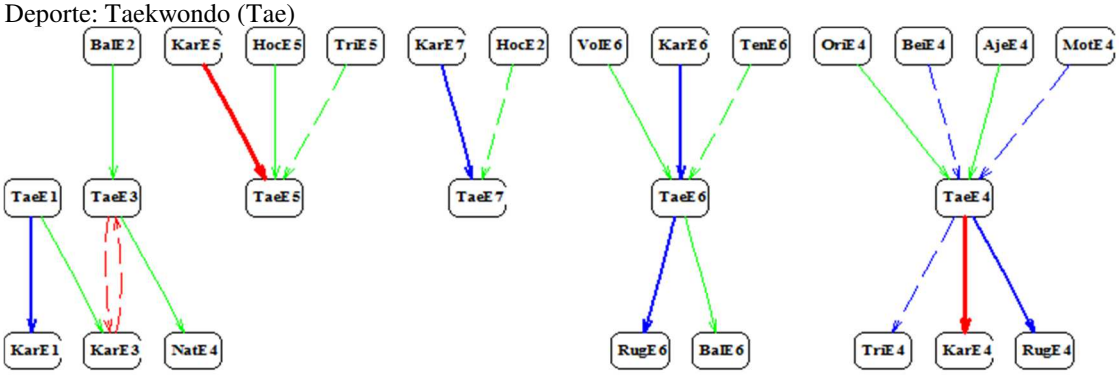


Figura 21 – Modo cono, variables nodales: criterios del Taekwondo (**0.99**, **0.95**, **0.90**).

Valores de promedio en porcentajes de frecuencias para cada criterio del taekwondo son: TaeE1 (16), TaeE2 (95), TaeE3 (57), TaeE4 (54), TaeE5 (78), TaeE6 (43) y TaeE7 (73).

No aparecen relaciones para **E2** (control del peso). A pesar de que tiene un **95% de promedio**, le ocurre como en el caso de otras variables que se desvían más del promedio.

Remitimos a las observaciones realizadas en karate. Hay que hacer notar que las 6 variables que figuran en los grafos implicativos para estos dos deportes son equivalentes si fijamos el umbral de equivalencia en 0.9, y CHIC nos propone como representante de la clase correspondiente siempre la variable del criterio del karate, excepto para el caso de TaeE1. No hemos utilizado la reducción de variables equivalentes por razones de oportunidad a la hora de obtener más directamente las relaciones que queremos mostrar.

Deporte: Tenis de mesa (Ten)

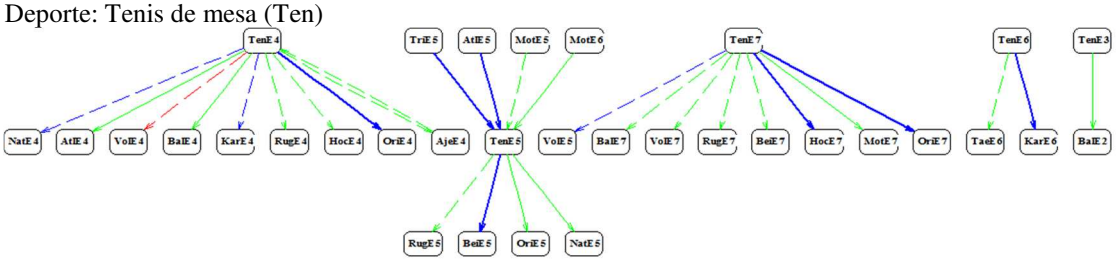


Figura 22 – Modo cono, variables nodales: criterios del Tenis de mesa (**0.99**, **0.95**, **0.90**).

Valores de promedio en porcentajes de frecuencias para cada criterio del tenis de mesa son: TenE1 (0), TenE2 (5), TenE3 (11), TeneE4 (43), TenE5 (51), TenE6 (22) y TenE7 (35). Hay que recordar que, aunque se practica en el CE de Cheste, no hay ninguna alumna de las encuestadas que lo practique.

No aparecen relaciones ni para E1 ni para E2. Tampoco presenta ninguna relación entre las variables de los criterios para este deporte. Las variables sobre los criterios de este deporte en los grafos implicativos modo cono estudiados solo aparece como "hijo" en el caso de TenE5-Normas, siendo sus padres TriE5, AtlE5 y MotE5.

Se puede inferir que los criterios nivel de entrenamiento y el carácter de más competitivo en el caso del tenis de mesa es generalmente muy poco valorado por las alumnas. Probablemente consecuencia del desconocimiento de ese deporte por parte de las alumnas.

Deporte: Triatlón (Tri)

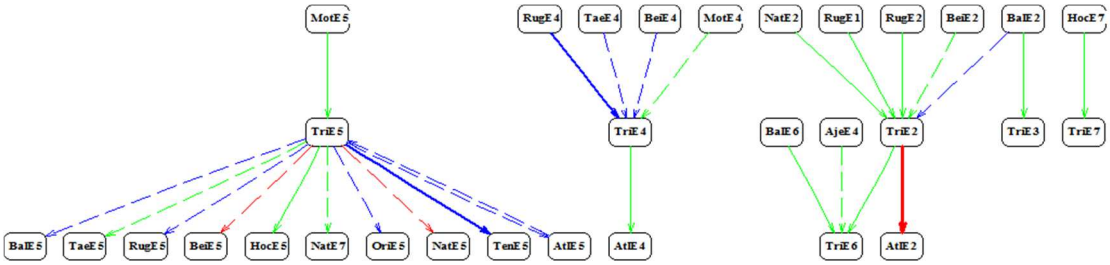


Figura 23 – Modo cono, variables nodales: criterios del Triatlón (**0.99**, **0.95**, **0.90**).

Valores de promedio en porcentajes de frecuencias para cada criterio del triatlón son: TriE1 (5), TriE2 (41), TriE3 (46), TrieE4 (68), TriE5 (49), TriE6 (73) y TriE7 (68). Hay que recordar que aunque se practica en el CE de Cheste no hay ninguna alumna de las encuestadas que lo practique.

No aparecen relaciones para E1. Aparece la implicación **Tri**E2 → **Tri**E6 con intensidad **0.90** coherente con que sea más importante la exigencia de más resistencia física para el triatlón que control del peso.

La variable TriE5-Normas de este deporte estructura un subgrafo que implica a todos los deportes menos ajedrez, karate y vóley. TriE2-Peso es atractor de 4 padres NatE2, BalE2, RugE2 y BeiE2 y tiene un hijo AtlE2. Como ocurre con TriE4-Entreno, tiene 4 padres RugE4, TaeE4, BeiE4 y MotE4, y un hijo AtlE4 (**Tri**E4 → **Atl**E4 (**0.99**))

Deporte: Vóley (Vol)

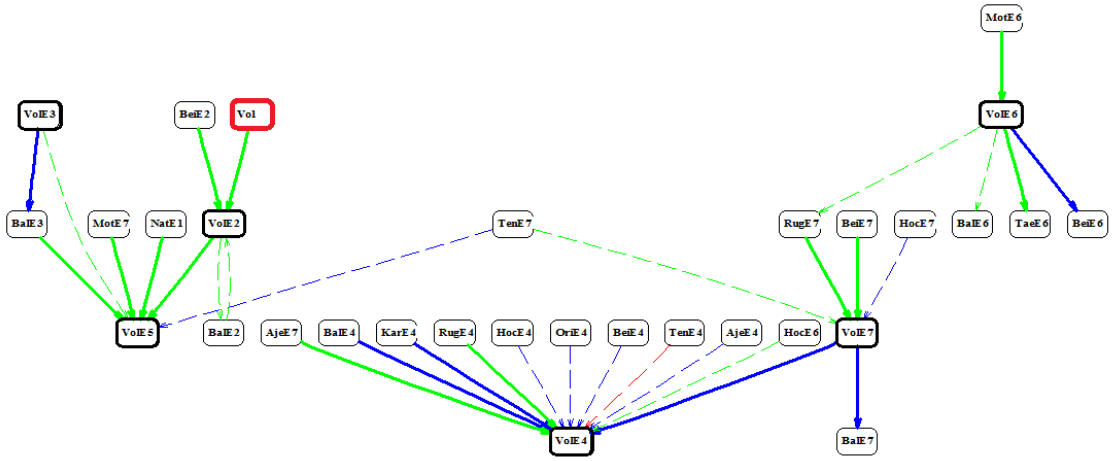


Figura 24 – Modo cono, variables nodales: criterios del Vóley (**0.99**, **0.95**, **0.90**).

Valores de promedio en porcentajes de frecuencias para cada criterio del vóley son: VolE1 (97), VolE2 (27), VolE3 (43), VoleE4 (68), VolE5 (73), VolE6 (35) y VolE7 (65).

No aparecen relaciones para E1, siendo que su promedio de porcentajes es del 97% (se trata de un valor extremo). Vóley es el deporte para el que aparecen más implicaciones entre sus propios criterios: **Vol**E6 → RugE7 → **Vol**E7 → **Vol**E4, con intensidades de **0.90**, **0.90** y **0.95** respectivamente; **Vol**E2 → **Vol**E5 (**0.90**) y **Vol**E3 → BalE3 → **Vol**E5 (**0.95** y **0.90**).

Los subgrafos de sus variables nodales presentan formas diversas (*X*, *V* y ◢ *V-invertida*).

Vemos que VolE4 tiene 8 padres del criterio E4 de otros deportes (Bal, Kar, Rug, Hoc, Ori, Bei, Ten y Aje) y otros 3 padres de otros criterios, siendo el deporte que mayor

número de padres presenta. No aparecen relacionados con VolE4 hasta este nivel (**0.90**) Atl, Mot, Nat, Tae y Tri del criterio mayor nivel de entrenamiento (E4).

Por otra parte se observa que VolE7 es el único hijo de BalE7, y atractor de 4 padres: BeiE7, RugE7, HocE7 y TenE7.

6 Conclusiones

Los diversos grafos implicativos utilizados nos han permitido ir mostrando las relaciones existentes entre las múltiples variables de nuestro abundante corpus de datos, provenientes de las 7x14 opiniones sobre la importancia/necesidad de los 7 criterios en los 14 deportes considerados. Cada uno de ellos lo ha hecho desde una mirada diferente que ha aportado informaciones complementarias, debido a la diversa interpretación semántica que ha proporcionado cada grafo. El árbol de similaridad ha clasificado las variables, en niveles muy significativos con clases de cuasi equivalencia agrupando las variables de un mismo criterio. El grafo implicativo ha mostrado una estructura muy reconocible de los datos, en subgrafos identificados también por cada criterio, con un umbral de implicación alto, superior al 0.95, estableciendo una ordenación de valoración creciente de las variables de cada criterio según los diferentes deportes, marcada por el sentido de la implicación. Los 7 conos implicativos obtenidos a partir de las variables nodales "criterio" (14 variables nodales correspondientes a los 14 deportes, para cada criterio) han revelado nuevas relaciones y reglas no visibles en el grafo implicativo, entre las variables de los criterios C1, C2 y C3 al poder bajar el umbral de implicación a 0.90 y seguir siendo "legible" el grafo. Los 14 conos implicativos obtenidos a partir de las variables nodales "deporte", son los más sencillos y visuales por el menor número de variables nodales seleccionado (7 criterios por deporte), permitiendo una rápida identificación de las variables nodales retenidas en cada grafo y las relaciones (o su ausencia) de los criterios de cada deporte entre sí o con el mismo criterio de otros deportes. Por último, señalar que los conos implicativos, eligiendo como variables nodales los deportes que practican las alumnas, han puesto de manifiesto reglas que muestran la relación entre las alumnas que practican un deporte y sus opiniones sobre la importancia de determinados criterios, para la práctica de su deporte. Es el grafo más sencillo, pero sus conos explicativos y las reglas que se derivan, muestran un resumen de las opiniones de las alumnas sobre los deportes.

Bibliografía

[1] Burrows, R., N. Díaz y S. Muzzo (2004), Variaciones del índice de masa corporal (IMC) de acuerdo al grado de desarrollo puberal alcanzado, *Rev Méd Chile*, 132, 1363-1368.

[2] Felip, V., Gregori, P. y Orús, P. (2017). Análisis de la autoimagen de jóvenes deportistas de élite mediante grafos implicativos. *Actes du IX Colloque International A.S.I. Analyse Statistique Implicative*. Belfort

[3] Eisenstein, E. (1994), Nutrición y salud en la adolescencia. En Matilde Maddaleno et al. (eds.), *La salud del adolescente y del joven,* Organización Panamericana de la Salud (Publicación científica, 552), pp. 144-154.

[4] Felip, V., P. Gregori, P. Orús (2017), El cono implicativo organizador de las opiniones sobre el deporte, de jóvenes deportistas de élite. *Actes du IX Colloque International A.S.I. Analyse Statistique Implicative*. Belfort.

[5] Gras, R., E. Suzuki, F. Guillet y F. Spagnolo (eds) (2008), *Statistical Implicative Analysis, Theory and Applications*, Springer.
[6] Gras, R., J.-C. Régnier, C. Marinica et F. Guillet (2013), L'analyse statistique implicative, Méthode exploratoire et confirmatoire à la recherche de causalités, Cépaduès Editions, Toulouse.
[7] Guerrero, S. (1999), Tratamiento de la información. *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 20, 5-8.
[8] Kirkcaldy, B.D., R.J. Shephard y R.G. Siefen (2002), The relationship between physical activity and self-image and problem behaviour among adolescents. *Social Psychiatry and Psychiatric Epidemiology*. 37(11), 544-550.
[9] Lahanier-Reuter, D., R. Gras y M. Bailleul (2015), Variable nodale et cône implicatif. Actes du VIII Colloque International A.S.I. Analyse Statistique Implicative. http://sites.univ-lyon2.fr/ASI8/
[10] Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2013), *Guía para la formación en centros sobre las competencias básicas*. Ed. Secretaría General Técnica. Subdirección General de Documentación y Publicaciones. Disponible en https://sede.educacion.gob.es/publiventa/guia-para-la-formacion-en-centros-sobre-las-competencias-basicas/ensenanza-centros-de-ensenanza/16109
[11] Orús, P. (1986), L'ensignement des méthodes de classification. Proposition d'une ingénierie pour le cours moyen. DEA, Université de Bordeaux-I.
[12] Orús, P. (1992), Le raisonnement des élèves dans la relation didactique; effets d'une iniciation à l'analyse classificatoire dans la scolarité obligatoire. Thése presentée à l'Université de Bordeaux-I. Université de Bordeaux.
[13] Orús, P. (1993), Un champ commun de représentation de certaines connaissancces personelles, des raisonnements naturels, des connaissances officielles, mème des savoirs, dans la relation didactique: les tableaux des données de l'analyse typologique. *Actes du VIIème école d'été de didactique des mathématiques*. Ed. IREM De Clermont-Fd.
[14] Orús, P. e I. Pitarch (2000), Utilisation didactique des tableaux des données et du logiciel chic à l'école élémentaire. *Actes des journées sur la fouille dans les données par la méthode d'analyse statistique implicative. Caen.* Ed: École Polytechnique de l'Université de Nantes, (pp. 85-98)
[15] Orús, P. (2003), *Tratamiento de datos, grafos, y didáctica de las matemáticas*. Ed. UNED, no 26 de la Colección Disertaciones del Seminario de Matemáticas Fundamentales. Madrid.
[16] Orús, P., L. Zamora, I. Alonso, A. Gorina y M. Álvarez (2009), Tratamiento de datos, lógica y estadística en la enseñanza preuniversitaria. Un estudio mediante la aplicación del CHIC. *Teoría y aplicaciones del ASI: primera aproximación en lengua hispana*. Ed. Universitat Jaume I Castellón. (pp. 279-298) Disponible en http://hdl.handle.net/10234/125568
[17] Pérez Recio, G., F. Rodríguez Guisado, E. Esteve, I. Larraburu, J. Font Cercós y V. Pons (1992), Prevalencia de trastornos de la conducta alimentaria en deportistas. *Revista de psicología del deporte*, 1(1), 0005-016.
[18] Pitarch, I. (2002), Estudio sobre la viabilidad y el interés didáctico del tratamiento de la información en la ESO. Trabajo de investigación de tercer ciclo. U. Jaume I de Castellón.
[19] Pitarch, I. y P. Orús (2003), Logic and data handling in secondary education. CERME3: Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education. Bellaria, Italy.
[20] Pitarch, I. (2016), Desarrollo de la competencia "Tratamiento de la información" en la ESO, a través de la lógica y del análisis estadístico de los datos. Tesis doctoral. Universitat Jaume I de Castellón.
[21] Pitarch, I., P. Orús y P. Gregori (2017), Control del dominio de las operaciones lógicas básicas en alumnos de 11 a 16 años mediante ASI. A*ctes du IX Colloque International A.S.I. Analyse Statistique Implicative.* Belfort.
[22] Rogers, C. R. (1959), A theory of therapy, personality, and interpersonal relationships: as developed in the client-centered framework. *S. Koch, Psychology: A Study of a Science. Vol. 3: Formulations of the Person and the Social Context*. New York: McGraw Hill.Annexe

Anexo 1. Tabla resumen con hijos y padres de cada variable nodal

En cada celda hay 4 valores: dos en la parte superior, el primero en negrita (**N+N**), y de la misma forma dos en la parte inferior (**N+N**). Los valores de la parte superior representan en número de "padres" según sean de **otros deportes de ese mismo criterio en negrita** u otros criterios de otros deportes. Los valores de la parte inferior representan lo mismo para el número de "hijos"	AJEDREZ	ATLETISMO	BALONMANO	BEISBOL Y SOFBOL	ORIENTACIÓN	HOCKEY	KARATE	MOTOCICLISMO	NATACIÓN	RUGBY	TAEKWONDO	TENIS DE MESA	TRIATLON	VOLEIBOL
E1. Señala los deportes para los que tu consideras que es necesario tener una **estatura alta**		0+0 AtlE1 0+2					1+0 KarE1 0+0		0+0 NatE1 0+1	0+0 RugE1 0+3	0+0 TaeE1 1+1			
E2. Señala los deportes para los que en tu opinión es muy importante el **control del peso**		3+1 AtlE2 0+0	1+1 BalE2 4+4	0+0 BeiE2 5+0	2+0 OriE2 0+1	1+1 HocE2 0+2	0+2 KarE2 0+0	0+0 MotE2 1+0	1+0 NatE2 2+0	0+0 RugE2 1+0			4+1 TriE2 1+1	2+0 VolE2 2+1
E3. Indica, según tu opinión, qué deportes requieren una mayor **musculatura/fuerza**			2+0 BalE3 0+1	0+1 BeiE3 0+1	0+0 OriE3 0+1	0+0 HocE3 1+2	0+2 KarE3 1+0	0+0 MotE3 0+1			1+1 TaeE3 1+1	0+0 TenE3 0+1	0+1 TriE3 0+0	0+0 VolE3 1+1
E4. Indica qué deportes requieren dedicar más tiempo para un **mayor nivel de entrenamiento**	0+0 AjeE4 5+2	3+1 AtlE4 0+1	3+1 BalE4 1+0	1+0 BeiE4 8+4	3+0 OriE4 6+0	5+1 HocE4 3+0	6+2 KarE4 2+1	0+0 MotE4 8+0	2+2 NatE4 0+0	7+2 RugE4 3+0	4+0 TaeE4 3+0	1+0 TenE4 0+9	4+0 TriE4 1+0	8+3 VolE4 0+0
E5. Señala los deportes para los que son muy importantes las **normas y reglas**	1+1 AjeE5 0+0	1+0 AtlE5 3+1	3+0 BalE5 0+0	2+0 BeiE5 1+0	2+0 OriE5 2+1	1+0 HocE5 1+0	0+0 KarE5 1+0	0+0 MotE5 4+0	4+0 NatE5 1+1	3+3 RugE5 0+0	3+0 TaeE5 0+0	3+1 TenE5 4+0	2+0 TriE5 9+1	0+6 VolE5 0+0
E6. Señala , los deportes que consideres requieren una **mayor resistencia física**			3+1 BalE6 1+0	1+1 BeiE6 2+1	1+2 OriE6 0+2	0+0 HocE6 1+4	1+0 KarE6 2+2	0+1 MotE6 2+2	0+2 NatE6 0+0	4+2 RugE6 0+0	3+0 TaeE6 2+0	0+0 TenE6 2+0	1+2 TriE6 0+0	1+0 VolE6 3+1
E7. Señala los deportes que consideres que son los **más competitivos**	0+0 AjeE7 1+1	1+2 AtlE7 0+0	5+1 BalE7 0+0	3+0 BeiE7 2+0	2+0 OriE7 2+0	1+2 HocE7 5+0	0+1 KarE7 1+0	1+2 MotE7 0+2	0+2 NatE2 0+2	2+2 RugE7 2+1	1+1 TaeE7 0+0	0+0 TenE7 7+1	1+0 TriE7 0+0	4+0 VolE7 1+1

Nota de Jose.- Ésta es figura pegada (ya corregidos los pequeños errores y marcadas las celdas "con más hijos o padres") La de abajo no tiene detalle de la columna 1.

Los números de la parte superior indican el número de padres de cada variable nodal considerada (siendo el primer sumando variables de **ese mismo criterio** en otros deportes; y el segundo sumando el resto de criterios de cualquier deporte que sea padre de ese criterio-deporte). Resaltamos los criterio-deporte que relacionan mayor número de variables padre.

Lo mismo para los sumandos de la parte inferior de cada celda, pero respecto el número de hijos del criterio de la celda correspondiente (de otros deportes con **ese mismo criterio** + resto de criterios de cualquier deporte). Resaltamos los criterio-deporte que mayor número de variables hijo presentan.

Anexo 2. Esquema visual (14x7) resumen ordenado por deportes

En la figura siguiente se presenta una ordenación relativa de los criterios, según los porcentajes de atribución de las alumnas a cada deporte (en orden creciente).

Se ve claramente que los criterios E1 (estatura alta) y E2 (control del peso) son los menos valorados, en términos relativos, para la mayoría de los deportes, aunque con diferentes porcentajes. Las excepciones son: E1 para balonmano y vóley y E2 para karate y taekwondo; éstas dos últimas, consecuencia directa de la reglamentación de dichos deportes.

	Menor % 1º	2º	3º	4º	5º	6º	Mayor % 7º
AJE	***E1 (0)***	***E2 (0)***	***E3 (0)***	***E6 (0)***	E7 (32)	**E4 (43)**	E5 (73)
ATL	E1 (11)	E5 (49)	E3 (54)	E2 (68)	**E4 (73)**	E7 (76)	E6 (92)
BAL	**E2 (27)**	E6 (54)	**E4 (57)**	E3 (62)	E7 (68)	E5 (81)	E1 (84)
BEI	E1 (3)	E2 (11)	E6 (38)	**E4 (46)**	E7 (54)	E3 (59)	E5 (73)
ORI	***E1 (0)***	E3 (11)	E2 (24)	E7 (41)	**E4 (49)**	E6 (51)	E5 (59)
HOC	***E1 (0)***	E3 (27)	E2 (27)	E6 (35)	E7 (49)	**E4 (54)**	E5 (70)
KAR	E1 (19)	E6 (35)	E3 (57)	**E4 (57)**	E7 (70)	E5 (76)	E2 (81)
MOT	***E1 (0)***	E3 (8)	E2 (14)	E6 (16)	**E4 (38)**	E7 (41)	E5 (41)
NAT	E1 (24)	E2 (32)	E5 (57)	E7 (62)	E3 (65)	E6 (78)	**E4 (81)**
RUG	E2 (14)	E1 (32)	E7 (57)	**E4 (57)**	E6 (68)	E5 (76)	E3 (86)
TAE	E1 (16)	E6 (43)	**E4 (54)**	E3 (57)	E7 (73)	E5 (78)	E2 (95)
TEN	**E1 (0)**	E2 (5)	E3 (11)	E6 (22)	E7 (35)	**E4 (43)**	E5 (51)
TRI	E1 (5)	E2 (41)	E3 (46)	E5 (49)	E7 (68)	**E4 (68)**	E6 (73)
VOL	E2 (27)	E6 (35)	E3 (43)	E7 (65)	**E4 (68)**	E5 (73)	E1 (97)

E1	Estatura alta
E2	Control peso
E3	Mayor fuerza
E4	Mayor entreno
E5	Normas
E6	Resistencia física
E7	Mas competitivo

Figura 24 – Ordenación relativa de los criterios para cada deporte, en orden creciente, entre paréntesis (%) de atribución para cada criterio según los deportes de que se trate.

Los otros dos criterios relativos a cualidades físicas, como son la mayor fuerza (E3) y la resistencia física (E6), presentan una desviación ligeramente menor de los valores en porcentaje y sus promedios se encuentran en la franja central de las valoraciones.

El caso de los criterios E5 (normas) y E7 (más competitivo) presentan valoraciones en porcentaje superiores al resto y con las menores desviaciones (junto al criterio E4).

El caso del criterio E4 (mayor entrenamiento) es el más interesante. Presenta la menor desviación de porcentajes de valoración, ocupa posiciones relativas centrales con tendencia a ser el criterio subjetivo más valorado, ya que los criterios E5 y E7 son inherentes a la definición de deporte.

LE RÔLE CLÉ DES VARIABLES NODALES DANS UN GRAPHE IMPLICATIF

Marc BAILLEUL[1], Laurence LEROYER[2]

THE KEY ROLE OF NODAL VARIABLES IN AN IMPLICATIVE GRAPH

RÉSUMÉ

A travers l'exemple d'une enquête sur la représentation du métier d'enseignant chez des professeurs des écoles en formation, s'étalant sur presque dix années et trois passations (2007, 2012 et 2015), nous mettons en évidence le rôle clé des variables nodales dans l'interprétation des graphes implicatifs, au-delà de la structuration de l'espace des variables que permet l'analyse statistique implicative. L'évolution du statut de ces variables dans le graphe est révélatrice de phénomènes auxquels il conviendra de donner sens.

Mots-clés : *représentation du métier de professeurs des écoles, graphe implicatif, variables nodales.*

ABSTRACT

Through the example of a survey on the representation of the teaching profession among primary teachers at the end of their training, lasting almost ten years and three passes (2007, 2012 and 2015), we highlight the key role of nodal variables in the interpretation of implicative graphs, beyond the structuring of the space of the variables allowed by the implicative statistical analysis. The evolution of the status of these variables in the graph is indicative of phenomena to which it is necessary to give meaning.

Keywords : *primary teachers' representation of teaching, implicative graph, nodals variables.*

1 Introduction

Devant les difficultés que rencontrent au quotidien les enseignants de tous cycles dans l'exercice de leur métier, une réflexion s'est engagée depuis plus de deux décennies sur la dimension professionnelle de leur travail et, conséquemment, de leur formation. Dans un premier temps, nous ferons une brève présentation générale de l'enquête que nous avons menée depuis 2007 en trois passations sur la représentation du métier chez des professeurs des écoles en formation (pour une présentation plus fouillée sur le plan théorique, voir Bailleul, Wittorski, 2012 in Bailleul, Thémines, Wittorski, 2012). A la fin de notre intervention au colloque ASI8 de Tunis en 2015, nous avions conclu, à propos d'un des items de notre enquête dont nous avions étudié l'évolution entre les deux passations 2007 et 2012, que la passation 2015 nous apporterait peut-être de nouvelles informations sur ladite évolution. Nous allons vérifier cette hypothèse tant du point de vue de la structuration générale des graphes implicatifs issus de l'analyse des trois corpus recueillis que du point de vue de l'étude de deux autres variables qui occupent une position nodale

1 CIRNEF, Normandie Université, EA 7454
2 ESPE de l'Académie de Caen, Université Caen Normandie, CIRNEF, EA 7454

dans le graphe 2007. Pour terminer, nous discuterons du caractère clé des variables nodales[3], en termes d'interprétation des graphes.

2 2007, 2012 et 2015 : trois passations d'une même enquête

2.1 L'objet de recherche : la construction de la professionnalité chez les enseignants débutants

Comment les futurs professeurs des écoles en formation s'approprient-ils les attentes institutionnelles et les règles du métier (Clot, Faïta, 2000) auquel ils se destinent ? Bien entendu, c'est en termes de tension qu'il convient d'envisager cette question initiale mais un autre axe doit mobiliser notre attention : celui de l'acteur en formation. Comment un enseignant débutant accommode-t-il l'ensemble de ses savoirs (disciplinaires, expérienciels, sociaux, etc.) à travers ce qu'il lui est proposé de faire en situation de formation ? Ce sont ces questions qui nous ont motivés quand, en 2006, un référentiel de formation fut publié par le Ministère de l'Éducation Nationale.

2.2 Le cadre conceptuel de ces recherches

Nos travaux s'inscrivent dans le champ des réflexions sur la professionnalisation des enseignants (Bourdoncle, 1993). Nous entrons dans cette thématique en mettant en tension l'offre de professionnalisation, côté institution (Wittorski, 2007) et la dynamique de la construction initiale de la professionnalité, côté sujets, première étape de ce que nous appellerons le développement professionnel (Brodeur, Deaudelin, Bru, 2005 ; Uwamariya, Mukamurera, 2005).

Notre groupe de recherche considère que le processus de développement professionnel des enseignants s'effectue dans les espaces de la formation (en IUFM[4] / ESPE[5]), de la transition formation-travail (IUFM, ESPE et établissement scolaire) et du travail investi (en établissement scolaire). Il correspond à trois dynamiques :

- une dynamique de transformation des connaissances et des compétences ;
- une dynamique de transaction individuelle entre une offre institutionnelle de professionnalisation, un mode de contrôle des professionnalités et des modalités effectives de construction de celles-ci comme enseignant stagiaire puis titulaire ;
- une dynamique de transaction individuelle entre l'identité héritée et l'identité vécue ou en construction/transformation.

Problématique générale de la recherche

Nous considérons ainsi que les enseignants en formation, en livrant, via un questionnaire, leur vécu et ressenti à propos de leur parcours de formation et de travail, révèlent dans le même temps la proximité ou la distance qu'ils ont vis à vis de l'offre-injonction institutionnelle de professionnalisation (discours de la formation et du terrain). Il y aurait ainsi une tension entre le projet de l'institution et les vécus des enseignants en formation et au travail. Le projet de l'institution est lisible à la fois dans les textes qui régissent la formation (de ce point de vue la prescription est forte), mais aussi dans les pratiques de formation proposées et les modalités d'évaluation professionnelle (visites de formateurs et/ou d'inspecteurs notamment). Pour leur part, les enseignants vivent des expériences

3 Nous appelons « variable nodale » une variable qui, dans un graphe implicatif, occupe une position de nœud : extrémité d'une ou plusieurs flèches implications et origine d'une ou plusieurs autres. On pourra se reporter à Lahanier-Reuter, Gras, Bailleul, 2015.

4 IUFM : Institut Universitaire de Formation des Maîtres

5 ESPE : École Supérieure du Professorat et de l'Éducation

personnelles contrastées dans leur établissement d'exercice, ils sont confrontés à la fois à des discours venant de leurs pairs qui n'entrent pas toujours en résonance avec le projet de l'institution et à des réactions des élèves et des parents qui leur renvoient une image d'eux-mêmes et de leur métier qui les interroge. Dès lors, une tension est ressentie par les enseignants en formation qui est à l'origine du développement de stratégies identitaires qui nous semblent être au cœur du processus de développement professionnel des nouveaux enseignants. Nous faisons l'hypothèse que les réponses au questionnaire constituent des traces de ces stratégies. En comparant les résultats issus de trois campagnes de collecte de données réalisées respectivement en 2007, 2012 et 2015, auprès de trois promotions ayant suivi des formations conçues sur la base de logiques de formation différentes[6], nous faisons l'hypothèse que les représentations globales du métier ne seront pas structurées de la même façon relativement à ces trois corpus de données.

3 Méthodologie mise en œuvre

3.1 Le questionnaire

Le questionnaire que nous avons utilisé pour mener cette enquête comprenait, en 2007 et 2012, 28 items7 représentant 28 « traits de compétences » que nous avons formulés conformément au cahier des charges de la formation qui avait été publié en 2006 (pour des compléments relatifs à l'architecture de ce questionnaire, voir Bailleul, Leroyer, 2017). Deux items ont été ajoutés pour tenir compte des évolutions du référentiel métier. Dans cette optique, la formulation de quelques items a aussi été modifiée (voir annexe 2). En mai 2007 et mai 2012, il a été proposé, après soutenance du mémoire professionnel concluant le parcours de formation, sous la forme d'un document papier de deux feuilles recto-verso, la quatrième page étant consacrée au recueil d'informations permettant de caractériser le répondant (sexe, parcours universitaire, etc.). En mai 2015, c'est sous une forme numérique que les étudiants étaient invités à renseigner le questionnaire.

3.2 Les recueils de données

Les effectifs des trois passations se répartissent ainsi :

Première enquête (mai 2007) : PE8 : 496 ;
Seconde enquête (mai 2012) : PE : 150 ;
Troisième enquête (mai 2015) : PE : 271.

3.3 Une représentation du métier qui éclate

Nous avions montré dans notre communication de Tunis en 2015 combien la réforme de la formation mise en œuvre à partir de 2010 avait eu sur la représentation du métier un effet « d'explosion » du caractère unifié qu'elle avait en 2007, que ce soit sous la forme d'une adhésion au projet institutionnel ou d'un rejet de celui-ci. La formation, en mai

6 En 2007, les IUFM, créés en 1991, avaient atteint un certain équilibre dans leur fonctionnement, « produisant », au dire des différents corps d'inspection de l'Éducation nationale, des enseignants relativement plus performants que dans le système de formation précédent. Un changement de majorité politique en 2007 a amené la réforme dite « de la mastérisation » de la formation des enseignants en 2010, la première promotion sortant en 2012. Une nouvelle majorité, arrivant au pouvoir en 2012, apportait à son tour des modifications aux équilibres de la formation. La première promotion de cette nouvelle formation sortait en juin 2015.

7 Voir liste en annexe 1

8 Professeur des Écoles

2012, n'était plus, pour les étudiants de la première promotion issue de cette nouvelle logique, qu'une série disjointe de préoccupations juxtaposées, phénomène visible dans le graphe implicatif à travers la présence de 10 puits. Nous avions alors émis l'hypothèse que l'importance accordée au concours de recrutement et la centration sur l'aspect « académique » des contenus disciplinaires, éloigné des préoccupations didactiques, lors de la première année de formation ainsi que les stages trop peu nombreux dans le cursus de deuxième année pouvaient expliquer cet éclatement de la représentation du métier, ne permettant pas aux étudiants d'en percevoir simultanément la complexité et la richesse (Bailleul, Leroyer, 2017).

Notre hypothèse principale était que le nouveau cadrage, parce qu'il ré-introduisait une alternance formation-travail en deuxième année, amènerait par rapport à 2012 :

- des **représentations du métier plus cohérentes** parce que construites dans un environnement favorisant la réflexivité (UE[9] de formation à/par la recherche et UE de mise en situation professionnelle) ;
- mais aussi **des conflits de représentations** dus à l'importance prise par les préparations de cours, dans le quotidien de fonctionnaires-stagiaires employés à mi-temps dans les écoles.

En somme, nous attendions un « mixte » entre l'image cohérente du métier construite en 2007 et l'image très brouillée construite en 2012. Les faits ne confirment pas cette hypothèse. En effet, en 2015, le graphe implicatif global comporte cette fois 13 puits (au lieu de 10 pour le graphe de 2012) et il est tout aussi diffus que ce dernier (voir annexe 3). La mise en cohérence des différents aspects du métier, recherchée à travers le développement d'UE de « mise en situation professionnelle » ne s'est pas réalisée malgré la présence conjointe de formateurs universitaires et de formateurs « de terrain ». Les conflits de représentation évoqués plus haut restent prégnants et l'urgence de la mise en œuvre des cours l'emporte sur la nécessité d'un éventuel pas de côté réflexif permettant un regard global sur les problèmes du quotidien.

4 Trois variables nodales aux devenirs différents

4.1 L'item 11 : avoir un regard critique sur les supports d'enseignement utilisés en classe (manuels, logiciels, autres)

Dans le travail présenté au cours du colloque ASI8, nous avions mis en évidence une détérioration du rôle de cette variable entre 2007 et 2012 : elle reste en position nodale dans le graphe mais perd une bonne part de son caractère central du point de vue didactique, au bénéfice d'une dimension plus « pédagogique ». Qu'en est-il en mai 2015 ? L'item 11 n'est plus en position nodale, il est devenu l'extrémité d'un court chemin : item 26 → item 22 → item 11, soit « participer à des collectifs de réflexion professionnelle (dans la discipline, dans des associations professionnelles, dans des syndicats, etc.) » → « utiliser une plateforme Internet pour travailler avec des collègues » → « avoir un regard critique sur les supports d'enseignement utilisés en classe (manuels, logiciels, autres) ». Si ce chemin apparaît comme tout à fait logique, sa finalité reste intrinsèque et n'est reliée à aucune autre préoccupation du métier, les programmes et les élèves entre autres !

Nul doute que nous pouvons confirmer la détérioration du rôle de ce trait de compétence dans la représentation du métier de professeur des écoles entre 2007 et 2015 alors même que, entre ces deux dates, le temps consacré à la dimension *stricto sensu* professionnelle

[9]9 UE : Unité d'Enseignement

de la formation a considérablement diminué et que, de notre point de vue de formateur d'enseignants, il nous semble urgent d'outiller les professeurs débutants de savoirs et de savoir-faire centrés sur l'analyse critique des supports d'enseignement.

4.2 L'item 18 : prendre en compte, dans les situations d'enseignement, les élèves à besoins éducatifs particuliers (élève intellectuellement précoce, troubles d'apprentissage et du développement, situations de handicap)

Étudions dans un premier temps les scores de cet item au cours des trois passations.

Item 18	Point de vue « Important »			
	%			Rang
	Choix 1-2	Choix 3-4	Choix 5-6	
2007	0,059	0,04	0,883	8/28
2012	0,05	0,052	0,934	2/28
2015	0,07	0,077	0,908	5/30

Tableau 1 – Comparaison des scores recueillis par l'item 18 au cours des trois passations

S'il n'y a pas de différences significatives entre les scores obtenus en position 5 ou 6, qui restent élevés ou très élevés, le rang global de cet item s'est amélioré. Peut-on voir là un effet de l'évolution du discours institutionnel, voire des représentations sociales, depuis la loi de février 2005 « pour l'égalité des droits et des chances, la participation et la citoyenneté des personnes handicapées » ? Examinons ce que nous donnent à voir les graphes implicatifs et plus particulièrement les sous-graphes issus des cônes construits par le logiciel CHIC autour de cette variable dans les trois graphes globaux. Dans les graphes des pages suivantes, sous-graphes autour de la variable 18 pour les passations 2007 et 2012, nous avons entouré en rouge les variables du domaine didactique dans les figures 1 et 2. Remarquons tout d'abord le changement de statut de la variable 18 entre ces deux sous-graphes : d'une position nodale en 2007, elle est en position attractrice (puits) en 2012. Que traduit ce fait ? Émettons une hypothèse quant au changement de positionnement de la variable 18 (nodale/attractrice). En 2007, la représentation du métier privilégie encore la classe, le groupe d'élèves. La variable 28 (être capable d'établir une relation de confiance avec **les** élèves) en puits général nous semble autoriser cette interprétation. Dans la classe, quand un élève handicapé est présent, il fait partie de ce collectif. En 2012, il y a éclatement du réseau général de l'adhésion au « bénéfice » de 10 variables attractrices et la prise en compte des élèves à BEP10 devient un objectif en soi.

Remarquons aussi la présence de sept items choisis en position 1 ou 2 sur l'échelle proposée, c'est-à-dire considérés comme non importants aux yeux des personnes interrogées qui font ces choix. Interrogeons-nous en particulier sur deux de ces implications : Item 26 en position 1-2 → Item 18 en position 5-6 et Item 27 en position 1-2 → Item 18 en position 5-6.

Explicitons :

- Choix 1 ou 2 pour « participer à des collectifs de réflexion professionnelle (dans la discipline, dans des associations professionnelles, dans des syndicats, etc.) » → Choix 5 ou 6 pour « prendre en compte, dans les situations d'enseignement, les élèves présentant un handicap (physique, cognitif, etc.) ».

10 Besoins Éducatifs Particuliers

- Choix 1 ou 2 pour « s'approprier démarches et apports de la recherche en éducation pour faire évoluer sa pratique » → Choix 5 ou 6 pour « prendre en compte, dans les situations d'enseignement, les élèves présentant un handicap (physique, cognitif, etc.) ».

Interprétons : si les collectifs et les apports de la recherche ne sont pas importants pour la prise en charge d'un élève à BEP, alors, c'est dans une relation interindividuelle basée sur l'empathie du professeur envers son « élève particulier » que sera fondée cette prise en charge. Cela conforte, à nos yeux, ce que nous disions plus haut : la relation éducative se place alors uniquement sur le plan inter-individus.

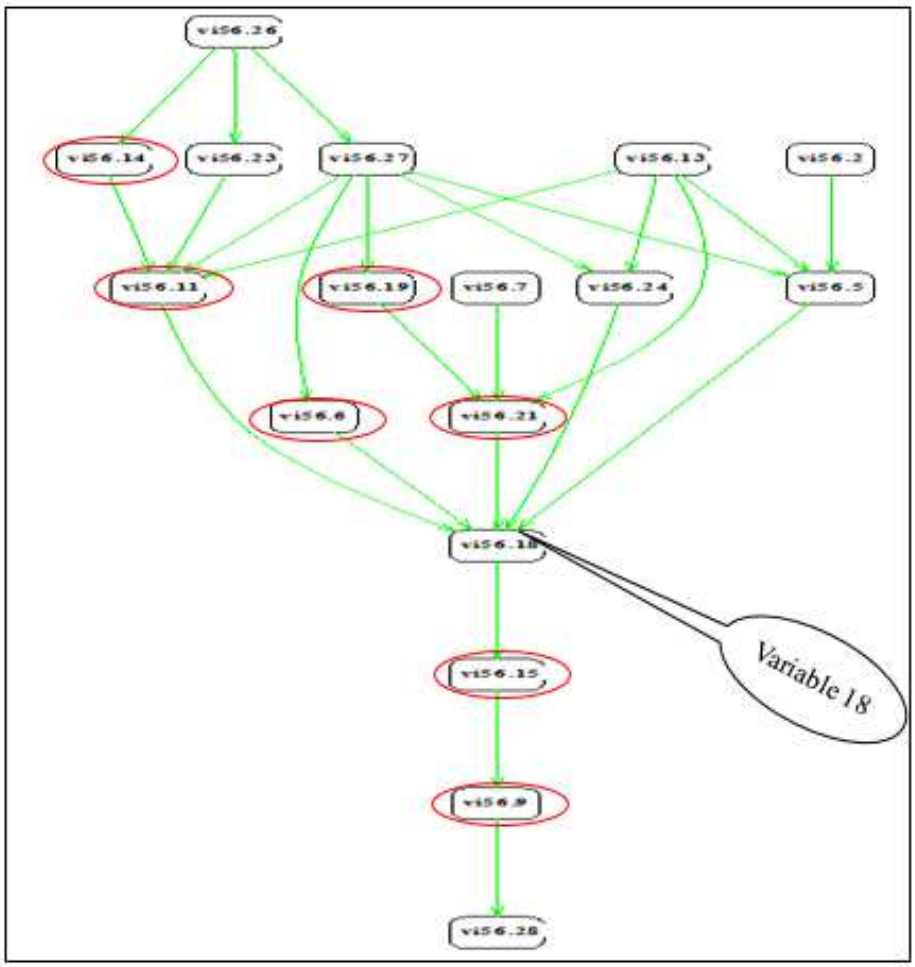


Figure 1 – PE 2007, point de vue « Important », le sous-graphe autour de la variable 1

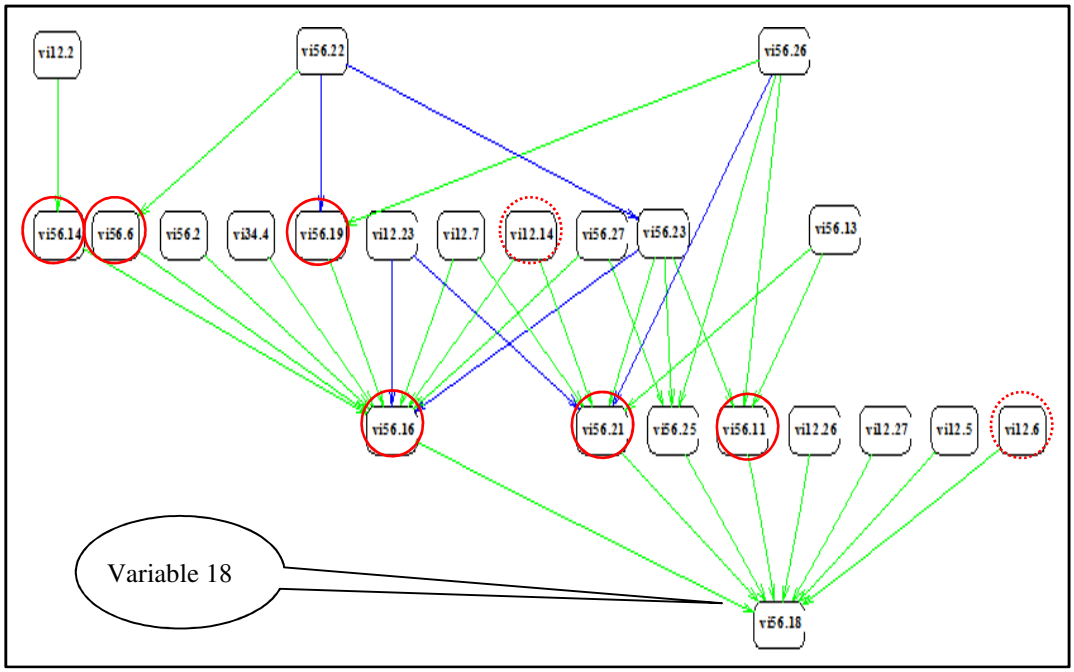


Figure 2 – PE 2012, point de vue « Important », le sous-graphe autour de la variable 18

Remarquons dans le graphe explicité de la figure 3 de la page suivante que les items du domaine didactique sont insérés dans des chemins longs pour lesquels l'item 18 est un nœud. La prise en compte des élèves à BEP dans le quotidien de la classe ne relève pas que d'une approche à caractère « pédago-psycho-sociologique », dimension privilégiée dans les chemins de la partie droite du graphe.

Intéressons-nous à deux chemins particuliers.

- Chemin 1 : it. 26 → it. 27 → it. 6 → it. 18 → it. 15 → it. 9 → it. 28 ;

- Chemin 2 : it. 13 → it. 21 → it. 18 → it. 15 →. it. 9 → it. 28.

Explicitons ces chemins.

- Chemin 1 : « participer à des collectifs de réflexion professionnelle (dans la discipline, dans des associations professionnelles, dans des syndicats, etc.) » → « se tenir informé des résultats de la recherche en éducation11 » → « s'informer de l'actualité scientifique et / ou didactique dans sa ou ses disciplines d'enseignement » → « prendre en compte, dans les situations d'enseignement, les élèves présentant un handicap (physique, cognitif, etc.) » → « créer les conditions favorables à la mise au travail des élèves » → « participer à l'apprentissage de la langue française chez ses élèves à travers son enseignement » → « être capable d'établir une relation de confiance avec les élèves »

Notons que les trois premiers items de ce chemin relèvent simultanément de la dimension collective du métier et mobilisent la réflexivité. Sont convoquées ici des ressources pour l'action (résoudre le problème de la prise en charge des élèves à BEP), pour atteindre les objectifs énoncés par les trois derniers items de ce chemin, objectifs partagés avec l'ensemble des élèves de la classe.

11 Nous avons repris ici les intitulés des items tels qu'ils étaient présentés aux répondants en 2007 (voir annexe 1) alors que, dans le graphe explicité de la figure 3, on trouve les intitulés de la version 2015 du questionnaire (voir annexe 2).

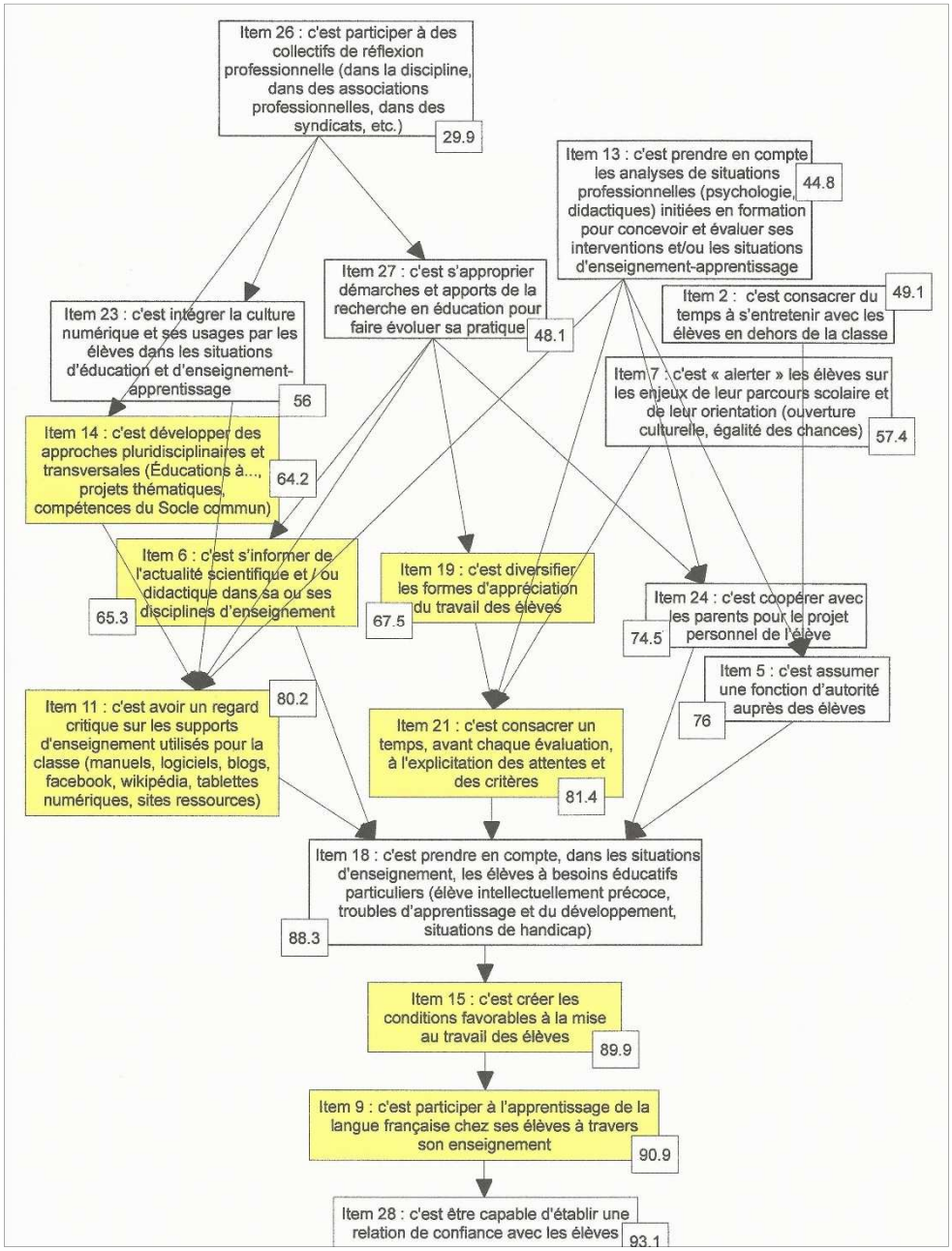


Figure 3 - PE 2007, point de vue « Important », le sous-graphe autour de la variable 18, items choisis en position 5-6, noms des variables explicités, variables du domaine didactique colorées.

Le problème professionnel posé par la présence d'élèves à BEP n'est donc pas perçu uniquement comme un problème dont la résolution incomberait au professeur seul devant sa classe mais comme une question du genre professionnel (Clot, Faïta, 2000).

- Chemin 2 : « prendre en compte des connaissances issues de la sociologie et de la psychologie pour élaborer des situations d'apprentissage » → « consacrer un temps, avant chaque évaluation, à l'explicitation des attentes et des critères » → « prendre en compte, dans les situations d'enseignement, les élèves présentant un handicap (physique, cognitif, etc.) » → « créer les conditions favorables à la mise au travail des élèves » → « participer à l'apprentissage de la langue française chez ses élèves à travers son enseignement » → « être capable d'établir une relation de confiance avec les élèves ».

Des ressources issues de disciplines connexes (psychologie, sociologie) sont ici investies, au sens propre du terme, dans un temps consacré à la « dédramatisation » de l'évaluation comme outil de résolution de la question professionnelle posée par l'item 18.

Considérons maintenant le chemin suivant de la partie droite du graphe de la figure 3 : it. 13 → it. 24 → it. 18 → it. 15 → it. 9 → it. 28, explicité comme suit : « prendre en compte des connaissances issues de la sociologie et de la psychologie pour élaborer des situations d'apprentissage » → « être à l'écoute des parents qui rencontrent des difficultés dans l'éducation de leurs enfants » → « prendre en compte, dans les situations d'enseignement, les élèves présentant un handicap (physique, cognitif, etc.) » → « créer les conditions favorables à la mise au travail des élèves » → « participer à l'apprentissage de la langue française chez ses élèves à travers son enseignement » → « être capable d'établir une relation de confiance avec les élèves ».

Les mêmes ressources que celles évoquées dans le paragraphe précédent sont ici mobilisées pour interagir avec les parents des élèves à BEP, eux aussi directement mobilisés par la question de la scolarisation de leurs enfants.

L'accueil des élèves à BEP est une question professionnelle qui ne peut recevoir de véritable réponse que si elle est envisagée de façon systémique (Bailleul, Bataille, Lanoë, Mazereau, 2009). La perception de cette dimension nous semble visible dans le graphe de la figure 3.

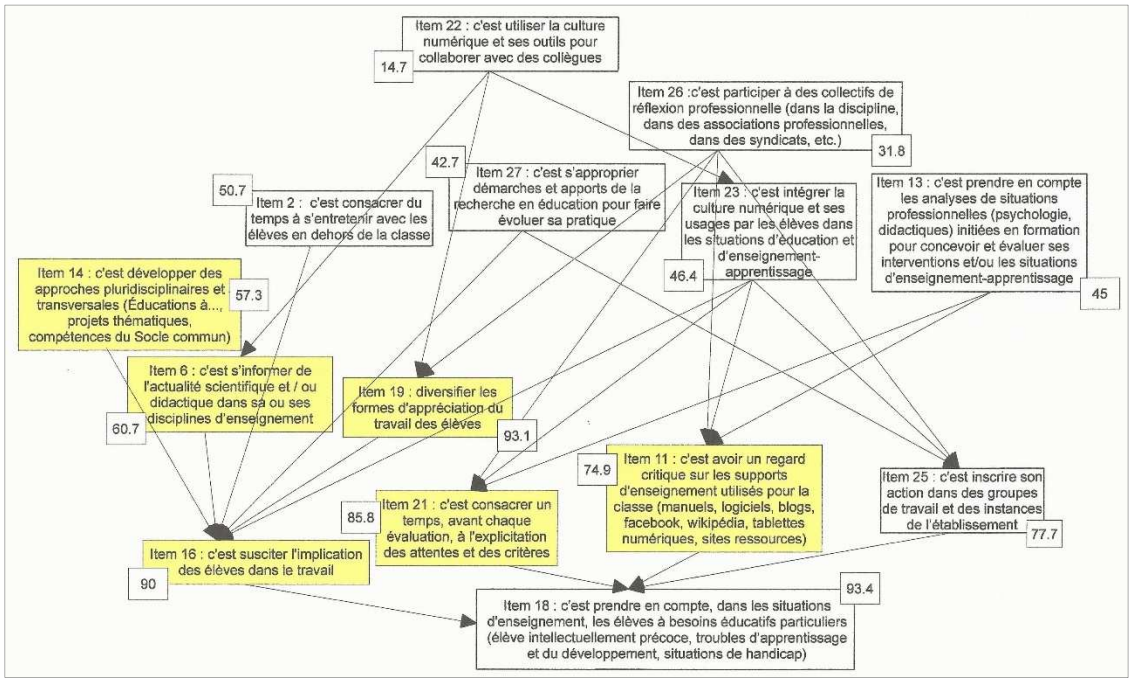


Figure 4 - PE 2012, point de vue « Important », le sous-graphe autour de la variable 18, items choisis en position 5-6, noms des variables explicités, variables du domaine didactique colorées.

À l'appui de l'interprétation que nous avons faite plus haut relativement au changement de statut de la variable 18 (nodale/attractrice), observons dans le graphe de 2012 (figure 4 ci-dessus) la disparition de l'item 24 (coopérer avec les parents) ! Même s'il peut s'appuyer sur différentes ressources, dont certaines relevant du domaine didactique, au final, c'est à l'enseignant seul avec son (ou ses) élève(s) à BEP et aussi avec les autres, ceux qui sont censés ne pas avoir de besoins éducatifs particuliers, de prendre en compte les problèmes soulevés par la politique d'inclusion voulue par l'Institution.

Qu'en est-il de l'item 18 après la passation de l'enquête en mai 2015 ? Nous avons vu dans le tableau 1 que le poids de cet item choisi en position 5-6 reste élevé mais que, comme en 2012, c'est un des multiples puits du graphe global. Examinons le sous-réseau dont l'item 18 est le puits.

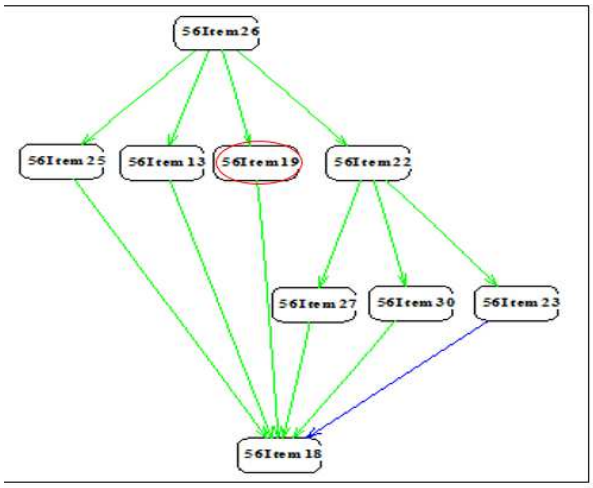


Figure 5 – PE 2015, point de vue « Important », le sous-graphe autour de la variable 18

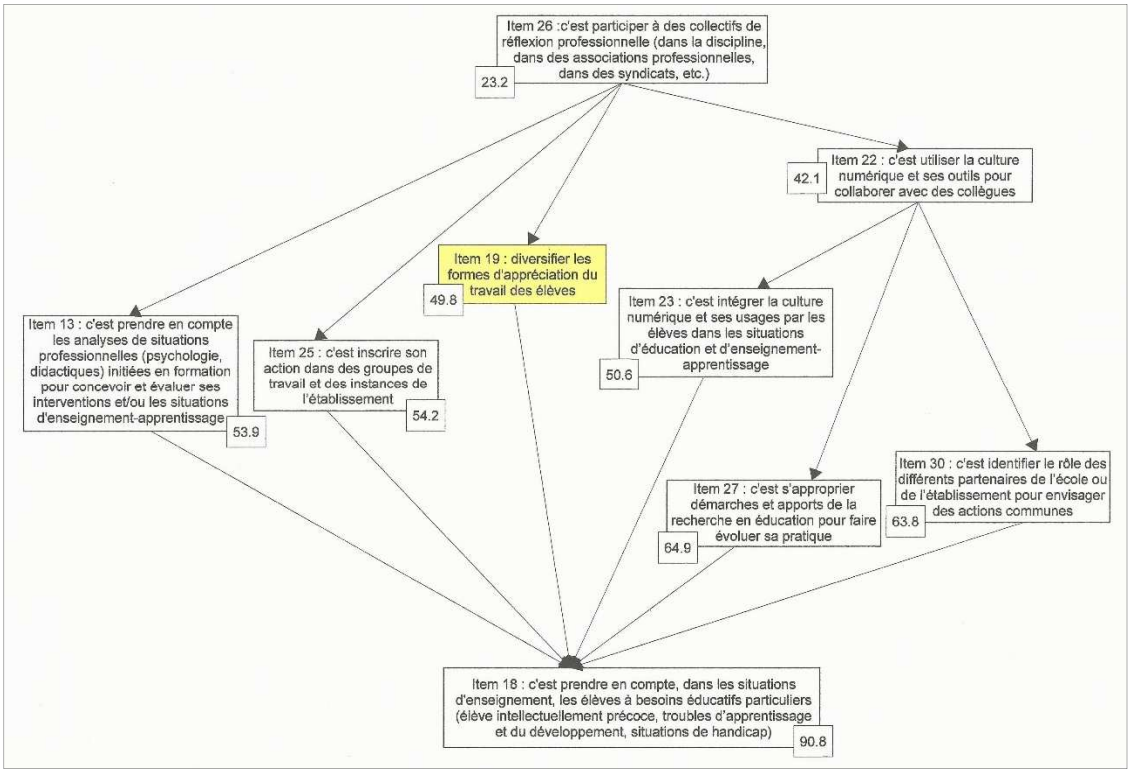


Figure 6 - PE 2015, point de vue « Important », le sous-graphe autour de la variable 18, items choisis en position 5-6, noms des variables explicités, variables du domaine didactique colorées.

Notons la disparition des préoccupations didactiques, en particulier les variables 6, 9, 11 et 14, dans la prise en compte des élèves à BEP (la présence de la variable 19 peut traduire seulement l'adaptation des modalités d'évaluation sous la forme du tiers temps).

Si, comme en 2012, les parents ne sont pas évoqués dans ce réseau à travers l'item 24, remarquons que l'item 30, introduit en 2015 du fait de l'importance accordée par le

discours institutionnel au rôle des partenaires de l'école, apparaît comme ressource pour répondre au problème de la présence d'élèves à BEP.

Comment, pour terminer l'étude de ce deuxième item particulier, caractériser l'évolution de l'importance de cette variable dans la représentation du métier de professeur des écoles ? Nous interpréterons le changement de statut de cette variable (nodale/attractrice) entre 2007 et 2012, confirmé en 2015 de la façon suivante : la prise en compte des élèves à besoins éducatifs particuliers, qui est, depuis toujours et dans l'organisation du système scolaire français, un véritable problème professionnel, s'inscrivait, en 2007, dans le cadre de la classe et des apprentissages quand, en 2015, elle nous semble plus être devenue une question sociale que l'école s'est vu attribuer comme objectif dans le cadre de l'inclusion et de la mise en œuvre de la loi de 2005. L'école n'échappe pas aux évolutions sociales globales et l'importance grandissante de la place accordée aux individus dans l'organisation sociale aux dépens du collectif se ressent dans la représentation du métier d'enseignant quand il s'agit de traiter de la prise en compte des élèves à BEP. L'examen des coefficients d'implication de la variable 17 (« instaurer un climat de classe propice à la coopération entre élèves ») sur la variable 18 (2007 : it. 17 → it. 18 à .89 ; 2012 : it. 17 → it. 18 à .86 ; 2015 : it. 17 → it. 18 à .73) nous permet de valider notre affirmation.

4.3 L'item 6 : s'informer de l'actualité scientifique et/ou didactique dans sa ou ses disciplines d'enseignement

Comme précédemment, étudions dans un premier temps les scores de cet item au cours des trois passations.

Item 6	Point de vue « Important »			
	%			Rang
	Choix 1-2	Choix 3-4	Choix 5-6	
2007	0,073	0,244	0,653	20/28
2012	0,038	0,351	0,607	19/28
2015	0,018	0,303	0,679	16/30

Tableau 2 – Comparaison des scores recueillis par l'item 6 au cours des trois passations

Si les scores obtenus par les choix en position 5 ou 6 ne sont pas significativement différents entre les trois passations, le rang, lui, s'améliore un peu. Peut-on lire ici un effet de l'importance réaccordée, à travers les plans de formation, à la place de la formation à et par la recherche, en particulier didactique, et à des UE dites de « mise en situation professionnelle » dans lesquelles on peut supposer qu'un focus particulier sera à l'œuvre du point de vue disciplinaire (voir paragraphe 1.4) ? La simple comparaison visuelle des trois graphes de la page suivante prouve, de façon indéniable, que nous avons affaire, là, à une situation qui s'est notablement détériorée au long des trois passations alors même que l'importance des choix en position 5-6 restait du même ordre et que le rang s'améliorait légèrement !

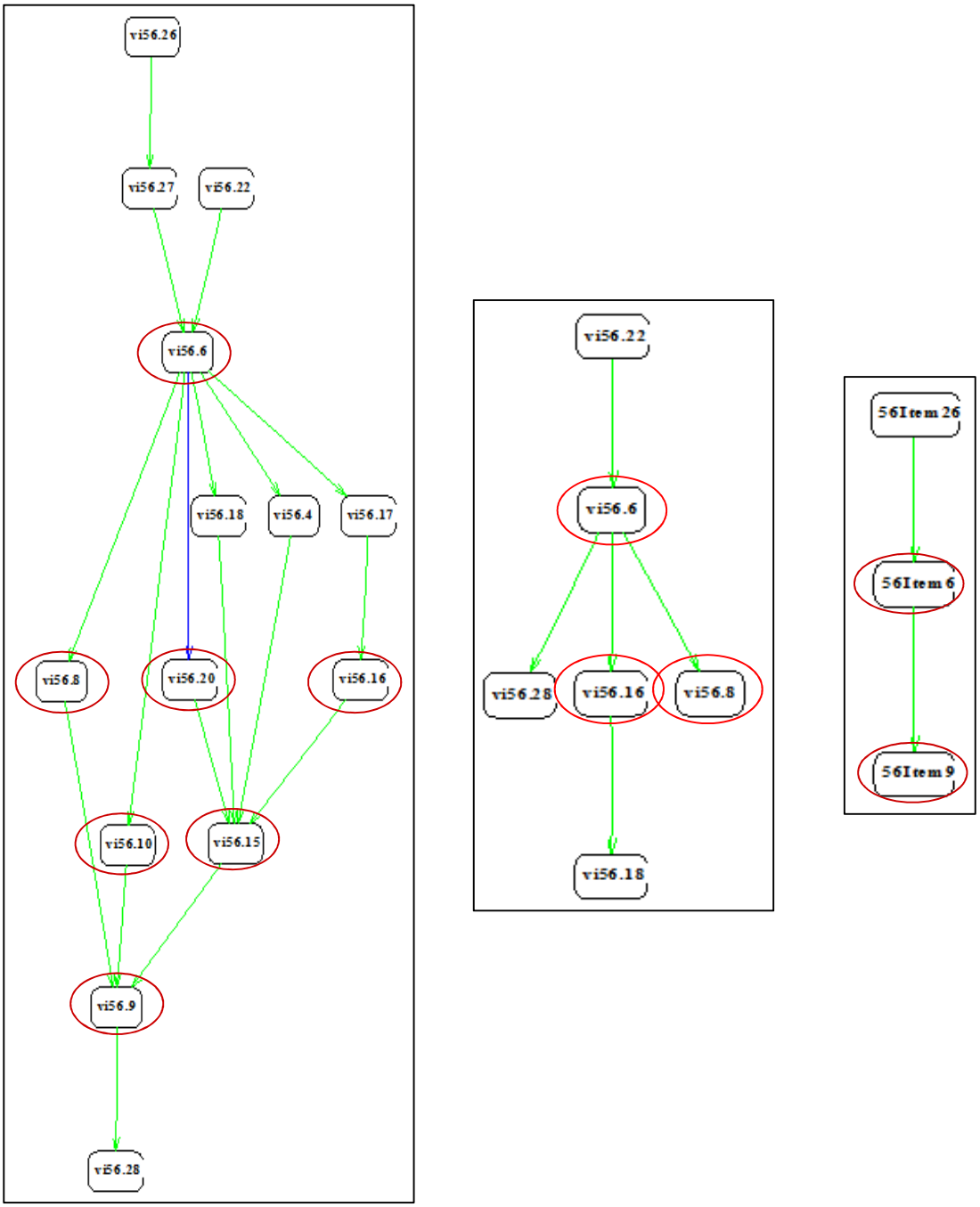


Figure 7 – PE, 2007 (à gauche), 2012 (au centre), 2015 (à droite), point de vue « Important », les sous-graphes liés à la variable 6

Regardons les choses de plus près en examinant les graphes explicités. L'item 6, dans le graphe de 2007, est en position nodale dans 12 chemins transitifs. ! Six sont issus de l'item 22,

- deux de longueur 4 :
  - it. 22 → it. 6 → it. 8 → it. 9 → it.. 28 ;
  - it. 22 → it. 6 → it. 10 → it. 9 → it.. 28 ;
- trois de longueur 5 :
  - it. 22 → it. 6 → it. 4 → it. 15 → it. 9 → it.. 28 ;
  - it. 22 → it. 6 → it. 18 → it. 15 → it. 9 → it. 28 ;
  - it. 22 → it. 6 → it. 20 → it. 15 → it. 9 → it. 28 ;
- et un de longueur 6 :

- it. 22 → it. 6 → it. 17 → it. 16 → it. 15 → it. 9 → it. 28.

Six sont issus de l'item 26,

- deux de longueur 5 :
  - it. 26 → it. 27 → it. 6 → it. 8 → it. 9 → it. 28 ;
  - it. 26 → it. 27 → it. 6 → it. 10 → it. 9 → it. 28 ;
- trois de longueur 6 :
  - it. 26 → it. 27 → it. 6 → it. 4 → it. 15 → it. 9 → it.. 28 ;
  - it. 26 → it. 27 → it. 6 → it. 18 → it. 15 → it. 9 → it. 28 ;
  - it. 26 → it. 27 → it. 6 → it. 20 → it. 15 → it. 9 → it. 28 ;

et un de longueur 7 :

- it. 26 → it. 27 → it. 6 → it. 17 → it. 16 → it. 15 → it. 9 → it. 28.

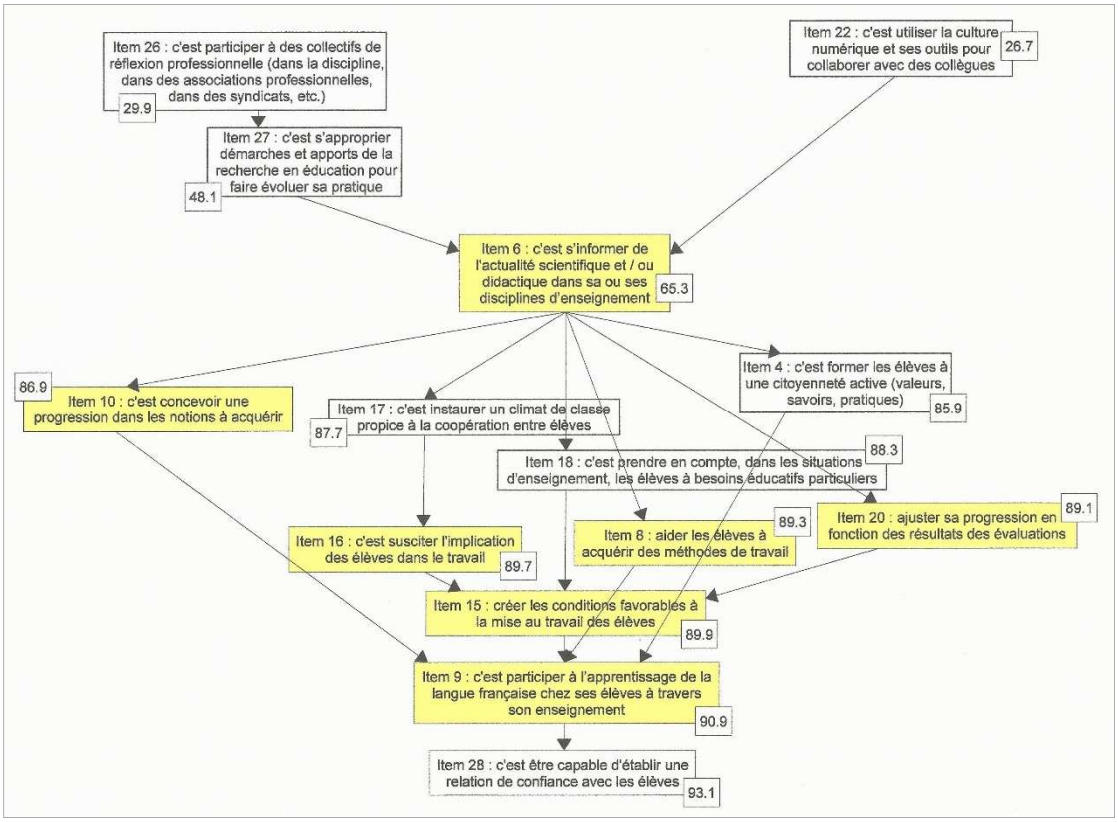


Figure 8 - PE 2007, point de vue « Important », le sous-graphe autour de la variable 6, items choisis en position 5-6, noms des variables explicités, variables du domaine didactique colorées.

Les items qui précèdent l'item 6 nous semblent relever d'une double logique : réflexive et collective d'une part (item 26 : « participer à des collectifs de réflexion professionnelle (dans la discipline, dans des associations professionnelles, dans des syndicats, etc.) », item 27 : « se tenir informé des résultats de la recherche en éducation12 »), utilitaire et collective d'autre part (item 22 : « utiliser une plateforme Internet pour travailler avec des collègues ») pour nourrir trois types de préoccupations à satisfaire pour atteindre les objectifs généraux que sont « l'apprentissage de la langue française chez ses élèves à travers son enseignement » (item 9) et « [l'établissement] d'une relation de confiance avec les élèves » (item 28). Les premières s'inscrivent dans une approche humaine et citoyenne de la classe : « former les élèves à une citoyenneté active » (item 4) et « prendre en compte, dans les situations d'enseignement, les élèves présentant un handicap (physique, cognitif, etc.) » (item 18). Une deuxième série de préoccupations est centrée sur le fonctionnement même de la classe, c'est ce que l'on pourrait désigner comme le « chemin

12 Formulation 2007 de l'item 27

pédago-didactique » : « instaurer un climat de classe propice à la coopération entre élèves » (item 17), « susciter l'implication des élèves dans le travail » (item 16), « créer les conditions favorables à la mise au travail des élèves » (item 15). La troisième série est, elle, explicitement centrée sur les apprentissages : « concevoir une progression dans les notions à acquérir » (item 10), « ajuster sa progression en fonction des résultats des évaluations » (item 20), « aider les élèves à acquérir des méthodes de travail » (item 8).

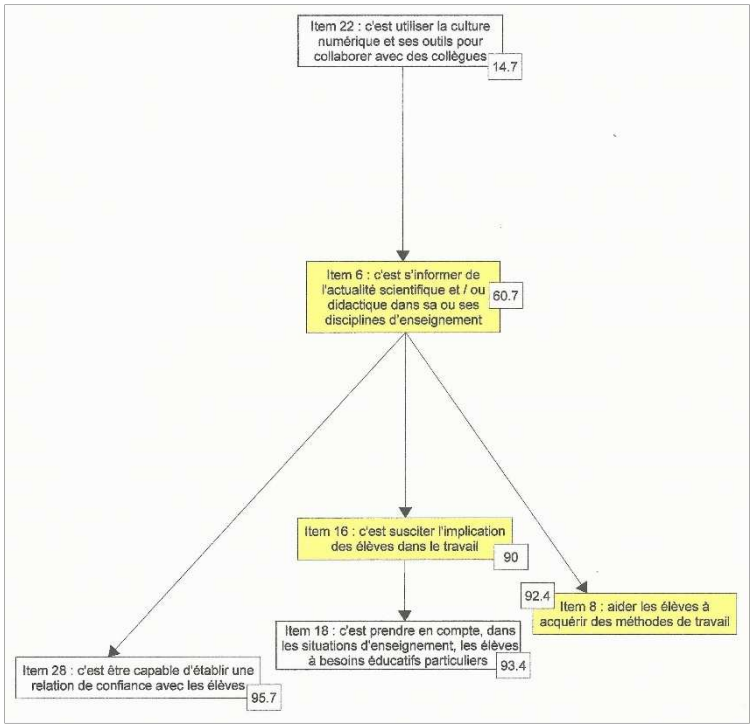


Figure 9 - PE 2012, point de vue « Important », le sous-graphe autour de la variable 6, items choisis en position 5-6, noms des variables explicités, variables du domaine didactique colorées.

En 2012, l'item 6, dans une position nodale fortement dégradée par rapport au graphe de 2007, dans une logique utilitaire (item 22), contribue à atteindre trois objectifs juxtaposés : items 28, 18 et 8. Que penser dans ces conditions du rôle de ce trait de compétences dans la représentation du métier de professeur des écoles ? Qu'il n'est plus central, c'est sûr ! Est-il même encore une ressource ?

La situation ne s'améliore malheureusement pas en 2015 puisque l'item 6 n'apparaît que dans un chemin : « participer à des collectifs de réflexion professionnelle (dans la discipline, dans des associations professionnelles, dans des syndicats, etc.) » → « s'informer de l'actualité scientifique et / ou didactique dans sa ou ses disciplines d'enseignement » → « participer à l'apprentissage de la langue française chez ses élèves à travers son enseignement ». Notons que l'item 6 n'est plus relié aux items centrés sur les apprentissages disciplinaires des élèves ! Le métier de professeur des écoles aurait-il, à ce point, perdu ses ancrages disciplinaires ? Faut-il chercher des raisons de la perte de centralité de cet item dans la représentation du métier dans la qualité des dispositifs et/ou des supports d'information de l'actualité scientifique et/ou didactique des disciplines à enseigner ? Voilà qui nous renvoie aux questions de formation !

4.4 Trois variables « critiques »

Nous pensons avoir montré à travers cette étude des trois items choisis plus haut l'intérêt qu'il y a, dans l'interprétation de graphes issus de l'analyse implicative d'un fichier de données, à porter attention aux variables nodales. Dans ce cadre, le « mode cône » du logiciel CHIC est d'une grande efficacité. Dans le cas d'une enquête renouvelée sur plusieurs passations, nous avons vu que cette démarche permet de mettre à jour des évolutions qui seraient invisibles si on s'en tenait à une analyse des pourcentages. Nous qualifierons les trois variables que nous avons étudiées de « critiques » en ce sens que leurs évolutions respectives, hors de tout jugement de valeur que nous pourrions par ailleurs émettre en tant que formateur, renvoient à l'institution des « questions vives » qu'il convient de prendre en considération. Comment les mettre au cœur d'un discours cohérent indiquant des choix politiques assumés ? Comment rendre efficace la formation au service de ces choix ?

5 De l'importance des variables nodales

5.1 Le rôle organisateur des variables nodales

Dans le contexte de l'étude des représentations de quelque objet social qui soit, la position la plus intéressante à étudier dans un graphe implicatif nous semble être la position nodale du fait de son aspect organisateur. Nous avions amorcé cette réflexion à Tunis (Lahanier-Reuter, Gras, Bailleul, 2015), aussi, nous ne reviendrons sur ce rôle organisateur de ce type de variables que pour tenter de distinguer plusieurs types de variables nodales. En effet, plusieurs cas peuvent apparaître dans les graphes implicatifs que nous rencontrons. Nous proposons trois dénominations nouvelles pour caractériser ces configurations.

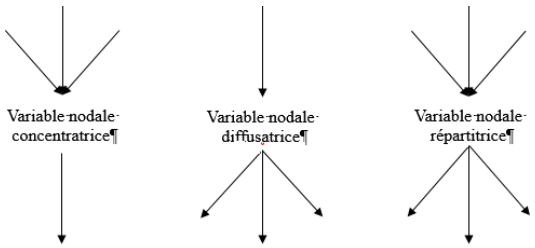


Figure 10 – Trois types de variables nodales

Comment caractériser ces différentes configurations du point de vue de l'interprétation des graphes ? Nous n'avons, pour le moment, pas de véritables pistes à proposer et ceci d'autant plus que les différences graphiques prennent très probablement des sens différents dans les différents contextes dans lesquels l'analyse statistique implicative et les graphes implicatifs sont mobilisés.

5.2 Les changements de statut de certaines variables dans le cas d'enquêtes répétées

Les trois investigations que nous avons menées plus haut rendent compte de d'évolution différentes des rôles des variables étudiées.

	2007	2012	2015
Item 11	Nodale diffusatrice	Nodale répartitrice	Extrémité d'un chemin de longueur 2
Item 18	Nodale concentratrice	Attractrice	Attractrice
Item 6	Nodale diffusatrice	Nodale diffusatrice	Nœud d'un chemin de longueur 2

Tableau 3 – Des variables critiques qui changent de statut

Dans les trois cas étudiés dans ce texte, ces évolutions marquent une détérioration du rôle de ces variables. Néanmoins, on peut penser que, dans certaines études, des évolutions à caractère positif seront mises en évidence. En tout état de cause, nous pensons que ces études sont une véritable aide à la décision pour les institutions qui mobiliseraient ce type de méthodologie pour évaluer l'impact de leurs choix.

6 Conclusion

Ce texte met un terme à une série d'écrits commencée en 2010 à Palerme (Éclairages et questionnements sur le rôle des variables supplémentaires dans l'analyse statistique implicative), avec des étapes à Caen en 2012 (L'évolution d'un outil de recherche) et Tunis en 2015 (Les supports d'enseignements dans la représentation du métier chez des professeurs d'école débutants), dont les préoccupations étaient doubles : parler simultanément des résultats d'une recherche sur les représentations du métier chez des professeurs des écoles débutants et de questions méthodologiques importantes dans la mise en œuvre de l'analyse statistique implicative et l'exploitation de ses produits. De ce dernier point de vue, nous pensons qu'il convient d'approfondir la réflexion relative aux variables nodales, au cœur de la structuration globale des graphes implicatifs. Une introduction du calcul de l'indice d'homogénéité des cônes implicatifs dans CHIC serait probablement une aide efficace pour les recherches à venir...

Références

[1] Bailleul, M., Bataille, P., Lanoë, C., Mazereau, P. (2009), *Ecole et Handicap. De la coexistence à la reconnaissance*, Paris, Sudel, 196 p.

[2] Bailleul, M., Wittorski, R. (2012), Entre professionnalisation et développement professionnel : croisement d'analyses statistiques, in M. Bailleul, J.-F. Thémines, R. Wittorski (Eds), *Expériences et développement professionnel des enseignants : formation, travail, itinéraire professionnel*, Toulouse, Octarès Editions, Collection Formation.

[3] Bailleul, M., Thémines, J.-F., Wittorski, R. (Eds), 2012, *Expériences et développement professionnel des enseignants : formation, travail, itinéraire professionnel*, Toulouse, Octarès Editions, Collection Formation.

[4] Bailleul, M., Leroyer, L. (à paraître 2017), Les supports d'enseignements dans la représentation du métier chez des professeurs d'école débutants, in R. Gras, J.-C. Régnier (Eds), *L'analyse statistique implicative : des sciences dures aux sciences humaines et sociales*, Toulouse, Cépadues Editeur, 411-422.

[5] Bourdoncle, R., (1993), La professionnalisation des enseignants : les limites d'un mythe. *Revue Française de Pédagogie*, 105, 83-114.

[6] Brodeur, M., Deaudelin, C., Bru, M. (2005) (Coord.), Le développement professionnel des enseignants. Revue des sciences de l'Éducation, 31(1) pp. 5-236. http://www.erudit.org/revue/rse/2005/v31/n1/

[7] Clot, Y., Faïta, D. (2000), Genres et styles en analyse du travail. Concepts et méthodes, Vol. 4, Travailler.

[8] Lahanier-Reuter, D., Gras, R., Bailleul, M. (2015). Variable nodale et cône implicatif, Actes du colloque ASI8, consultables sur http://math.unipa.it/~grim/ QRDM_25_suppl_1_ActesASI8_2015, 81-98.

[9] Uwamariya, A., Mukamurera, J. (2005), Le concept de « développement professionnel » en enseignement : approches théoriques. *Revue des sciences de l'éducation, 31*(1), 133-155.

[10] Wittorski, R. (2007), Professionnalisation et développement professionnel. Paris : L'Harmattan.

Annexe 1 : Les 28 items du questionnaire 2007 et 2012

Être enseignant, pour vous, c'est…

Item 1	… pouvoir discuter avec des collègues des difficultés rencontrées dans la classe
Item 2	… consacrer du temps à s'entretenir avec les élèves en dehors de la classe
Item 3	… aider l'élève à se construire en tant que personne
Item 4	… former les élèves à une citoyenneté active
Item 5	… assumer une fonction d'autorité auprès des élèves
Item 6	… s'informer de l'actualité scientifique et / ou didactique dans sa ou ses disciplines d'enseignement
Item 7	… aider les élèves à faire leurs choix d'orientation
Item 8	… aider les élèves à acquérir des méthodes de travail
Item 9	… participer à l'apprentissage de la langue française chez ses élèves à travers son enseignement
Item 10	… concevoir une progression dans les notions à acquérir
Item 11	… avoir un regard critique sur les supports d'enseignement utilisés en classe (manuels, logiciels, autres)
Item 12	… aménager le programme pour s'adapter aux élèves
Item 13	… prendre en compte des connaissances issues de la sociologie et de la psychologie pour élaborer des situations d'apprentissage
Item 14	… développer des approches pluridisciplinaires et transversales (IDD, TPE, Education à..., PPCP, ECJS, etc.)
Item 15	… créer les conditions favorables à la mise au travail des élèves
Item 16	… susciter l'implication des élèves dans le travail
Item 17	… instaurer un climat de classe propice à la coopération entre élèves
Item 18	… prendre en compte, dans les situations d'enseignement, les élèves présentant un handicap (physique, cognitif, etc.)
Item 19	… diversifier les formes d'appréciation du travail des élèves
Item 20	… ajuster sa progression en fonction des résultats des évaluations
Item 21	… consacrer un temps, avant chaque évaluation, à l'explicitation des attentes et des critères
Item 22	… utiliser une plate forme Internet pour travailler avec des collègues
Item 23	… rendre les élèves responsables dans leur usage personnel des TICE, en particulier hors des temps de classe (blog, messagerie, photos numériques, chat)
Item 24	… être à l'écoute des parents qui rencontrent des difficultés dans l'éducation de leurs enfants
Item 25	… participer à des temps réguliers d'échanges entre professeurs dans l'établissement

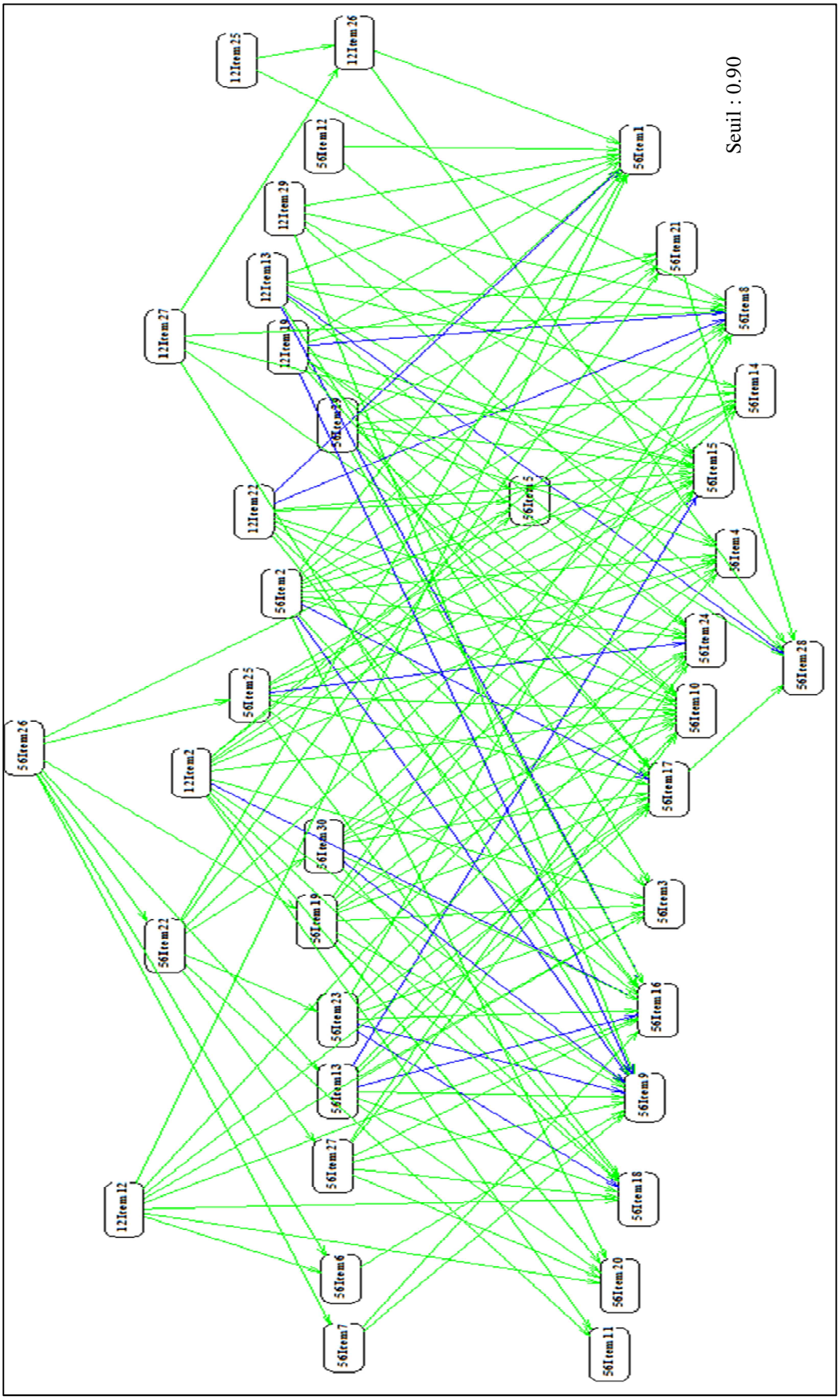
Item 26	… participer à des collectifs de réflexion professionnelle (dans la discipline, dans des associations professionnelles, dans des syndicats, etc.)
Item 27	… se tenir informé des résultats de la recherche en éducation
Item 28	… être capable d'établir une relation de confiance avec les élèves

Annexe 2 : Les 30 items du questionnaire 2015

Être enseignant, pour vous, c'est… (les modifications et/ou ajouts par rapport à 2007, 2012 figurent en italique)

Item 1	… pouvoir discuter avec des collègues des difficultés rencontrées dans la classe
Item 2	… consacrer du temps à s'entretenir avec les élèves en dehors de la classe
Item 3	… aider l'élève à se construire en tant que personne
Item 4	… former les élèves à une citoyenneté active (esprit critique et valeurs de la république)
Item 5	… assumer une fonction d'autorité auprès des élèves
Item 6	… s'informer de l'actualité scientifique et / ou didactique dans sa ou ses disciplines d'enseignement
Item 7	… « alerter » les élèves sur les enjeux de leur parcours scolaire et de leur orientation (ouverture culturelle, égalité des chances)
Item 8	… aider les élèves à acquérir des méthodes de travail
Item 9	… participer à l'apprentissage de la langue française chez ses élèves à travers son enseignement
Item 10	… concevoir une progression dans les notions à acquérir
Item 11	… avoir un regard critique sur les supports d'enseignement utilisés pour la classe (manuels, logiciels, blogs, facebook, wikipédia, tablettes numériques, sites ressources)
Item 12	… s'adapter aux élèves en revisitant le programme
Item 13	… prendre en compte des analyses de situations professionnelles (psychologie, didactiques) pour concevoir et évaluer les apprentissages
Item 14	… développer des approches pluridisciplinaires et transversales (Educations à..., projets thématiques, compétences du Socle commun)
Item 15	… créer les conditions favorables à la mise au travail des élèves
Item 16	… susciter l'implication des élèves dans le travail
Item 17	… instaurer un climat de classe propice à la coopération entre élèves
Item 18	… prendre en compte, dans les situations d'enseignement, les élèves à besoins éducatifs particuliers (élève intellectuellement précoce, troubles d'apprentissage et du développement, situations de handicap)
Item 19	… diversifier les formes d'appréciation du travail des élèves
Item 20	… ajuster sa progression en fonction des résultats des évaluations
Item 21	… consacrer un temps, avant chaque évaluation, à l'explicitation des attentes et des critères
Item 22	… utiliser la culture numérique et ses outils pour collaborer avec des collègues
Item 23	… intégrer la culture numérique et ses usages par les élèves dans les situations d'éducation et d'enseignement-apprentissage
Item 24	… être à l'écoute des parents qui rencontrent des difficultés dans l'éducation de leurs enfants
Item 25	… inscrire son action dans des groupes de travail comme dans les instances de l'établissement
Item 26	… participer à des collectifs de réflexion professionnelle (dans la discipline, dans des associations professionnelles, dans des syndicats, etc.)
Item 27	… s'approprier démarches et apports de la recherche en éducation pour faire évoluer sa pratique
Item 28	… être capable d'établir une relation de confiance avec les élèves
Item 29	… mobiliser ses compétences linguistiques dans une ou des langues étrangères pour concevoir des situations propices à l'inter culturalité
Item 30	… identifier le rôle des différents partenaires de l'école ou de l'établissement pour envisager des actions communes

Annexe 3 : Le graphe global PE 2015, point de vue « Important »



UNE MÉTAPHORE MÉCANIQUE DU GRAPHE IMPLICATIF EN ANALYSE STATISTIQUE IMPLICATIVE.

Régis GRAS[1]

A MECHANICAL METAPHOR OF THE IMPLICATIVE GRAPH IN STATISTICAL IMPLICATIVE ANALYSIS

RÉSUMÉ

Nous présentons ci-dessous une métaphore[2] de la structuration d'un ensemble de données représenté par le produit cartésien E x V, en un graphe implicatif de l'ensemble V des variables. Cette métaphore, un système matériel, est décrite en des termes et des concepts de la mécanique rationnelle classique. Elle vise à souligner le caractère non symétrique et dynamique de l'ASI.

Mots-clés : énergie cinétique, énergie potentielle, indice implicatif, fonction de force, gradient

ABSTRACT

I present below a metaphor of the structuration of a set of data ExV in an implicative graph of the set V of the variables. This metaphor, a material system, will be described in terms and concepts of classical and rational mechanics**.** It aims to emphasize the dynamic and non-symmetrical nature of the SIA.

Keywords **:** *Kinetic energy, potential energy, implication index, force function, gradient*

1 Introduction

Cette métaphore mécaniste est destinée non à complexifier la théorie de l'ASI, mais plutôt à en enrichir le terreau intuitif où la représentation mentale et l'imagination peuvent y trouver leur part[3]. Pour guider le lecteur, disons que cette représentation peut être très proche de celle que nous donne un mobile de Calder dont un exemple est présenté par la figure 1. Le mobile est en équilibre sous l'action des forces de gravité et de liaisons des tiges. Les références théoriques à des concepts de mécanique rationnelle que nous allons mobiliser, sont élémentaires et peuvent être consultées ou revisitées dans des manuels de terminale de lycée ou de première année d'université (par ex. Plaut, 2007-2008).

Un graphe implicatif, pour des instances fixées, traduit, en général, un concept ou une famille de concepts en équilibre cognitif, à un instant donné, sous l'effet des liaisons implicatives de ses variables et pour un seuil implicatif choisi. Si leurs champs associés

1 Laboratoire d'Informatique de Nantes-Atlantique (LS2N-DUKe) Site Polytech Nantes, La Chantrerie, rue C. Pauc, BP 44306, Nantes cedex 3, regisgra@orange.fr, regis.gras@univ-nantes.fr

2 « Depuis toujours, la mathématique pense analogiquement », M.Serres, Le Gaucher Boiteux, p. 149, 2015, Le Pommier. Et « …J'aime les métaphores et les images…elles rompent avec la pensée linéaire et compartimentée », E Morin, dans « La complexité, vertiges et promesses », Léna Benkirane, p. 30, 2002, Le Pommier.

3 Einstein disait qu'à travers des images, des métaphores, arrivent des idées. « Autrement dit, les idées sont portées, sans être exprimées comme idées, mais à travers des images métaphoriques » écrit Edgar Morin dans « Penser global », R. Laffont, Paris, p.32.

varient peu, l'équilibre sera stable et les concepts sous-jacents, que l'arbre veut extraire, demeurent et présenteront des significations inchangées.

Note : Dans ce mobile, les objets suspendus sont pesants et de poids inégaux. Les fils de liaison, qui peuvent être de minces tuyaux dans lesquels pourrait circuler un liquide, sont verticaux ou latéraux. Tout remplacement d'un objet par un autre de poids différent ou tout ajout d'objet pesant détruit l'équilibre existant et en établit un nouveau. Si les fils sont élastiques, on peut voir l'ensemble du mobile danser et virevolter dans l'espace.

Figure 1 – Un mobile de Calder[4].

La métaphore du graphe implicatif suppose que l'on ne considère que les graphes implicatifs connexes c'est-à-dire d'un seul tenant, une grappe dit-on dans (Gras et al. 2017, chap.4, Partie2). Chacun des nœuds peut être considéré comme un point matériel double : il est aval, au moins, d'un nœud père et amont d'un nœud fils s'il n'est pas une extrémité. Une articulation relie les deux nœuds conjoints qui jouent, en l'occurrence, un rôle double. Il faut également envisager le graphe géométrique comme sous-espace affine dont les sommets ou nœuds sont les points du sous-espace et dont les arcs de type $a \rightarrow b$ symbolisent l'existence de l'implication du père a sur le fils b. Il fige instantanément un processus de Poisson (Gras et al., 2017, chap. 1, Partie 1) se développant sous l'effet des variations paramètres tels que n, n_a, n_b, $n_{a\wedge\overline{b}}$ qui définissent chaque règle. Ces nœuds constituent un système comparable à un système de points matériels dont la masse est la fréquence avec laquelle l'implication a=>b est vérifiée. Dans cette analogie, on peut considérer q, indice d'implication (idem, Chap. 1-1) qui permet le calcul de l'intensité d'implication $\varphi(a,b)$ comme une fonction de n où justement n serait un temps d'écoulement poissonnien ou, plus généralement, une fonction croissante du temps. Ceci est légitimé par l'extension de l'ASI à un espace de sujets continu (Gras et al., 2017,

4 Mobile de Calder (1898 – 1976) http://images.math.cnrs.fr/Mobiles-de-Calder.html.

chap.9, Partie 1). Dans la métaphore du mobile de Calder, cette évolution du système correspond à la circulation de liquide au sein des tuyaux.

2 Petit retour sur quelques éléments théoriques du cadre théorique de l'ASI

Remarque : Pour les lecteurs familiers de l'ASI, cette section chapitre peut être laissée de côté.
Notons A et B les sous-ensembles respectifs de E d'individus qui vérifient respectivement les variables booléennes a et b (Fig. 1). Depuis 1979, nous avons étendu (cf. Ouvrages cités en référence), de façon appropriée, les propriétés qui suivent à des variables réelles continues ou non. Pour une règle quelconque $a \rightarrow b$, observée dans E, l'ASI consiste à comparer le nombre de contre-exemples $n_{a \wedge \bar{b}}$ ($\bar{b}$ est la négation de b) à cette règle, observés dans l'intersection $A \cap \bar{B}$ ($\bar{B}$ est le complémentaire de B dans E) avec le nombre de contre-exemples qui apparaîtraient lors d'un choix aléatoire et indépendant de deux parties X et Y de E de mêmes cardinaux respectifs que A et B (Fig. 1) (Gras, 1979 ; Lebart et al., 2006). La variable aléatoire associée est notée $N_{a \wedge \bar{b}}$. Le principe fondamental que nous retenons consiste à comparer la contingence à la théorie par une méthodologie qui relève de la philosophie de l'expérience où sont premières les observations (B. d'Espagnat, 1981)). La qualité de la règle sera intuitivement d'autant meilleure que Prob[$N_{a \wedge \bar{b}} > n_{a \wedge \bar{b}}$] sera proche de 1 : autrement dit, dans ce cas, on y observe plus de contre-exemples dans des circonstances aléatoires que l'on en a observés dans la contingence, sous l'hypothèse a priori d'indépendances des variables a et b. Dans ce cas, le seul hasard conduit donc, en moyenne, à plus de contre-exemples que ce qui est observé. C'est ainsi que se définit l'ASI en falsifiant la relation implicative par la mesure relative de sa négation exprimée à travers ses contre-exemples.

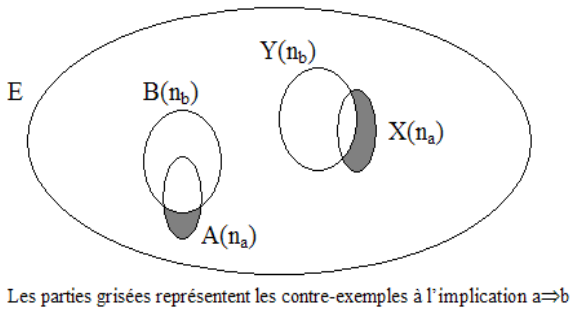


Figure 2. Représentation ensembliste

La méthode de tirage au hasard de X et Y, dans une hypothèse a priori d'indépendance de *a* et *b*, conduit à différentes options pour la loi de la variable aléatoire $N_{a \wedge \bar{b}}$. Deux modélisations de cette variable sont généralement retenues en ASI conduisant à un modèle de Poisson et à un modèle binomial (Gras et al 2009). On centre et on réduit cette variable en la variable $Q(a, \bar{b})$; l'observation contingente (empirique), sa réalisation, est $q(a, \bar{b})$. Par exemple, dans le cas du modèle de Poisson, on obtient l'indice de base pour des variables binaires :

$Q(a,\bar{b}) = \dfrac{\mathrm{Card}(X \cap \bar{Y}) - \dfrac{n_a n_{\bar{b}}}{n}}{\sqrt{\dfrac{n_a n_{\bar{b}}}{n}}}$ alors que $q(a,\bar{b}) = \dfrac{n_{a\wedge\bar{b}} - \dfrac{n_a n_{\bar{b}}}{n}}{\sqrt{\dfrac{n_a n_{\bar{b}}}{n}}}$ est sa réalisation contingente

L'intensité d'implication est alors définie par $\varphi(a,b)$ = Prob[$Q(a,\bar{b}) > q(a,\bar{b})$], dont la valeur gaussienne asymptotique, centrée et réduite est :

$$\varphi(a,b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{q(a,\bar{b})}^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad \text{(éq.1)}$$

La différentielle de q, au sens de la topologie de Fréchet[5], s'exprime de la façon suivante par un produit scalaire :

$$dq = \frac{\partial q}{\partial n} dn + \frac{\partial q}{\partial n_a} dn_a + \frac{\partial q}{\partial n_b} dn_b + \frac{\partial q}{\partial n_{a\wedge\bar{b}}} dn_{a\wedge\bar{b}} = \text{grad q. dM (éq. 2)}^6$$

où M est le point de coordonnées (n, n_a, n_b, $n_{a\wedge\bar{b}}$) du champ scalaire C de vecteurs, dM est le vecteur de composantes les accroissements différentiels de ces variables d'occurrences, grad q le vecteur de composantes les dérivées partielles de ces variable occurrences. La différentielle de la fonction q apparaît donc comme le produit scalaire de son gradient et des variations de q sur la surface représentant les variations de la fonction q(n, n_a, n_b, $n_{a\wedge\bar{b}}$). Ainsi, le gradient de q représente ses propres variations en fonction de celles de ses composantes, les 4 cardinaux des ensembles E, A, B et $A \cap \bar{B}$. Il indique la direction et le sens de croissance ou la décroissance de q dans l'espace de dimension 4. Rappelons qu'il est porté par la normale à la surface de niveau q = cte (Gras et al., 2017, chap. 11, Partie 1).

3 Retour sur la métaphore dynamique

La vitesse instantanée de propagation du « fluide implicatif » pourrait être représentée par la dérivée ou une fonction décroissante de q par rapport à n, soit q' = dq/dn = grad q. dM/dn avec M = (n_a, n_b, $n_{a\wedge\bar{b}}$, n), point de R^4. Par exemple si les paramètres varient peu avec n ou proportionnellement à n, la vitesse d'écoulement prévisible ne varie pas. S'il en est de même pour les autres arcs la grappe restera quasi-identique à elle-même. Si m représente le nombre de fois où a=>b est vérifiée, **l'énergie cinétique** d'une grappe d'arcs i du graphe serait à un moment donné : $E_c = \frac{1}{2}\sum_i m_i \ v_i^2 = \frac{1}{2}\sum_i m_i \ q'^2_i$. Pour le mobile, ce serait l'énergie cinétique du système lors de l'écoulement de liquide dans les fins tuyaux. Ainsi, dans la métaphore, l'énergie cinétique serait un indicateur d'une évolution plus ou moins active du ou des concepts sous-jacents au système des variables présentes dans la grappe et en fonction du développement du recueil des données. Cette "énergie" du graphe, où $m_i q'_i$ est la quantité de mouvement de l'arc i, est d'autant plus élevée que le sont les validations des implications i et la variabilité des indices implicatifs q_i de cette même implication. Elle peut permettre de juger de la qualité "énergétique" des grappes constituant le graphe implicatif complet. Si P est le père primitif de la grappe, ou origine

5 La topologie de Fréchet admet comme base de filtres des sections de N, soit des sous-ensembles de naturels de la forme {n, n+1, n+2, ….} alors que la topologie usuelle sur R admet pour filtres des intervalles de réels. Ainsi continuité et dérivabilité sont des concepts parfaitement définis et opératoires selon la topologie de Fréchet au même titre qu'ils le sont avec la topologie usuelle.

6 Par une métaphore mécaniste, on dira que dq est le travail élémentaire de q pour un déplacement dM.

de cette grappe, on démontre, en mécanique rationnelle, que le moment cinétique de la grappe autour de P est le gradient de E_c, c'est-à-dire un indicateur et une direction d'évolution de l'énergie cinétique. Il exprime aussi une éventuelle violence rotative du système complet autour du point d'attache P. De ce fait, il illustre prédictivement la qualité du développement d'un courant implicatif. Plaçons-nous à un nœud quelconque M du graphe. Dans le Chapitre 11 de (Gras et al, 2017), nous avons étudié les variations de l'indice d'implication q en fonction des paramètres dont il dépend. De plus, nous avons vu que q était un potentiel et qu'au champ de vecteurs (n, n_a, n_b, $n_{a\wedge\bar{b}}$) correspondait un champ de gradient dérivé du potentiel q. Ce champ de gradient est alors analytiquement comparable au champ de forces F auquel M(n, n_a, n_b, $n_{a\wedge\bar{b}}$) serait soumis F=grad q. Nous en avons étudié dans (Gras et al, 2017, chap 11, Partie 1) les variations en fonction des paramètres dont q dépend et représenté les surfaces afférentes de ces variations plus ou moins favorables à la qualité de l'implication. L'indice q est alors comparable à une fonction de force et, par conséquent, –q représenterait l'énergie potentielle en M. Elle rend compte de la puissance énergétique de la liaison implicative entre origine et extrémité de l'arc a -> b. Cette liaison pourrait agir comme une force d'attraction (de type gravitationnel peut-être comme dans le cas du mobile de Calder) de l'extrémité (le fils) sur l'origine de l'arc (le père). Elle exprimera alors la résistance à une brisure de la liaison d'une « conséquence » à sa « cause ». Or on démontre que, respectant le principe de la dynamique ($F=m\gamma$), le produit scalaire F.dM est égal à la fois à la différentielle de q et à la différentielle de l'énergie cinétique T. Soit dq=dT et par intégration T=q+h où h est une constante. Ceci signifie que, si F dérive d'une fonction de force (en est le gradient) un gain d'énergie cinétique (ΔT) est compensé par une perte d'énergie potentielle (Δq), donc peut-être une meilleure rigidité du graphe préservant ainsi sa structure dirigée. On peut imaginer alors le transfert analogique produit par l'obtention d'un nouvel équilibre du mobile de Calder.

4 Conclusion

On pourra donc voir un arbre implicatif comme un ensemble de points massiques reliés par des tiges rigides ou/et creuses le long desquelles circule un flot d'énergie d'autant plus dynamique, violent peut-être, que le flux implicatif, mesuré par φ et par son indice q est élevé dans l'ensemble de la grappe. Autant de relations métaphoriques qui visent à donner du sens à l'ASI, plus particulièrement au graphe implicatif. Car comme le dit C. Levy-Strauss dans « *De près et de loin* » : « *Nous croyons avoir découvert le sens d'un mot ou d'une idée quand nous réussissons à leur trouver de multiples équivalents relevant d'autres champs sémantiques. La signification n'est rien d'autre que cette mise en correspondance* » (p.198). Correspondance que nous enrichissons dans l'image fractale du graphe (cf. « Dimension fractale du graphe implicatif », actes de ASI 9) Nous laissons au lecteur le plaisir d'exploiter et préciser la métaphore mécanique évoquée ici. Nous rejoignons d'ailleurs les notions de champ de type gravitationnel déjà abordé dans (Gras et al, 2017, chap.11, Partie 1). La métaphore s'en trouve renforcée. Mais elle peut être étendue en envisageant des actions attraction-répulsion en prenant en compte sur chaque tige, arc du graphe, non seulement la relation d'implication directe mais aussi sa réciproque de plus faible intensité implicative. Fermons les yeux. Écoutons tintinnabuler les clochettes de Calder en écho au ruissellement et au murmure du flot implicatif**…**

Références

[1] Lévy-Strauss C. et Eribon D. (1988), *De près et de loin*, Ed. O. Jacob, Paris.

[2] Gras R., (1979), Contribution à l'étude expérimentale et à l'analyse de certaines acquisitions cognitives et de certains objectifs didactiques en mathématiques, Thèse d'État, Université de Rennes 1.

[3] Gras R, Régnier J.-C., Lahanier-Reuter D., Marinica C., Guillet F., (2017), *L'Analyse Statistique Implicative, Des Sciences dures aux Sciences Humaines et Sociales*, Cépaduès Ed., Toulouse.

[4] Lebart L., Piron M. et Morineau A.(2006). *Statistique exploratoire multidimensionnelle.* (4ème édition), Paris : Science sup, Dunod,..

[5] Plaut E. (2007-2008), *Cours de mécanique générale et analytique,* École Nationale Supérieure d'Électricité et de Mécanique, Nancy.

Ouvrages de référence

[1] *L'implication statistique. Nouvelle méthode exploratoire de donnée,* sous la direction de R. Gras, et la collaboration de S. Ag Almouloud, M. Bailleul, A. Larher, M. Polo, H. Ratsimba-Rajohn, A. Totohasina, La Pensée Sauvage, Grenoble (1996)

[2] *Mesures de Qualité pour la Fouille de Données,* H. Briand, M. Sebag, R. Gras et F. Guillet eds, RNTI-E-1, Cépaduès, (2004)

[3] *Quality Measures in Data Mining* , F. Guillet et H. Hamilton (eds), Springer, (2007),

[4] *Statistical Implicative Analysis, Theory and Applications,* R.Gras, E. Suzuki, F. Guillet, F. Spagnolo, eds, Springer, 2008.

[5] *Analyse Statistique implicative.Une méthode d'analyse de données pour la recherche de causalités*, sous la direction de Régis Gras, réd. invités R. Gras, J.C. Régnier, F. Guillet, Cépaduès Ed. Toulouse, 2009.

[6] *Teoria y Aplicaciones del Analisis Estadistico Implicativo*, Eds : P.Orus, L.Zemora, P.Gregori, Universitat Jaume-1, Castellon (Espagne), ISBN : 978-84-692-3925-4, 2009..

[7] *L'Analyse Statistique Implicative : de l'exploratoire au confirmatoire*. Eds : J.C. Régnier, Marc Bailleul, Régis Gras, Université de Caen, ISBN : 978-2-7466-5256-9, 2012

[8] *L'analyse statistique implicative, Méthode exploratoire et confirmatoire à la recherche de causalités*, sous la direction de Gras R., eds Gras R., Régnier J.-C., Marinica C., Guillet F., Cépaduès Editions, 522 pages, ISBN 978.2.36493.056.8, 2013.

CLASSIFICATION DES PRIMATES ET CLASSIFICATION HIÉRARCHIQUE ORIENTÉE DE L'A.S.I.

Laurence NDONG[1], Régis GRAS[2]

CLASSIFICATION OF PRIMATES AND ORIENTATED HIERARCHICAL CLASSIFICATION OF A.S.I.

RÉSUMÉ

Dans cette communication, nous montrons, dans un cas particulier, la capacité de la hiérarchie cohésitive à tenir lieu de métaphore de la théorie de l'évolution de la vie. Après un rappel sur la méthodologie de classification darwinienne des êtres vivants, nous centrons notre étude sur celle des primates dont nous étudions la classification selon l'ASI. Mais l'étude montre de plus que la propriété métaphorique se conforme à la théorie darwinienne avancée appelée théorie des équilibres ponctués. Elle montre aussi que les transitions hiérarchiques s'apparentent aux phénomènes relevant de la théorie du chaos.

Mots-clés : classification orientée, hiérarchie cohésitive, théorie de l'évolution, primate, humanoïde, arbre phylogénétique, émergence, théorie du chaos.

ABSTRACT

In this paper we show, in a particular case, the capacity of the cohesive hierarchy to act as a metaphor for the theory of the evolution of life. After a reminder of the Darwinian classification of living organisms, we focus our study on the primates whose classification we study according to the ASI. But the study also shows that the metaphorical property conforms to the advanced Darwinian theory called the theory of punctuated equilibria. It also shows that hierarchical transitions are related to the phenomena of chaos theory.

Keywords: classification oriented, cohesive hierarchy, theory of evolution, primate, humanoid, phylogenetic tree, emergence, theory of chaos.

1 Autour de la classification des êtres vivants

Dans la nature, il existe une grande diversité des formes de vie. La théorie de l'évolution permet de les expliquer. L'évolution scientifique désigne la succession et la variation dans le temps des formes végétales et animales. Elle implique qu'à la continuité parentale, s'ajoute une tendance interne à modifier certaines structures et à en créer de nouvelles. L'évolution est un fait et non une hypothèse (Grassé, 1973). Elle n'a pas été seulement combattue au nom d'un dogme, mais aussi, écrit H. Krivine (2011), parce que « *Avant Darwin, on ne comprenait pas que l'énorme complexité du vivant résulte d'un très long processus. C'est la prise en compte des temps longs qui permet à la théorie de l'évolution de se déployer* ».

Pour mieux étudier les êtres vivants, il a fallu les classer. D'après Lecointre (2004, 2008), classer c'est établir des groupements entre les objets sur la base d'un critère donné afin de former des ensembles qui reflètent des origines sous-jacentes. M. Foucault dans « *Les mots et les choses* » (1966) privilégie le caractère lié à la fonction. L'activité de

1 Laboratoire de Recherche en Éducation, ENS de Libreville ; laurence.ndong@gmail.com
2 Laboratoire LS2N, Equipe DUKe, Site Polytech Nantes La Chantrerie, rue C.Pauc, BP 44306, Nantes cedex 3 ; regisgra@orange.fr, regis.gras@univ-nantes.fr

classement génère une classification. La classification des êtres vivants raconte « qui partage quoi avec qui », ce qui, joint à l'évolution, raconte finalement « qui est plus proche de qui » (Lecointre, 2004, 2008).

La méthode de mise en cohérence de ressemblances par le moyen de la parcimonie[3] passe par une figure appelée communément « arbre ». Fisler, Crémière et Lecointre (2014) trouvent que cette métaphore est employée à tort et à travers et proposent de l'appeler « *graphe connexe non cyclique orienté* » et ce surtout dans le domaine de la phylogénie où l'appellation « arbre » entraine de nombreuses confusions. Mais ces caractères nous évoquent singulièrement ceux qui définissent le graphe implicatif de l'Analyse Statistique Implicative (ASI). Ils évoquent également la hiérarchie cohésitive ou orientée, dont nous préférons l'analogie avec l'arbre de l'évolution en raison de sa capacité, de façon non déterministe, dynamique et non linéaire, à mettre en évidence des classes emboîtées comme nous allons en juger plus loin. Nous faisons d'ailleurs nôtre, le jugement de Erwin Laszlo (1989, p. 109) qui écrit : « *L'évolution n'est pas téléologique : elle n'a pas de but précis, elle ne tend pas vers une espèce organique ou un écosystème particulier. Elle est cependant directionnelle, en ce qu'elle éloigne progressivement de l'équilibre des systèmes du troisième état*[4] *afin de les faire accéder à ce domaine supérieur et non linéaire où surgit la vie et peut-être l'intelligence* ». D'où le rapprochement incontestable entre ces deux représentations que nous tenterons de conduire.

L'essentiel est d'éviter l'écueil rencontré il y a peu longtemps jusqu'au XIXème siècle, de succomber aux préjugés dont on a accusé la plupart des premières classifications. En effet, comme l'écrit Dominique Laplane dans (Jean Staume, « *Notre existence a-t-elle un sens* ? », Presses de la Renaissance, p. 480) : « *La manière passionnée …témoigne bien sûr des préjugés… mais plus encore d'une grave erreur épistémologique, celle de croire qu'il y a des classifications naturelles alors que de toute évidence les classifications ne sont jamais que dans notre tête et que cette tête les établit en fonction de ses idées préconçues… »*. Or, la méthode de classification hiérarchique orientée présente des bases statistiques n'exigeant pas de jugement subjectif du classificateur lors de la construction des graphes par le logiciel CHIC. Mais, la subjectivité est parfois réintroduite par le chercheur lorsque pour obtenir des relations de « type causal », il en vient à inverser les flèches fournies par le logiciel.

Rappelons que la phylogénie est l'étude des liens existant entre espèces apparentées. Par elle, il est possible de retracer les principales étapes de l'évolution des organismes depuis un ancêtre commun et d'ainsi classifier les relations de parentés entre les êtres vivants. Pour coller à l'appellation la plus commune, un arbre phylogénétique est une représentation schématique, orientée et buissonnante qui permet d'établir des liens de parenté entre espèces ou groupes d'espèces et non pas de déterminer qui descend de qui. Ainsi, deux espèces proches sont constituées d'individus qui partagent le plus de caractères évolutifs. On appelle caractère, attribut ou innovation évolutive tout changement morpho-anatomique, physiologique, comportemental et/ou moléculaire repérable après le dernier ancêtre commun aux deux lignées d'êtres vivants. L'arbre phylogénétique s'établit à partir d'une matrice taxons[5]-caractères et s'accompagne

3 Le principe de parcimonie permet l'optimisation du partage des états de caractères dans un groupe (Peycru, Grandperrin et Perrier (dir), 2014, P.587)

4 Selon E.Laszlo, les systèmes sociaux en équilibre présentent des évolutions analysables de façon linéaire. Or un système du 3ème type est loin de l'équilibre et subit des fluctuations induisant des bifurcations. De ce fait l'évolution y est imprévisible. Ce serait le cas, du fait de leur complexité, des sociétés contemporaines.

5 Un taxon correspond à une entité d'êtres vivants regroupés parce qu'ils possèdent des caractères en

souvent de chacune des innovations apparues successivement, permettant de distinguer et situer les espèces entre elles.

2 Question et hypothèse de recherche

Est-il possible d'obtenir une classification des êtres vivants telle qu'établie en phylogénie, à l'aide de l'Analyse Hiérarchique Cohésitive et Orientée puisque cette dernière ne contient que des règles et R-règles qui font référence à des variables se structurant de façon ascendante en classes emboîtées et orientées ?

Nous pensons que oui. Nous nous limiterons, pour l'instant, à la classification de certains Primates. Notre étude peut donc être considérée comme exploratoire mais notre ambition est d'envisager une généralisation contrôlée.

3 Classification des Primates à l'aide de l'Analyse Hiérarchique Cohésitive Orientée

En zoologie, il existe 7 niveaux principaux de classification, chacun d'eux pouvant être subdivisé en utilisant des termes comme infra, super, sous… Ce sont : le Règne, l'Embranchement (ou Phylum), la Classe, l'Ordre, la Famille, le Genre et l'Espèce (Barriel, 2007). L'ordre des primates comprend différentes familles :

- Les Strepsirhiniens (Lémuriens) ;
- Les Haplorhiniens ou Singes.

Parmi les Singes, on distingue :

- Les Platyrhiniens ;
- Les Catarhiniens qui se subdivisent en Cercopithecoïdes (Babouin, Macaque, Colobe) et Hominoïdes[6] (Gibbon, Siamang, Orang-outan, Gorille, Chimpanze, Bonobo, Homme).

L'échantillon de singes retenu est composé des animaux suivants : Toupaïe, Maki, Indri, Tarsier, Saki, Macaque, Babouin, Homme, Gorille, Bonobo, Orang-outan et Chimpanzé.

Les caractères retenus sont les suivants :

- Présence ou absence d'ongle et de pouce opposable ;
- Orbites fermées ou ouvertes ;
- Présence ou absence de nez ;
- Présence ou absence de narines rapprochées ;
- Présence ou absence de queue.

L'arbre phylogénétique ci-dessous a été obtenu à partir du logiciel « Phylogène [7]».

commun du fait de leur parenté. Il existe plusieurs rangs taxinomiques du plus large au plus restreint (monde vivant, domaines, règnes, embranchements, classes, ordres, familles, genres, espèces…). Plus des êtres vivants partagent des caractères, plus le taxon dans lequel ils se retrouvent est bas dans cette liste.

6 La classification au sein des Hominoïdes varie selon les auteurs, en fonction du type de données qu'ils prennent en compte.

7 http://acces.ens-lyon.fr/evolution/logiciels/phylogene

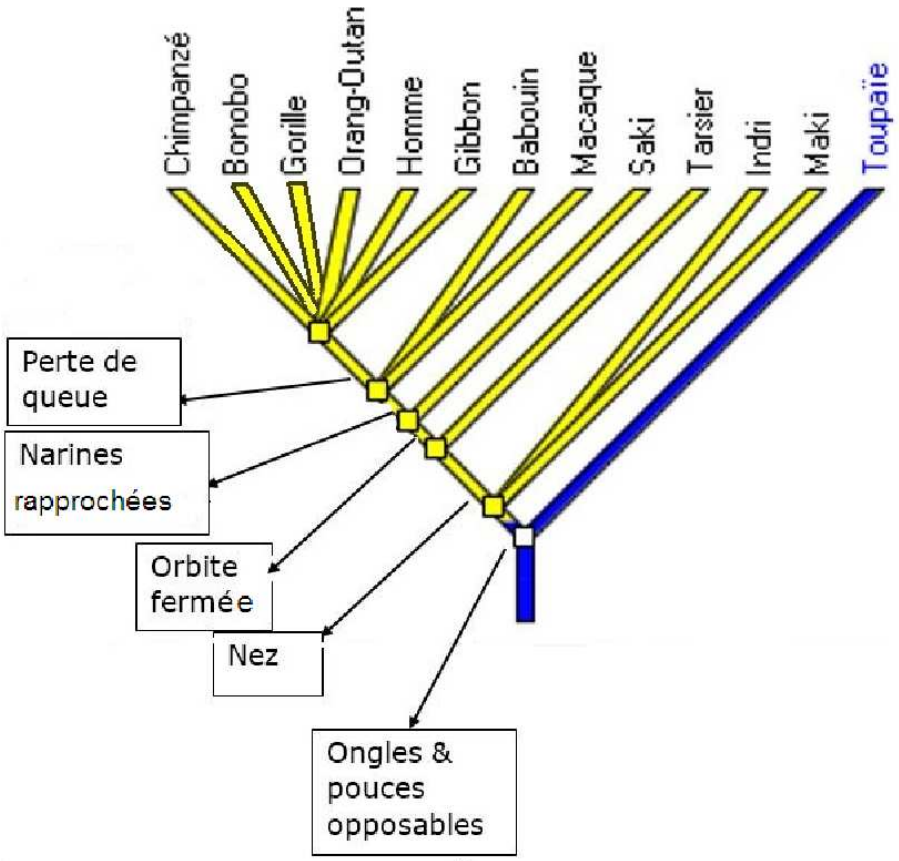


FIG 1 - Arbre phylogénétique de certains primates et archonte non primate.

D'après l'arbre phylogénétique représenté par la figure 1, le Chimpanzé, le Bonobo, le Gorille, l'Orang-outan, l'Homme et le Gibbon possèdent le plus de caractères évolutifs communs parmi ceux retenus pour notre étude. Le Toupaïe possède tous les caractères à l'état ancestral, cependant, il n'est pas l'ancêtre commun de tous les primates de cet échantillon. Par contre, il semble que l'ancêtre de tous ces primates avait des orbites fermées. On peut relever, à partir de cet arbre phylogénétique, que des groupes apparaissent successivement : Toupaïe puis {Maki, Indri}, puis {Tarsier, Saki, Macaque, Babouin} et enfin {Gibbon, Homme, Orang-outan, Gorille, Bonobo, Chimpanzé}. Ces groupes se forment sur la base de critères hiérarchiquement ordonnés à partir de la présence d'ongles et de pouces opposables, présence partagée par chacun de ces groupes sauf par le Toupaïe. L'ordre présent dans l'arbre s'aligne sur celui des 3 groupes de grands singes.

En croisant caractères retenus et animaux de notre échantillon les possédant ou non à l'aide de variables binaires, nous avons construit une matrice de variables binaires que nous avons traités avec le logiciel CHIC. Nous avons obtenu l'arbre cohésitif ci-dessous :

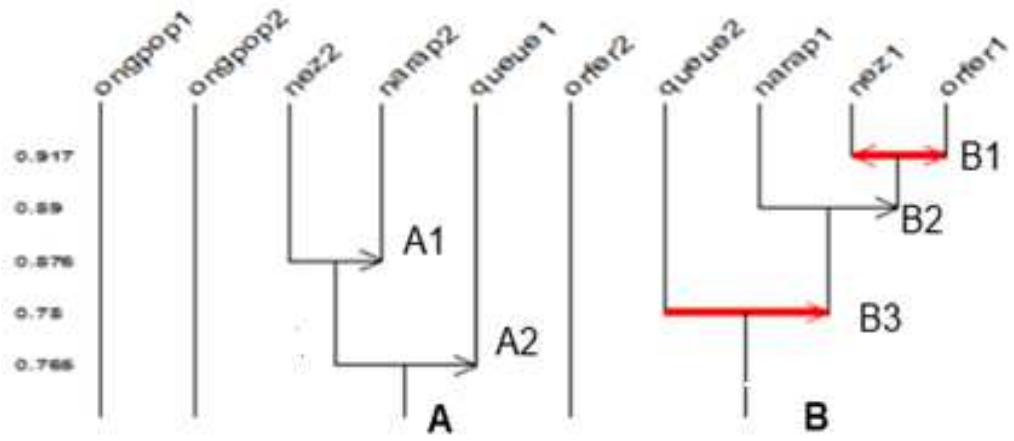


FIG 2 - Arbre cohésitif.

Les variables binaires qui caractérisent les sujets, sont les suivantes :

Ongpop1 :	Présence d'ongle / pouce opposable
Ongpop2 :	Absence d'ongle / pouce opposable
Nez1 :	Présence de nez
Nez2 :	Absence de nez
Orfer1 :	Orbites fermées
Orfer2 :	Pas d'orbites fermées
Narap1 :	Présence de narines rapprochées
Narap2 :	Absence de narines rapprochées
Queue 1 :	Présence de queue
Queue 2 :	Absence de queue

TAB 1 - Variables binaires.

Cet arbre cohésitif montre 5 classes avec des niveaux de cohésion décroissante.

La première classe B1=**{nez1, orfer1}** dont la cohésion est la plus grande concerne les individus présentant les caractères nez1 (présence d'un nez) et, en même temps, orfer1 (orbites fermées). Le nombre de sujets (13) de notre analyse ne permet pas de distinguer dans l'ordre d'apparition les deux traits orfer1 et nez1 contrairement à l'arbre phylogénétique. Cependant, l'emploi du logiciel CHIC conduit à l'extraction des individus qui contribuent le plus à la formation de cette classe et ceux qui en sont les plus typiques. Ce sont : Le Gibbon, le Gorille, le Bonobo, l'Orang-outan, le Chimpanzé, le Tarsier, le Saki, le Macaque, le Babouin et l'Homme. Ainsi le groupe {maki, indri} n'y contribue pas.

Relativement à la deuxième classe B2=**{narap1, nez1, orfer1},** les animaux typiques de la classe 1 sont aussi typiques de cette classe sauf le Tarsier. Si nous interprétons en termes phylogénétiques cette classe montre que la présence des narines rapprochées présuppose la possession de caractères plus anciennement acquis, éléments de structure de la face : le nez et les orbites fermées conformément à ce qu'indique l'arbre de la figure 1. D'ailleurs le tarsier ne contribue pas à cette classe.

Pour la troisième classe A1=**{nez2, narap2}**, les individus qui contribuent le plus sont le Toupaïe, le Maki, l'Indri. On note que le Tarsier y contribue également mais plus faiblement. Mais, le nez et les orbites fermées ne sont pas possédés par ce groupe. Ils apparaîtront plus tard.

La quatrième classe, très cohérente, B3=**{queue2, narap1, nez1, orfer1}** concerne les primates sans queue (queue2) et qui possèdent les caractères de la deuxième classe. Les sujets contributifs sont une fois de plus le Gibbon, le Gorille, le Bonobo, l'Orang-outan,

le Chimpanzé (famille des Hominoïdes), et, plus faiblement, le Tarsier, le Saki, le Macaque et le Babouin (famille des Cercopithecoïdes, dans cette liste seuls le babouin et le macaque font partie de cette famille). Il apparaîtrait ainsi que la disparition de la queue ait succédé à l'apparition des signes propres à la deuxième classe. Notons, encore une fois, la conformité de l'ordre donné par CHIC avec celui de l'arbre phylogénétique.

Quant à la dernière classe A2 ={**nez2, narap2, queue1**}, elle se constitue par la contribution du Tarsier, du Toupaïe, du Maki et de l'Indri et, plus faiblement, par le Babouin et le Macaque, c'est-à-dire la classe des primates la plus primitive.

Les deux grandes classes **A** et **B** sont disjointes par l'algorithme cohésitif ASI, signant une séparation nette au niveau de l'évolution entre deux grandes familles.

4 Discussion

L'analyse cohésitive a remarquablement mis en évidence la succession de présences des caractères en respectant l'arbre phylogénétique et en associant de façon conforme les groupes de primates apparus au cours de l'évolution. Chacune des transitions de phase, un saut anatomique, par exemple le passage de B2 à B3, est le fruit qualitatif de l'apport ou l'**émergence** d'un nouveau caractère, en l'occurrence, la disparition de la queue. Ces résultats sont confirmés par l'examen du graphe implicatif où l'on retrouve les liaisons et leurs contributions dans le même ordre. De plus, nous plaçant dans le cadre de la *théorie des catastrophes*[8] de R.Thom (1980), chaque changement de niveau de la hiérarchie est le résultat de l'atteinte par certains états antécédents, des qualités acquises et quelque fois disparues. Elles sont repérables sur le graphe implicatif et par la composition, dans la hiérarchie, de la classe prémisse, d'un état émergent, dit *attracteur* de la situation dite catastrophique. En fait, un changement de niveau signe le passage selon une *bifurcation* (suivant les termes de la théorie), d'un attracteur à un autre, d'un équilibre à un autre. Cette référence à la théorie des catastrophes renforce le caractère dynamique que possède la représentation hiérarchique non symétrique de l'ASI. Référence qui n'a aucune raison d'être attachée aux hiérarchies symétriques classiques.

5 Conclusion : la classification hiérarchique cohésitive, métaphore de l'évolution ?

Il serait prématuré à partir de cette étude de généraliser les conclusions auxquelles nous sommes arrivés. Cependant, on pourrait à partir de l'A.S.I. et de son arbre cohésitif retrouver et/ou anticiper les règles d'un développement[9], - comme nous l'avons fait pour la conceptualisation (cf. Gras et al. 2015)-, donc les mêmes classes qu'en phylogénie, le

8 Pour René Thom, une catastrophe est la disparition d'une forme stable. Cette disparition aboutit à l'établissement d'une nouvelle forme consécutivement à une modification des forces agissantes sur le système. Une forme stable, au sens mathématique de la stabilité structurelle, est alors une forme qui ne change pas de type sous l'influence de perturbations de faible importance (http://virole.pagesperso-orange.fr/meteo.pdf).

9 Le modèle mathématique que fournit l'A.S.I. permet la comparaison statistique du contingent et du théorique aux ordres du modèle. Au sujet de son application possible en biologie, Jean-Claude Ameisen déclare dans « Sur les épaules de Darwin, tome 2» (p. 163, Fayard/Seuil) : « *A la recherche des régularités, des mécanismes et des relations de causalité qui rendent compte des formes et des comportements du monde vivant, la formalisation mathématique jouera un rôle de plus en plus important en biologie ».*

même ordre donné par la loi de l'évolution darwinienne. Les deux méthodes pourraient ainsi être complémentaires. Mais plus encore, la compatibilité, peut-être quelque peu réductionniste, nous semble se prolonger avec la nouvelle théorie des équilibres ponctués, qui questionne la théorie darwinienne classique, par les caractères dynamique, discontinu, chaotique et non linéaire que cette théorie et l'ASI partagent[10]. La réflexion reste ouverte. Mais d'ores et déjà, nous pouvons confirmer que CHIC et son modèle théorique, l'ASI, jouent bien un double rôle d'analyseur et de révélateur de structures orientées. En particulier, à l'instar de ce que nous venons de voir avec l'évolution de la vie biologique, il nous semble possible de le transférer dans l'étude de l'évolution de la société, c'est-à-dire, sans spéculation métaphysique, dans le cadre paradigmatique évolutionniste. Le fondement de la convergence entre éléments et relations de plusieurs ensembles est, comme l'affirme C. Lévi-Strauss [1988, p. 159], « *qu'apparaissent des rapports invariants, tels que l'on puisse passer d'un ensemble à l'autre au moyen d'une transformation* ».

Références

[1] Barriel, V. (2007). *Hominoïdes, Hominidés, Homininés et les autres…*, http://planet-vie-ens.fr/content/hominodes-hominides-hominines, consulté le 18 juin 2016

[2] Drouard, F. (2010). Catégoriser et classer - classifier en Biologie. *Grand N*, n°86, 13-32.

[3] Fisler, M., C. Crémière, G. Lecointre (2014). Qu'est-ce qu'un arbre des idées ? Explication des notions d'arbres et de phylogénie et histoire des représentations de l'arbre. In Charbonnat, P., Ben Hamed, M., Lecointre G, (dir). *Apparenter la pensée ? Vers une phylogénie des concepts savants*. Paris : Editions Matériologiques, 103-144.

[4] Gras, R., P. Kuntz et H. Briand (2001). Les fondements de l'analyse statistique implicative et quelques prolongements pour la fouille de données. *Mathématiques et Sciences Humaines*, 154-155, ISSN 0987 6936, 9-29.

[5] Gras, R. (2005). Panorama du développement de l'A.S.I. à partir de situations fondatrices. *Actes des journées. Troisième rencontre Internationale A.S.I.* Palerme : Università degli Studi di Palermo, 9-33.

[6] Gras, R. (2015). Un survol paradigmatique de l'Analyse Statistique Implicative. In Régnier, J.-C., Slimani, Y., Gras, R., Ben Tarbout, I., Dhioubi, A. (Eds). *Analyse Statistique Implicative. Des sciences dures aux sciences humaines et sociales*. Tunis : ARSA Editions, 11-23.

[7] Grassé, P.-P. (1973). *L'évolution du vivant*. Paris : Editions Albin Michel.

[8] Krivine H. (2011). *La Terre, des mythes au savoir*, Cassini, Paris.

[9] Kuntz, P. (2005). Classification hiérarchique orientée en ASI. *Actes des journées. Troisième rencontre Internationale A.S.I.* Palerme : Università degli Studi di Palermo, 53-62.

[10] Laszlo, E. (1989), La cohérence du réel, Évolution cœur du savoir, gauthier-villars, Paris

[11] Lecointre, G. (2004, 2008). *Comprendre et enseigner la classification du vivant*. Paris : Edition Belin.

[12] Lecointre, G. et H. Le Guyader (2001, 2006). *Classification phylogénétique du vivant*. Paris : Edition Belin.

[13] Lévi-Strauss C. (1988), *De près et de loin*, Ed. Odile Jacob, Paris.

[14] Peycru, Grandperrin et Perrier (dir). (2014). Biologie, tout-en-un. Paris : Dunod.

[15] Prigogine I. (2008), *Les lois du chaos*, Champs Sciences, Paris

[16] Thom R., (1980), *Paraboles et catastrophes,* Paris : Flammarion

10 « Il est banal de chercher ce qu'on n'a pas encore trouvé, mais le sel de la recherche est de trouver ce qu'on ne cherchait pas ». (Krivine, 2011, p.235).

TRAITEMENT PAR L'ASI DE MODÈLES EN SCIENCES HUMAINES : ENTRE SIMPLES FLUCTUATIONS, ARTEFACTS, ET SENS POSSIBLES

Christian PELLOIS[1]

TREATMENT BY THE ASI OF MODELS IN THE SOCIAL SCIENCES: BETWEEN SIMPLE FLUCTUATIONS, ARTIFACTS, AND POSSIBLE MEANINGS

RÉSUMÉ

Il est maintenant courant, en sciences humaines, comme dans d'autres domaines des sciences, d'utiliser des modèles hypothétiques en vue de comprendre les fonctionnements complexes, en tant que systèmes, des situations observées. Si, au regard des modèles posés, le traitement statistique de l'ordonnancement des données recueillies peut se faire maintenant aisément par des outils statistiques comme l'ASI, les interprétations des résultats obtenus n'en posent pas moins problème au chercheur. Cela tient aux différents sens que les résultats obtenus peuvent avoir, du fait de la complexité interactionnelle observée, complexité relevant, notamment, des multiples rapports entre variables, mais aussi des fluctuations de la mesure, voire des effets de contrainte de la structure elle-même, sources d'artefacts possibles. Si la difficulté ici considérée ne remet aucunement en cause l'utilisation de modèles structuraux de traitement des données recueillies, en particulier en termes de différences, elle amène néanmoins à mettre en œuvre une méthodologie rigoureuse, ceci afin de garantir au mieux le caractère scientifique des résultats obtenus.

Mots-clés : *traitements statistiques, modèles, structures, systèmes, interprétations, sens, différences, fluctuations, artefacts.*

ABSTRACT

It is now common in the social sciences, as in other areas of science, to use hypothetical models in order to understand the complex workings, as systems, observed situations. If, in the light of posed models, statistical treatment of the ordering of the data collected can be done easily now by statistical tools such as ASI, interpretations of the results not in problem not less to the researcher. This is due to the different meanings that the results may have because of the observed interactional complexity, complex reporting, including multiple relationships between variables, but also the fluctuations of the measure, or the effects of constraint of the structure itself, sources of potential artifacts. If the difficulty here under review does not put in question the use of structural models of treatment of data collected, especially in terms of differences, she nevertheless brings to implement a rigorous methodology; this is to ensure the scientific nature of the results achieved at best.

Keywords: *statistical treatments, models, structures, systems, interpretations, meaning, differences fluctuations, artifacts.*

1 Introduction

L'Analyse Statistique Implicative (ASI) a permis, depuis maintenant plusieurs décennies, des avancées notables en termes de traitement de données statistiques. Les qualités de l'ASI, non seulement sur le plan de la logique implicative, mais aussi sous l'angle de rapports structuraux plus complexes entre variables, telle que le propose l'analyse

[1] 7, rue des pins 14470, Courseulles sur Mer, pellois.christian@wanadoo.fr

cohésitive, sont évidentes. Pour ses qualités, l'ASI a déjà été largement utilisée dans des domaines aussi variés que les sciences appliquées au domaine technique, les sciences de la vie, mais aussi les sciences humaines et sociales (cf. notamment, Gras, Régnier, Marinica, Guillet, 2013, Regnier, Slimani, Gras, 2015). Cependant, l'approche structurale, que permet l'ASI, en sciences humaines, si elle présente des avantages certains sur d'autres méthodes d'analyse statistique, n'en pose pas moins des questions d'interprétations et donc de signification des résultats obtenus. Des publications antérieures ont abordé, les différents sens ou significations que pouvaient avoir, en particulier en psychologie du développement cognitif, des résultats obtenus par l'ASI (Pellois, 2007a, exemple, p. 71, 2007b). Ceux-ci peuvent renvoyer la logique implicative, à l'expression fonctionnelle de la causalité entre les variables. Mais ils peuvent, aussi, renvoyer à autre chose. Ils peuvent témoigner[2], du fait que, dans le développement, l'émergence d'une dimension en précède simplement une autre (par exemple, Pellois, 2005 p. 50, 2013b p. 247), et du fait que des performances portant sur des compétences présentant des niveaux de difficulté différents peuvent s'ordonnancer selon une répartition de données qui suggérerait une forme d'implication possible entre elles (Pellois, 2007a, p. 72 et suivantes). Mais la question de la pluralité des sens possibles ne s'arrête pas à ces considérations. Les différentes formes statistiques que prennent les répartitions de données, par exemple de performances cognitives, dans des sous-populations d'une population d'ensemble, suggèrent, parfois, qu'il peut exister, aussi, des différences d'expression de performances pour des sous-groupes de cette population d'ensemble. Ces différences, de sous-groupes, par rapport au groupe global, et des sous-groupes entre eux, peuvent traiter de différents niveaux de maîtrise de capacités du raisonnement cognitif, par exemple, telles qu'elles ont pu être décrites initialement par les conceptions piagétiennes (Inhelder, Piaget, 1967,1970). Elles peuvent traiter, aussi, en particulier sous l'angle de leurs expressions vicariantes, de différentes formes de traitement des données de l'information (par exemple, Lautrey, Chartier, 1987). Il s'agit, alors, pour les sujets considérés, d'exprimer des différences de rapports, non seulement logiques, mais aussi fonctionnels entre les dimensions retenues. Ces différences, conduisent à l'expression de voies d'organisation de l'activité cognitive variées, mais comparables dans les résultats obtenus (Longeot, 1967, 1978, Huteau, Rajchenbach, 1978, Reuchlin, Bacher, 1989, Bideaud, Houde, Pédinielli, 1993, Huteau, Lautrey, 1999). Les différents ordonnancements des données des populations, et/ou des *« sous-groupes »* observés de ces populations, prennent, ainsi, une nouvelle signification. Cette nouvelle signification des résultats implicatifs variés et variables, renverraient, alors, à des différences *« vraies »* entre sous-groupes, voire entre personnes, en tant que tel, ou à l'expression de la vicariance intra-individuelle en fonction des contenus, des contextes, etc. (Pellois, 2008a). Ces expressions vicariantes du développement ont donné lieu, antérieurement, à des approches particulières du traitement statistique de données par l'ASI (Pellois, 2012)[3]. Cependant, l'approche différentielle amène, à son tour, à se poser la question de ce que peut recouvrir, en termes de sens, de signification, les différentes formes d'ordonnancement des données recueillies sur une population donnée et les sous-groupes qui la composent. Les relations implicatives entre variables peuvent, effectivement, traduire une tendance générale de la population à suivre la même voie de

[2] Dans la mesure où les domaines considérés sont suffisamment éloignés les uns des autres.

[3] Par ailleurs, cette question de l'hétérogénéité des sous-groupes, suggérant des différences et/ou de la vicariance, et permettant de nuancer, voire de rejeter des interprétations plus homogènes, plus globales, donc, plus générales, semblerait être maintenant résolue par l'ASI, notamment, par l'étude individuelle des sous-groupes des classes cohésitives formées.

développement, ou recouvrir une hétérogénéité caractérisant des ordonnancements différenciés de sous-populations suivant des voies du développement différentes (vicariance)[4]. Mais cette hétérogénéité peut recouvrir aussi des fluctuations, voire de l'incertitude sur la mesure, souvent observées en sciences humaines. Subsidiairement à cette question d'homogénéité/hétérogénéité des populations, se pose la question des structures de relations (similaires, implicatives, cohésitives) entre variables -de leur *« nature »*-, telles qu'elles apparaissent globalement dans les résultats fournis par l'ASI. Si, effectivement, des différences de structures d'organisation des données entre sous-groupes sont présentes, ces différences, construites sur des données *quantitatives* ne relèvent-elles pas davantage d'expressions -y compris fonctionnelles- *qualitatives*, dans le développement (De Finetti, 1955, Pacherie, 2002, Durand, 2004, Pellois, 2005, 2010, 2013b), la personnalité ? Plus largement, en particulier dans le domaine de la psychologie, il convient de rappeler que tout ceci s'inscrit dans une recherche, au sens classique de la science, de relations de type *« cause à effet »*. L'ordonnancement des données selon une logique implicative peut contribuer à traiter de cela, à condition d'utiliser une méthodologie, en contexte, susceptible de lier implication et causalité et de maîtriser, *a minima*, les complexités inhérentes au domaine considéré, complexité rapidement esquissée, dans le point qui suit, selon une brève nomenclature.

2 Rapports complexes en sciences humaines : de quoi s'agit-il ?

Dans le domaine de la psychologie, mais pas seulement, les rapports complexes tiennent au nombre de dimensions à prendre en compte (I) et, donc, à la multiplicité des rapports possibles entre elles (Ia[5]) et aux effets de contraintes que cela peut amener, effets se traduisant par l'expression de tendances *« mécaniquement »* induites (Ib). Ils tiennent aussi, à la diversité plus ou moins logique, au sens classique, des formes simples ou complexes des relations (cf. point 3, § 2) (II). Ils peuvent relever, également, des formes que prennent les distributions de données, dans les relations exprimées entre variables[6], des modalités de variation/fluctuation interindividuelles[7], ou intra-individuelles[8] de la mesure (III). Ils peuvent, aussi, relever de la composition formelle des relations entre variables[9] (IV). Ils dépendent, ces rapports complexes, des dynamiques opérant entre variables. Celles-ci tiennent, à la fois, aux contextes externes, variables, de l'expression des dimensions retenues (V), et aux évolutions internes, eux-mêmes variables, des *« systèmes »* et *« sous-systèmes »,* déjà eux-mêmes complexes, observés et représentés par une variable donnée (VI). Cela peut tenir aux facteurs de variabilité d'influences interne/externe, hors expérience (VIa), jouant sur les sujets, les groupes et sous-groupes

[4] L'approche analytique de cette question, sous l'angle de traitement de données par l'ASI, a donné lieu à deux publications dans les actes du colloque ASI 8 (Pellois, 2015a, 2015b) et à la rédaction d'un *« défi »* (le défi numéro 5, vers ASI 9).

[5] Dans ce paragraphe, les chiffres romains dénombrent différents domaines de complexité, ici répertoriés.

[6] Relation d'optimalité simple, bimodale, effet *« seuil »*, effet *« plafond »*, voire effet alternatif, relation chaotique (Juhel, 2005).

[7] Susceptibles d'introduire des effets de *« biais »* exprimés dans les populations et les sous-populations retenues, ceci en lieu et place de tendances qui pourraient être considérées comme *« vraies »*.

[8] Des fluctuations possibles des scores obtenus par un sujet, une personne, sur les dimensions choisies pouvant induire des relations, de l'ordre de l'*« artefact »,* celles-ci n'étant pas réellement présentent, ou de relations absentes (*« silencieuses »* ?) dans les résultats alors qu'elles existent bel et bien.

[9] Influence composite, plus ou moins complexe, avec fragilité ou robustesse d'expression selon les contextes.

des populations observées. Cela peut tenir au moment de la mesure ou de l'observation (VIb), aux contextes directs variés et variables (VIc) eux-mêmes susceptibles de fluctuer, ce qui amène, par voie de conséquence, et plus ou moins directement, les scores obtenus, à fluctuer. L'appréciation de ces rapports complexes tient, aussi, aux mesures, elles-mêmes fluctuantes et variées, en fonction de l'outil utilisé (VII). Il peut s'agir, alors, de la simple inconstance des performances (exemple : la qualité de fidélité du test) en fonction des caractéristiques de l'outil de mesure. Tout cela occasionne, bien évidemment, de l'incertitude sur les mesures opérées. Mais la complexité peut tenir, également, à la difficulté de conceptualisation des dimensions retenues et des rapports qu'elles entretiennent entre elles (cf. par exemple, Roubertoux, 2004, p. 126) (VIII). Elle tient aux difficultés méthodologiques à mettre en œuvre des observations de celle-ci, observations susceptibles d'être reconnues par l'ensemble de la communauté scientifique[10] (IX). Mais cela peut tenir, aussi, au fait que les analyses produites portent, elles-mêmes, sur une variété très large de rapports relationnels. Sous l'angle de positions relatives de poids, de dynamiques, et d'interactions, elles renvoient à une intrication et une conceptualisation de l'ensemble, très complexes (X). Il s'agit, par exemple, de multiples effets rétroactifs (feedbacks) et, donc, circulaires, possibles entre variables (Xa), en psychologie, mais pas seulement (en génétique, par exemple, Roubertoux, 2004), des effets relevant des convictions, de la persuasion, de la personne dans le groupe (Xb) (effet placebo, effet Hawthorne, cf. Huteau, Loarer, 1992). Il s'agit, également, des effets liés au développement de la réflexivité, de la prise de conscience par rapport à soi (Xc) (Vermersch, 1991, 1994, Bruchon-Schweitzer, 2002). Sans doute, cette liste des marqueurs de complexité reste partielle et pourrait encore être complétée[11]. Cet ensemble d'éléments pourrait expliquer, en particulier au regard de l'approche différentielle, la difficulté, courante en sciences humaines, à reproduire les résultats obtenus dans des expériences réalisées (Nowak, 2015, Larousserie, 2016). Par ailleurs, l'analyse différentielle peut aller, c'est l'évidence dans le domaine de la psychologie, jusqu'à l'individu pris en lui-même dans son contexte, la personne, décrite dans ses expressions caractéristiques multiples. La réalité dynamique du sujet, renvoie, alors, à l'analyse d'une *« configuration »*[12], singulière mais dynamique, donc variable, d'une population vaste de dimensions et de rapports de dimensions entre elles, constituant, ainsi, pour un même sujet, une pluralité de variables amenées à fluctuer quantitativement, mais dans un contexte d'expressions qualitatives (De Finetti, 1955, Pacherie, 2002, cités précédemment) de sous-ensembles dans un ensemble plus global, la personne, prise dans son (ses) contexte(s). Examinée sous cet angle, tout à la fois de la *qualité* et de la *labilité* de l'expression des organisations et des occurrences qui en dépendent, la difficulté pourrait tenir à la *« sensibilité »* observée de l'ASI, comme de tout outil statistique complexe, aux variations/fluctuations différentielles d'expression, en sciences humaines, des *« caractéristiques »*, pour des populations et des sous-populations différentes, notamment lorsque celles-ci relèvent d'effectifs limités (Chamsine, 2012). Les résultats différentiels obtenus relèvent-ils, alors, de l'expression de différences qualitatives effectives s'exprimant par les structures observées, différentes entre sous-groupes, ou relèvent-ils d'effets de *« biais »* tenant aux fluctuations des observations réalisées ? Ces effets de biais pourraient faire qu'émergent, par la sensibilité de l'outil statistique utilisé, des différences qualitatives là où il n'y aurait, dans les résultats obtenus, que, le jeu de

[10] Validité/fiabilité, ambigüité, floue conceptuel et sophistication de l'outil d'observation utilisé.

[11] Qualités conceptuelles, méthodologiques, du modèle, marges d'erreur dans les interprétations formulables et formulées, etc.

[12] Dont l'expression qualitative peut être traitée en tant qu'*« organisation »*, *« structure »* ou *« système »*.

fluctuation de performances quantitativement exprimées. Cependant, le problème posé par le sens à donner aux résultats obtenus ne se réduit pas nécessairement au choix entre tendances différentielles et fluctuations. Il existe au moins, un autre aspect de la question qu'il convient d'aborder, celui, déjà évoqué, de l'effet de structure sur l'établissement, toujours possible, de contraintes dans l'ordonnancement des données, contraintes non anticipées par le chercheur. Cette communication tente, sous l'angle de recherches qui se voudraient essentiellement confirmatoires, et dans la complexité de l'examen des structures abordées en sciences humaines, de rendre compte de problèmes tenant aux traitements d'hypothèses dans des organisations fonctionnelles. Elle s'inscrit dans le cadre méthodologique du traitement de données (Pellois, 2003, 2008b, 2010, 2015b) pris dans un jeu d'expression structurelle vite complexe lorsque l'on quitte la relation analytique classique des variables considérées uniquement dans leurs rapports, stables, deux à deux, et, bien souvent, hors des rapports structuraux complets entre variables, telles que, par exemple, les considère l'approche systémique (Le Moigne, 1990,1995, 2003, Durand, 2004). Afin d'y voir plus clair sur les questions évoquées dans les développements qui précèdent, la démarche qui suit se place dans la position inverse de la démarche précédemment mise en œuvre (Pellois, 2015a). Elle part de sous-populations différentes, mais pour lesquelles la même structure des données est posée, par hypothèse (une certaine homogénéité), pour certaines des relations entre variables. L'objectif est, au-delà d'une recherche possible d'homogénéité posée par hypothèse, de voir la part d'hétérogénéité *« résiduelle »* possible. Il s'agit de cerner, notamment, ce qui peut se *« cacher »* derrière une certaine hétérogénéité caractéristique, par ailleurs, des processus vicariants ou des différences de configurations de relation entre des groupes différents[13]. L'objectif est de voir ce qui relèverait, d'une part, des fluctuations de l'expression intra-individuelle, des incertitudes sur la mesure, et/ou des effets de biais induits par la contrainte de la structure elle-même. Il est, d'autre part, de voir ce qui tiendrait, par ailleurs, à d'éventuelles différences interindividuelles considérées stables et observées ainsi, ou à l'expression de la vicariance intégrant des variations intra-individuelles possibles, elles-mêmes stables, notamment, en fonction de contextes différents, dûment caractérisés. Pour aborder cette difficile question, il est fait appel, dans le texte qui va suivre, à une modélisation formelle de rapports entre variables (point 3). Sont abordées, ensuite, dans le cadre des contraintes imposées par le modèle, différentes options que peuvent prendre les données (point 4). L'ensemble des données traitant de ces différentes options est, bien évidemment, soumis au logiciel CHIC (point 5). Enfin, le modèle est illustré par un ensemble de traits particuliers, et les rapports concrets qu'il peut y avoir entre ces traits, choisis parmi les plus évidents possibles au sens de la réalité courante (point 6). Enfin, seront précisés les aspects méthodologiques susceptibles de permettre le dépassement des difficultés abordées ci-dessus (point 7).

3 Une structure complexe hypothétique

Comme cela vient d'être évoqué, dans l'analyse de situations humaines d'apprentissages, d'enseignement, ou simplement d'expression courante de personnes confrontées à des contextes psychologiques et/ou sociaux, comme dans bien d'autres domaines, maintenant, de la recherche en général, l'approche du climat, par exemple, il devient courant de traiter de modèles hypothétiques, nécessairement interactifs et, souvent,

[13] Filles/garçons, différents âges, différents niveaux de performances, différents styles cognitifs, etc.

« complexes ». Ici, il sera question, dans le domaine de la psychologie, d'une modélisation relativement simple portant sur l'expression d'habiletés ou de caractéristiques courantes entrant en jeu, par exemple, par l'interaction fonctionnelle, dans l'expression de capacités, tenant à des *« états »* plus élaborés. Rappelons, que, dans ce domaine des rapports *« complexes »* entre dimensions, les relations entre variables ne relèvent pas nécessairement et uniquement de la relation implicative telle que présentée dans le cadre de l'ASI. Elles relèvent, aussi, outre la multiplicité des dimensions en jeu, de multiples formes de rapports entre variables. Il s'agit, alors, de traiter de la covariation sous la dépendance d'une variable (ce peut être un contexte particulier) appelée variable latente, voire de polyvalence d'action d'une variable sur d'autres. Il s'agit également de traiter d'indépendance plus ou moins marquée, ou même d'incompatibilité[14] entre deux dimensions, d'effets alternatifs identiques, ou comparables de deux variables, ou d'effets liés seulement à l'expression conjointe de ces deux dimensions, etc. La liste évoquée ici, est, bien évidemment loin d'être limitative. Le modèle formel ci-dessous, rend compte d'une partie de la *complexité* évoquée ci-dessus et, plus modestement, de celle évoquée très largement au point 2. Il sera particulièrement abordé, dans ce contexte, la sensibilité de l'ASI aux *fluctuations* de l'expression, compatibles avec la structure formelle retenue, des relations entre variables, ceci, en particuliers, pour de petits groupes (12 sujets) relevant d'une même population parente. Cette approche traite, plus largement : des différents *« statuts »* que peut avoir, dans le jeu interprétatif, la variation/fluctuation possible dont rendent compte différentes distributions de données de sous-groupes internes à un groupe donné, et de la *« sensibilité »* des calculs du logiciel CHIC aux variations/fluctuations. Elle aborde également ce qui peut tenir à la taille des groupes ici considérés[15], et, ceci, pour une même structure de relations entre variables et, donc, un même cadre d'ordonnancement des données. Pour traiter de tout cela, l'étude se propose, donc, de mettre en relations hypothétiques formelles variées différentes dimensions[16] selon le schéma théorique *« complexe »* suivant :

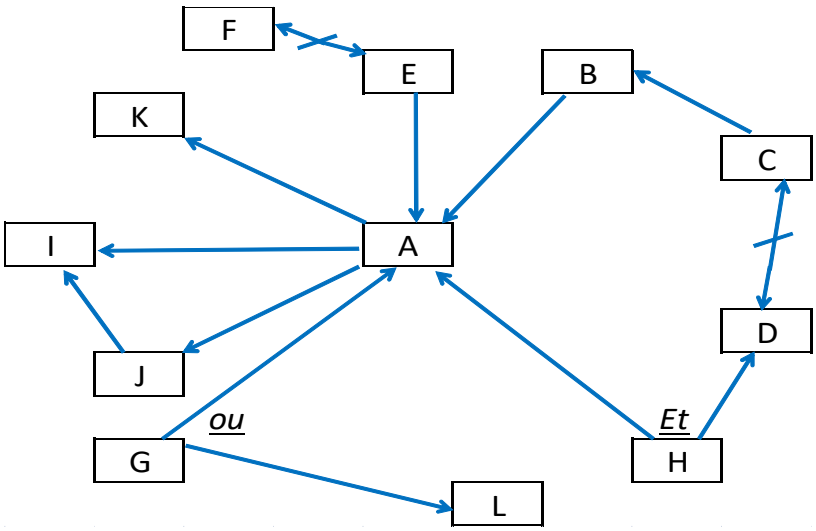


Figure 1 – schéma de la structure complexe

[14] Celles-ci interviennent fréquemment dans des activités organisées de l'action et de la pensée (Cf. par exemple, à ce sujet, Dehaene, 2014, p. 176-177)

[15] Un groupe de 12 sujets, étant susceptible, ici, de constituer un groupe plus large de 36 sujets, comprenant les trois versions d'émergences, dans la population parente, d'observations du groupe de 12 sujets initial.

[16] Dimensions qui, comme cela à été évoqué précédemment, donneront lieu, ensuite, à une illustration possible.

Le modèle, présenté selon le schéma ci-dessus, fait l'hypothèse de 13 relations entre les variables. Dans cette hypothétique *« structure complexe »*, les relations retenues sont les suivantes. L'*« expression »* de la variable A impliquerait (au regard du sens des flèches unidirectionnelles), à la fois, les *« expressions »* des variables K, I, J. Par ailleurs, les *« expressions »* des variables E, B, G, H impliqueraient, l'*« expression »* de A, mais, l'*« expression »* de G impliquerait celle de A ***ou*** de L, voire les deux (deux flèches conjointes, de même sens, associées au ***ou***), l'*« expression »* de H celle de A ***et*** de D conjointement (deux flèches conjointes, de même sens, associées au ***et***). Enfin l'*« expression »* de C impliquerait celle de B, l'*« expression »* de J impliquerait celle de I, et, les *« expressions »* de D et C comme de E et F seraient incompatibles (flèche à double sens barrée), c'est-à-dire la présence de l'une ne pourrait se faire qu'en l'absence de l'autre et vice-versa.

4 Trois distributions possibles correspondant à cette structure complexe hypothétique

A partir de ce schéma, pour 12 sujets et 12 variables, trois distributions de données ont été élaborées, ceci conformément au modèle formel. Ces distributions de données ont été choisies différentes les unes des autres concernant la distribution des données de la variable A, et conformes à ce modèle pour les parties contraintes par les relations logiques considérées, mais arbitrairement distribuées concernant les parties de données des autres variables pour lesquelles il existe, au regard du modèle, des parts de *liberté*[17] possibles dans l'expression des occurrences. Par ailleurs, le choix a été fait de réduire l'expression du continuum de scores, usuellement observé en sciences humaines, à une échelle dichotomique (0, 1)[18] traitant de ces scores, par exemple, en affectant 0 ou 1, pour chaque variable, en fonction de leur position de part et d'autre de la moyenne des scores obtenus par l'ensemble des sujets.

Ces trois distributions sont les suivantes :

[17] Cette liberté prise exprime le jeu de fluctuations possibles ou les incertitudes portant sur la mesure effectuée. Ce jeu de fluctuations et d'incertitude sur le positionnement des sujets correspond tout à fait aux réalités de l'observation en sciences humaines. Par exemple, sur des données dichotomisées par rapport à la moyenne des scores obtenus, à chaque occasion, à une échelle verbale de niveau intellectuel (ECNI), pour trois occasions successives dans le temps, la position 0 1 ou 1 0 change au moins une fois pour près de 36 % des sujets et deux fois pour près de 7% d'entre eux. Par contre, aucune liberté n'a été prise (quasi-implication avec quelques observations contradictoires et incompatibilité relative) concernant les données relevant des contraintes du modèle, ceci dans le but : d'éviter une accentuation du *« brouillage »* autour de l'émergence observable des structures posées dans le modèle, et de se donner, ainsi, de l'avis du rédacteur de ce texte, trop facilement raison …

[18] Des travaux antérieurs (par exemple : Pellois, 2015a, p. 488) ont montré que le choix de répartition dichotomique par rapport au choix d'un continuum de scores (traduits en pourcentages) ne modifiait pas vraiment les tendances, alors observées, après traitement par l'ASI, au regard des mêmes calculs faits sur des données réparties selon ce continuum.

	variable A	variable B	variable C	variable D	variable E	variable F	variable G	variable H	variable I	variable J	variable K	variable L
Sujet 1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0
Sujet 2	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0
Sujet 3	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0
Sujet 4	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1
Sujet 5	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1
Sujet 6	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1
Sujet 7	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1
Sujet 8	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1
Sujet 9	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1
Sujet 10	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0
Sujet 11	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0
Sujet 12	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0

Tableau 1 – Distribution des données correspondant à l'expression *« complexe 1 »*

	variable A	variable B	variable C	variable D	variable E	variable F	variable G	variable H	variable I	variable J	variable K	variable L
Sujet 1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0
Sujet 2	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1
Sujet 3	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0
Sujet 4	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1
Sujet 5	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0
Sujet 6	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0
Sujet 7	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1
Sujet 8	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0
Sujet 9	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0
Sujet 10	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1
Sujet 11	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0
Sujet 12	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1

Tableau 2 – Distribution des données correspondant à l'expression *« complexe 2 »*

	variable A	variable B	variable C	variable D	variable E	variable F	variable G	variable H	variable I	variable J	variable K	variable L
Sujet 1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0
Sujet 2	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0
Sujet 3	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0
Sujet 4	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1
Sujet 5	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1
Sujet 6	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0
Sujet 7	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0
Sujet 8	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1
Sujet 9	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0
Sujet 10	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1
Sujet 11	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1
Sujet 12	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0

Tableau 3 – Distribution des données correspondant à l'expression *« complexe 3 »*

NB : les chiffres en vert, indiquent les plages de « liberté » *d'expression des données que le modèle permet.*

Il est clair, pour l'auteur de ce texte, qu'une distribution arbitrairement choisie sur les parties *non contraintes* par les relations logiques retenues a priori entre les variables des tableaux, peut induire, à l'insu de celui qui, ici, les a choisis (ou celui qui recueille ces données), des *« biais »* de distribution susceptibles de se traduire, dans l'ordonnancement des données non contraintes, par des relations observables. Pour autant, cette distribution *« arbitraire »* introduit-elle des ordonnancements de données dont rend compte le traitement statistique, en termes de relations effectives, relations qui seraient ensuite jugées pertinentes bien que non retenues initialement dans le modèle considéré ? Ou bien, ces *« ordonnancements »,* qui seraient, dans ce cas de figure, quelque part, *« fortuits »*, relèvent-ils d'un jeu de combinaisons essentiellement aléatoire ? Ou bien, encore, ces *« ordonnancements »* ne pourraient-ils pas tenir à des effets de biais *induits* par les contraintes qu'introduit la structure elle-même ? Ces questions, essentielles dans le domaine des sciences humaines, seront reprises et discutées ultérieurement dans ce texte.

5 Résultats obtenus par l'ASI, à l'issue du traitement statistique de ces trois distributions de données

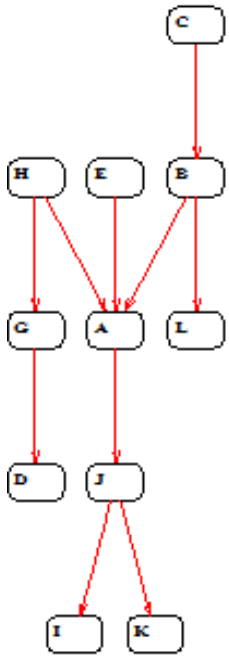
Les résultats obtenus, après traitement par l'ASI, seront présentés sous la forme de données fournies par CHIC et sous la forme du schéma complexe de la figure 1, pour l'expression *« complexe 1 »*. Ils seront présentés directement sous la forme du schéma complexe de la figure 1 pour les autres expressions complexes.

5.1 Résultats obtenus correspondant au tableau de l'expression *« complexe 1 »*

5.1.1 Sous la forme des données obtenues par le logiciel CHIC

Coefficient de corrélation :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
A		0.58	0.45	-0.45	0.58	-0.58	0.00	0.58	0.45	0.71	0.58	0.00
B			0.77	-0.77	0.11	-0.11	-0.58	-0.33	0.26	0.41	0.33	0.58
C				-1.00	0.26	-0.26	-0.45	-0.26	0.20	0.32	0.26	0.45
D					-0.26	0.26	0.45	0.26	-0.20	-0.32	-0.26	-0.45
E						-1.00	0.19	0.56	0.26	0.41	0.33	-0.19
F							-0.19	-0.56	-0.26	-0.41	-0.33	0.19
G								0.58	0.00	0.00	-0.19	0.00
H									0.26	0.41	0.33	-0.58
I										0.63	0.26	0.00
J											0.41	0.00
K												-0.19
L												



5.1.2 Sous la forme de la représentation de la figure 1[19]

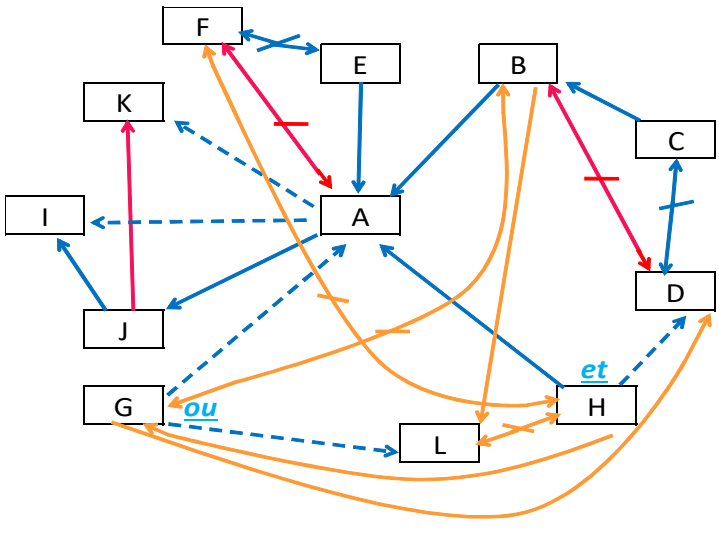


Figure 2 – schéma des résultats correspondant à l'expression *« complexe 1 »*

[19] Le choix des relations implicatives reproduites sur la figure 2 est celui de l'arbre graphique, des relations implicatives, ci-dessus, fourni par CHIC et non pas celui des relations implicatives fournies par le tableau des coefficients d'implication, entre variables prises deux par deux, et fourni par ailleurs, dans les calculs du logiciel. Il s'avère en effet, de manière plus générale -en particulier concernant les résultats sur les trois sous-groupes réunis- (cf. p. 23) que ce tableau, s'il donne, un peu plus d'indications de relations *« confirmées »* (8 contre 7), il donne, aussi, des indications de relations autres (3 contre 0) ce qui complique, voire altère l'analyse interprétative, alors que l'arbre graphique fournit un peu moins de confirmations mais, aussi, aucune relation implicative *« inattendues »*. Ceci permet une analyse interprétative relativement plus simple et davantage clarifiée.

Après traitement des données par CHIC 4.2, les relations entre les variables retenues et ci-dessus schématisées correspondent aux relations implicatives dont un des deux coefficients asymétriques, le plus élevé, est supérieur à 55, et aux relations d'incompatibilité dont le coefficient est égal ou supérieur à -.50[20]. Il peut être constaté, au regard du modèle fait de relations implicatives simples, *« complexes »* (l'une *« ouverte »* avec le ***ou***, l'autre *« fermée »* avec le ***et***), ou d'incompatibilité, que : des relations sont confirmées par l'analyse des données (traits pleins, couleur bleue), une autre, relevant de l'implication *« complexe »* (ici, dite *« fermée »*), apparaît partiellement (traits pleins, et traits en pointillés couleur bleue), d'autres ne sont pas confirmées (traits en pointillés, couleur bleue), enfin, d'autres, non envisagées par le modèle, apparaissent confirmées dans les autres groupes (traits pleins, couleur rouge) ou originales à ce groupe (traits pleins, couleur marron clair).

5.2 Résultats obtenus, correspondant au tableau de l'expression *« complexe 2 »*

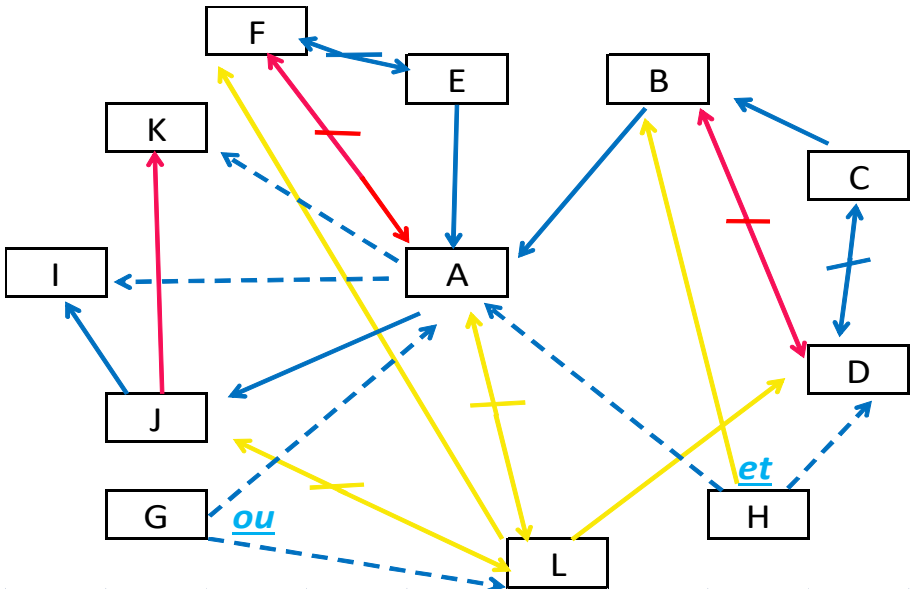


Figure 3 – schéma des résultats correspondant à l'expression *« complexe 2 »*

Comme dans la situation précédente, aux mêmes conditions de seuil, il y a bien des relations prévues par le modèle qui sont confirmées (traits pleins, couleur bleue), d'autres qui ne sont pas confirmées, plus ou moins identiques aux précédentes (traits pointillés, couleur bleue). Il y a, aussi, des relations non prévues qui apparaissent, et qui existaient déjà dans les résultats de la distribution précédente (traits pleins, couleur rouge), d'autres qui n'apparaissent plus, enfin des relations nouvelles qui émergent, là, dans ce groupe, au regard des résultats obtenus (traits pleins, couleur jaune).

[20] Le lecteur habitué à l'utilisation de la modélisation *probabiliste* de l'ASI et à des seuils plus *« exigeants »* en termes de fréquence d'émergence des occurrences (règle de *« l'étonnement »*, cf. plus loin dans le texte) pourra être étonné des choix largement ouverts effectués ici. Il exprime, ce choix le caractère éventuellement *« permissif »* que pourrait s'autoriser le chercheur dans sa recherche de *« résultats »* (jusqu'à .56 concernant la valeur implicative) et sur les utilisations faites, par ailleurs des coefficients de corrélation -ici d'incompatibilité (ici, .50 concernant *« l'incompatibilité »*)- à des valeurs reconnues, dans des modélisations plus classiques, comme *« significatives »*, y compris pour de petits échantillons d'observations (.50 étant la valeur seuil minimale, reconnue classiquement, pour 12 sujets, en vue de la non acceptation de l'hypothèse nulle, avec une probabilité de .10 d'erreur possible).

5.3 Résultats obtenus, correspondant au tableau de l'expression *« complexe 3 »*

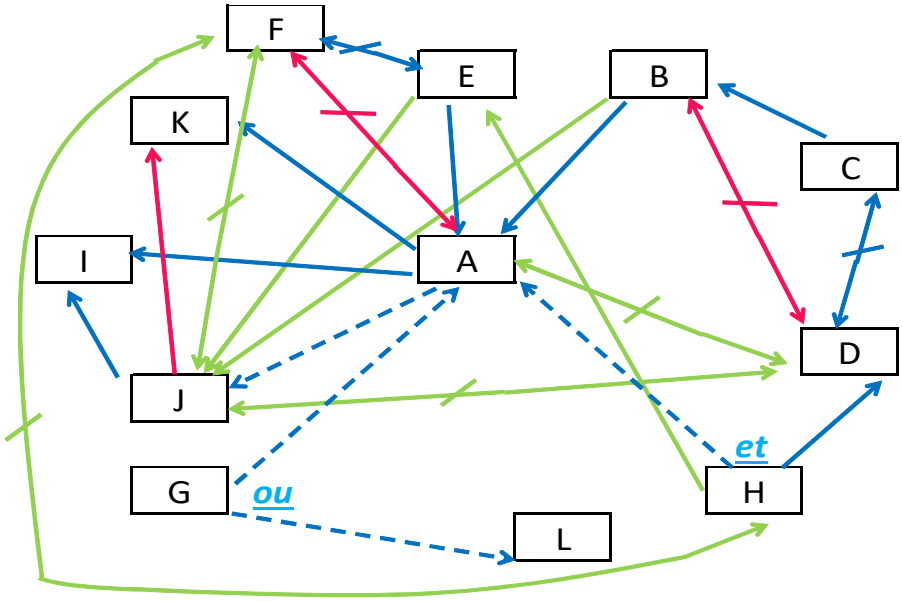


Figure 4 – schéma des résultats correspondant à l'expression *« complexe 3 »*

De même que pour les deux situations précédentes, il y a bien des relations prévues par le modèle qui sont confirmées (traits pleins, couleur bleue) et pas nécessairement les mêmes que précédemment. De même, il y en a d'autres qui ne sont pas confirmées (traits en pointillés, couleur bleue), une autre relevant de l'implication *« complexe »* (ici, dite *« fermée »*) apparaît partiellement mais dans une configuration partielle différente de la précédente (traits pleins, et traits pointillés, couleur bleue). Il y a des relations non prévues qui apparaissent, qui existaient déjà dans les résultats de la distribution précédente et dans celle d'avant (traits pleins, couleur rouge). Il y en a d'autres, des structures précédentes, qui n'apparaissent plus, enfin des relations totalement nouvelles (traits pleins, couleur verte), par rapport aux situations précédentes, qui émergent.

5.4 Quelles réflexions peuvent amener l'ensemble de ces premiers résultats et leurs variations ?

Que peut-on dire de l'ensemble de ces résultats ? Est-ce qu'il ne s'exprimerait pas, derrière ces répartitions différentes dans les zones de liberté possible, que permet le modèle, dans l'expression des résultats obtenus, des différences *« vraies »* entre des groupes présentant des *« profils »* différents ? Ou bien, au-delà de résultats confirmés, ne s'agit-il pas, pour les résultats inattendus, d'effets de *biais*, traduisant des tendances *« induites »* par inadvertance dans le choix de la valeur (0,1) retenue arbitrairement ? Ne s'agirait-il pas, aussi, tout simplement, de l'expression de la *sensibilité* de l'outil statistique amenant à percevoir des relations là où il pourrait exister de simples variations liées à un jeu de fluctuation des résultats obtenus (tenant au sujet ? Tenant à l'outil ? Tenant aux deux ?) ? De manière globale, au moins deux problèmes se posent ici, ces problèmes pouvant être liés. L'un tient à la question de la taille de l'échantillon traité, de manière satisfaisante (au plan statistique, mathématique) par l'ASI. L'autre tient à la *« sensibilité »* de l'outil statistique ASI et au statut qui peut être accordé aux résultats obtenus, à leur sens, leur signification (tendances différentielles effectives, ou bien artefacts, jeux de fluctuations), et ce que cela induit dans les analyses interprétatives réalisées. Le premier problème est évident au regard de cette étude formelle sur la base

d'un échantillon réduit. Des travaux sur échantillons plus larges (voir plus loin dans ce texte) sont susceptibles d'apporter quelques éclaircissements sur cette question de la taille de l'échantillon, question déjà évoquée par le passé[21]. Mais, dans un échantillon à effectif plus important, les marges de libertés que permet le modèle retenu sont aussi plus importantes, au regard de la question, récurrente en sciences humaines, des fluctuations des résultats obtenus, soit du fait des sujets (variabilité inter et intra-individuelle), soit du fait de l'incertitude quant à la mesure elle-même. La question centrale ne serait donc pas tant la question de la taille de l'effectif, ici choisie, de sujets mais bien, plutôt, la *« sensibilité »* de l'outil statistique, ici, l'ASI, au regard de fluctuations toujours possibles. Sur ce point, il s'agit tout autant d'un problème d'interprétation que d'un problème de sensibilité. Là où les résultats traduisent des tendances possibles, il y aurait, non pas des tendances particulières à retenir, pas davantage de fonctionnements différents entre groupes différents, mais il y aurait à considérer le jeu de simples variations plus ou moins aléatoires, d'incertitude[22] sur l'observation. Qu'en est-il, maintenant, lorsque, à l'inverse des décompositions analytiques de groupes en sous-groupes, des travaux précédents (Pellois, 2015a), l'on prend le groupe dans son ensemble, c'est-à-dire celui réunissant les trois sous-groupes ?

5.5 Résultats obtenus, correspondant au tableau de l'expression *« complexe 123 »*

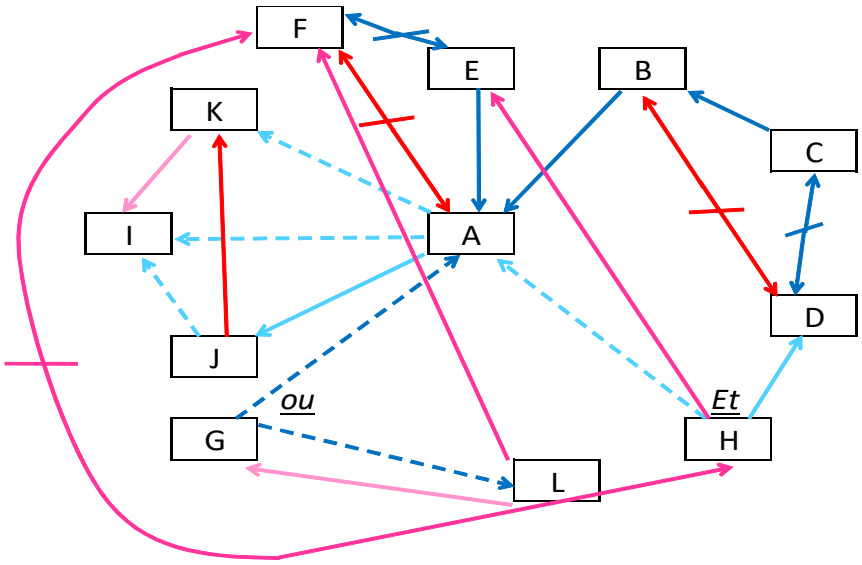


Figure 5 – schéma des résultats correspondant à l'expression *« complexe 123 »*

Aux mêmes conditions de seuil, nous retrouvons bien, dans le groupe constitué de l'ensemble des sous-groupes, des relations attendues qui sont confirmées dans la structure globale des résultats obtenus dont le schéma ci-dessus rend compte (traits pleins, bleus), mais pas toutes les relations (traits pointillés, bleus). Certains résultats sont homogènes pour le groupe dans sa globalité et tous les sous-groupes (traits pleins et pointillés bleu-foncé), d'autres relèvent de l'hétérogénéité entre les sous-groupes et/ou le groupe d'ensemble (traits et pointillés bleu-clair). Nous retrouvons également des relations, inattendues du point de vue du modèle, qui sont également homogènes à tous les groupes

[21] Cf. échanges informels au cours de suivis de travaux déjà réalisés retenant un seuil minimal de 12 sujets en vue du traitement des données par CHIC.

[22] La mesure supposée *« vraie »* se situant dans une fourchette de scores plus ou moins large incluant le score obtenu.

et au groupe d'ensemble, (traits rouges). D'autres, nouvelles (traits rose-clair), apparaissent, certaines partiellement confirmées dans au moins un sous-groupe (traits rose-foncé). D'autres, enfin, sont présentes dans des sous-groupes mais pas dans le groupe global. Ce phénomène d'expression différentielle des relations en fonction du groupe dans son ensemble et des sous-groupes qui le composent ne semble pas nécessairement relever d'une question de taille trop réduite de ces sous-groupes (12 sujets), puisque des combinaisons deux à deux de ces sous-groupes, constituant, alors de nouveaux sous-groupes à 24 sujets, présentent des résultats avec les mêmes caractéristiques, entre eux et avec le groupe dans son ensemble (36 sujets), que celles qui sont relevées dans l'ensemble de ce point 5. Par ailleurs, la modification de quelques occurrences (modification directe ou indirecte, assimilées à quelques fluctuations possibles, de 6 occurrences 0 ou 1, sur 144 possibles, soit en situation de rapports corrélatifs élevés, soit en situation de rapports corrélatifs faibles entre les dimensions considérées) pour le sous-groupe *complexe 1* entraîne des effets comparables sur la variabilité des relations restituées par le calcul[23].

Dans l'approche de la psychologie différentielle, sous l'angle, notamment de fonctionnements vicariants entre des sous-groupes d'une population donnée (cf. par exemple, Chamsine, 2012), les points évoqués dans les sections 5.1, 5.2, 5.3, 5.4, et ci-dessus, posent des questions qui apparaissent bien comme fondamentales. Il est clair que les résultats obtenus, pour une même organisation structurant partiellement et de la même façon, chaque sous-groupe et le groupe d'ensemble, sont différents, pour ces sous-groupes, et différents de ceux du groupe dans son ensemble. La question, fondamentale, que l'on peut ici, de nouveau, poser, mais peut-être de manière plus clarifiée, est la suivante. En situation d'observations réellement effectuées, *« est-ce que les différences de structures observées tiennent à des différences* « vraies »*, qui ont, donc, un sens, une signification bien réelle, dans un modèle conceptuel donné ? Ou relèvent-elles du simple jeu de fluctuations tenant, en particulier, aux variations intra-individuelles et/ou à l'incertitude de la mesure, ou bien à des contraintes d'ordonnancement des données tenant aux effets de la structure jouant sur les marges de fluctuation, elles-mêmes, des données non contraintes de cette structure hypothétique ? »*

Comment et dans quel cadre méthodologique serait-il, alors, possible d'utiliser l'ASI, dont la pertinence est et reste bien réelle pour traiter des contraintes fonctionnelles dans les situations *complexes* abordées, notamment, en sciences humaines ? Il convient, pour avancer sur ces interrogations, de prendre en compte une illustration concrète du modèle *« complexe »* retenu pour appréhender au mieux cette question de la méthodologie et du sens, et aborder, ensuite, les précautions qu'il conviendrait de prendre pour saisir, de manière pratique, le jeu d'artefacts possibles et limiter au mieux les interprétations pouvant s'avérer, ensuite, être erronées.

[23] Les données complémentaires, portant sur les calculs effectués et étayant cette affirmation n'ont pas été fournies ici, ceci afin de limiter le volume de ce texte. Cependant, elles peuvent être communiquées sur simple demande faite à l'auteur de ce texte.

6 Le modèle « *complexe* » retenu

Nous apportonsune illustration concrète en vue d'éclairer les choix méthodologiques et d'amener à une utilisation satisfaisante, au plan scientifique, de l'ASI en sciences humaines

6.1 L'illustration concrète proposée et les différentes interprétations pratiques que l'on pourrait en déduire

A partir du modèle formel évoqué au point 3, il peut être présenté une concrétisation possible, simple, de variables en interactions, pouvant illustrer ce modèle. Cette illustration est présentée dans le schéma ci-dessous.

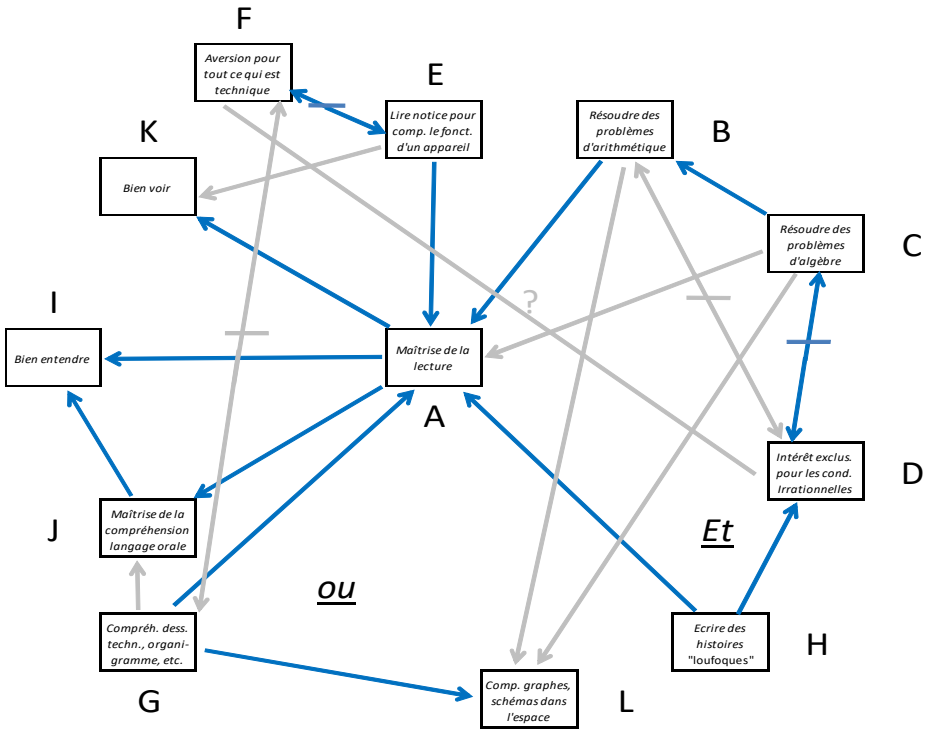


Figure 6 – schéma illustrant les rapports hypothétiques ou « *plausibles* » de la structure *complexe*

Cette concrétisation du modèle formel du point 3 relèverait d'une approche, disons de type « *psychopédagogique* », abordant ce qui pourrait permettre d'aller vers la maîtrise des mathématiques, ou lui faire obstacle. Pour éviter de traiter de questions trop techniques, les aspects « *concrets* » choisis renvoient à des rapports entre variables supposées de « *bon sens* ». Cependant, l'illustration pourra apparaître, à juste titre, pour des spécialistes de la question, comme assez triviale et de peu d'intérêt. Dans la modélisation, simpliste, voire réductrice, ici proposée, mais qui peut parler à tous, apparaissent les relations hypothétiques, posées par le chercheur (flèches bleues), dans son modèle initial. Mais, apparaissent également (dans une modélisation qui serait moins « *simpliste* » ?), des relations (flèches grises) non nécessairement attendues, mais qui pourraient exister de manière plausible, entre les variables. Par exemple, en ce qui concerne les premières relations évoquées ci-dessus, la « *maîtrise de la lecture* », au sens de son fonctionnement le plus habituel, implique bien la nécessité de « *bien voir* » (A implique K), « *bien entendre* » (A implique I), mais aussi la « *maîtrise de la compréhension du langage oral* », qui elle-même, implique la nécessité de « *bien*

entendre » (J implique I)[24]. En ce qui concerne les secondes, par exemple, la *« compréhension de dessins techniques, d'organigrammes, etc. »* peut, aussi, parfaitement nécessiter, la *« maîtrise de la compréhension du langage oral »* (G implique J), et la capacité à *« résoudre des problèmes d'arithmétique », la « compréhension de graphes, de schémas dans l'espace »* (B implique L). Mais, le fait que ces relations d'implications sont supposées, par le chercheur investi dans l'étude, moins strictes que celles précédemment évoquées, peut l'amener, à ne pas les retenir expressément dans son modèle *« standard »*. Si, dans les trois sous-populations initiales, comme dans la population d'ensemble, des relations correspondant aux relations attendues, sont bien confirmées, mais pas toutes, il existe, aussi, un cas de figure, pour un des sous-groupes, de relation plausible non modélisée mais reconnue comme susceptible d'apparaître. Il s'agit du fait que la capacité à *« résoudre des problèmes d'arithmétique »* nécessiterait bien la *« compréhension de graphes, de schémas dans l'espace »* (B implique L). D'autres relations, non nécessairement envisagées, mais revêtant un caractère *« plausible »*, apparaissent dans au moins un des sous-groupes, comme le fait que la capacité à *« résoudre des problèmes d'arithmétique »* impliquerait la *« compréhension du langage oral »* (B implique J). Mais, en ce qui concerne d'autres relations observées, le chercheur, comme l'observateur doté d'une forme de *« bon sens »*, peut les considérer comme plus ou moins *« farfelues »*, voire totalement *« extravagantes »*. Il peut en être ainsi, par exemple, dans le groupe global, de relations telles que : la *« compréhension de graphes, de schémas dans l'espace »* impliquerait l'*« aversion pour tout ce qui est technique »* (L implique F), ou, pour un sous-groupe, *« écrire des histoires* « loufoques » *»* impliquerait la capacité à *« résoudre des problèmes d'arithmétiques »* (H implique B). Certes, pour un esprit ouvert, certaines des relations jugées, a priori, comme farfelues pourraient apparaître, a posteriori, sinon compatibles du moins pas toujours comme complètement extravagantes dans des contextes spécialisés bien particuliers[25]. Cependant, ce qu'il est essentiel de souligner, c'est que les interactions observées, celles qui sont modélisées comme celles qui n'ont pas été modélisées, peuvent donner lieu à différentes interprétations, et, ainsi, relever de différents statuts concernant leur sens et, par ce biais, de différentes valeurs que le chercheur peut leur attribuer. Des relations apparaissent. Elles peuvent être attendues et considérées comme confirmées par les résultats, d'autres non confirmées, d'autres, inattendues, au sens du modèle hypothétique, peuvent être considérées comme ayant été envisagées, ne pas l'avoir été et être plausibles ou n'être guère vraisemblables, voire totalement extravagantes. Si des interactions peuvent apparaître, et être envisagées, d'emblée, comme totalement *« farfelues »*, elles peuvent, alors, être renvoyées, dans la recherche de rationalisation des résultats obtenus, à un sens relevant des effets de *biais* fortuits, dus au *« hasard »*, ou plutôt tenant aux aléas dans l'expression des occurrences. Bref, ces résultats peuvent être renvoyés aux fluctuations plus ou moins propres au champ des sciences humaines. Mais, elles peuvent, ces interactions, apparaître, d'emblée, avoir du sens, être considérées comme *« vraies »*, telles que celles qui sont *« attendues »*, et, donc, observées. Dans ce cas, elles relèvent de la confirmation des hypothèses avancées. Mais, elles peuvent, aussi, avoir du sens parce

[24] Par ailleurs, l'attribution, par les données choisies, de relations du modèle parfaitement strictes, et, donc, ne souffrant aucune exception, peut renvoyer à une expression quelque peu schématique, voire caricaturale du fonctionnement humain. Pour autant, c'est le choix méthodologique qui a été fait ici, dans le but de se donner tort le plus possible, ceci afin d'avoir une chance d'avoir *« vraiment »* (?) raison … Revoir, également à ce sujet, la fin de la note 17, en bas de p. 8.

[25] Par exemple, à la manière dont en joue un Lewis Carroll écrivant « Les aventures d'Alice au pays des merveilles » ou « De l'autre côté du miroir » ? …

qu'elles apparaissent *« plausibles »* au regard du modèle ou de la connaissance empirique que l'on peut avoir des situations abordées : une forme de rationalité de *« bon sens »*. Ne tiennent-elles pas, cependant, dans ce dernier cas de figure, tout comme celles qui sont attendues, d'ailleurs, à autre chose que l'expression d'une tendance significative s'exprimant et faisant sens ? Ne pourraient-elles pas relever des mêmes fluctuations d'expression des données, d'une même *« labilité »* des occurrences que celles qui, considérées comme *« farfelues »*, produiraient *« fortuitement »* des résultats ? Enfin, ne s'agit-il pas d'ordonnancements[26] des données, *« induits »*, en quelque sorte, par les contraintes implicites -plus ou moins partielles-, non perçues, et donc non anticipées par le chercheur, et qu'*« impose »* (qu'imposerait ?) la structure même du modèle ?

Ces questions, assez fondamentales, ne viendraient-elles pas, alors, remettre, même en cause l'utilisation d'outils statistiques sophistiqués, outils dont la sophistication les rend particulièrement sensibles aux réalités complexes des données observées ? Ce n'est bien évidemment pas l'interrogation ici traitée. Il s'agit plutôt de voir dans quel cadre méthodologique, une telle utilisation peut se faire. C'est tout le sens, et l'objet même des premiers développements de ce texte repris et approfondi ultérieurement au point 7.

6.2 Tendances *« réellement »* observées, ou jeu de simples fluctuations, ou, encore, *« artefacts »* inhérents aux contraintes induites, exercées sur les données ? Quelques exemples soumis à l'ASI

Les résultats, attendus ou inattendus, obtenus par les calculs statistiques, relèvent-ils des effets tenant aux simples fluctuations observées *par* la mesure[27] ou s'exprimant *dans* la mesure[28], ou d'effet de contraintes induites inhérentes à la contrainte que le modèle introduit entre les variables elles-mêmes ? Peut-on trancher entre les deux options ? Deux observations complémentaires ont été réalisées, observations traitant des deux options de cette alternative.

6.3 Les résultats *« inattendus »* tiennent-ils, pour partie, à l'espace des fluctuations possibles au regard des parts de liberté laissées par le modèle dans l'expression des occurrences possibles ?

Est reproduit, ci-dessous, un tableau constitué d'un extrait, portant sur quatre variables, du tableau de l'ensemble regroupant les trois sous-populations (cf. point 4). Ce tableau est accompagné de deux autres tableaux, versions du tableau initial, mais pour lesquelles les distributions des occurrences possibles, dans l'espace de liberté des fluctuations, sont *aux deux extrêmes des possibilités de fluctuation* de la variable C par rapport à B. C'est-à-dire, lorsque les occurrences possibles s'expriment pratiquement toutes, excepté l'une d'elles, et lorsqu'elles ne s'expriment pratiquement pas, là aussi, excepté l'une d'elles.

[26] Qu'ils soient attendus ou inattendus.
[27] Fluctuations *« vraies »* des *« performances »*, attestées par les scores obtenus, des sujets.
[28] Incertitude tenant à la mesure elle-même et aux outils conçus pour la réaliser.

		"Expression" choisie de C						*"Expression"* minimale de C						*"Expression"* maximale de C			
		variable A	variable B	variable C	variable D			variable A	variable B	variable C	variable D			variable A	variable B	variable C	variable D
	Sujet 1	1	0	0	1		Sujet 1	1	0	0	1		Sujet 1	1	0	0	1
	Sujet 2	1	0	0	1		Sujet 2	1	0	0	1		Sujet 2	1	0	0	1
	Sujet 3	1	0	0	1		Sujet 3	1	0	0	1		Sujet 3	1	0	0	1
	Sujet 4	1	1	0	1		Sujet 4	1	1	0	1		Sujet 4	1	1	0	1
	Sujet 5	1	1	1	0		Sujet 5	1	1	1	0		Sujet 5	1	1	1	0
Expression	Sujet 6	1	1	1	0	Expression	Sujet 6	1	1	0	1	Expression	Sujet 6	1	1	1	0
"complexe 1"	Sujet 7	0	0	0	1	*"complexe 1"*	Sujet 7	0	0	0	1	*"complexe 1"*	Sujet 7	0	0	0	1
	Sujet 8	0	0	0	1		Sujet 8	0	0	0	1		Sujet 8	0	0	0	1
	Sujet 9	0	0	0	1		Sujet 9	0	0	0	1		Sujet 9	0	0	0	1
	Sujet 10	0	0	0	1		Sujet 10	0	0	0	1		Sujet 10	0	0	0	1
	Sujet 11	0	0	0	1		Sujet 11	0	0	0	1		Sujet 11	0	0	0	1
	Sujet 12	0	0	0	1		Sujet 12	0	0	0	1		Sujet 12	0	0	0	1
	Sujet 1	1	0	0	1		Sujet 1	1	0	0	1		Sujet 1	1	0	0	1
	Sujet 2	0	0	0	1		Sujet 2	0	0	0	1		Sujet 2	0	0	0	1
	Sujet 3	1	1	1	0		Sujet 3	1	1	0	1		Sujet 3	1	1	1	0
	Sujet 4	0	0	0	1		Sujet 4	0	0	0	1		Sujet 4	0	0	0	1
	Sujet 5	1	0	0	1		Sujet 5	1	0	0	1		Sujet 5	1	0	0	1
Expression	Sujet 6	0	0	0	1	Expression	Sujet 6	0	0	0	1	Expression	Sujet 6	0	0	0	1
"complexe 2"	Sujet 7	1	1	0	1	*"complexe 2"*	Sujet 7	1	1	0	1	*"complexe 2"*	Sujet 7	1	1	1	0
	Sujet 8	0	0	0	1		Sujet 8	0	0	0	1		Sujet 8	0	0	0	1
	Sujet 9	1	1	1	0		Sujet 9	1	1	0	1		Sujet 9	1	1	1	0
	Sujet 10	0	0	0	1		Sujet 10	0	0	0	1		Sujet 10	0	0	0	1
	Sujet 11	1	1	0	1		Sujet 11	1	1	0	1		Sujet 11	1	1	1	0
	Sujet 12	0	0	0	1		Sujet 12	0	0	0	1		Sujet 12	0	0	0	1
	Sujet 1	1	0	0	1		Sujet 1	1	0	0	1		Sujet 1	1	0	0	1
	Sujet 2	0	0	0	1		Sujet 2	0	0	0	1		Sujet 2	0	0	0	1
	Sujet 3	1	1	1	0		Sujet 3	1	1	0	1		Sujet 3	1	1	1	0
	Sujet 4	0	0	0	1		Sujet 4	0	0	0	1		Sujet 4	0	0	0	1
	Sujet 5	1	0	0	1		Sujet 5	1	0	0	1		Sujet 5	1	0	0	1
Expression	Sujet 6	1	1	1	0	Expression	Sujet 6	1	1	0	1	Expression	Sujet 6	1	1	1	0
"complexe 3"	Sujet 7	1	1	0	1	*"complexe 3"*	Sujet 7	1	1	0	1	*"complexe 3"*	Sujet 7	1	1	1	0
	Sujet 8	1	1	1	0		Sujet 8	1	1	0	1		Sujet 8	1	1	1	0
	Sujet 9	1	1	0	1		Sujet 9	1	1	0	1		Sujet 9	1	1	1	0
	Sujet 10	0	0	0	1		Sujet 10	0	0	0	1		Sujet 10	0	0	0	1
	Sujet 11	1	1	1	0		Sujet 11	1	1	0	1		Sujet 11	1	1	1	0
	Sujet 12	0	0	0	1		Sujet 12	0	0	0	1		Sujet 12	0	0	0	1
	A/C	A/D	B/C	C/D	B/D		A/C	A/D	B/C	C/D	B/D		A/C	A/D	B/C	C/D	B/D
Corrélations	0,48	-0,48	0,71	-1,00	-0,71	Corrélations	0,15	-0,15	0,22	-1,00	-0,22	Corrélations	0,63	-0,63	0,94	-1,00	-0,94

Tableau 4 – Expression *« mini »* et *« maxi »* de la variable C

Lorsque l'on traite ces différentes données à l'aide de l'ASI, les résultats, essentiellement similarités et arbre cohésitif, sont les suivants.

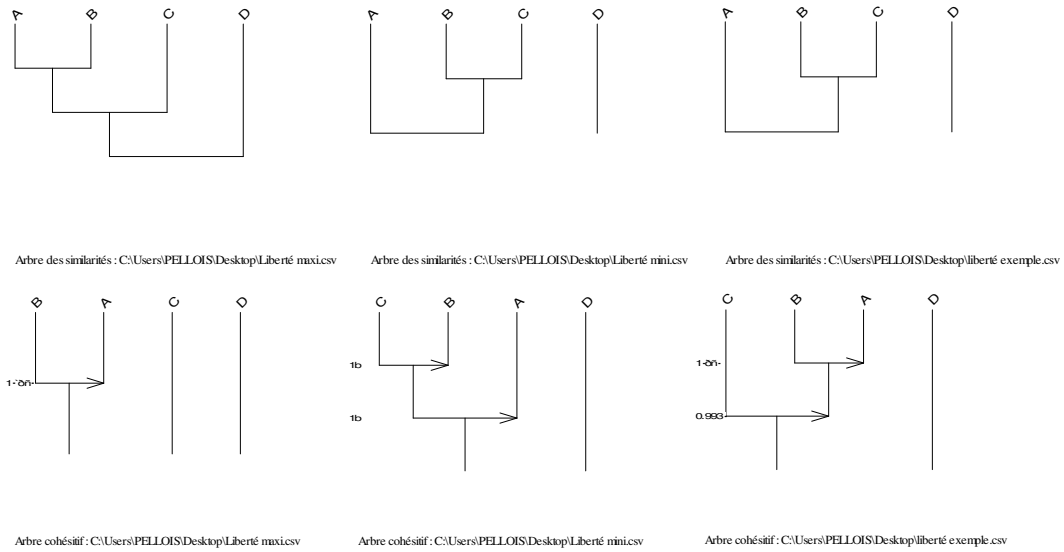


Figure 7 – graphes *« similarités »* et *« cohésions »* des résultats des calculs de CHIC sur le tableau 4

En ce qui concerne l'arbre implicatif : *« C implique B qui implique A »*, celui-ci n'apparaît que dans les cas de l'exemple traité et de la situation, selon le modèle formel, de corrélation maximale possible entre B et C (fichier *« liberté mini »*). Il n'apparaît pas dans le cas d'indépendance maximale possible entre B et C (fichier *« liberté maxi »*) ou, seule, la relation implicative *« B implique A »* apparaît (cf. arbre cohésitif également). Par contre, dans ce cas de figure, l'arbre hiérarchique de similarité, associe la variable D, considérée comme *« incompatible »* avec C, mais pas dans les autres cas de figure. ***Pour autant toutes les données exprimées, quelle que soit leur expression, en termes de variabilité, sont compatibles avec le modèle formel des relations entre les variables A, B, C, D***. *les résultats inattendus peuvent, donc, bien tenir aux fluctuations, toujours possibles des données, recueillies, alors même que celles-ci respectent strictement le format du modèle théorique proposé.*

6.4 Les résultats *« inattendus »* peuvent-ils tenir, pour partie, aux contraintes implicites que le modèle induit entre variables du fait de *« l'architecture »* des relations entre les variables du modèle choisi ?

Si nous regardons les tableaux initiaux (cf. section 4) il est possible de voir, en chiffres verts, les plages de données sur lesquelles les variations/fluctuations, au regard du modèle, sont possibles et celles, en chiffres noirs, sur lesquelles les contraintes, inhérentes au modèle, pèsent pour inscrire des *biais* jouant sur les parts de *« liberté »* possibles et se traduisant par des formes de relations tenant aux *contraintes* en cascade qui s'appliquent à la distribution des données, contraintes conduisant à l'expression *« mécanique »* de relations pas nécessairement attendues. Ces parts, et, donc, les jeux de contraintes, apparaissent de manière différentielle dans les sous-groupes. Elles vont de dix occurrences à quatre occurrences et, bien sûr, à zéro en ce qui concerne la relation d'incompatibilité. Dans le modèle, traduisant l'ensemble des contraintes organisées en structures, chaque contrainte logique de rapports *« fonctionnels »* introduit bien un facteur restrictif à la liberté d'expression. Chaque contrainte joue, donc, sur les distributions qui suivent, en termes de *biais « contraignant »* ainsi, par le rangement des données selon la modélisation retenue, les distributions des données des variables, dépendantes, dans la chaîne des relations, de celles qui les précèdent. Ces *biais* peuvent favoriser *« l'expression »* de l'émergence de contraintes entre variables, se traduisant par des relations non prévues, et, donc, perçues, au regard du modèle, soit comme *« plausibles »*, ou plus *« inattendues »*, voire interprétées comme *« extravagantes »*. De même, si nous reprenons les résultats ci-dessus (section 6.2.1), Il est clair que la logique du dispositif, à partir des répartitions arbitraires initiales où les données des variables A et B apparaissent en l'état (la corrélation est de .67 pour les trois tableaux), joue sur C, et conditionne, bien évidemment, D qui relève d'une règle stricte d'incompatibilité avec C. Cela joue donc aussi sur les rapports entre B/C et B/D, dans les limites de variabilité possible des données. Ceci amène, alors, à ce que, toujours, il existe une possibilité de relation –certes, de valeur *quantitative* plus ou moins élevée- entre des dimensions pour lesquelles il n'est pas préjugé de liaisons particulières. Il s'agit de covariation (.15 à .63, pour A et C), ou d'incompatibilité (-.22 à -.94 pour B et D) relatives, d'incompatibilité relative, également, certes avec des scores moindres, entre A et D (-.15 à -.63). Lorsque l'on ne considère seulement que le sous-groupe des 12 premiers sujets correspondant au groupe *« complexe 1 »* initial, le fait qu'il y ait implication successive entre A, B, C, et le fait que D soit incompatible avec C entraîne également une incompatibilité induite de D avec A, qui, *a minima*, et toujours dans une logique, par ailleurs, compatible avec le modèle, est quantitativement plus élevée (de l'ordre de -.30). Cependant ces résultats et approches, au regard de la question posée, restent très *« allusifs »* et une étude plus approfondie, plus systématique, sur ce plan de la contrainte qui *« s'imposerait »*, dans une structure donnée, de manière inattendue et non maitrisée par le chercheur, devrait être menée. Au regard de cette première approche, il semblerait bien, cependant, que *les résultats inattendus pourraient tenir à des contraintes induites pesant* « mécaniquement » *sur les données recueillies, contraintes non prévues par le modèle, mais toujours possibles, même lorsque qu'une part de ces données fluctuent, et ceci par le fait qu'est respecté strictement, dans le rangement des données, la forme du modèle théorique proposé initialement.*

6.5 Statuts des relations logiques différentes, du point de vue du sens que le chercheur peut leur accorder, au regard des résultats obtenus et du contexte interprétatif

Il y aurait donc bien, à la fois, le jeu de la sensibilité aux variations et l'effet des contraintes qui permettraient qu'émergent des relations, qu'elles soient attendues ou inattendues. Mais, plus largement, l'ensemble des développements qui précédent, permettent de saisir, au regard de la complexité d'une modélisation et dans l'incertitude tenant à la mesure en sciences humaines, et aux éventuels effets *« mécaniques »* de la structure en tant que telle, l'étendue des *« statuts »* et des *« sens »* (soit leurs significations interprétatives) possibles des relations entre les variables de ce modèle hypothétique. Cependant, ceci vaut aussi pour toutes sortes de modèles complexes dont les données recueillies sont soumises à différents traitements statistiques *« structuraux »*, comme ici, par CHIC. La synthèse, qui peut être faite, des différents statuts de sens possibles, serait la suivante. Des variables peuvent être en relations attestées par les calculs réalisés par CHIC et traduire des rapports attendus, donc en quelque sorte *« validés »*. Dans ce cas, les résultats obtenus relèvent d'une méthodologie *« confirmatoire »* des hypothèses. D'autres relations, non attendues, mais que l'on peut considérer comme *« plausibles »,* peuvent apparaître. Elles relèvent, alors, de *« l'exploratoire »*. Elles sont seulement susceptibles d'être vraies. D'autres, encore, peuvent être qualifiées de *« surprenantes »*, voire totalement *« aberrantes »*, et, donc, dépourvues de sens. Pour autant, il n'est pas sûr que l'explication en termes de *« non-sens »* soit la bonne ... Mais ces différentes relations entre variables, y compris celles qui sont attendues, pourraient tout aussi bien relever d'*artefacts* tenant à l'incertitude de la mesure et/ou à des effets de contraintes qu'impose la structure de relation, sans que le chercheur ait pu, nécessairement, percevoir en quoi l'incertitude de la mesure, ou la contrainte, peut induire de tels artefacts. Ainsi, des relations attendues par le modèle, comme des relations non attendues mais plausibles, peuvent donc bien, comme celles perçues comme aberrantes, relever de ce statut *« d'artefact »*, ce qui pourrait expliquer, dans la littérature, en sciences humaines, et au moins pour partie, les difficultés, déjà évoqués précédemment dans ce texte, de réplication de résultats obtenus antérieurement (en particulier, Nowak, 2015, Larousserie, 2016).

7 Les précautions qu'il conviendrait de prendre…

Nous abordons la question des précautions à prendre pour s'assurer de la signification effective, avérée, des tendances observées des résultats de recherche obtenus, qu'ils soient attendus, non attendus, plausibles ou plus extravagants aux yeux du chercheur Cet état de fait, ci-dessus évoqué, de la complexité de la recherche en sciences humaines, mais pas uniquement (la biologie, le climat déjà évoqués) amène, lorsque l'on utilise des outils de traitement de données, tel que l'ASI, sophistiqués, mais, peut être aussi, sensibles aux fluctuations de la mesure et aux contraintes structurelles, à prendre des précautions méthodologiques rigoureuses. Ces précautions sont nécessaires si le chercheur souhaite viser, pour sa recherche, et dans les interprétations qu'il pourrait faire, un niveau satisfaisant de qualité de rigueur scientifique. En tout état de cause, il apparaît évident, qu'à un moment donné, un chercheur doit pouvoir décider de la *« bonne »* interprétation : soit, il considère qu'il est en présence d'un *artéfact*, ou d'une observation *fortuite*, soit, il pense pouvoir affirmer être devant une relation *« vraie »* entre variables. Quelles peuvent être ces précautions méthodologiques ? Trancher entre les options, ci-dessus évoquées,

du point de vue du sens, nécessite, *a minima*, la répétition multiple du recueil et du traitement des données successives. Dans la répétition du recueil de données sur de multiples populations échantillonnées, ou groupes différents, la constance de la structure observée peut constituer une façon de trancher entre l'explication en termes de simple jeu de fluctuations inscrites, ou pas, dans les marges de liberté du modèle et l'explication en termes de tendances, ou de différences, avérées. Pour autant, cela ne permet pas nécessairement de traiter des contraintes induites par le modèle lui-même, contraintes se traduisant par des effets *« mécaniques »* non anticipés par le chercheur. Cependant, la répétition du recueil de données, de leur traitement statistique par CHIC et de l'observation répétée des tendances va dans le bon sens. Cette répétition peut aussi se faire dans des contextes variés. Dans ce cas, la confirmation du modèle est renforcée, et celui-ci peut relever, alors, d'une certaine généralisation, au-delà de contextes différents. Une variante de la position ci-dessus renvoie à la cohérence interne des observations faites, c'est-à-dire à l'homogénéité intragroupe des résultats obtenus (Pellois, 2015a, 2015b). Si le constat global des résultats obtenus permet la confirmation du modèle hypothétique posé et si des compositions de sous-groupes constitués à partir du groupe *« parent »*, et, selon des critères variés, donnent des résultats comparables, alors la confirmation de modèle se trouve être consolidée, et ce modèle peut avoir une portée plus générale. Sans prétendre en faire le tour, voici quelques autres précautions méthodologiques qui pourraient être prises. Parmi celles-ci, deux d'entre elles semblent aussi fondamentales que celle évoquée ci-dessus. Concernant la première d'entre elles, il est clair, et cela apparaît dans quelques aspects des résultats obtenus précédemment dans ce texte, que l'effectif du groupe retenu constitue un aspect important dans la recherche de résultats fiables. C'est un aspect important dans le sens où les parts de liberté d'expression des fluctuations augmentent au plan quantitatif et que, si la structure hypothétique apparaît, elle relève d'un résultat dont la probabilité de validité est améliorée (Cf. le point de vue de l'*« étonnement » ?* (Gras, 2015, p. 14, Gras, Kuntz, Greffard, 2015, p. 30)). Plus le nombre de sujets retenus est important plus l'apparition effective, dans un contexte improbable, de la structure de contraintes conforme aux hypothèses, renvoie à une confirmation vraisemblable de cette structure. A contrario, et comme cela a déjà été évoqué, l'absence de confirmation par les calculs dans CHIC, du fait de l'inconvénient des fluctuations de la mesure en science humaine, n'indique pas toujours, nécessairement, son absence, mais l'impossibilité de la confirmer par les résultats obtenus à partir des données recueillies. Concernant la seconde précaution méthodologique, en particulier pour ce qui est des relations implicatives, le fait d'élever le seuil de tolérance aux *« expressions »* de tendances implicatives (90, 95, 99) permet de voir celles qui, dans l'émergence, *« résistent »*. Elle permet de repérer[29], ainsi, celles qui sont, sujet par sujet, les plus rencontrées, et, donc, dont la probabilité est la plus forte, les cas contraires les plus rares. Cela relèverait-il, également, pour reprendre une expression, déjà évoquée de *« l'étonnement »* le plus grand du chercheur qui voit apparaître la quasi-totalité des données se conformer au sens attendu (voir ci-dessus) ? Il est clair que, lorsque l'on traite, par le logiciel CHIC, les données du groupe d'ensemble, constitué par la réunion des trois sous-groupes sous l'angle de l'analyse implicative, le nombre de relations hypothétiques du modèle confirmées, au seuil de 97, est le plus grand (sept sur onze possibles), et aucune relation inattendue ou susceptible d'être qualifiée *« d'extravagante »*, ou simplement considérée comme *« inattendue »*, n'apparaît. Les deux relations, d'incompatibilité, au seuil de -.97, sont, elles, également, confirmées sans que d'autres apparaissent. Lorsque

[29] Notamment, en situation de covariation forte entre les dimensions considérées.

sont traitées les données de chaque sous-groupe, dans le meilleur des cas, six relations implicatives sont confirmées, dans le plus mauvais, 3 seulement, et il convient, par ailleurs, de descendre au seuil de 75 pour les voir apparaître. Surtout, des relations *inattendues* et *extravagantes* apparaissent pour deux des sous-groupes. Enfin, lorsque des seuils plus progressifs sont utilisés (97, 89, 79, 59) pour traiter des relations dans la population dans son ensemble, il ne reste plus que cinq relations directes confirmées et apparaissent des relations inattendues, et, d'autres qui pourraient être qualifiées *« d'extravagantes »*. Quant au schéma cohésitif, outre une certaine cohérence difficile à bien interpréter, au sens du modèle, de la *« complexité cohésitive »*, il présente le même inconvénient, à savoir la notification, venant complexifier la recherche de sens, de relations inattendues pouvant être considérées par le chercheur comme plus ou moins *incohérentes*. L'ensemble des figures ci-dessous rendent compte des observations évoquées ci-dessus.

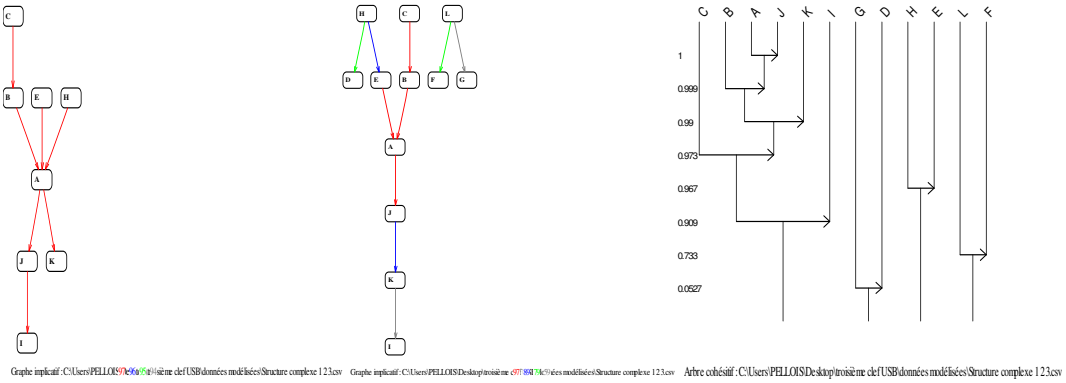


Figure 8 - Graphes implicatifs et cohésitifs pour la population dans son ensemble

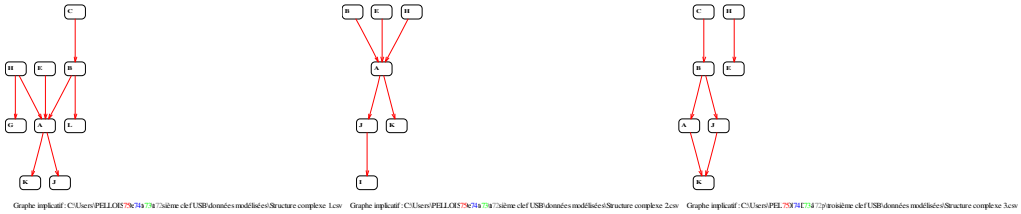


Figure 9 - Graphes implicatifs correspondant aux trois sous-populations

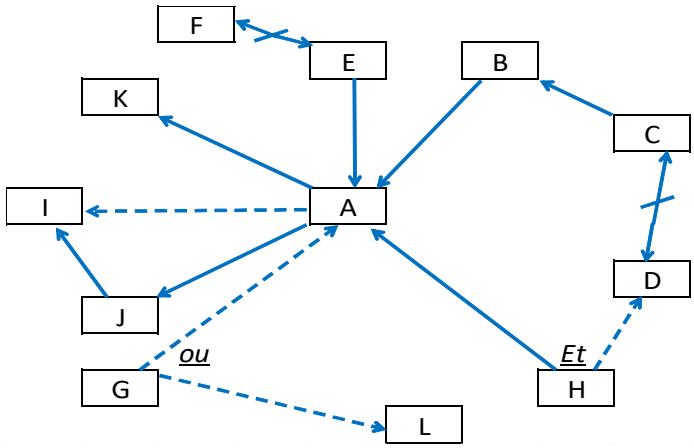


Figure 10 - Graphe aux seuils 97 (implic.) et -.97 (incomp.) pour la population dans son ensemble

Par ailleurs, l'ensemble des résultats, obtenus dans le cadre de la simulation développée, présenté au point 5, montre bien les *artéfacts* possibles et les risques que le chercheur prendrait dans le cadre d'une recherche qui serait essentiellement exploratoire. Il

convient, donc, de se placer davantage, comme cela a été évoqué antérieurement (Pellois, 2012, 2013a), dans une approche davantage confirmatoire, et ceci pour plus de sûreté dans le choix des interprétations. Il convient, également, c'est ce que permet de saisir l'illustration faite au point 6.1, de traiter des résultats, en termes de *plausibilité,* au sens de l'observation commune, en contexte, et par rapport au modèle, mais aussi en tenant compte des cohérences *plausibles* entre données différentes. Pour cela, la recherche statistique peut s'associer à des traitements cliniques de cas particuliers, non seulement pour venir illustrer le jeu, y compris différentiel, de la structure observée, mais aussi pour ajouter des aspects de cohérence clinique à ceux relevant du traitement statistique. Enfin, même si cette manière de faire peut parfois s'avérer quelque peu hasardeuse, il convient d'associer à l'observation et l'estimation de la pertinence de liaisons directes, l'observation de liaisons indirectes pouvant renvoyer à des liaisons conçues, par hypothèse, comme plus directes (cf. les relations A, J, K, I, telles que les résultats du logiciel CHIC les donnent, dans les sous-groupes et le groupe dans son ensemble, et telles que le modèle les prévoit). La discussion ultérieure à la recherche peut permettre de trancher sur le caractère direct (et/ou indirect) de la relation hypothétique initiale.

8 En guise de brève conclusion

L'approche de modèles structuraux plus ou moins complexes posent des difficultés, non pas de traitement statistique, mais de maîtrise méthodologique de ce qui peut, dans l'ordonnancement des données, interférer, notamment en sciences humaines, et en psychologie en particulier, et venir introduire des *biais*[30] non attendus par le chercheur. Du fait des outils de traitements statistiques de plus en plus sophistiqués, et donc sensibles aux différents ordonnancements des données traitées, ces bais peuvent amener à des résultats du traitement statistique qui posent question en termes d'interprétation, de signification, et donc de sens[31] à accorder aux résultats obtenus. Là encore cela ne relève pas, ou pas nécessairement, des outils statistiques utilisés, mais, plutôt, de leur mise en œuvre. Cette mise en œuvre est à réaliser, de préférence, selon une méthodologie, telle que celle qui a pu être esquissée ci-dessus, applicable aux recherches du domaine des sciences humaines, mais, sans doute, pas seulement. Ceci aurait pour but de permettre le développement d'une recherche scientifique de qualité, recherche susceptible de déboucher sur des résultats avérés dont le sens des interprétations serait, le plus solidement possible, étayé.

Références

[1] Bideaud, J., O. Houdé, et J.-L. Pedinielli (1993), *L'homme en développement*, PUF, Paris., C. (1997).

[2] Bruchon-Schweitzer, M. (2002), *Psychologie de la santé. Modèles, concepts et méthodes*, Dunod, Paris

[3] Chamsine, D. (2012), *Situation d'échec scolaire et sentiment d'échec scolaire de l'élève. Etude des interactions de divers facteurs qui entrent en jeu*, Thèse de doctorat, Université de Caen.

[4] De Finetti, B. (1955), Les problèmes psychologiques sur les probabilités subjectives. *Journal de Psychologie Normale et Pathologique*, 2, 253-259.

[5] Dehaene, S. (2014), *Le code de la conscience*, Odile Jacob, Sciences, Paris.

[30] Fluctuations, incertitudes sur la mesure, effet de contraintes induites dans le modèle, etc.

[31] S'agit-il d'une homogénéité globale générale, d'une hétérogénéité entre sous-groupes traduisant des différences, des comportements vicariants ou, simplement, d'artefacts ?

[6] Durand, D. (2004), *La systémique*, PUF, « Que sais-je ? », 9e édition.

[7] Gras, R. (dir.), Gras, R., Regnier, J.-C., Marinica, C., Guillet, F. (Eds) (2013), *L'analyse statistique implicative. Méthode exploratoire et confirmatoire à la recherche de causalités*, éd. *Cépaduès*.

[8] Gras, R. (2015), Un survol paradigmatique de l'Analyse Statistique Implicative, *Analyse Statistique Implicative. Des sciences dures aux sciences humaines et sociales*, Actes du 8ème Colloque d'Analyse Statistique Implicative, Radès, Bibliothèque Nationale de Tunisie, 11-23.

[9] Gras, R., Kuntz, P., Greffard, N. (2015), Notion de champ implicatif en Analyse Statistique Implicative, *Analyse Statistique Implicative. Des sciences dures aux sciences humaines et sociales,* Actes du 8ème Colloque d'Analyse Statistique Implicative, Radès, Bibliothèque Nationale de Tunisie, 29-46.

[10] Huteau, M., Rajchenbach, F. (1978), Hétérogénéité du développement opératoire et dépendance indépendance à l'égard du champ. *Enfance,* 4/5, pp. 181-196.

[11] Huteau, M., Loarer, E. (1992), Comment évaluer les méthodes d'éducabilité cognitive ? *l'Orientation Scolaire et Professionnelle, vol. 21, n° spécial : l'éducabilité cognitive, 1,* 47-74.

[12] Huteau, M. et J. Lautrey (1999), *Evaluer l'intelligence. Psychométrie cognitive*, PUF, Paris.

[13] Inhelder, B., Piaget, J. (1967), *La genèse des structures logiques élémentaires, classification et sériation,* DELACHAUX & NIESTLE, 295 p., 1ère éd. 1959.

[14] Inhelder, B., Piaget, J. (1970), *De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent*, Paris, PUF bibliothèque philosophique contemporaine, 1ère éd. 1959.

[15] Juhel, J. (2005), Les systèmes dynamiques non linéaires dans l'étude de la variabilité cognitive, *Cahiers de la MRSH*, n° spécial, Caen, 193-216.

[16] Larousserie, D. (2016), *La psychologie est-elle en crise ?*, Le Monde, Sciences & techno, 5 avril. www.lemonde.fr/sciences/article/2016/04/05/la-psychologie-est-elle-en-crise_4896152_1650684.html#wio6aVSvY0jVQ2jx.99

[17] Lautrey, J. et D. Chartier (1987), Images mentales de transformations et opérations cognitives : une revue critique des études développementales, *L'Année Psychologique,* 87, 581-602.

[18] Le Moigne, J.-L. (1990), *La modélisation des systèmes complexes,* Éd Dunod, Paris.

[19] Le Moigne, J.-L. (1995), *Le constructivisme*, tome 2 : *des épistémologies*, ESF, Paris.

[20] Le Moigne, J.-L. (2003), *Le constructivisme*, tome 3 : *modéliser pour comprendre*, Éd l'Harmattan, Paris.

[21] Longeot, F. (1969), *Psychologie différentielle et théorie opératoire de l'intelligence*, Dunod, Sciences du comportement, Paris.

[22] Longeot, F. (1978), *Les stades opératoires de Piaget et les facteurs de l'intelligence*, PUG, Paris.

[23] Nowak, M. (2015), *Près des deux tiers des études en psychologie ne peuvent pas être reproduites*, sciences et Avenir, 27 août. www.sciencesetavenir.fr/sante/20150827.OBS4848/pres-des-deux-tiers-des-etudes-en-psychologie-ne-peuvent-pas-etre-reproduites.html

[24] Pacherie, E. (2002), Les consciences, *pour la science*, 302, décembre.

[25] Pellois, C. (2002), *Apprentissage et développement de la personne dans l'enseignement et la formation*, tome 1 : *Du rationnel au complexe,* l'Harmattan, Paris.

[26] Pellois, C. (2003), *Enseignement et formation : le développement de la personne*, tome 2 : *Le complexe,* l'Harmattan, Paris.

[27] Pellois, C. (2004), *Enseignement et formation : le développement de la personne*, tome 3 : *Le sensible et le rationnel,* l'Harmattan, Paris.

[28] Pellois, C. (2005), Complexité et développement : reconnaître l'émergence de qualités nouvelles dans le domaine des conduites adaptatives. Difficultés et intérêts des nouvelles perspectives, *Cahiers de la MRSH*, n° spécial, université Caen Basse-Normandie, avril, 45-68.

[29] Pellois, C. (2007a), L'utilisation des modèles structuraux afin d'aborder la complexité du réel en sciences humaines, *Mathématiques et Sciences Humaines*, *45* (177), 53-85.

[30] Pellois, C. (2007b), Acquis scolaires et performances cognitives : mise à l'épreuve d'une hypothèse implicative, In *« Nouveaux apports théoriques à l'analyse implicative et applications »*, ouvrage collectif, *Eds Gras, R., Orùs, P., Pinaud, B., Gregori, P.*, Actes des 4èmes rencontres internationales d'Analyse Statistique Implicative, 18-21 octobre 2007, Castello, Espagne, 263-273.

[31] Pellois, C. (2008a), Performances cognitives et acquis scolaires : quelles interactions ? In Loarer, A., Vrignaud, P., Mogenet, J-L., Cuisinier, F., Gottesdiener, H., Mallet, P., *Perspectives différentielles en psychologie,* PUR, Rennes, *497-500.*

[32] Pellois, C. (2008b), Contrainte et liberté du sujet : entre incertitude et prévisibilité ? Dans : *Cognition, incertitude et prévisibilité*, B. Cadet, G. Chasseigne, G. Foliot, Publiboock, Sciences Humaines et Sociales, Paris, 77-100.

[33] Pellois, C. (2010), Sens et incertitude, une forme de complexité en psychologie : des contraintes aux parts de liberté, le développement et ses contextes. Dans : *Traitement de la complexité dans les sciences humaines*, Cadet, C., et G. Chasseigne, Editions Publibook Université, 177-207.

[34] Pellois, C. (2012), De l'observation de données à leur traitement par l'analyse statistique implicative : quelques constats, In *L'analyse statistique implicative : de l'exploratoire au confirmatoire*, Régnier, J.-C., Bailleul, M., Gras, R. (Eds), Actes du colloque, Caen, 7-12 novembre 2012, 87-117.

[35] Pellois, C. (2013a), Distributions plus ou moins complexes de données : contextes, et sens. In *L'analyse statistique implicative. Méthode exploratoire et confirmatoire à la recherche de causalités*. Gras, R. (dir.), Gras, R., Régnier, J.-C., Marinica, C., Guillet, F (Eds), Cépaduès Éditions, Toulouse.

[36] Pellois, C. (2013b), La psychologie et l'usage du traitement mathématique des données statistiques. Nouvelles perspectives conceptuelles, *Revista Brasiliera de Ensino de Cienca e Technologia*, **6** (1), 230-259.

[37] Pellois, C. (2015a), Le traitement statistique de données et la complexité de l'expression et du développement différentiels du sujet psychologique, *Actes de A.S.I. 8,* Radès (Tunisie), 478-501.

[38] Pellois, C. (2015b), Le sujet psychologique : la complexité différentielle de son expression et de son développement au regard du traitement statistique de données, *Actes de A.S.I. 8,* Radès (Tunisie), 502-520.

[39] Regnier, J.-C., Slimani Y., Gras R. (2015), *Analyse Statistique Implicative. Des sciences dures aux sciences humaines et sociales*, Actes du 8ème Colloque d'Analyse Statistique Implicative, Radès, Bibliothèque Nationale de Tunisie.

[40] Reuchlin, M., Bacher, F. (1989), *Les différences individuelles dans le développement cognitif de l'enfant*, PUF, Psychologie d'aujourd'hui, Paris.

[41] Roubertoux, P. (2004), *Existe-t-il des gènes du comportement ?* Ed. Odile Jacod, Paris.

[42] Vermersch, P. (1991), Les connaissances non-conscientes de l'homme au travail. *Le journal des psychologues* (84), 55.

[43] Vermersch, P. (1994), *L'entretien d'explicitation en formation continue et initiale*, ESF, Paris.

DU LOCAL AU GLOBAL : UN NOUVEAU DÉFI POUR L'ANALYSE STATISTIQUE IMPLICATIVE

Thomas DELACROIX[1], Philippe LENCA[2] et Stéphane LALLICH[3]

GOING GLOBAL:A NEW CHALLENGE FOR S.I.A.

RÉSUMÉ

L'analyse statistique implicative ainsi que la très grande majorité des approches qui ont été développées en extraction de règles sont confrontées à un certain nombre de difficultés dont la surabondance et le caractère redondant des règles extraites. Si de nombreux chercheurs en extraction de motifs ont essayé de proposer des solutions à ces problèmes, ils sont bien moins nombreux à en avoir cherché les causes. On présente ici l'une des causes principales de ces problèmes : le caractère local des approches en extraction de règles qui caractérise à la fois les modèles utilisés pour la mesure de l'intérêt des règles et les processus d'extraction de règles ; ainsi que son contre-pied : le choix d'une approche globale. On propose un certain nombre d'options permettant de faire ce choix dans le but d'ouvrir de nouvelles perspectives et d'accompagner la transition des approches courantes toujours très majoritairement locales vers des approches plus globales.

Mots-clés : *extraction de règles, mesure d'intérêt, modèles probabilistes, modèle d'entropie maximale, indépendance mutuelle contrainte, analyse statistique implicative.*

ABSTRACT

Statistical implicative analysis, as well as the vast majority of current approaches towards rule mining, are faced with a certain number of difficulties such as the issue of over abundant and redundant rules. While a large number of papers in pattern mining have addressed these issues, most have concentrated on finding solutions rather than identifying causes. We present here one of the main causes of these issues: the local nature of the various approaches in rule mining, which can qualify both the models used for the measure of rule interestingness and the mining process; as well as its counterpart: choosing a global approach. We suggest a certain number of options allowing to make this choice with the objective of opening up to new perspectives and encouraging the transition from a vast majority of current local approaches towards more global approaches.

Keywords : *rule mining, interestingness measures, probabilistic models, maximum entropy model, mutual constrained independence, statistical implicative analysis.*

1 Introduction

Depuis les trois dernières décennies, la recherche scientifique en extraction de connaissances et en apprentissage statistique a connu un véritable essor porté par un certain nombre de grandes thématiques, parmi lesquelles on retrouve les techniques de fouille reposant sur l'extraction de motifs et, en particulier, les règles de type $a \rightarrow b$ (Han et al., 2012, Klösgen and Zytkow, 2010, Friedman et al., 2008, Aggarwal et Han, 2014). Au sein de cette thématique, l'approche la plus diffusée a été, sans nul doute, celle de l'extraction de règles d'associations dans le cadre de l'analyse de panier de course qui

1 IMT Atlantique - UMR 6285 Lab-STICC, Brest, France, thomas.delacroix@imt-atlantique.fr
2 IMT Atlantique - UMR 6285 Lab-STICC, Brest, France, philippe.lenca@imt-atlantique.fr
3 Université de Lyon, Laboratoire ERIC, Lyon 2, France, stephane.lallich@univ-lyon2.fr

repose sur l'extraction d'itemsets et doit certainement une grande partie de son succès à sa simplicité (Agrawal et Srikant, 1994, Kotsiantis et Kanellopoulos, 2008, Zhao et Bhowmick, 2003, Fournier-Vigier et al., 2017). Toutefois, un certain nombre d'autres approches plus élaborées ont également été étudiées et l'analyse statistique implicative est l'une d'entre elles (Gras et al., 2009, 2013). Ce qui permet de regrouper des approches aussi différentes que l'analyse statistique implicative et l'extraction de règles d'associations, c'est bien évidemment le choix d'un motif fléché comme motif élémentaire à extraire des données (règle d'association dans un cas, quasi-implication dans l'autre), mais également le principe de sélection des motifs à extraire qui passe par l'utilisation d'une ou plusieurs mesures d'intérêt de la règle pour évaluer, règle par règle, de l'intérêt suffisant d'une règle justifiant son extraction. Dans le cas de l'analyse statistique implicative, il s'agit de l'intensité d'implication alors que dans le cas des règles d'association, il s'agit du support et de la confiance. De manière plus générale, un très grand nombre de mesures d'intérêt ont été envisagées pour l'extraction de règles (plus d'une soixantaine recensée entre Lallich et al. (2007), Geng et Hamilton (2009), Le Bras (2011) et Wu et al. (2012)) et un certain nombre de travaux ont proposé des classifications de ces mesures selon différents critères afin d'aider un utilisateur à choisir la mesure d'intérêt la plus adaptée à ses besoins (Lenca, 2004, Lenca et al., 2008, Le Bras, 2011, Wu et al., 2012). L'intensité d'implication n'a pas échappée à ce travail de comparaison des mesures d'intérêt des règles et on peut remarquer qu'elle satisfait de nombreux critères pertinents et exigibles d'une telle mesure (Gras et al., 2004, Gras et Couturier 2013). Mais, malgré toutes ses spécificités, l'analyse statistique implicative est limitée, au même titre que l'extraction de règles d'association, par le caractère intrinsèquement local d'une méthodologie de sélection d'une règle par la mesure de l'intérêt de cette règle. En effet, comme il sera détaillé par la suite, cette méthodologie peut être qualifiée de locale à deux titres. D'abord, parce que la mesure de l'intérêt d'une règle de type $a \rightarrow b$ se fait dans le cadre d'un modèle local de l'intérêt défini uniquement par des paramètres locaux de la règle. Ensuite parce que le processus d'extraction des règles par la mesure de l'intérêt se fait de manière locale, en ne considérant qu'une seule règle à la fois, plutôt que de mesurer l'intérêt de l'ensemble des règles extraites dans sa globalité.

Or c'est à cause du caractère local de ce processus, à cause de cette limitation précisément, que quelques-uns des obstacles les plus importants en extraction de règles ne peuvent être véritablement franchis. Si le passage du local au global peut lui aussi receler un certain nombre d'embûches, le développement d'approches fondées sur le modèle d'entropie maximale (Jaynes, 1982, Berger et al., 1996, Mannila et al., 1999, Pavlov et al., 2000, Pavlov et al., 2003, Vreeken et Tatti, 2014) ou de sa réinvention sous le nom de modèle d'indépendance mutuelle contrainte dans le contexte des itemsets (Delacroix et al., 2015, Delacroix et al., 2017a, Delacroix et al., 2017b) permettent de l'envisager sérieusement. En particulier, l'analyse statistique implicative et sa communauté présentent un terrain particulièrement favorable pour expérimenter ce qui pourrait être un véritable changement de paradigme en extraction de règles, d'une approche locale à une approche globale.

2 Notations

Dans le souci d'une plus grande clarté, on fixe quelques termes et notations qui seront utilisés tout au long de cet article.

On considère un problème d'extraction de règles d'une base de données binaires portant sur l'observation de p attributs sur n individus. Les données peuvent donc être représentées par une matrice D de taille $n \times p$ à valeurs dans $\{0,1\}$ de telle manière que $D_{i,j} = 1$ si et seulement si le i-ème individu possède le j-ème attribut (ou, dit autrement, on a observé le j-ème attribut au cours de la i-ème observation). Les attributs seuls seront représentés par des lettres indexées : a_1, a_2, …, b_1, b_2, … ; et les expressions logiques sur les attributs (par exemple, la conjonction de trois attributs) par des lettres sans indices : a, b, … La conjonction et la disjonction sont notés par les symboles standards ∧ et ∨ et la négation d'une expression a est notée $\bar{a}$. Enfin, la fréquence relative de l'observation d'une expression logique d'attributs a est notée f_a et elle sera différenciée de la probabilité d'observation de a, étant donnée une observation quelconque, que l'on notera p_a (voir la section 3.2 et 3.3 pour plus de détails).

3 Modèles locaux – modèles globaux

Il est frappant de remarquer que l'intégralité des mesures d'intérêt référencées dans les différents travaux portant sur la caractérisation et l'étude des mesures d'intérêt de règles (Vaillant et al., 2004, Lallich et al., 2007, Lenca et al., 2008, Geng et Hamilton, 2009, Le Bras, 2011, et Wu et al., 2012) peuvent être décrites comme des fonctions de trois, voire quatre, mêmes variables. Ces variables sont :

- f_a : la fréquence relative des observations de a ;
- f_b : la fréquence relative des observations de b ;
- $f_{a \wedge b}$: la fréquence relative des observations de a conjointement à b ;
- n : la taille de l'échantillon total (plus rarement).

Il peut s'agir d'une fonction très simple, comme c'est le cas pour le support ou la confiance :

$$supp(a \to b) = f_{a \wedge b} \quad \text{et} \quad conf(a \to b) = {f_{a \wedge b}}/{f_a}.$$

Ou bien d'une fonction plus élaborée, comme dans le cas de l'intensité d'implication :

$$\varphi(a \to b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{q(a,\bar{b})}^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{2}}\, dt \quad \text{où} \quad q(a,\bar{b}) = \frac{n(f_a - f_{a \wedge b}) - f_a(1-f_b)}{\sqrt{n f_a (1-f_b)}}.$$

Mais, dans tous les cas, cette fonction se limite au contexte local de la règle sans prendre en compte le fait que la règle s'inscrit dans un contexte plus général qui englobe chacune des règles. Cela revient à poser la question de l'intérêt de la règle en soi sans se poser la question de savoir si cet intérêt est compatible avec celui que l'on peut mesurer pour une autre règle. Or, si l'on ne se pose pas cette question, l'ensemble des intérêts mesurés localement ne présentera pas, a priori, de cohérence globale. Ce phénomène est particulièrement visible lorsque la mesure de l'intérêt s'appuie sur un modèle probabiliste sous-jacent, comme c'est le cas en analyse statistique implicative.

On commence d'abord par rappeler le principe de l'utilisation d'un modèle probabiliste pour l'extraction de connaissances. On présente, ensuite, ce qu'est une approche en extraction de règles s'appuyant sur des modèles probabilistes locaux, à travers l'exemple de l'analyse statistique implicative, et on en explicite les manquements. Enfin, on présente des modèles probabilistes globaux et on discute des possibilités d'une approche en extraction de règles s'appuyant sur des tels modèles.

3.1 Modèles probabilistes pour l'extraction de connaissances

Mesurer l'intérêt d'un motif en extraction de connaissances à travers un modèle probabiliste correspond, en règle générale, à mesurer l'éloignement entre une observation faite sur le motif et ce qui était initialement prévu par le modèle. Comme on se place dans un cadre probabiliste, on peut choisir de mesurer cet éloignement de manière à ce que cela représente un degré d'étonnement par rapport à la distribution décrite par le modèle. Un modèle statistique est un modèle probabiliste qui possède deux particularités. D'abord, le modèle est défini par un certain nombre d'observations préalables sur les données. Ensuite, l'observation faite sur le motif (dont on mesure l'éloignement au modèle) correspond à l'observation de la fréquence de ce motif dans les données. Ainsi, on peut mesurer le degré d'étonnement que l'on a à observer la fréquence d'apparition d'un motif au regard d'informations que l'on a déjà collectées sur les données et qui définissent le modèle. Un étonnement marqué signifie que ces informations (ou connaissances puisqu'il s'agit bien ici d'extraction de connaissances) ne permettent pas d'expliquer de manière suffisante la fréquence du motif en question. Dans ce cas, le motif peut être extrait, avec sa fréquence et la mesure de l'étonnement correspondante, de manière à compléter nos connaissances sur les données et réévaluer le modèle afin qu'il intègre ces nouvelles connaissances.

3.2 Modèles probabilistes locaux

En analyse statistique implicative, quand on cherche à calculer l'intensité d'implication d'une règle $a \to b$, le motif que l'on observe dans les données est celui de l'expression logique d'attributs $a \wedge \bar{b}$ qui correspond à la négation de l'implication de a vers b. On considère alors l'un des quatre modèles probabilistes suivants afin de confronter la fréquence observée $f_{a\wedge\bar{b}}$ à ce qui est prévu par le modèle. Il s'agit du modèle binomial, du modèle hypergéométrique, du modèle de Poisson ou du modèle gaussien. Malgré leurs différences, ces modèles reposent tous sur un même modèle probabiliste sous-jacent dans lequel on considère que, étant donnée une observation, (1) la probabilité p_a que l'on y observe a est égale à f_a, (2) la probabilité p_b que l'on y observe b est égale à f_b et (3) ces deux événements sont indépendants (la différence entre les quatre modèles portant sur les distributions du nombre d'observations de a, du nombre d'observations de b, et du nombre total d'observations). C'est d'ailleurs le modèle de base de n'importe quel test d'indépendance de deux attributs à partir de leur observation dans un échantillon. Maintenant, si l'on considère une règle $a \wedge b \to c$, le modèle sous-jacent correspondant dit qu'étant donnée une observation, la probabilité $p'_{a\wedge b}$ qu'on y observe $a \wedge b$ est égale à $f_{a\wedge b}$. Or, si $f_{a\wedge b} \neq f_a f_b$, alors cela n'est pas compatible avec l'hypothèse d'indépendance du modèle correspondant à $a \to b$: on a $p'_{a\wedge b} \neq p_{a\wedge b}$. Il ne peut donc pas exister, dans ce cas, de modèle plus global qui recouperait ces deux modèles locaux.

De manière générale, si l'on considère l'ensemble de tous les modèles locaux correspondant à chacune des règles de type $a \to b$, où a et b sont des conjonctions d'attributs, alors il existe un modèle global recoupant l'ensemble de ces modèles si et seulement si les fréquences relatives des observations dans les données sont égales aux probabilités données par le modèle d'indépendance mutuelle de tous les attributs, sauf éventuellement pour la fréquence relative de l'observation de la conjonction de tous les attributs. En pratique, cela n'arrive quasiment jamais dès que l'on considère plus de deux attributs. On note, en passant, qu'un modèle global tel qu'il est envisagé ici est entièrement défini par une mesure de probabilité sur l'espace probabilisable engendré par

les attributs (et possède donc $2^p - 1$ degrés de libertés). Ainsi, si l'on s'appuie sur ces modèles statistiques locaux pour faire de l'extraction de règles, on fait de multiples tests statistiques sur un même jeu de données mais avec des hypothèses différentes et incompatibles pour ces différents tests. Cela représente une fragilité dans les fondements même de la méthode et ainsi une limite dans la portée des résultats obtenus. Or, si un certain nombre de travaux ont traité spécifiquement la question des erreurs liées aux tests statistiques multiples et les moyens de correction de ces erreurs, le problème de l'incompatibilité des hypothèses des tests en est singulièrement absente (Bay et Pazzani, 2001, Lallich et al., 2007, Ge et al., 2003, Liu et al., 2011, et Webb, 2007). D'une manière générale, on peut voir les différents problèmes liés à l'utilisation de tests statistiques multiples comme étant reliés à un oubli systématique des étapes réalisés et des connaissances extraites, dès leur réalisation et dès leur extraction, et ceci tout au long du processus d'extraction. Pour chaque nouvelle règle, on recommence comme si l'on n'avait rien appris. On ne réévalue jamais les modèles, ni pour qu'ils soient compatibles en termes d'hypothèses, ni pour qu'ils intègrent les connaissances déjà acquises. C'est pour répondre à cette problématique générale de l'oubli que des modèles globaux évolutifs ont été développés (voir 3.3.1 et 3.3.2).

3.3 Modèles probabilistes globaux

La solution évidente pour répondre au problème lié aux hypothèses incohérentes est. de passer par un modèle global, c'est-à-dire un modèle probabiliste général pour le nombre d'occurrences de toutes les expressions logiques d'attributs, et d'en considérer des restrictions locales lorsque c'est nécessaire. Pour autant, ce n'est pas une solution miracle car, si elle répond à des problèmes théoriques, elle s'accompagne également d'un certain nombre de difficultés techniques dans sa mise en pratique.

On reprend le principe de la séparation du modèle probabiliste en deux parties, comme en analyse statistique implicative, avec d'une part une distribution sur le nombre d'observations et de l'autre un modèle probabiliste sous-jacent qui définisse chaque probabilité p_a, étant donnée une observation quelconque, d'observer l'expression logique a. La question de la définition du modèle probabiliste global se déplace alors entièrement au niveau de la définition de ce modèle probabiliste sous-jacent. Une fois le modèle défini, on peut, par exemple, facilement redéfinir l'indice d'implication (modèle gaussien) pour une règle $a \to b$ de la manière suivante :

$$\varphi(a \to b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{q(a,\bar{b})}^{+\infty} \mathrm{e}^{-\frac{t^2}{2}}\, dt \quad \text{où} \quad q(a,\bar{b}) = \frac{n f_{a\wedge\bar{b}} - p_{a\wedge\bar{b}}}{\sqrt{n p_{a\wedge\bar{b}}}}.$$

Employer un modèle global peut donc s'avérer tout aussi simple que de passer par des modèles locaux, à condition d'avoir défini au préalable le modèle global en question. Or c'est bien là que repose une des grandes difficultés de l'approche globale par rapport à une approche locale : il est a priori plus aisé de définir des modèles locaux que de définir un modèle global.

3.4 Propriétés des modèles globaux

Avant de présenter quelques exemples précis de modèles globaux, voici des éléments de classification des modèles.

Modèles statiques – modèles évolutifs — Si l'utilisation d'un même modèle global permet de donner une cohérence au niveau des hypothèses des tests réalisés pour chacune

des règles, cela ne répond pas pour autant au problème de redondance parmi les règles extraites ni au problème de l'apparition de fausses découvertes lorsque l'on réalise des tests multiples sur la base d'un même modèle. C'est pourquoi il est préférable de pouvoir faire évoluer le modèle de manière à y intégrer une partie, du moins, des connaissances extraites des données. Certains modèles n'ont pas été développés en ce sens et ne possèdent pas ce caractère évolutif, on parlera ici de modèles statiques par opposition à la notion de modèle évolutif. Cette distinction est la même que celle qui est présentée dans Vreeken et Tatti (2014) sous les termes de modèles statiques et modèles dynamiques mais l'on a préféré le terme évolutif car il incorpore l'idée d'une certaine progression dans les changements qui s'opèrent sur le modèle.

Modèles objectifs – modèles subjectifs — De la même manière que l'on peut définir des mesures d'intérêt objectif et des mesures d'intérêt subjectif (Geng et Hamilton, 2006), on peut imaginer des modèles probabilistes pour l'intérêt qui intègrent dans leur définition une part de la subjectivité d'un utilisateur (Jaroszewicz et Simovici, 2004, proposent un modèle subjectif pour l'intérêt défini à partir d'un réseau bayésien). Toutefois, les modèles proposés par la suite sont uniquement des modèles statistiques objectifs. Ainsi les modèles présentés sont construits, d'une part, à partir d'un ensemble de paramètres qui correspondent chacun à un relevé statistique dans les données et, d'autre part, dans l'idée qu'en dehors de ces paramètres, la modélisation cherche à traduire une absence de toute autre connaissances des données (ce qui passe, pour chacun des modèles proposés ici, par l'utilisation dans la construction du modèle de distributions uniformes sur des ensembles satisfaisant des contraintes liées aux paramètres).

3.5 Exemples de modèles globaux

Modèles d'indépendance mutuelle — Il s'agit du modèle global le plus simple et le plus classique. Les paramètres sur lesquels il s'appuie sont les fréquences relatives empiriques des attributs du problème et il est construit sur l'hypothèse d'indépendance mutuelle entre chacun de ces attributs. Ce modèle se calcule très facilement et possède d'ailleurs un avantage notable sur ce plan : il n'est pas nécessaire de calculer entièrement le modèle de manière explicite pour connaître la valeur qu'il prend en une expression logique d'attributs, celle-ci peut s'exprimer directement. Toutefois ce modèle est très limité car il ne repose que sur p informations et il est, a priori, statique (on verra par la suite qu'il peut être considéré comme un cas particulier du modèle d'entropie maximale / modèle d'indépendance mutuelle contrainte et que, dans ce cas, on peut le faire évoluer).

Modèles des marges fixes — Le modèle des marges fixes est un modèle statistique qui a été envisagé dans le domaine de l'apprentissage statistique et de l'extraction de connaissances, notamment pour des applications en écologie statistique et en psychométrie (Cobb et Chen, 2003, Gionis et al., 2007, Hanhijärvi et al., 2009, et Vreeken et Tatti, 2014). Ce modèle peut être interprété comme un raffinement du modèle d'indépendance mutuelle. Les paramètres qui le définissent sont les fréquences relatives empiriques des attributs du problème ainsi que du nombre d'attributs observés pour chacun des individus. Ces paramètres correspondent respectivement aux sommes des coefficients de chacune des colonnes de la matrice binaire D représentant les données et aux sommes des coefficients de chacune de ses lignes. Il y en a donc $n+p$. Il existe deux possibilités pour définir un tel modèle : une définition analytique simple via le modèle de Rasch (Rasch, 1960) qui est en fait le modèle de l'entropie maximale pour le problème des marges fixes ; ou l'approximation d'un modèle exact via des méthodes de *randomization*. Pour ce deuxième cas, on peut utiliser le fait qu'il est possible de passer

de n'importe quelle matrice binaire satisfaisant les contraintes des marges à n'importe quelle autre matrice binaire satisfaisant ces mêmes contraintes par une série de permutations particulières de leurs coefficients afin de générer aléatoirement (au sens d'une distribution uniforme) une telle matrice via des méthodes MCMC (Chaînes de Markov – Monte Carlo). Bien que la méthode, permette d'obtenir une bonne approximation de la distribution exacte, elle est coûteuse en termes de temps de calcul dès que les données sont trop nombreuses ($n \times p < 10\ 000$ environ). Le modèle de Rasch, quant à lui, est bien plus simple à définir mais ne peut être considéré comme une bonne modélisation qu'à condition que le nombre d'observations n et le nombre d'attributs p soient tous les deux très grands. Dans tous les cas, il faut noter qu'il s'agit bien évidemment ici de modèles statiques. Ils ne permettent ainsi que d'apprécier l'étonnement que l'on peut avoir à découvrir certains motifs étant données les marges du problème. Enfin, il est important de remarquer que cette modélisation traite de manière totalement asymétrique la présence et l'absence d'un attribut. Cela peut être particulièrement adapté dans certains contextes. En didactique, par exemple, pour l'extraction de connaissances d'une base de données détaillant les réponses (positives ou négatives) d'étudiants à un examen, le fait d'avoir su répondre à une question n'est pas interchangeable avec le fait de s'être trompé, et le nombre de questions auxquelles un étudiant a répondu (i.e. les marges pour les lignes) peut être considéré comme un indicateur pertinent. Par contre, si on considère l'exemple d'un attribut de type sexe (masculin ou féminin), il est, a priori, très important que le choix de la représentation de l'une de ces modalités par un 0 et de l'autre par un 1 n'ait aucune incidence sur les conclusions que l'on peut tirer du modèle. En résumé, ce modèle est statique mais permet tout de même une extraction plus précise que le modèle d'indépendance mutuelle, à condition de vérifier que le modèle est bien adapté au problème qu'il modélise et de ne pas considérer une base de données trop volumineuse.

Modèles d'entropie maximale / d'indépendance mutuelle contrainte — Les modèles d'entropie maximale permettent de décrire la distribution de probabilité la plus objective possible étant donnée une série de contraintes sur ce modèle (Jaynes, 1982, Berger et al., 1996, Mannila et al., 1999, Pavlov et al., 2000, Pavlov et al., 2003, Vreeken et Tatti, 2014). Le terme de modèle d'indépendance mutuelle contrainte correspond à une réinvention de ce concept pour le cas spécifique où les contraintes sont données par les fréquences relatives empiriques d'expressions logiques d'attributs ou itemsets généralisés (Delacroix et al., 2015, 2017a, 2017b). Pour définir un tel modèle, on peut donc prendre comme paramètres n'importe quel ensemble de fréquences relatives empiriques d'expressions logiques d'attributs. Par exemple, on peut fixer $p_{a_1} = f_{a_1}$, $p_{a_2} = f_{a_2}$, $p_{a_1 \wedge \overline{a_3}} = f_{a_1 \wedge \overline{a_3}}$ et $p_{a_2 \wedge a_3} = f_{a_2 \wedge a_3}$ comme contraintes et le modèle d'indépendance mutuelle contrainte permet de définir les valeurs restantes non fixées. C'est une généralisation naturelle du modèle d'indépendance mutuelle qui permet une bien plus grande flexibilité sur le choix des connaissances définissant le modèle. Il est bien évidemment évolutif car on peut y intégrer toute nouvelle connaissance sur la fréquence relative d'une expression logique.

4 Processus d'extraction locaux – processus d'extraction globaux

Comme annoncé en introduction, les différentes approches en extraction de règles peuvent être généralement caractérisées d'approches locales à plusieurs titres. En

particulier, ce n'est pas parce qu'une approche s'appuie sur un modèle probabiliste global pour évaluer l'intérêt des règles à extraire qu'il repose nécessairement sur un processus d'extraction global de ces règles. En effet, par définition, toutes les mesures d'intérêt des règles dont il est question dans la littérature (Vaillant et al., 2004, Lallich et al., 2007, Lenca et al., 2008, Geng et Hamilton, 2009, Le Bras, 2011, Wu et al., 2012) sont surtout des mesures d'intérêt d'une règle. Elles permettent ainsi d'évaluer l'intérêt d'une règle seule par rapport au modèle utilisé dans ce contexte. Que ce modèle soit local (défini par des paramètres propres à la règle dont l'intérêt est mesuré) ou global (défini par des paramètres communs à toutes les règles), le processus d'extraction d'une règle demeure lui fondamentalement localisé autour de cette règle car l'intérêt de celle-ci ne dépend que de cette règle et du modèle, l'intérêt des autres règles étant évalué séparément. En contraste, un processus global d'extraction de règles est tout à fait envisageable à condition de partir d'un modèle global, défini par un certain nombre de règles, et d'évaluer l'intérêt, non pas d'une ou de plusieurs règles par rapport à ce modèle, mais du modèle en soi et donc, par là, des règles qui le définissent. Dans le cas d'une approche statistique, l'approche globale rend obsolète la question des tests multiples réalisés pour chaque règle (Bay et Pazzani, 2001, Lallich et al., 2007, Ge et al., 2003, Liu et al., 2011, et Webb, 2007) puisque cette multiplicité de tests locaux est remplacée par un test global. Par ailleurs, un test global permet d'atténuer les difficultés inhérentes à l'utilisation de l'intensité d'implication pour des données sur un large échantillon de données (n élevé) qui tend alors vers un indicateur binaire (Delacroix, 2014). De la même façon que pour les modèles, une approche via un processus d'extraction local est plus facilement mise en pratique mais une approche via un processus d'extraction global est mieux fondée théoriquement. On propose donc plusieurs approches différentes locales puis globales correspondant chacune à des niveaux différents de compromis entre, d'un côté, une utilisation raisonnable des ressources de calcul (à la fois en temps et en mémoire) et, de l'autre, la volonté de faire reposer les résultats obtenus sur des fondements théoriques les plus solides possible.

4.1 Processus d'extraction locaux

Sans rentrer dans le détail des processus, on présente deux types de processus locaux différents, ainsi que plusieurs sous-types, qui peuvent être envisagés dans le contexte de l'extraction de règles. Dans tous les cas, on suppose que le ou les modèles considérés sont des modèles probabilistes globaux.

4.2 Processus à modèle statique

Il s'agit du type le plus basique. On ne considère qu'un seul modèle et on extrait toutes les règles dont la mesure de l'intérêt par rapport au modèle dépasse un certain seuil. Ainsi, l'intérêt de chaque règle est considéré individuellement et de manière identique par rapport au modèle (et donc à la connaissance des paramètres qui le définissent). Si l'on considère une mesure d'intérêt fondée sur un test statistique, comme c'est le cas de l'intensité d'implication, alors on effectue, de facto, une multitude de tests statistiques ce qui entraîne les difficultés précitées (Bay et Pazzani, 2001, Lallich et al., 2007, Ge et al., 2003, Liu et al., 2011, et Webb, 2007).

4.3 Processus à modèle évolutif

L'idée, ici, est de faire évoluer le modèle de manière à intégrer les connaissances qui ont étonné l'utilisateur au fur et à mesure du processus d'extraction. On propose, ci-dessous,

différentes manières d'aborder un tel processus. Ces dernières ne constituent en aucun cas une liste exhaustive mais a pour simple objectif de faire réfléchir sur les façons dont on peut moduler les approches. Les modèles considérés dans la suite sont les modèles d'entropie maximale / d'indépendance mutuelle contrainte décrits précédemment (voir 3.3.1).

Parcours simple avec ajout des règles intéressantes — Le principe ici est de considérer chacune des règles l'une après l'autre (l'ordre de parcours étant laissé au choix de l'utilisateur). Si une règle $a \rightarrow b$ est estimée étonnante par rapport aux données du modèle (i.e. si son intensité d'implication par rapport au modèle dépasse un certain seuil), alors on réévalue le modèle pour y intégrer comme paramètre la fréquence empirique qui est à la base de cette étonnement (i.e. $f_{a \wedge b}$). On peut commencer ce processus en partant du modèle neutre (correspondant à une absence totale de connaissances) ou du modèle d'indépendance mutuelle. À la fin du processus, les règles extraites sont toutes celles qui ont été intégrées au modèle. L'avantage de cette approche est qu'elle ne nécessite qu'un seul parcours de l'ensemble des règles envisagées. Par contre, elle dépend du choix de l'ordre de parcours des règles. Par ailleurs, il n'est pas impossible qu'une règle qui a déjà été testée négativement (c'est-à-dire que la mesure de son intérêt par rapport au modèle au moment où elle a été testée était inférieure au seuil fixé) puisse être considérée étonnante par rapport à une évolution postérieure du modèle, or cela ne sera jamais testé.

Ajout de la règle la plus intéressante — Ici, à chaque étape, on fait évoluer le modèle en y intégrant la règle pour laquelle la mesure de l'intérêt par rapport au modèle est à la fois la plus forte et au-dessus du seuil fixé. Une des difficultés majeures de cette approche est qu'elle peut être particulièrement coûteuse en termes de puissance de calcul puisqu'il faut, a priori, parcourir l'ensemble des règles à chaque étape afin de déterminer la plus intéressante d'entre elles.

Ajout de la règle la plus intéressante par couche — Ceci est une adaptation du cas précédent de manière à ne pas avoir à considérer l'ensemble de toutes les règles à chaque étape mais simplement un sous-ensemble (la couche). On extrait alors les règles en les intégrant au modèle couche par couche. Par exemple, on peut définir chaque couche C_m comme étant l'ensemble des règles $a_1 \wedge \ldots \wedge a_i \rightarrow b_1 \wedge \ldots \wedge b_j$ telles que $i, j \geq 1$ ainsi que $i + j = m$. On commence alors par C_2 et on fait évoluer le modèle en y intégrant, à chaque étape, la règle $a_i \rightarrow b_j$ dont la mesure de l'intérêt est la plus élevée, tout en étant au-dessus du seuil, et cela jusqu'à ce qu'il n'existe plus de règles dont la mesure de l'intérêt dépasse le seuil dans cette couche. On passe alors à la couche C_3 et on répète le processus jusqu'à arriver à la dernière couche (ou une couche jugée suffisamment profonde).

Ajout par paquet des règles — Il s'agit ici d'une adaptation possible des cas précédents. Au lieu de faire évoluer le modèle règle par règle, on le fait évoluer en y intégrant plusieurs règles à la fois. Cela permet de limiter le nombre de fois qu'il est nécessaire de redéfinir le modèle ce qui représente normalement une part non négligeable de l'utilisation des ressources de calcul. Ainsi, on peut combiner cela avec l'approche précédente, par exemple, en extrayant à chaque étape les dix règles les plus intéressantes de la couche courante.

4.4 Processus d'extraction globaux

Comme cela a été décrit précédemment, il ne s'agit pas dans le cas d'un processus d'extraction global d'évaluer l'intérêt d'une règle par rapport à un modèle mais d'évaluer l'intérêt d'un ensemble de règles définissant un modèle. On part pour cela du principe qu'un ensemble de règles est intéressant s'il permet, à partir de peu de règles, de décrire de manière adéquate les données. Dans le cadre de l'extraction de motifs à l'aide de modèles d'indépendance mutuelle contrainte, plusieurs solutions ont été envisagées pour évaluer ceci dont un test du χ^2 d'adéquation du modèle aux données, ainsi que deux mesures non statistiques de l'éloignement du modèle aux données, normalisées de manière à pénaliser les modèles définis par le plus de paramètres (Delacroix et al., 2017b).

Dans tous les cas, on parlera de mesure d'adéquation du modèle aux données. Il faut noter que, quelques soit la mesure choisie, la comparaison du modèle aux données doit se faire sur l'ensemble des 2^p atomes de l'espace probabilisé sous-jacent (i.e. les probabilités p_a où a est une conjonction composée, pour chacun des p attributs, de cet attribut ou de sa négation). Cela limite sérieusement le nombre d'attributs qui peuvent être considérés puisqu'il faut donc déterminer, pour chaque modèle défini dans le processus, les valeurs qu'il prend en ces 2^p atomes.

Le meilleur modèle — L'approche la plus directe en théorie est de prendre le meilleur modèle, c'est-à-dire celui dont la mesure d'adéquation est la plus élevée parmi tous les modèles. Les règles à extraire sont alors celles qui définissent ce modèle. Cette solution est, en pratique, quasi irréalisable car il faudrait, pour en connaître le meilleur, mesurer l'adéquation aux données de chaque modèle qui peut être défini par un sous-ensemble de l'ensemble des règles (il y en a, a priori, 2^{2^p} distincts).

Une approximation via un algorithme glouton — Si l'approche précédente n'est pas réalisable en pratique, la solution que l'on obtient demeure tout de même celle que l'on souhaite atteindre. Comme il s'agit d'un problème de recherche de maximum global, on peut essayer de l'atteindre, ou du moins de l'approcher par un maximum local, via un algorithme glouton. Pour cela, on part du modèle neutre et on le fait évoluer règle par règle, en choisissant à chaque fois la règle qui améliore le mieux la mesure d'adéquation du modèle jusqu'à obtenir un modèle correspondant à un maximum local (c'est-à-dire que si on rajoute une règle à ce modèle, la mesure de son adéquation aux données diminue). Bien que cette approche est moins demandeuse en ressources de calcul que la précédente, elle reste, en pratique, tout de même trop coûteuse.

Une approximation via un algorithme glouton par couche — Il s'agit d'une adaptation de l'approche ci-dessus, semblable dans l'idée au processus d'ajout de règle par couche décrit précédemment (voir 4.1.2). Dans ce cas, on cherche la règle à ajouter dans une couche et on passe à la couche suivante seulement s'il n'y a plus de règle dans la couche qui permette d'améliorer la mesure de l'adéquation du modèle aux données. On peut également envisager de s'arrêter dès que l'on atteint une certaine couche que l'on estime suffisamment profonde.

Dans le cadre de l'extraction d'itemsets intéressants, des essais ont été menés sur des bases de données tronquées de manière à ne garder que 3 ou 4 attributs et ainsi pouvoir déterminer exactement le meilleur modèle d'indépendance mutuelle contrainte en termes de mesure d'adéquation aux données. Dans les différents cas traités, les deux approximations décrites ici ont permis d'obtenir la meilleure solution (Delacroix et al., 2017b). Ainsi, la dernière approche qui est largement moins demandeuse en termes de ressources de calcul semble devoir être privilégiée.

5 Approches intermédiaires

Si l'utilisation d'approches locales, tant au niveau du modèle que du processus d'extraction, est l'une des causes principales du problème de la redondance dans le domaine de l'extraction de motifs, les approches globales sont difficiles à mettre en œuvre car elles sont très coûteuses en termes de puissance de calcul. Les modèles d'entropie maximale tels que le modèle d'indépendance mutuelle contrainte sont certes les modèles permettant de décrire le plus précisément les données mais ce sont aussi ceux qui requiert le plus de ressources de calcul (Pavlov, 2003). L'utilisation de processus globaux font ensuite s'additionner les besoins en puissance de calculs. Toutefois, des approches intermédiaires sont envisageables et représentent vraisemblablement une perspective très intéressante pour la recherche à venir en extraction de motifs. En effet, il existe un monde de possibilités entre, d'une part, les approches dans lesquelles l'extraction se fait de manière extrêmement localisée autour de chacune des règles à extraire et qui ont prédominé jusqu'à présent et, d'autre part, les approches complètement globales proposées dans cet article. La découverte de ce monde reste pour le moment largement à faire et on ne s'y aventurera pas dans cet article. Toutefois, une piste est proposée dans le but d'inciter à la réflexion dans ce domaine.

Une approche intermédiaire — On commence par découper le problème global en sous-problèmes ne comprenant que 5 attributs. Cela correspond à autant de sous-problèmes qu'il y a de combinaisons de 5 éléments parmi p. Si on prend $p = 100$, on en obtient environ 75 millions, ce qui reste raisonnable. Chacun de ces sous-problèmes correspond au problème d'extraire des règles intéressantes depuis la base de données tronqué de manière à ne garder que 5 attributs. On détermine donc pour chacun d'entre eux l'ensemble des règles intéressantes comprenant ces 5 attributs (ou moins) en considérant l'algorithme glouton par couche décrit précédemment et en fixant un seuil commun à tous les sous-problèmes, de manière à ce que, si le seuil n'est pas atteint, on ne retienne aucune règle. Enfin, on comptabilise pour chaque règle la fréquence à laquelle elle a été considérée comme intéressante relativement au nombre de sous-problèmes auxquels elle peut être rattachée. Cette fréquence relative peut alors être considérée comme un indicateur de l'intérêt de la règle. Une approche similaire est décrite dans le contexte de l'extraction d'itemsets intéressants et testée dans Delacroix et al. (2017b).

6 Conclusion

On a cherché, dans cet article, à mettre en lumière le caractère local de l'approche de fouille développée en analyse statistique implicative, à la fois au niveau des modèles pour mesurer l'intensité d'implication d'une quasi-implication et au niveau du processus d'extraction s'appuyant sur cette intensité d'implication. Ce caractère local est d'ailleurs largement partagé par d'autres approches en extraction de règles et il est vraisemblablement la cause d'un certain nombre de problèmes liés à la surabondance et la redondance des règles extraites. Or d'autres approches plus globales sont possibles et restent, pour le moment, relativement peu explorées. Pour faire évoluer les pratiques en matière d'extraction de règles de ces approches locales vers des approches plus globales, il subsiste deux obstacles majeurs. D'une part, les approches globales sont toujours plus gourmandes en termes de ressources de calcul et, d'autre part, elles reposent sur des outils mathématiques complexes qui peuvent nécessiter un certain temps d'appropriation. Même s'il est envisageable de passer par des approches semi-globales pour écarter les

problèmes de puissance de calcul, il est important que des chercheurs s'intéressent à des approches plus globales et les mettent en pratique afin qu'elles se développent. La communauté de l'analyse statistique implicative paraît alors tout indiquée pour relever ce défi. En effet, ses membres ont fait le choix d'une approche non triviale de la question de l'extraction de règles qui focalise avant tout sur la qualité des informations qui sont extraites plutôt que sur la quantité des données qui peuvent être traitées. Aborder l'extraction de quasi-implications via une approche statistique plus globale serait ainsi en total cohérence avec ce principe fondateur en analyse statistique implicative. C'est la raison pour laquelle on propose le développement intégral d'une analyse statistique implicative globale en tant que nouveau défi à relever pour le prochain rendez-vous de la communauté de l'analyse statistique implicative. En particulier, la solution à apporter à ce défi devra intégrer des outils de représentation graphique des connaissances extraites semblables à ceux qui existent aujourd'hui en analyse statistique implicative et qui permettent une lisibilité aisée de celles-ci dans leur ensemble (comme le graphe implicatif).

Références

[1] Agrawal, C. C., & Han, J. (Eds.). (2014). *Frequent pattern mining*. Springer.

[2] Agrawal, R., & Srikant, R. (Sept. 1994). Fast algorithms for mining association rules. In *Proc. 20th int. conf. very large data bases, VLDB* (Vol. 1215, pp. 487-499).

[3] Bay, S. D., & Pazzani, M. J. (2001). Detecting group differences: Mining contrast sets. *Data Mining and Knowledge Discovery*, *5*(3), 213-246.

[4] Berger, A. L., Pietra, V. J. D., & Pietra, S. A. D. (1996). A maximum entropy approach to natural language processing. Computational linguistics, 22(1), 39-71.

[5] Cobb, G. W., & Chen, Y. P. (2003). An application of Markov chain Monte Carlo to community ecology. The American Mathematical Monthly, 110(4), 265-288.

[6] Delacroix, T. (2014). A renewed approach to the foundations of SIA theory: generalizing SIA to incorporate multiple behavior hypotheses. Thoughts on the implicative intensity. Educação Matemática Pesquisa, 16(3).

[7] Delacroix, T., Boubekki, A., Lenca, P., & Lallich, S. (2015). Constrained independence for detecting interesting patterns. In *IEEE International Conference on Data Science and Advanced Analytics (DSAA),* (pp. 1052-1061). IEEE.

[8] Delacroix, T., Lenca, P., & Lallich, S. (2017). Computing the mutual constrained independence model. ASMDA 2017.

[9] Delacroix, T., Lenca, P., & Lallich, S. (2017). What to expect from a set of itemsets. À paraître.

[10] Fournier-Viger, P., Lin, J. C. W., Vo, B., Chi, T. T., Zhang, J., & Le, H. B. (2017). A survey of itemset mining. Wiley Interdisciplinary Reviews: Data Mining and Knowledge Discovery.

[11] Friedman, J., Hastie, T., & Tibshirani, R. (2008). *The elements of statistical learning* (Vol. 1, 2nd edition). Springer, Berlin: Springer series in statistics.

[12] Ge, Y., Dudoit, S., & Speed, T. P. (2003). Resampling-based multiple testing for microarray data analysis. *Test*, *12*(1), 1-77.

[13] Geng, L., & Hamilton, H. J. (2006). Interestingness measures for data mining: A survey. *ACM Computing Surveys (CSUR)*, *38*(3), 9.

[14] Gionis, A., Mannila, H., Mielikäinen, T., & Tsaparas, P. (2007). Assessing data mining results via swap randomization. ACM Transactions on Knowledge Discovery from Data (TKDD), 1(3), 14.

[15] Gras, R., & Couturier, R. (2013). Spécificités de l'Analyse Statistique Implicative par rapport à d'autres mesures de qualité de règles d'association. *Educação Matemática Pesquisa*, *15*(2).

[16] Gras, R., Couturier, R., Blanchard, J., Briand, H., Kuntz, P., & Peter, P. (2004). Quelques critères pour une mesure de qualité de règles d'association. *Revue des nouvelles technologies de l'information RNTI E-1*, 3-30.

[17] Gras, R., Regnier, J. C., & Guillet, F. (2009). Analyse statistique implicative : Une méthode d'analyse de données pour la recherche de causalités (p. 510). Cépaduès Editions.

[18] Gras, R., Régnier, J. C., Marinica, C., & Guillet, F. (2013). L'analyse statistique implicative Méthode exploratoire et confirmatoire à la recherche de causalités (p. 522). Cépaduès Editions.

[19] Han, J., Pei, J., & Kamber, M. (2012). *Data mining: concepts and techniques* (3rd edition). Elsevier.

[20] Hanhijärvi, S., Ojala, M., Vuokko, N., Puolamäki, K., Tatti, N., & Mannila, H. (2009). Tell me something I don't know: randomization strategies for iterative data mining. In Proceedings of the 15th ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery and data mining (pp. 379-388). ACM.

[21] Jaroszewicz, S., & Simovici, D. A. (2004). Interestingness of frequent itemsets using bayesian networks as background knowledge. In *Proceedings of the tenth ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery and data mining* (pp. 178-186). ACM.

[22] Jaynes, E. T. (1982). On the rationale of maximum-entropy methods. Proceedings of the IEEE, 70(9), 939-952.

[23] Klösgen, W., & Zytkow, J. M. (2010). *Handbook of data mining and knowledge discovery* (2nd edition). Oxford University Press, Inc..

[24] Kotsiantis, S., & Kanellopoulos, D. (2006). Association rules mining: A recent overview. *GESTS International Transactions on Computer Science and Engineering*, *32*(1), 71-82.

[25] Lallich, S., Teytaud, O., & Prudhomme, E. (2007). Association rule interestingness: Measure and statistical validation. In *Quality measures in data mining* (pp. 251-275). Springer Berlin Heidelberg.

[26] Lallich, S., Vaillant, B., & Lenca, P. (2007). A probabilistic framework towards the parameterization of association rule interestingness measures. *Methodology and Computing in Applied Probability*, *9*(3), 447-463.

[27] Le Bras, Y. (2011). Contribution à l'étude des mesures de l'intérêt des règles d'association et à leurs propriétés algorihmiques (Thèse de doctorat).

[28] Lenca, P., Meyer, P., Vaillant, B., & Lallich, S. (2008). On selecting interestingness measures for association rules: User oriented description and multiple criteria decision aid. *European journal of operational research*, *184*(2), 610-626.

[29] Lenca, P., Meyer, P., Vaillant, B., Picouet, P., & Lallich, S. (2004). Evaluation et analyse multicritère des mesures de qualité des règles d'association. *Revue des Nouvelles Technologies de l'Information (Mesures de Qualité pour la Fouille de Données)*, 219-246.

[30] Liu, G., Zhang, H., & Wong, L. (2011). Controlling false positives in association rule mining. *Proceedings of the VLDB Endowment*, *5*(2), 145-156.

[31] Mannila, H., Pavlov, D., & Smyth, P. (1999). Prediction with local patterns using cross-entropy. In Proceedings of the fifth ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery and data mining (pp. 357-361). ACM.

[32] Pavlov, D., Mannila, H., & Smyth, P. (2000). Probabilistic models for query approximation with large sparse binary data sets. In Proceedings of the Sixteenth conference on Uncertainty in artificial intelligence (pp. 465-472). Morgan Kaufmann Publishers Inc..

[33] Pavlov, D. N., Mannila, H., & Smyth, P. (2003). Beyond independence: Probabilistic models for query approximation on binary transaction data. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 15(6), 1409-1421.

[34] Rasch, G. (1960). Probabilistic models for some intelligence and attainment tests. Danmarks paedagogiske Institut.

[35] Vaillant, B., Lenca, P., & Lallich, S. (2004, October). A clustering of interestingness measures. In Discovery science (Vol. 3245, pp. 290-297).

[36] Vreeken, J., & Tatti, N. (2014). Interesting patterns. In *Frequent pattern mining* (pp. 105-134). Springer International Publishing.

[37] Webb, G. I. (2007). Discovering significant patterns. *Machine learning*, *68*(1), 1-33.

[38] Wu, J., Zhu, S., Xiong, H., Chen, J., & Zhu, J. (2012). Adapting the right measures for pattern discovery: A unified view. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, *42*(4), 1203-1214.

[39] Zhao, Q. & Bhowmick, S. S. (2003). Association Rule Mining: A Survey. *CAIS* (Technical report 2003116). Nanyang Technological University, Singapore.

L'ANALYSE STATISTIQUE IMPLICATIVE, UNE LOGIQUE PARACOHERENTE ?

Régis GRAS[1]

STATISTICAL IMPLICATIVE ANALYSIS, A PARACOHERENT LOGIC ?

RÉSUMÉ

L'Analyse Statistique implicative offre une façon de raisonner comparable aux formes effectives du raisonnement humain, quelquefois éloigné de la logique aristotélicienne. On en examinera les différences. Nous en dégagerons les axiomes qui la sous-tendent en une logique du premier ordre. Nous aborderons son extension en une logique du second ordre.

Mots-clés : logique paracohérente, connecteur logique, intensité d'implication, indice d'implication, axiomes

ABSTRACT

Implicative Statistical Analysis offers a way of reasoning comparable to the actual forms of human reasoning, sometimes remote from Aristotelian logic. The differences will be examined. We shall deduce the axioms which underlie it in a logic of the first order. We shall approach its extension in a logic of the second order.

Keywords: paracohérent logic, logic connector, intensity of implication, index of implication, axioms

1 Introduction

À travers nos différents parcours dans le développement de l'ASI, nous avons vu que l'analyse statistique implicative permettait, dans une population E de sujets ou d'objets, de donner du sens et une mesure particulière, à des inférences du type « si a est vérifié dans E alors, en général b l'est aussi ». En fait, cette capacité de l'ASI autorise que soient préservées des contradictions au sein de la population puisque certains sujets ne vérifieront pas l'inférence et, pourtant, pour des raisons statistiques et pragmatiques, elle sera acceptée. Son acceptation sera à la mesure de l'écart statistique **étonnant** entre la distribution au hasard des contre-exemples et celle de la contingence[2]. Comme le dit René Thom [Thom, 1983] : « *Le problème n'est pas de décrire la réalité, le problème consiste bien plus à repérer en elle ce qui a du sens pour nous, ce qui est surprenant* » (p. 130) et plus loin : « …*ce qui n'est pas possible si on ne dispose pas déjà d'une théorie* » (p. 131).

1 Ecole Polytechnique de l'Université de Nantes, Équipe DUKE Data User Knowledge, Laboratoire LS2N UMR 6241, Site de la Chantrerie, rue C. Pauc, BP 44306, Nantes cedex 3, e-mail : regis.gras@univ-nantes.fr

2 …[en accord avec Jung] si la fréquence des coïncidences n'excède pas de façon significative la probabilité qu'on peut leur calculer en les attribuant au seul hasard à l'exclusion de relations causales cachées, nous n'avons certes aucune raison de supposer l'existence de telles relations. », Atlan H., (1986). *A tort et à raison. Intercritique de la science et du mythe*, Paris, Seuil, 160.Bernard d'Espagnat (B. d'Espagnat, p.186, 1981, Paris, Gauthier Villars) parlerait d**'influence** en ces termes : « les évènements A influencent appréciablement les évènements B si et seulement si la fréquence avec laquelle les évènements B ont lieu est (appréciablement) différente selon que l'on impose on non aux évènements A d'exister ».

Cette façon de raisonner ne rentre pas dans le cadre traditionnel d'usage de la logique classique, formelle qui interdit les contradictions comme elle l'exige, par exemple, en ces termes : *ou bien la proposition « si a est vrai alors b est vrai » est vraie ou bien elle est fausse.* C'est le principe de non-contradiction aristotélicien (*p* et *non p* est proscrit), fondement du raisonnement en mathématiques. Que le lecteur nous pardonne si nous mobilisons quelques philosophes des sciences pour appuyer notre démarche. En fait, l'ASI offre un certain logos, une façon métaphysique de raisonner comparable aux formes effectives du raisonnement humain, de la rhétorique du quotidien rarement dichotomique[3] (vrai-faux) qui s'exprime dans le langage ordinaire à travers des expressions comme « la plupart du temps », « généralement », « sans doute », etc. Deux auteurs, Stéphane Lupasco et Basarab Nicolescu (« *La science, le sens et l'évolution »,* Ed du Félin, 1988*),* ont développé une logique ternaire à 3 états, qui dépasse les contradictions à notre niveau de réalité [4]: A , non A et T, union des contradictoires. Par ailleurs, on trouve cette distinction entre deux types de vérité, « vérités de raison » (contradiction exclue) et « vérités de faits » (lois sociales, historiques, contingentes, etc.). Leibniz, à la suite d'Aristote, l'exprime ainsi : *Nos raisonnements sont fondés sur deux grands principes, celui de la contradiction, …et celui de la raison suffisante, en vertu duquel nous considérons qu'aucun fait ne saurait se trouver vrai ou existant, aucune énonciation véritable, sans qu'il y ait une raison suffisante, pourquoi il en soit ainsi et non pas autrement, quoique ces raisons le plus souvent ne puissent point nous être connues. »* (1714, Extrait de la Monadologie). La raison suffisante est celle derrière laquelle se déploient les causes.

Nous avons affaire, avec l'ASI, à une autre façon d'admettre la vérité d'une règle implicative, à une autre logique que nous désignons par LSI (Logique de la Statistique Implicative) Nous en avons fondé et formalisé peu à peu la théorie à travers nos travaux depuis (Gras R, 1979) jusqu'à (Gras R. et al, 2017) en étudiant ses propriétés au regard de la logique classique -qui lui semble antagoniste et finalement qui lui est plutôt complémentaire. Ainsi il s'agit de montrer, par une sorte de « refonte épistémologique » comme le dit G. Bachelard, qu'elle rentre naturellement dans la famille des logiques dites paracohérentes[5](ou paraconsistantes). Retrouve-ton ici la notion de **dialogique** au sens d'Edgar Morin[6]? Cet élargissement de point de vue épistémologique, porté au sein de notre objet d'étude depuis 40 ans, lui confère, semble-t-il, un statut de micro-théorie logico-mathématique sur la base de laquelle se développent nos raisonnements qui nous paraissent bien relever de la raison suffisante au sens de Leibniz. C'est l'objectif que nous visons à travers les rappels spécifiques qui seront choisis. Je reviendrai également sur ce sujet dans la conclusion.

3 Dans « Aux contraires » (1996), titre significatif, Jean-Marc Lévy-Leblond écrit : « Que les dichotomies ne soient guère dépassables et remplaçables, ne doit pas conduire à l'acceptation résignée d'inamovibles clivages de la pensée mais bien plutôt à travailler les avancées du savoir avec et dans la diversité des antinomies pour déplacer le sens des oppositions et croiser les lignes de fracture. » (p.410)

4 Basarab Nicolescu situe l'état T à un autre niveau de réalité que les deux autres états selon une « conception de la réalité reposant sur toute une série de niveaux chacun résolvant les contradictions existant au niveau inférieur » (Jean Staume, « Notre existence a-t-elle un sens », Presse de la Renaissance, p. 469.

5 Je remercie Pascale Kuntz (LS2N) de m'avoir conseillé de porter un regard sur cette notion.

6 Selon Edgar Morin, rappelé dans « La complexité, vertiges et promesses », R. Benkine, (2002), p.20 : « la dialogique est l'unité complexe entre deux logiques, entités en instance complémentaires, concurrentes et antagonistes qui se nourrissent l'une de l'autre, se complètent mais aussi s'opposent et se combattent. ».

Notons simplement le pas important qui paraît ici établi, quant au statut scientifique de l'ASI, pas que nous tenons à relativiser modestement à l'état actuel de notre connaissance qui deviendra comme les autres « connaissances du passé ». J.-C. Carrière, dans « *Conversations sur l'invisible* » (Plon,1996) l'exprime plus élégamment et nous l'adressons aux lecteurs de cette communication : « *La connaissance scientifique, fille du temps, se dépasse sans cesse elle-même, s'autodétruit, s'immole sur son propre autel. La vérité est toujours à venir. Les théories qui vont vous démentir sont déjà à l'œuvre et certains d'entre vous les pressentent* ». (p. 38).

2 Fondement de la logique LSI

Dans la logique LSI, les connecteurs traditionnels sont utilisés :

¬ (pour « non »), ∧ (pour « et »), ∨ (pour « ou).

Les êtres sur lesquels la logique LSI opère sont les variables prédicatives d'un ensemble V, généralement discret. Ces variables, comme des prédicats, sont valuées sur un ensemble de sujets ou d'objets E au moyen d'une fonction *v* à valeurs sur [0,1][7] et non pas sur {0,1} comme en logique mathématique coutumière et dite formelle. Si la variable a prend la valeur *v*(a) sur [0,1] (quelquefois notée a(x) -valeur de a pour le sujet ou l'instance x) par ex. 1 ou 0 si a est binaire[8], alors ¬ a (notée aussi $\bar{a}$) prendra la valeur 1-*v*(a). Cette considération de la relativité de la notion de vérité est à partager avec J.-M. Levy-Leblond qui écrit (p. 170), dans « *La vitesse de l'ombre* » (2006, Seuil) : « *Un énoncé scientifique ne peut être vrai ou faux, mais seulement vrai si…ou faux mais…La science ne produit pas des vérités absolues et universelles ; bien plutôt, elle fournit des énoncés conditionnels et sa force vient précisément de sa capacité à définir leurs conditions de validité* ».

En ASI., les inférences de la variable a sur la variable b sont acceptées à un niveau paramétrable. On dira que *a implique b* (on écrit a => b) au niveau (ou au seuil) 0.95 dès que la probabilité φ(a,b) que le nombre de contre-exemples attendu, dans une hypothèse d'indépendance a priori des variables, soit supérieur ou égal à celui observé, est supérieure ou égale à 0.95. Et on posera *v*(a=>b) = 0.95, considérée dans LSI comme la valeur de vérité de l'implication[9]. Ce principe est une version numérique d'un principe philosophique plus général[10]. N'est-ce pas en effet le principe qui fonde, chez le

7 Au sujet de la croyance, Michel Serres dans R. Benkirane (2002) s'exprime ainsi : « Vous prenez un intervalle de 0 à 1 : au point 0, vous ne croyez pas, vous êtes sûr que ce n'est pas vrai, et au point 1, vous croyez, vous êtes sûr que c'est vrai. Par exemple, Dieu n'existe pas, Dieu existe. La foi, c'est de parcourir toute sa vie le segment [0-1] presque comme une corde vibrante… ». (p. 400)

8 Une extension à des variables de nature quelconque (intervalle, floue, vectorielle, …) serait possible comme elle l'a toujours été dans la définition de l'indice d'implication.

9 Si j'observe la sortie d'une réunion de participants (n personnes) « s'il allume une cigarette (a), alors c'est un homme (b)» est une implication dont la valeur de vérité LSI égale à 0.91pour n = 100, n_a=60, n_b=85 ; presque tous les fumeurs sont des hommes sauf un petit nombre d'entre eux ($n_{a \wedge \bar{b}} = 5$)

10 « …[en accord avec Jung] si la fréquence des coïncidences n'excède pas de façon significative la probabilité qu'on peut leur calculer en les attribuant au seul hasard à l'exclusion de relations causales cachées, nous n'avons certes aucune raison de supposer l'existence de telles relations. », Atlan H., (1986) A tort et à raison. Intercritique de la science et du mythe, Paris : Seuil, p.160. C'est aussi ce qu'affirme René Thom (« Paraboles et catastrophes », 1980, p.130) : « …le problème n'est pas de décrire la réalité, le problème consiste bien plus à repérer en elle ce qui a de sens pour nous, ce qui est surprenant dans l'ensemble des faits. Si les faits ne nous surprennent pas, ils n'apportent aucun élément nouveau pour la compréhension de l'univers : autant donc les ignorer » et plus loin : « … ce qui n'est pas possible si l'on ne

philosophe anglais Karl Popper, ce qu'il entend par **démarche scientifique** pour lequel, plutôt que de vérifier une hypothèse, il s'agit de la falsifier : *« Ces considérations* [soumission à des tests expérimentaux] *suggèrent que c'est la falsifiabilité et non la vérifiabilité d'un système qu'il faut prendre comme critère de démarcation* ». Et plus loin : « *…je n'exigerai pas d'un système scientifique qu'il puisse être choisi, une fois pour toutes, dans une acception positive, mais j'exigerai que sa forme logique soit telle qu'il puisse être distingué au moyen de tests empiriques, dans une acception négative* ». (*Conjectures et réfutations*, 1984, Ed. Payot, cité dans *Les grandes questions de la Philo*, Maisonneuve et Larose, p.367). Ce qui est bien notre attitude en LSI où il s'agit d'évaluer dans quelle mesure une implication n'est pas vérifiée sur la base de ses contre-exemples. En fait, cette évaluation est une mesure de l'*étonnement statistique* d'un tel constat qui n'est pas autre chose qu'une réelle démarche scientifique orientée par la connaissance d'un critère de vérité. [9 et11]

Dans la logique LSI la vérité peut prendre deux formes paradoxalement différentes :

- **objective,** pour un ensemble de locuteurs ayant retenu un niveau d'intensité partagé ;
- **subjective**, si dans cet ensemble de locuteurs le niveau d'intensité peut varier.

Ceci signifie que les résultats obtenus à la suite d'un traitement de données par l'ASI, au moyen de CHIC, ne peuvent conduire à débats ou à des inductions affirmées qu'à condition que le niveau d'analyse soit donné.

L'ASI permet ainsi d'établir des pseudo-théorèmes avec prémisse et conclusion et de leur attribuer une valeur de vérité. C'est l'intérêt opératoire de la logique qu'elle soit classique ou qu'elle soit paracohérente. On constate que ce mode de raisonnement diffère de celui employé dans une certaine rhétorique familière sous forme de sophisme ou simplement de paralogisme ; par exemple celle de l'homme politique, qui affirme la vérité d'une proposition ou d'une règle en énonçant : « tenez, je vous donne un exemple ». Rappelons que le mode de raisonnement causal de l'ASI diffère fondamentalement de celui attribué, à tort, à la corrélation comme nous le prouvons dans [Gras R. et al, 2017, p.54].

Mais, contrairement à la logique classique où les connecteurs sont interdépendants via les lois de De Morgan, en logique LSI, la relation transitive « si a => b et b => c » ne conduit pas nécessairement à la conclusion a => c. Les rencontres sportives ou les primaires politiques fourmillent d'exemples qui montrent bien que la logique formelle classique et aristotélicienne n'est plus fondée car ses propriétés basiques ne sont plus satisfaites. En particulier la transitivité n'est pas satisfaite en ASI. Nous privant de cette propriété nous pouvons espérer refonder une sous-logique affaiblie mais localement opérationnelle.

3 Mesure définitoire de LSI en ASI

Pour ce faire, nous choisissons arbitrairement comme mesure fondamentale celle de l'implication a => b par identification à la mesure statistique de $\neg (a \wedge \overline{b})$ qui est la source de l'ASI. En effet, cette identification entre deux expressions prend son sens du fait qu'il

dispose pas déjà d'une théorie ».

11 Dans « Le plaisir de penser » d'André Comte Sponville (2017, Vuibert) l'auteur cite Aristote Métphysique, A, 2) : « C'est l'étonnement qui poussa comme aujourd'hui, les premiers penseurs aux spéculations philosophiques….Or percevoir une difficulté et s'étonner, c'est reconnaître sa propre ignorance ». :

s'agit d'évaluer dans quelle mesure statistique, il n'existe pas ou peu de contre-exemples à l'implication lorsque s'observent simultanément a et non b sur l'ensemble E des sujets. Nous rejoignons ici l'exigence de Popper de fixer par une acception négative son adhésion à une propriété scientifique.

Ainsi, nous posons arbitrairement et pour cette raison :

$v(a=>b) = v(\neg (a \wedge \overline{b})) = \varphi(a,b)$ (1).

De plus, nous considérons satisfaites les lois de de Morgan sur les prédicats. Ainsi et par exemple, $v(\overline{a} \vee b) = v(\neg (a \wedge \overline{b}))$. Par suite, toutes les règles de la déduction deviennent valides relativement à cette logique LSI, statistique et non plus formelle.

Si donc nous adoptons l'implication comme formule de base définitoire de LSI**,** la valeur de la conjonction $a \wedge b$ sera alors en respectant les lois de De Morgan : $v(a \wedge b) = v(\neg (a=>\overline{b}))$. De la même façon la valeur de $a \vee b$ se déduira comme nous allons le voir par la suite.

4 Quelques rappels de propriétés de l'implication ASI

Rappelons, encore une fois, que la définition de l'intensité d'implication a => b est basée sur la comparaison du nombre contingent de contre-exemples à l'implication au nombre aléatoire de tels contre-exemples dans des conditions cardinales identiques. Or les premiers satisfont conjointement à a et à non b, i.e. au nombre observé ($a \wedge \overline{b}$). Pour un certain modèle de la variable aléatoire égale au nombre de contre-exemples (Poisson, binomial), cette comparaison conduit à l'étude du comportement asymptotique de l'indice d'implication : $q(a,\overline{b}) = \dfrac{n_{a\wedge\overline{b}} - \dfrac{n_a n_{\overline{b}}}{n}}{\sqrt{\dfrac{n_a n_{\overline{b}}}{n}}}$. Cet indice est la valeur contingente centrée réduite d'une variable aléatoire gaussienne d'espérance et variance $\dfrac{n_a n_{\overline{b}}}{n}$, en tant que limite d'une variable de Poisson ou binomiale de mêmes paramètres dont nous avons, par ailleurs, justifié la validité.

Rappelons alors que l'intensité s'exprime alors par : $\varphi(a,b) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{q(a,\overline{b})}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$.

On pose $\varphi(a,a) = 1$.

Remarque 1 et rappel : L'algorithme défini ci-dessus permet de traiter, à l'aide des logiciels CHIC et RCHIC, un ensemble de variables et d'obtenir, en fonction du seuil choisi pour l'intensité d'implication un ensemble de règles quasi-implicatives représentées par un graphe. On peut alors :

- supprimer les redondances (Gras et al, 2007),
- en diminuer ou augmenter le nombre de règles par une relation d'équivalence (Gras et al, 2002), ou en faisant varier le seuil
- et examiner le problème de couverture minimale des dépendances fonctionnelles du réseau de règles retenues, abordé dans l'examen de l'option conjonction. Mais ces questions ne constituent pas le sujet de cet article.

Remarque 2 : On remarque immédiatement que $q(\overline{b},a) = q(a,\overline{b})$, donc la transposée de l'implication admet la même intensité que l'implication directe $\varphi(a,b) = \varphi(\overline{b},\overline{a})$. On en déduit que leurs identifications respectives sont la même expression : $\neg (a \wedge \overline{b})$. Cependant, les règles établies ne sont pas généralement des implications du point de vue déductif puisque $\varphi(a,b)$ diffère le plus souvent de 1.

Remarque 3 : On remarque aussi que, généralement, $q(a, \overline{b}) \neq q(b,\overline{a})$ et donc $\varphi(a,b) \neq \varphi(b,a)$. Une implication et sa réciproque ne coïncident généralement pas. Si $\varphi(a,b) = \varphi(b,a)$, les variables a et b sont dites équivalentes et ont donc la même valeur de vérité.
Remarque 4 : Le calcul montre aussi, comme nous l'avons dit dans l'introduction, que si a => b et b =>c on n'a pas nécessairement a => c, contrairement à ce qui est valide en logique formelle. Et plus étonnant, si les règles suivantes : $a \Rightarrow c$ et $b \Rightarrow c$ sont valides, pourtant, dans un cas exceptionnel, on n'a pas nécessairement (a et b)$\Rightarrow$c, comme le bon sens et la logique habituelle l'affirmeraient, mais plutôt (a et b)$\Rightarrow$non(c). Cette dernière règle sera, de façon naturelle, appelée ici **règle d'exception** (Gras et al, 2007).

Remarque 5 : 1° Il n'existe pas de relation d'ordre entre les intensités d'implication $\varphi(a,b)$ et $\varphi(a,b \vee c)$ sachant $\varphi(a,b)$ et $\varphi(a,c)$. En effet, on peut avoir $\varphi(a,b) < \varphi(a,b \vee c)$ et $\varphi(a,c) < \varphi(a,b \vee c)$.
Exemple1 :
$n = 100$; $n_a = 16$; $n_b = 35$; $n_c = 30$; $n_{a \wedge \overline{b}} = 10$; $n_{a \wedge \overline{c}} = 8$; $n_{a \wedge (\overline{b \vee c})} = 2$

$\varphi(a,b) = 0.549$; $\varphi(a,c) = 0.830$; $\varphi(a,b \vee c) = 0.995$

Mais on peut également avoir : $\varphi(a,b) > \varphi(a,b \vee c)$ et $\varphi(a,c) > \varphi(a,b \vee c)$
Exemple 2 :
$n = 100$; $n_a = 30$; $n_b = 50$; $n_c = 49$; $n_{a \wedge \overline{b}} = 15$; $n_{a \wedge \overline{c}} = 16$; $n_{a \wedge (b \overline{\vee} c)} = 1$

$\varphi(a,b) = 0.5$; $\varphi(a,c) = 1$; $\varphi(a,b \vee c) = 0$

2° De même, il n'existe pas a priori de relation entre $\varphi(a,c)$, $\varphi(b,c)$ et $\varphi(a \vee b,c)$ En effet, on peut avoir, $\varphi(a,c) < \varphi(a \vee b,c)$ et $\varphi(b,c) < \varphi(a \vee b,c)$
Exemple 3 :
$n = 100$; $n_a = 20 = n_b$; $n_c = 35$; $n_{a \wedge \overline{c}} = 16$; $n_{a \vee b, \overline{c}} = 10$
$\varphi(a,c) = 0.203 = \varphi(b,c)$; $\varphi(a \vee b,c) = 0.999$:
Mais on peut avoir également : $\varphi(a,c) > \varphi(a \vee b,c)$ et $\varphi(b,c) > \varphi(a \vee b, \overline{c})$
Exemple 4 :
$n = 100$; $n_a = 20 = n_b$; $n_c = 48$; $n_{a \wedge \overline{c}} = 11$; $n_{a \vee b, \overline{c}} = 22$
$\varphi(a,c) = 0.984 = \varphi(b,c)$; $\varphi(a \vee b,c) = 0.396$
Ceci montre qu'en LSI les propriétés relatives à l'union peuvent contredire celles que confère la logique formelle classique. Ainsi et pour résumer, la relation sur VxV appelée « implication » pour LSI est : **réflexive, non symétrique, non antisymétrique et non transitive**. Nous savons que dans le cadre de la logique formelle classique, l'implication, par contre, est réflexive, non symétrique, antisymétrique et transitive.

5 Liens de l'implication ASI avec les autres connecteurs logiques

La seule donnée des valeurs des variables a et b ne suffit pas à attribuer des valeurs à des relations telles que a $\wedge$ b ou a $\vee$ b. Il nous faut le faire sur une des formes relationnelles. C'est généralement le cas des logiques multivalentes. En induisant en LSI, les lois de De Morgan, nous disposons de $\varphi(a,b)$, calculée à partir de l'intégrale gaussienne de $q(a, \overline{b})$ qui affecte, toujours par identification, à $\neg (a \wedge \overline{b})$ une valeur qui va permettre de générer

d'autres valeurs. Disposant de $\varphi(a,b) = v(\neg (a \wedge \bar{b})) = v(\bar{a} \vee b)$ (1) **,** on obtient la valeur de la disjonction : $\boldsymbol{v(a \vee b) = \varphi(\bar{a},b)}$ que l'on sait calculer.

De la même façon, $v(a \wedge b) = v(\neg (\bar{a} \vee \bar{b})) = 1 - \varphi(a,\bar{b})$ (2)

Toutes les combinaisons à deux places, dérivées de l'emploi des lois de De Morgan s'obtiennent de la même façon dès lors qu'une relation telle que (1) est donnée.

Exemple 1

Illustrons la relation (2) ci-dessus. Dans une population de femmes européennes, a est le caractère « cheveux authentiquement blonds » et b le caractère « yeux de couleur foncée ». Supposons que la valeur de vérité de la conjonction a et b, soit $\boldsymbol{v(a \wedge b)=}$ 0.05, donc : $\boldsymbol{\varphi(a,\bar{b}) = 0.95}$. Traduisons en langage du quotidien non quantifié : « En Europe, il n'est pas fréquent qu'une femme authentiquement blonde n'ait pas les yeux clairs », c'est-à-dire encore « En Europe, il est très fréquent qu'une femme authentiquement blonde ait des yeux de couleur claire ».

Exemple 2

	b	$\bar{b}$	marge
a	6	10	16
$\bar{a}$	29	55	84
marge	35	65	100

Tab. 1

On obtient : $\varphi(a,b) = 0.549$; $\varphi(a,\bar{b}) = 0.432$; $\boldsymbol{v(a \wedge b) = 1 - 0.432 = 0.568}$
Puis : $\varphi(\bar{a},b) = 0.999 = v(a \vee b)$

6 Axiomatisation de la Logique Statistique Implicative (LSI)

La formalisation complète de la logique LSI va s'appuyer sur le système d'axiomes suivant :

A1 L'espace V des variables est muni d'une fonction de valuation v_1 :

$V \mapsto [0,1]$ telle que $v_1(\bar{a}) = 1 - v_1(a)$;

A2 L'espace VxV est muni d'une fonction de valuation v_2 : $VxV \mapsto [0,1]$ telle que $v_2(f(a,b)) = v_2(a \wedge b) = 1 - \varphi(a,\bar{b})$ où f(.,.) est une fonction des variables a et b liées par un connecteur binaire ;

A3 L'espace VxV respecte les lois de De Morgan. En particulier :

$v_2(\neg (a \wedge b)) = v_2(\bar{a} \vee \bar{b})$.

D'autres logiques paracohérentes existent comme les logiques intuitionnistes, les logiques probabilistes auxquelles s'apparente la logique LSI [12], tout en s'appuyant plus « confortablement » sur la structure d'algèbre de Boole définie sur un ensemble de parties. Par exemple, dans une logique trivalente (3 valeurs de vérité : 0, ½ et 1), on pose : $v_2(a \wedge b) = \inf(v(a), v(b))$, $v_2(a \vee b) = \sup(v(a), v(b))$. Ceci suffit, par les lois de De Morgan, à définir entre autres, l'implication. Dans une logique polyvalente ou probabiliste, il est nécessaire aussi de définir au moins la valeur d'un prédicat. Ici fixant $v_2(a \wedge b)$ on évalue $v_2(a \vee b)$ par $v(a) + v(b) - v_2(a \wedge b)$.

12 C'est aussi le cas en mathématique contemporaine (milieu du XXème siècle) de la théorie des catégories, en gros théorie des relations en général qui relève d'une logique paracohérente.

En revanche, ces différentes logiques non classiques nous paraissent toutes construites sur des bases subjectives quant à la valeur des connecteurs fondamentaux ; par exemple, attribuer la valeur ½ au « peut-être » dans une logique trivalente. À contrario, en logique LSI, la valeur accordée au connecteur « implique » se fait sur des bases statistiques objectives, indépendantes du locuteur[13], ce qui lui confère une propriété peu ou non partagée dans l'ensemble des logiques non formelles mais, peut-être plus proche de la sémantique quotidienne.

7 Un défi : une logique du second ordre ?

En effet, la question est légitime. L'extension de l'ASI à l'extraction et au calcul des mesures des règles de règles (hiérarchie cohésitive) montre sa richesse prospective dans le champ des connaissances de niveau supérieur : celui des méta-théorèmes. La logique qui lui serait associée serait une logique du second ordre puisqu'elle étudie des inférences du type $C_1 => C_2$ où C_1 et C_2 sont des prédicats de niveau supérieur à 1 en faisant référence à des classes de variables et aux valeurs implicatives et cohésitives qu'elles prennent. Cette logique ne semble pas pouvoir se définir comme extension au second ordre de la logique du premier ordre formalisée ci-dessus. En effet l'implication de classes fait intervenir l'entropie implicative de chaque couple de variables, puis les implications des éléments d'une classe vers ceux de l'autre classe. Les objets sur lesquels portent les règles d'association non symétriques sont ici des classes de variables. La concaténation de classes tient lieu de réunion booléenne disjonctive. Autrement dit, le connecteur « ∧ » est obsolescent. Mais il n'est pas impossible de définir autrement l'implication entre règles. Auquel cas, la question placée en titre pourrait recueillir une réponse positive. Des pistes de recherche restent ouvertes. Quels qu'en soient ses débouchés, cet élargissement de point de vue épistémologique porté sur notre objet d'étude depuis près de 40 ans lui confère, semble-t-il, un statut de partie dure d'un champ conceptuel logico-mathématique plus large que celui restreint à une méthode d'analyse de données. Puisse-t-on, à travers de tels petits pas de côté mathématiques s'exercer, écrit A. Badiou (Eloge des mathématiques, p.116) « … *à ce qui est la clé de tout progrès collectif comme de tout bonheur individuel : oublier nos limites pour toucher lumineusement à l'universalité du vrai ».* Et suivre, autre clin d'œil, la recommandation pour la science des nombres par Platon (« Les lois »[14]) car « *elle réveille l'homme terne et somnolent, pour le rendre vif, fidèle et perspicace » !*

8 Conclusion

La logique LSI, définie relativement à la valeur initiale $v_2(a \wedge b)$, possède les caractères des logiques paracohérentes comme dans le système philosophique de la dialectique hégélienne[15]. Rappelons que le préfixe « para » admet ici deux sens compatibles avec ces caractères : « para » = « à côté de », « pas tout à fait » et « para » = « à côté de la norme ».

13 C'est aussi ce qu'exprime F. Jacques dans « dialogiques » (1979, p. 257) : « La proposition, rendue indépendante de l'activité subjective, s'en détacherait comme un fruit mûr. » et plus loin : « L'énoncé est prêt à se soumettre à l'évaluation, à sortir du vraisemblable pour prendre une valeur de vérité ».

14 citée dans « *Une histoire sociale de la vérité* » de Steven Shapin, La Découverte), p. 356

15 « Plus récemment est apparue la logique paraconsistante. Dans ce genre de système logique, c'est le principe de non-contradiction qui n'a pas de valeur générale cependant que le principe du tiers exclu peut rester valide ». Alain Badiou, Éloge des mathématiques, p. 70, Flammarion, Paris.

Les axiomes dans la logique formelle du tiers exclu (si non p est faux alors p est vraie) et du principe de non-contradiction (p et non-p incompatibles) ne sont pas nécessairement satisfaits ici, mais il semble que la définition et les propriétés de LSI lui confèrent à juste titre son affiliation à une de ces logiques « à côté » de la logique aristotélicienne. **Mais ces logiques polyvalentes ont pour fondement la vraisemblance du « vrai » alors que, de façon antinomique, la logique LSI a pour fondement métaphysique l'invraisemblance du « faux ».** Phrase que nous pourrions adopter comme aphorisme définitoire de LSI. Compte tenu des autres approches relativement aux règles d'association et particulièrement de celles qui sont non symétriques, on peut se poser la question de l'existence d'autres types de logiques paracohérentes qui seraient associables à d'autres indices de liaison implicative. Il n'est pas certain que les lois de Morgan puissent être légitimées comme nous venons de le voir avec l'ASI. Mais ceci n'est pas notre sujet, le problème reste ouvert à la connaissance. De toute façon, les problématiques qui accompagnent actuellement l'ASI n'ont pas de sens dans ces autres approches.

Références

[1] Badiou A. (2015), *Eloge des mathématiques*, Café Voltaire, Flammarion, Paris.

[2] Benkirane R. (2002), *« La complexité, vertiges et promesses* », Le Pommier, Paris.

[3] Gras R., (1979), Contribution à l'étude expérimentale et à l'analyse de certaines acquisitions cognitives et de certains objectifs didactiques en mathématiques, Thèse d'Etat, Université de Rennes 1.

[4] Gras Régis., Guillet Fabrice, Gras Robin et Philippé Jacques (2002): Réduction des colonnes d'un tableau de données par quasi-équivalence entre variables*, Extraction des connaissances et apprentissage, Hermès, Volume 1, n°4/2001, p 197-202, ISBN 2-7462-0406-1*

[5] Gras R. et Kuntz P. (2007). Reduction of Redundant Rules in Statistical Implicative Analysis. *Selected Contributions in data Analysis and Classification*, P. Brito, P. Bertrand, G. Cucumel, E. de Carvalho, eds, Springer, p.367-376, ISBN :978-3-540-73558-8

[6] Gras R., Kuntz P., Suzuki E. (2007). Une règle d'exception en Analyse Statistique Implicative, *Extraction des Connaissances (EGC'07),Volume1, RNTI-E-9, Cépaduès Editions, ,* p.87-98, , ISBN 978.2.85428.763.9

[7] Gras R. (2017), *L'Analyse Statistique Implicative, des sciences dures aux Sciences Humaines et Sociales*, Gras R., Régnier J.-C ., Lahanier-Reuter D., Marinica C., Guillet F., eds, Cépaduès Editions, Toulouse.

[8] Jacques F. (1979), Dialogiques, recherches logiques sur le dialogue, P.U.F., Paris

[9] Kleene S.C. (1971), *Logique Mathématique*, Armand Colin, Paris

[10] Leblond J.-M. (1996), *Aux contraires*, NRF, Paris

[11] « Les grandes questions de la Philo, Anthologie de textes de l'Antiquité à nos jours », textes réunis par Marie-Reine Morvile, Maisonneuve et Larose, France, 1998.

[12] Thom R. (1983), *Paraboles et catastrophes*, Champs Sciences, Flammarion, Paris.

L'A.S.I., ANALYSEUR ET REVELATEUR DE LA COMPLEXITE COGNITIVE TAXONOMIQUE

Régis GRAS[1], Antoine BODIN[2]

A.S.I., ANALYZER AND DEVELOPER OF TAXONOMIC COGNITIVE COMPLEXITY

RÉSUMÉ

Dans cet article, nous montrons comment l'ASI permet de valider la hiérarchie de complexité d'exercices de mathématiques proposés à de jeunes élèves en nous appuyant sur une taxonomie d'objectifs cognitifs. Inversement, cette taxonomie est confortée par des résultats d'enquêtes nationales et internationales, ce qui assure une cohérence en moyens et fin. Ainsi, si l'ASI s'avère être un bon outil d'analyse d'une hiérarchie ordonnée entre des compétences, elle permet aussi de révéler un ordre de complexité entre des tâches.

Mots-clés : graphe implicatif, hiérarchie de similarités, hiérarchie cohésitive, indice d'implication, taxonomie, complexité

ABSTRACT

In this article, we show how the ASI allows to validate the hierarchy of complexity of mathematical exercises proposed to young students by relying on a taxonomy of cognitive objectives. Conversely, this taxonomy is reinforced by the results of national and international surveys which ensures a coherence in means and purpose. Thus, if the ASI proves to be a good tool for analyzing an ordered hierarchy between competencies, it also reveals an order of complexity between tasks

Keywords: Implicative graph, hierarchy of similarities, cohesitive hierarchy, index of implication, taxonomy, complexity.

1 Introduction

La notion de complexité est très large et semble apparue plus intensément dans une problématique de l'organisation du vivant au XXème siècle. Sa signification s'éclaire par son origine latine « complexus » c'est-à-dire « tissé ensemble » qui sous-entend une intrication de parties pour former un tout. Dans son usage nous retrouvons le caractère nécessairement dynamique de ce « tout » qui serait plus riche que la somme des parties. Pour appuyer notre actuelle problématique, rappelons un essai de définition de J. Barrow (R. Benkirane, 2002, p.315) : « *On cherche toujours une définition de la complexité….Mais jusqu'ici ce qui ressort, c'est que tel phénomène est plus complexe que tel autre. Nous pourrions voir la complexité comme une absence de symétrie* ». L'adéquation avec la problématique fondamentale de l'ASI (ordre et asymétrie) ne peut être plus claire.

1 Ecole Polytechnique de l'Université de Nantes, Équipe DUKE Data User Knowledge, Laboratoire LS2N UMR 6241, Site de la Chantrerie, rue C.Pauc, BP 44306, Nantes cedex 3, e-mail : regis.gras@univ-nantes.fr, regisgra@orange.fr.

2 Institut de Recherches sur l'Enseignement des Mathématiques, Université d'Aix-Marseille, 163 Avenue de Luminy - Case 901, 13288 Marseille Cedex 09, antoinebodin@mac.com

Les domaines où cette notion s'est développée sont nombreux comme en physique avec les turbulences atmosphériques, les réseaux de communication, ou en biologie avec les populations animales, les maladies épidémiques, etc. où le réductionnisme est inopérant. C'est ce caractère dynamique, non linéaire que nous retenons dans l'étude des acquisitions de connaissances des élèves et étudiants en ce qui concerne les concepts de mathématiques qui leur sont enseignés ainsi que les compétences qui leur sont associées. De nombreux travaux sommatifs ou cliniques de didacticiens des mathématiques, des enquêtes nationales (EVAPM[3] par exemple), internationales (par exemple PISA ou TIMSS[4]) ont porté sur l'évaluation des acquis ou sur l'étude des conflits sociocognitifs. Nous avons souhaité y apporter notre contribution en créant a priori un référentiel organisant selon une typologie ordonnée, comme pour une ontologie de la cognition, une taxonomie de compétences cognitives observables. Nous faisons alors l'hypothèse que cette taxonomie est ordonnée selon un préordre[5] partiel par une complexité croissante, où des éléments de performance seraient le signe d'une compétence plus générale d'un niveau taxonomique à un niveau supérieur.[6] Ainsi la performance de l'élève devrait décroître lorsque l'on s'élèverait avec les niveaux de la taxonomie. On en voit l'intérêt didactique dans le cas d'une évaluation d'une action scolaire où l'on aurait à préparer un questionnaire sommatif sur les acquisitions. Dans d'autres situations comme celle d'organisation de tâches pour la création d'un produit complexe ou celle du développement d'un organisme, dans sa morphogenèse ou sa psychogenèse nous retrouvons une problématique comparable. Ceci étant, nous avons souhaité évaluer la pertinence de cette taxonomie en créant un test constitué d'un ensemble d'items supposés satisfaire les mises en jeu des compétences exprimées et en soumettant à ce test un ensemble d'élèves de même niveau scolaire. D'après l'hypothèse de préordre, il nous a alors semblé cohérent de pratiquer l'analyse des résultats par une méthode d'analyse de données non symétrique, conformément au triangle évoqué au début de l'introduction ; « **complexité, ordre, non symétrie** ». Une analyse factorielle et une analyse des similarités nous semblaient donc inadaptées. Nous en reparlerons. C'est à la fonction d'**analyseur** de l'ASI que nous faisions appel à savoir l'extraction des parties d'un tout. De plus, nous attendions que le préordre révélé par l'ensemble des performances des élèves soit homomorphe à celui présumé de la taxonomie. Cette fois, c'est la fonction de **révélateur** de l'ASI qui était mobilisée et, par suite, c'est la fonction systémique du tout qui est visée conduisant à l'émergence de propriétés. « *L'émergence, c'est la survenue, quand il y a un tout organisé, de qualités qui n'existent pas dans les parties prises isolément* » nous dit Edgar Morin dans « *Penser global* », (R. Laffont, Paris, 2015, p.

3 EVAPM : Programme d'**EV**aluation de l'**A**ssociation des **P**rofesseurs de **M**athématiques de l'Enseignement Public conduite de 1986 à 2008 par Antoine Bodin avec le concours de l'INRP et de l'IREM de Franche-Comté.

4 PISA *Program for International Student Achievement.* (Programme international pour l'évaluation des élèves) programme triannuel mis en place par l'OCDE TIMSS *: Trends in International Mathematics and Science Study* (Tendances internationales dans l'enseignement des mathématiques et des sciences) programme quadriannuel mis en place par l'IEA

5 Préordre : relation binaire réflexive et transitive sur un ensemble d'objets.

6 Henri Atlan dans « À tort et à raison, intercritique de la science et du mythe » (1986, Seuil) écrit au sujet des notions métaphoriques du haut et du bas des niveaux d'intégration : «….les niveaux « inférieurs » (des fondements) désignent les moins intégrés, jusqu'au plus « bas» qui supportent l'édifice, celui des constituants élémentaires ; tandis que le niveau le plus « élevé » désigne ainsi le plus intégré » et, plus loin, après avoir fait référence à G.Bachelard : « De plus, comme fonction caractéristique de notre pensée [l(abstraction], elle serait vue comme l'une des propriétés émergentes produites par l'organisation de notre appareil cognitif » (p. 372 et 373)

116). Ces deux fonctions, analyseur et révélateur, correspondent aux deux volets majeurs de la démarche scientifique : **description** et **explication**, volets suivis, pour l'ASI, de celui qui lui est plus propre en raison de son caractère statistique : la **prédiction**.

2 Une taxonomie des acquisitions cognitives

À l'instar de la taxonomie de Bloom [Bloom B. et al, 1969], élaborée pour l'enseignement et l'organisation des examens scolaires indépendamment des disciplines, nous avons construit notre taxonomie en 5 classes, A, B, C, D, et E, mais et en la spécifiant aux compétences en mathématiques. La différence ne s'arrête pas là : en effet la taxonomie de Bloom était le résultat d'un consensus de nature psychologique et pédagogique, tandis que celle de R. Gras procède dès le départ d'une réflexion didactique et s'est immédiatement accompagnée de validations empiriques. Les niveaux d'acquisition d'un concept y sont en ainsi ordonnés par la complexité croissant de A vers E. Cette complexité, en l'occurrence, se définit sur la base de la plus ou moins grande mobilisation des outils de pensée et de leur intrication pour résoudre un problème donné. Schématiquement dire qu'un problème de la classe C est plus complexe qu'un problème de la classe A sous-entend que des compétences nouvelles ou complémentaires sont nécessaires en C par rapport à celles que l'on possède en A. Cet ordre n'est que théorique car il suppose que les contextes des situations où se posent les problèmes soient comparables ainsi que celles des apprentissages. Pour relativiser cette question de complexité, Gérard Vergnaud introduit la notion de champ conceptuel[7]. Ce qui nous a conduits à réduire l'étude à deux représentations du concept de symétrie centrale et centre de symétrie, l'une dans un cadre géométrique, l'autre dans un cadre algébrique. La taxonomie initiale de R.Gras a été élaborée à la fin des années 70 dans le cadre d'une expérimentation pédagogique nationale (OPC). Elle accompagnait un projet et une expérience d'enseignement donnant une part importante à l'activité de l'élève et en particulier aux manipulations susceptibles de donner à l'élève plus de sens des notions enseignées. Elle respecte, dans le domaine de la géométrie, globalement le schéma orienté de la formation de l'esprit scientifique exprimé par G. Bachelard [Bachelard G, 1972] dont voici quelques extraits (p. 8) :

1 - « L'état concret où l'esprit s'amuse des premières images du phénomène… ;

2- L'état concret-abstrait où l'esprit adjoint à l'expérience physique des schémas géométriques, … ;

3- L'état abstrait où l'esprit entreprend des informations volontairement soustraites à l'intuition de l'espace réel, volontairement détachées de l'expérience immédiate et même en polémique ouverte avec la réalité première… ».

Nous verrons plus loin que pour d'autres usages, cette taxonomie a dû être légèrement adaptée. Il nous semble cependant préférable de la présenter ici telle qu'elle a alors été utilisée et validée et telle qu'elle est présentée en détail dans Gras, 1979. Cela d'autant plus qu'elle nous semble toujours être bien adaptée aux besoins de la recherche et aux soucis actuels de partir de l'activité de l'élève en situation et de donner une place

7 « Un champ conceptuel, selon G. Vergnaud (1994), « est un espace de problèmes ou de situations-problèmes dont le traitement implique des concepts et des procédures de plusieurs types en étroite connexion, ainsi que les représentations langagières et symboliques susceptibles d'être utilisées pour les représenter ».

importante aux activités de modélisation. Le tableau ci-dessous présente les libellés des niveaux A à E ainsi qu'un ensemble de verbes d'action qui permettre d'en comprendre le sens et qui en facilitent l'utilisation opérationnelle.

Niveau		Verbes d'action
A	Connaissance des outils de préhension de l'objet et du fait mathématique	associer, assembler, simuler, observer, déchiffrer, décrire, organiser, calculer
B	Analyse des faits et transposition	abstraire, prolonger, induire, analyser, comparer, schématiser, traduire, transposer
C	Compréhension des relations et des structures	reconnaître, construire, justifier, déduire, analyser, abstraire, appliquer, interpoler
D	Synthèse, et créativité	Organiser, calculer, optimiser, illustrer, démontrer, valider, créer, inventer, généraliser, induire, prévoir, extrapoler
E	Critique et évaluation	contrôler, optimiser, prévoir, critiquer, questionner, vérifier, tolérer

Voici une présentation plus détaillée de ces niveaux, présentation légèrement adaptée de la thèse de R. Gras (1979), présentation, qui met bien en évidence la vocation didactique et la fonction échelle de mesure de la taxonomie.

Niveau A : Connaissance des outils de préhension de l'objet et du fait mathématique

Les compétences de ce niveau ici portent sur des schémas construits autour de l'objet et du fait mathématiques. On y retrouve la compétence à associer définition et représentation mais également action et image mentale. Les règles d'action y sont davantage subordonnées au signifiant qu'au signifié, bien qu'elles visent la connaissance de celui-ci. La coordination des schémas offre un aspect opératoire autant psychomoteur que cognitif (action intériorisée même au niveau de l'effectuation de simples algorithmes de calculs ou de tracés). La structuration qui s'ensuit s'accompagne de l'élaboration de théorèmes en actes, constitutifs d'un modèle implicite qui peut être parfaitement licite.

Niveau B : Analyse de faits et transposition

Les objectifs de compétences à ce niveau visent à séparer, tout en les coordonnant, deux langages, deux syntaxes et deux logiques, élaborés à la suite d'échanges d'information avec le milieu. Il peut s'agir de langages associés à deux signifiants du même signifié. Pour assurer la distinction de leurs plans, on doit se montrer capable de maîtriser le dictionnaire de transposition et d'anticiper l'action sur l'un ou l'autre de ces plans. L'homomorphisme de transposition, qui permet la substitution d'une action par une autre, doit être réversible pour être significatif de l'accès à la représentation en tant que telle.

Niveau C : Compréhension des relations et des structures

L'identification du concept s'élève de la prise de conscience de l'invariant opératoire à travers les différents signifiants. D'où, rompant leur isolement, une restructuration des connaissances englobant le ou les nouveaux concepts. Les nouvelles règles d'action et le calcul relationnel associé permettent d'élaborer un nouvel homomorphisme entre plans des signifiants et plan du signifié. Les théorèmes en actes peuvent alors être remis en question ou leur champ peut être limité tandis que le modèle peut être élargi sans compromettre cet homomorphisme. Alors qu'au niveau A, le concept se trouvait illustré par le milieu, au niveau C il devient opératoire sur le milieu à travers les applications

Niveau D : Synthèse et créativité

On atteint là des formes mentales supérieures. La pensée intègre en une nouvelle structure le ou les concepts élaborés. Cette même pensée se libère en se montrant capable de

maîtriser une combinatoire complexe et capable de divergence au niveau de la production. Autrement dit, se met en place progressivement une démarche plus systémique qu'analytique qui permet d'ériger des systèmes en globalité, plutôt qu'une simple analyse de leurs constituant. C'est à ce niveau que se situent les compétences susceptibles de créer des exemples personnels, de générer des algorithmes, de découvrir des généralisations et de transférer de façon opératoire les concepts dans de nouvelles situations extra-mathématiques.

Niveau E : Critique et évaluation

Ce niveau suppose la prise de distance maximum par rapport à la réalité et à la théorie mathématique. Cette distance permet de hiérarchiser les causalités entre propositions, de prélever les données minimales pour résoudre un problème, d'imaginer une hypothèse absente, de choisir efficacement 1a méthode ou le modèle résolvant, d'opposer contradictoirement à une assertion le contre-exemple décisif. À ce niveau, la distance objet-sujet augmente et la superposition signifiant-signifié ne présente plus aucun risque et permet, par la stabilité de l'équilibre cognitif, une grande efficacité et la libération d'une pensée décrispée.

Des sous niveaux A1, A2, A3, A4, etc. eux-mêmes hiérarchisés par la complexité accompagnent les niveaux principaux. Dans la mesure où ils ne sont pas nécessaires à la compréhension de la suite, nous les laissons de côté pour le moment.

Remarque. Ces différents niveaux et sous-niveaux peuvent apparaître comme des éléments de structure d'une certaine morphologie de la cognition en mathématiques en termes de théorie des catastrophes de R. Thom (Thom, 1983). En cela, on peut imaginer chez l'enfant épistémique, une transition, non continue évidemment, fonctionnant par sauts, d'un niveau à un autre à la faveur d'un phénomène sur lequel la didactique se penche avec grand intérêt ou qui fit sortir Archimède de son bain (eureka !) en éclaboussant son laticlave. On a en mémoire la situation, dite paradigmatique par R.Thom en tant qu'un modèle de sa théorie, de l'agressivité du chien, modèle présenté et illustré par Zeeman. Dans (Gras et al, 2017, chap. 1, partie 3), les phénomènes d**'émergence** que font ressortir les changements de niveaux de la hiérarchie cohésitive ont une nature « catastrophique » comparable. Il semblerait que la question de la stabilité structurelle de la **bifurcation et des attracteurs**, selon les expressions de R.Thom, puissent se poser dans ces circonstances. Il serait intéressant de poursuivre cette piste de recherche.

3 Le protocole du test et première approche statistique

3.1 Modalités

Le test « Taxonomie » se présente en 5 cahiers présentés à des heures de cours différentes en respectant un panachage désordonné selon les différentes catégories de compétences. Une hypothèse psycho-didactique est sous-jacente dans la construction de ces cahiers. Chaque item est un exercice et il est supposé satisfaire la mobilisation des compétences affirmées dans la classe et sous-classe de la taxonomie. En fait, c'est l'épistémologie du professeur qui est en action ; elle présente donc la fragilité d'une adéquation relative à celle supposée de l'élève acteur de sa réponse :

9 items de la classe A et de la classe C, 7 items de la classe B, 12 items de la classe D et 5 de la classe E.

401 élèves du niveau scolaire de 4ème française (13-14 ans). Différentes variables supplémentaires enrichissent les analyses : âge et sexe des élèves, lieu de passage du test, variante didactique des leçons, catégorie socio-professionnelle des parents, temps écoulé entre l'apprentissage de la symétrie centrale et la passation. Mais, en dépit de la richesse des informations associées, nous n'en tiendrons pas compte dans ce travail (thèse de R. Gras, 1979) bien que certaines aient présenté une corrélation non négligeable avec les performances des élèves.

Le fichier original entier des résultats obtenus n'ayant pas été récupéré sous forme numérique il a été reconstitué sur la base d'informations parcellaires dont la composition a permis un traitement complet sous CHIC.

3.2 Quelques indicateurs statistiques

Pour chaque élève x, nous avons calculé ses performances relativement à chaque classe. Dans 42% des cas, l'ordre taxonomique $A(x) \geq B(x) \geq C(x) \geq D(x) \geq E$ (x) attendu est respecté alors qu'une répartition uniforme des permutations de 5 éléments lui accorde simplement la probabilité 1/120 soit 0.0083. Dénombrons le nombre de permutations erronées par rapport à la permutation attendue. Si nous calculons le coefficient de reproductibilité de Guttman, nous obtenons : c = 1 – nombre total d'erreurs/ (nombre de sujets x Nombre de classes) = 1 – 330/(401x5) = 0.84. Selon Guttman et Matalon, ce nombre est significatif de la préservation de l'échelle attendue A > B > C > D > E.

Dans la figure ci-dessous, on trouvera les intervalles de variation des performances des élèves selon chacune des classes ; par exemple, les réussites aux items de la classe A varient de 41% à 96%, celles de E varient de 2% à 24%. Le score moyen à A est de 75%.

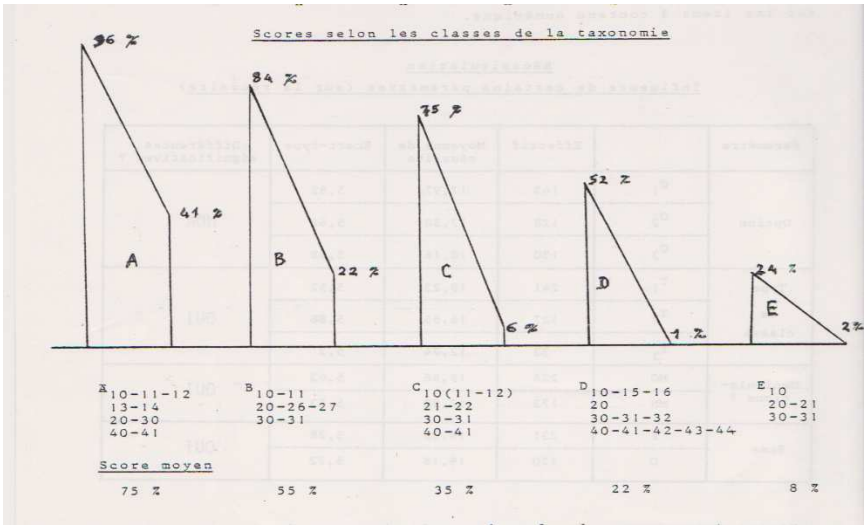


Figure 1 - Comparaison des réussites max-min

4 Une analyse symétrique

L'analyse des similarités, selon l'algorithme de la vraisemblance du lien de I.C. Lerman (Lerman 1978), rassemble en une grande classe pratiquement tous les items quel que soit leur classement taxonomique a priori. Par conséquent - ce qui était pressenti - cette méthode n'apporte pas d'élément informatif par rapport à notre problématique de

recherche et de révélation de préordre (voir figure 2 l'arbre hiérarchique obtenu par le logiciel CHIC).

Dans la thèse de R.Gras une autre méthode symétrique est utilisée : l'Analyse Factorielle des Correspondances (AFC). Mais cette méthode d'analyse de données, basée sur la distance du Khi2, si elle partitionne bien dans l'espace les nuages et sous-nuages des variables, ne rend compte de l'ordre qu'en observant, par exemple, sur la plan factoriel 1-2, les items simples au voisinage du centre et les items complexes sur la périphérie du premier plan factoriel.

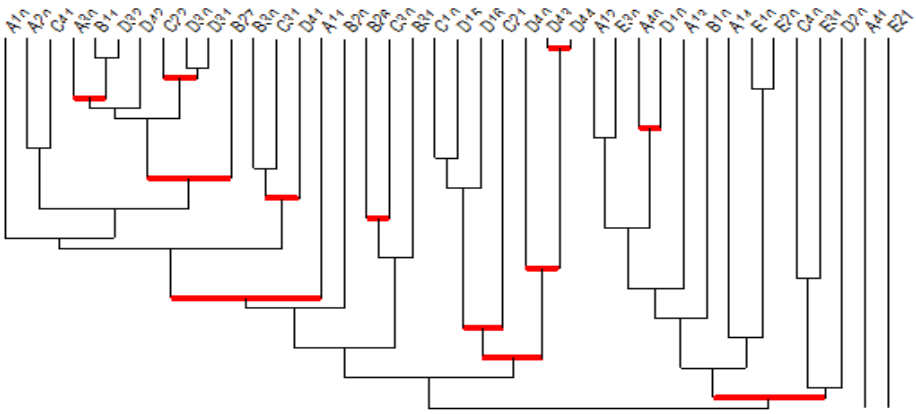


Figure 2 - Arbre hiérarchique des similarités

5 Deux analyses par l'ASI

5.1 Graphe implicatif (Fig. 3)

L'ensemble des items est structuré en un graphe orienté de haut en bas par une fréquence de réussite croissante à la question posée dans l'item considéré. Par exemple, A11 est mieux réussi (68%) que D16 (24%) et que C10 (51%). Par conséquent si l'ordre de réussite devait respecter l'ordre taxonomique de complexité a priori, le long de chaque chemin, les items se succéderaient de son sommet à son extrémité selon un ordre croissant de réussite des items relevant de la classe E à ceux de la classe A. Le graphe implicatif, obtenu par CHIC, respecte globalement cet attendu comme on peut le constater.

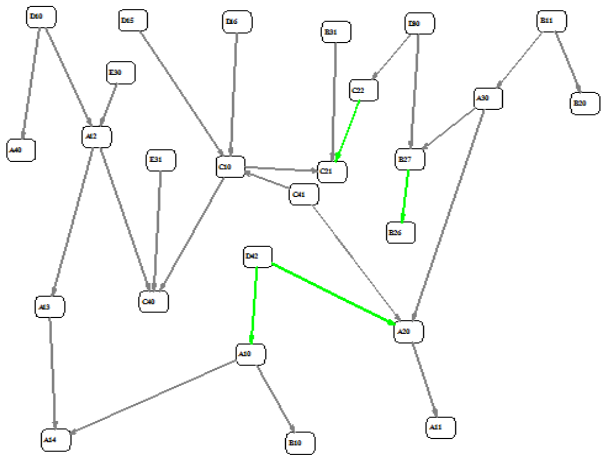


Figure 3 - Graphe implicatif au seuil 0.79

De très rares distorsions sont observées comme, par exemple, A12 => C40. En fait, la question A12 (voir Figure 4) exige une résolution plus complexe qu'il n'a semblé a priori car elle nécessite que l'élève échappe à la prégnance du faisceau de parallèles afin de placer le milieu du segment, non apparent, [AD]. Elle exige donc une compétence où la mise à distance figurative est nécessaire. En revanche, l'item C40 (voir Figure 5) propose d'effectuer une construction dont une base graphique est déjà donnée. L'inversion ne doit donc pas nous surprendre et le graphe implicatif a su la dénoncer. Double fonction du graphe : analyseur et révélateur !

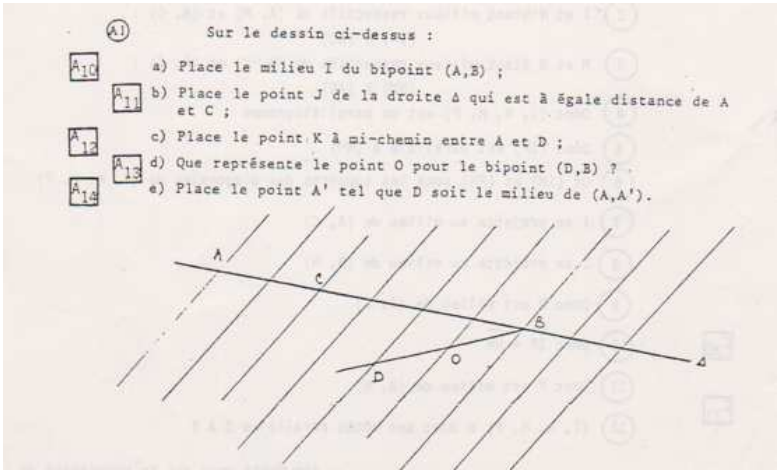


Figure 4 - Items classe A1, dont item A10

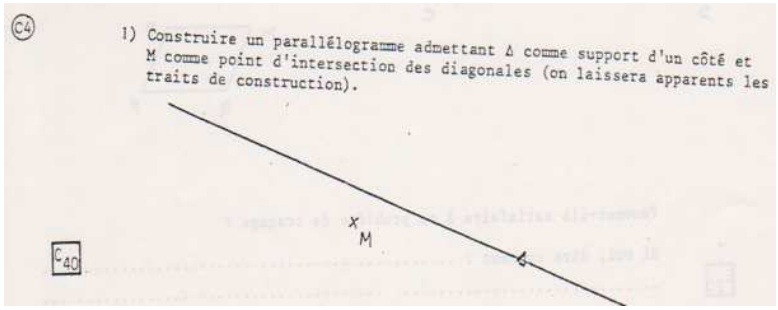


Figure 5 - Item C40

5.2 Hiérarchie cohésitive (Figure 6)

On peut attendre maintenant que la hiérarchie cohésitive, toujours obtenue par CHIC, qui structure les réussites en classes orientées par l'implication, respecte, en leur sein, l'ordre taxonomique présumé.

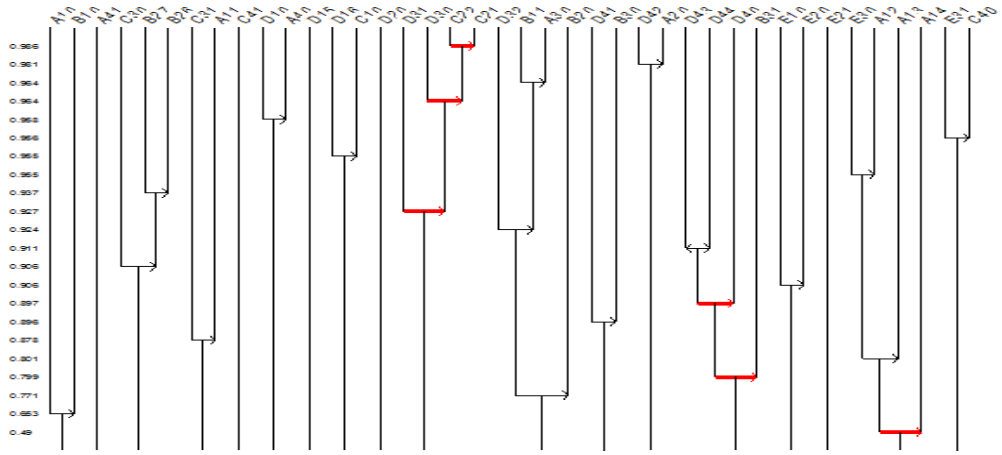


Figure 6 - Hiérarchie cohésitive

En effet, nous observons que l'ordre taxonomique est globalement respecté à une exception près (A10 => B10) portant sur deux tracés à complexités voisines. 3 classes d'items seulement sont significatives (flèches en rouge) :

D31 => (D30 => (C22 = > C21)), exercices où l'élève doit articuler des arguments ou des calculs ;

((D42=>D41) =>D40) => B31, exercices où l'élève doit exercer sa créativité en élaborant des algorithmes personnels de tracé ou de calculs algébriques ;

((E30 =>A12)=>A13)=>A14, exercices où l'élève disposant d'un esprit critique se montrer compétent pour sortir du cadre graphique donné, tout en maîtrisant le vocabulaire.

6 La taxonomie, l'Observatoire EVAPM et la base EVAPMIB

De 1986 à 2008, dans le cadre d'EVAPM, nous avons mené une vingtaine d'enquêtes différentes du niveau de la classe de sixième (11 à 12 ans) aux classes terminales (17-18 ans) incluses. Pour cela, plus de 150 épreuves totalisant plusieurs milliers d'items ont été construites et analysées. Le nombre d'élèves participant à ces enquêtes a varié selon les années, allant du millier à plus de 10 000. Les données recueillies constituent une base de données très importante qui n'a pas encore été totalement exploitée. Le travail se poursuit et, pour cela, l'ASI est largement mise à contribution. Avant même de penser à recourir à l'ASI, nous avons eu besoin d'un système de classement de nos items. Pour les mêmes raisons que celles évoquées dans la première partie de cet article, les systèmes alors utilisés dans les études nationales ou internationales (Bloom, NLSMA et autres typologies intuitives) paraissaient ne pas convenir. La taxonomie de R. Gras nous est alors apparue comme nettement mieux adaptée, même si l'on était loin d'en voir encore toutes ses potentialités. Dans notre esprit, elle devait surtout nous servir à diversifier nos questions d'évaluation en évitant de rester, comme c'était souvent le cas, au niveau des questions de reproduction et d'application dans des conditions trop proches de l'apprentissage. Après quelques années d'utilisation de cette taxonomie, nous avons été amenés à modifier la taxonomie pour la rendre plus facile à utiliser par les enseignants, sans pour autant en toucher aux fondements. Pour le niveau A, il ne s'agit que d'un changement de vocabulaire qui est sans incidence sur le classement des items. Pour B et C, nous avons

séparé plus nettement ce qui relevait de la compréhension de ce qui relevait de l'application (application, qui ici suppose compréhension). De ce fait, des items qui auraient été classés en C dans la taxonomie initiale peuvent se retrouver en B dans cette taxonomie que nous appelons Gras-Bodin, mais l'ordre des sous-niveaux ne se trouve que très rarement modifié. Les niveaux C et D sont un peu modifiés sans que cela ne bouscule la hiérarchie des sous-niveaux de complexité. Voici donc cette taxonomie Gras-Bodin, présentée sous forme réduite (voir la forme détaillée sur le site d'EVAPM).

	Catégorie générale		Sous-catégorie
A	Connaissance et reconnaissance	A1	des faits
		A2	du vocabulaire
		A3	des outils
		A4	des procédures
B	Compréhension	B1	des faits
		B2	du vocabulaire
		B3	des outils
		B4	des procédures
		B5	Des relations
		B6	Des situations
C	Application	C1	Dans des situations familières simples
		C2	Dans des situations familières moyennement complexes
		C3	Dans des situations familières complexes
D	Créativité	D1	Utiliser dans une situation nouvelle des outils et des procédures connus
		D2	Émission d'idées nouvelles
		D3	Création d'outils et de démarches personnelles
E	Jugement	E1	Production de jugements relatifs à des productions externes ·
		E2	Auto-évaluation

Dans ce court article, il n'est pas possible de montrer tout ce que la taxonomie et tout ce que l'ASI ont apporté à nos évaluations et à nos analyses ; évoquons juste quelques points remarquables. La figure 7 compare les niveaux taxonomiques satisfaits en référence aux questions du brevet (DNB) de 2006 'élèves de 15 ans environ) avec ceux des questions d'EVAPM seconde de 2001, ceux d'EVAPM sixième de 1997 et ceux de PISA2012. Le diagramme montre bien le glissement d'EVAPM vers les niveaux supérieurs de la taxonomie.

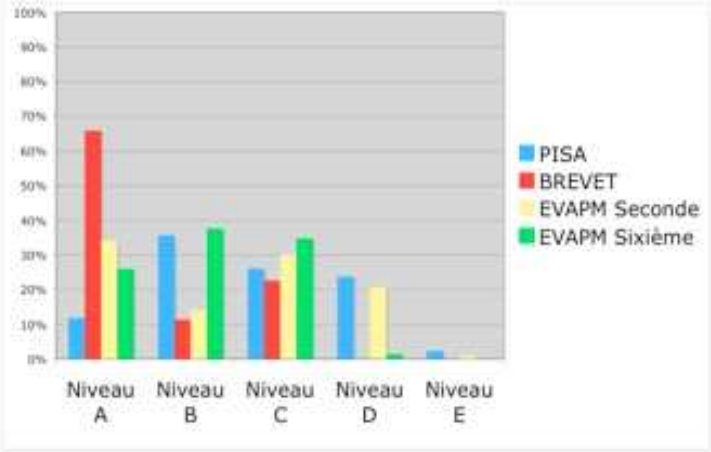


Figure 7 : Répartition des niveaux taxonomiques dans plusieurs évaluations (Bodin 2006)

Cette diversification (voulue) est vérifiée pour toutes nos évaluations. Comme dans l'expérimentation initiale présentée dans la première partie, nous observons que les taux de réussite de l'ensemble des questions décroissent avec l'élévation du niveau taxonomique (figure 8).

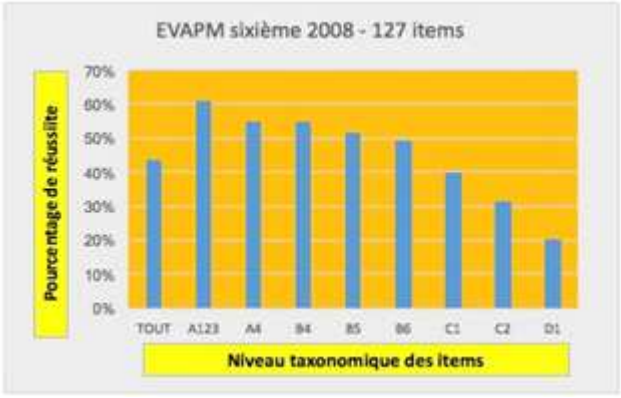


Figure 8 : exemple de gradation des taux de réussite réussites selon les niveaux taxonomiques (A1, A2 et A3 sont regroupés en A123 pour des raisons d'effectifs)

Exemple de respect de la hiérarchie Épreuve A d'EVAPM Sixième 2008 (1440 élèves)				
Ordre hiérarchique	A ≥ B	B ≥ C	A ≥ C	A ≥ B ≥C
Pourcentage d'élèves respectant cet ordre	75%	81%	92%	56%

Figure 9 : respect de la hiérarchie

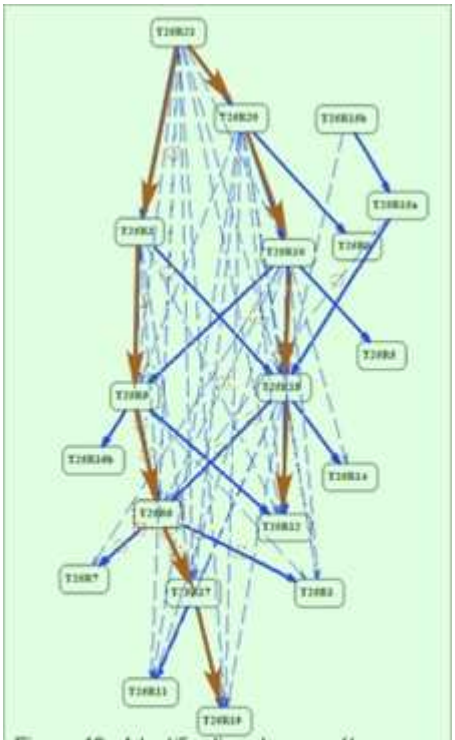


Figure 10 - Identification de compétences organisées en niveaux de complexité et de difficulté croissants (Épreuve EVAPM_1999 terminale T25_Questions TIMSS littératie mathématique). ASI classique, seuil .95

Il n'est cependant pas possible de confondre le niveau individuel de complexité des questions (qui est de nature relativement intrinsèque) avec leur niveau de difficulté (qui est associé à un groupe d'élèves et qui est de nature purement statistique). Dans EVAPM, le respect de la hiérarchie au niveau individuel n'était pas une priorité mais la masse de données accumulées permet d'explorer cette question. La figure 9 montre comment cette hiérarchie est respectée par une épreuve prise au hasard. Ce respect de la hiérarchie, déjà important dans le cas général d'épreuves composites, se renforce évidemment lorsque l'on se rapproche d'un ensemble d'items relevant d'un même champ conceptuel. Les propriétés de la taxonomie évoquées ci-dessus, jointe à l'utilisation de l'ASI sur des données importantes nous permettent d'explorer la notion de compétence et de lui donner la consistance dont elle manque trop souvent (compétences définies a priori, de façon intuitive, et non validées empiriquement). Les chaînes implicatives trouvées, associés aux arbres issus de l'analyse, permettent en effet, selon le cas, d'accepter ou de réfuter l'idée qu'un bloc d'items donné puisse être utilisé pour évaluer une compétence donnée. Parfois, ces mêmes chaînes font émerger des compétences (aspect révélateur de l'ASI) qui

n'avaient pas été prévues. Les figures 11 et 12 présentent des analyses implicatives d'une épreuve passée dans toutes les sections de terminales sauf la section S (1400 élèves – 21 questions). Il s'agissait d'une épreuve centrée sur la littératie[8] mathématique et dont les questions étaient empruntées à l'enquête TIMSS de 1995. L'analyse ne contredit qu'aux marges l'idée que l'épreuve évalue bien une compétence générale liée à la modélisation et au traitement de situations en lien avec la vie courante, questions ne faisant appel qu'à un faible niveau de mise en fonctionnement des connaissances mathématiques (Bodin & Grapin 2016). Une fois débarrassée des questions qui contredisent trop l'organisation progressive de la compétence que nous cherchons à cerner, questions que l'ASI met bien en évidence, l'épreuve peut être considérée comme mesurant de façon acceptable le niveau des élèves par rapport à cette compétence. On voit nettement deux chaînes qui restent très voisines ; les pointillés de transitivité des implications mettant en évidence la robustesse de l'ensemble. Par ailleurs, l'arbre cohésitif met en évidence les questions qui peuvent être considérées comme ne relevant pas de la compétence que l'on cherche à mesurer. Cependant, elle sépare les questions de littératie en deux groupes bien distincts qui, bien que relevant de la littératie, favorisent des rapports différents aux situations.

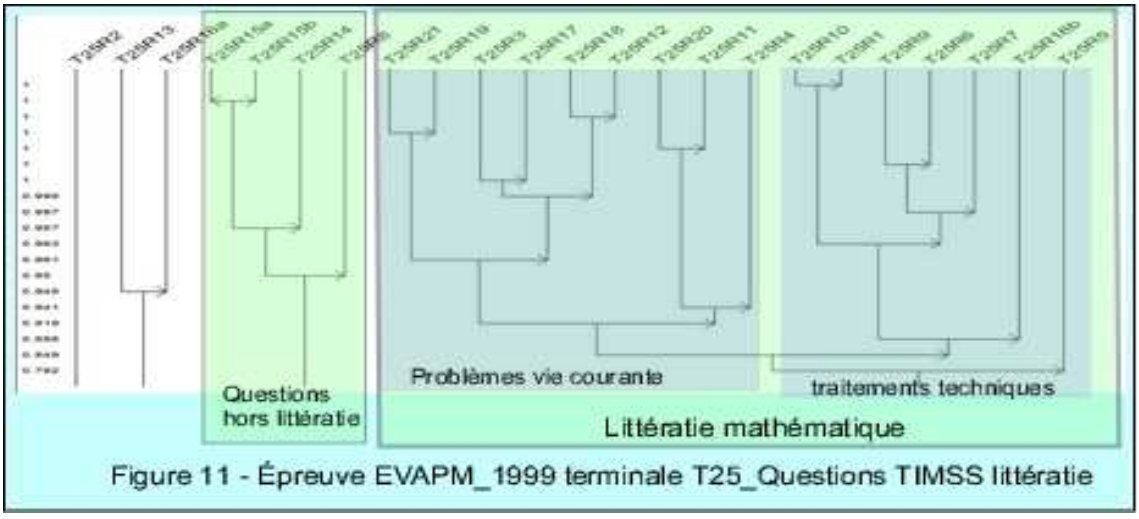


Figure 11 - Épreuve EVAPM_1999 terminale T25_Questions TIMSS littératie

7 La taxonomie et les études internationales PISA et TIMSS

La taxonomie et l'ASI offrent des perspectives très prometteuses pour qui veut aller au-delà de l'observation souvent stérile des échelles issues des analyses édumétriques habituelles et de la déploration qui y est souvent associée. Ainsi, la figure 12 montre à la fois comment les questions de PISA et de TIMSS se distribuent selon les niveaux taxonomiques et comment, depuis 2006, le curriculum français s'est rapproché des conceptions de PISA/OCDE en matière de complexité cognitive (par comparaison avec la figure 7).

8 Nous extrayons de Wikipedia la définition suivante de « littératie » : « Selon l'Organisation de coopération et de développement économiques (OCDE), la **littératie** est « l'aptitude à comprendre et à utiliser l'information écrite dans la vie courante, à la maison, au travail et dans la collectivité en vue d'atteindre des buts personnels et d'étendre ses connaissances et ses capacités »

Cette simple comparaison amène à une remarque qui nous semble intéressante. La figure 13 permet de comparer les résultats de plusieurs pays à PISA 2012 selon le niveau taxonomique des questions ; plusieurs conclusions inattendues s'en dégagent immédiatement :

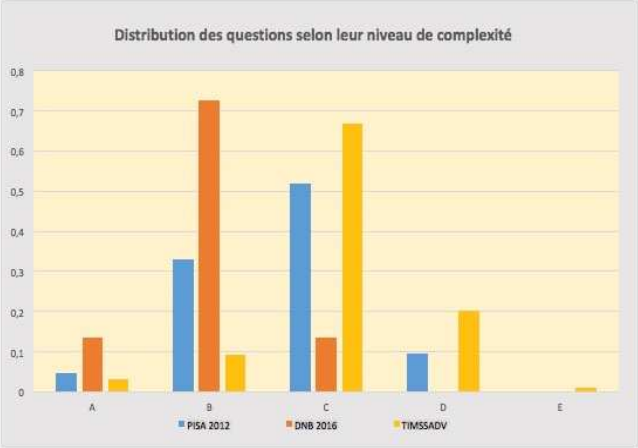


Figure 12 : comparaisons des niveaux taxonomiques des questions de TIMSS2015, PISA2015 et DNB 2016. DNB étant le diplôme national du brevet (fin de troisième)

Niveaux taxonomique des items	Moyenne de l'ensemble des pays	Moyennes des scores de l'ensemble des items de PISA 2012			
		de tous les élèves de l'OCDE	FRANCE	FINLANDE	JAPON
Tous niveaux	47%	46%	48%	53%	56%
Niveau A	63%	61%	67%	68%	65%
Niveau B	48%	47%	48%	52%	56%
Niveau C	47%	46%	47%	53%	56%
Niveau D	40%	40%	44%	44%	56%

Figure 13

Au niveau A (les connaissances), les français sont meilleurs que les japonais.

La France décroche dès le niveau B (Compréhension) et s'affaisse totalement, toujours par rapport au japonais.

Les finlandais ne se distinguent des français qu'aux niveaux B et C.

Nul doute qu'il y ait des implications pédagogiques et didactiques à tirer de ces observations. L'ASI, comme analyseur et révélateur de différences de rapport à la complexité selon les cultures et les curricula, devrait permettre de mieux comprendre les résultats des études internationales dont les différences ne relèvent pas que des paramètres socioéconomiques et culturels le plus souvent mis en évidence par l'OCDE Ces paramètres gardent toute leur importance, mais ce sont ici les paramètres pédagogiques et didactiques qui nous intéressent. Une étude portant sur les données de masse de PISA et de TIMSS est en cours (A. Bodin, R. Couturier) ; les résultats sont déjà intéressants ; ce sera l'objet d'un autre article.

8 Conclusion

La méthode d'analyse statistique implicative apparaît comme un outil parfaitement adapté pour rendre compte d'un ordre de complexité cognitive sous-jacent à un ensemble de variables mettant en jeu les compétences cognitives d'un ensemble de sujets. Partant d'une taxonomie qui ordonnerait a priori de telles compétences, nous avons vu que, d'une part les analyses symétriques des données comme l'analyse des similarités ne le permettent pas, alors que, d'autre part l'ASI, à travers ses 2 modes de représentation (graphe et hiérarchie) en est un excellent analyseur. De plus, à l'examen des résultats statistiques, mais surtout des deux représentations graphiques, on a pu vérifier le rôle révélateur de l'ASI qui a extrait, du désordre a priori des réussites, un préordre indubitable quasi-conforme à celui de la taxonomie. Les larges enquêtes nationales et internationales ont globalement confirmé ce que l'approche par l'ASI a décelé à la faveur du test taxonomique. Des travaux ultérieurs plus fins devraient permettre de préciser et conforter les propriétés d'analyse et de révélation de la méthode implicative. Analyse et révélation pourraient s'appuyer sur les concepts-clés de la théorie des catastrophes en liaison avec les recherches en didactique des mathématiques. En dépit des souvenirs douloureux de ses apprentissages mathématiques et de sa défiance à l'égard de leur capacités à modéliser dans différents domaines, Michel Foucault dans [Foucault, 1966] reconnaîtra que les Sciences humaines *« comme tout autre domaine de savoir, [peuvent] sous certaines conditions, se servir de l'outil mathématique ; quelques-unes de leurs démarches, plusieurs de leurs résultats peuvent être formalisés. Il est à coup sûr de première importance de connaître ces outils, de pouvoir pratiquer ces formalisations, de définir les niveaux auxquels elles peuvent être accomplies* », p. 517.

Références

[1] Bachelard G. (1972), *La formation de l'esprit scientifique*, Librairie philosophique J. Vrin, Paris

[2] Benkirane Réda, (2002), *La Complexité, vertiges et promesses*, Le Pommier, Paris

[3] Bloom B. et al. (1969), *Taxonomie des objectifs pédagogiques*, Education nouvelle.

[4] Bodin, A. et al. : Rapports des enquêtes EVAPM . Site de l'APMEP

[5] Bodin, A : 2003, Comment classer les questions de mathématiques ? Actes du colloque international du Kangourou, Paris 7 novembre 2003.

[6] Bodin, A. (2007): What does Pisa really assess, in S. Hopman, G. Brinek, M. Retzl (éds): PISA according to PISA. Wien: Lit Verlag, 2007

[7] Bodin, A., et N. Grapin (2016) : Comparaison des cadres de référence et des instruments d'évaluation des enquêtes PISA et TIMSS. Ètude commanditée par le CNESCO (Conseil National de l'Évaluation du système scolaire. (site A. Bodin)

[8] Boudine J.-P. et Bodin A. (2010), *Le krach éducatif*, L'Harmattan, Paris.

[9] Foucault M. (1966), « *Les mots et les choses* », Éditions Gallimard, Paris.

[10] Gras R., (1976), Recherche d'une taxonomie d'objectifs cognitifs en Mathématiques, I.R.E.M. de Rennes.

[11] Gras R., (1979), Contribution à l'étude expérimentale et à l'analyse de certaines acquisitions cognitives et de certains objectifs didactiques en mathématiques, Thèse d'Etat, Université de Rennes 1.

[12] Gras R. et Acioly-Régnier N. (2017), Hiérarchie de règles en A.S.I. et conceptualisation, *L'Analyse Statistique Implicative, des Sciences dures au Sciences Humaines et Sociales*, Cépadués, Toulouse, p. 369-386.
[13] Lerman I.C., (1981b), Classification et analyse ordinale des données, Paris : Dunod
[14] Lerman I.C. (1978), Formes d'aptitude et taxinomie d'objectifs cognitifs en mathématiques. In*: Revue française de pédagogie*, volume 44, pp. 5-33
[15] Matalon B (1965), *L'Analyse Hiérarchique*, Gauthier-Villars, Paris
[16] Montpied P., Hiolle V., Gras R., Tiberghien A., (2011), Profils d'attitudes et orientations motivationnelles : les dynamiques d'engagement à l'égard des sciences chez des élèves de troisième, de seconde et de première, *Éducation et didactique,* vol 5 n°1, 45-70.
[17] Sève L., (2005), *Émergence, complexité et dialectique*, Paris : Odile Jacob.
[18] Thom R. [1983], *Paraboles et catastrophes*, Champs Sciences.
[19] Vergnaud G. et Durand C. (1976), Structures additives et complexité psychogénétique, *Revue Française de Pédagogie n° 36*
[20] Vergnaud G., (1994), La théorie des champs conceptuels, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10/2-3.

Sites Web

PISA : https://www.oecd.org/pisa/

TIMSS : http://timss2015.org/#/?playlistId=0&videoId=0

EVAPM : http://www.apmep.fr/-Observatoire-EVAPM-

À côté d'EVAPM, nous avons développé une base multicritère de questions d'évaluation : la base EVAPMIB. Cette base qui, outre les questions d'EVAPM contient de nombreuses questions utilisées dans des enquêtes à grande échelle (TIMSS, PISA etc.) ; questions dont on a pu renseigner les conditions de passation et les résultats obtenus, contient plus de 2000 questions et son développement se poursuit. Bien sûr le niveau taxonomique est l'un des critères de choix possible des questions.

Base EVAPMIB : http://evapmib.apmep.fr/siteEvapmib/

CNESCO : www.cnesco.fr

Site d'Antoine Bodin: https://antoine-bodin.com/

DIMENSION FRACTALE D'UN GRAPHE IMPLICATIF

Régis GRAS[1]

FRACTAL DIMENSION OF AN IMPLICATIVE GRAPH

RÉSUMÉ

La géométrie fractale a été développée par B. Mandelbrot en réponse à la problématique de conservation de structure par changement d'échelle. La communication présentera la ressemblance entre une situation où une côte maritime est dotée d'un invariant appelé « dimension fractale » et celle que l'ASI et CHIC proposent avec le graphe implicatif soumis à des changements de seuils de l'intensité d'implication. L'aspect opératoire de l'invariant du graphe est examiné à travers deux tests.

Mots-clés : graphe implicatif, rapport d'homothétie, dimension euclidienne, dimension fractale, intensité d'implication

ABSTRACT

The fractal geometry was developed by B.Mandelbrot in response to the problem of conservation of structure by change of scale. The communication will present the resemblance between a situation where a maritime coast is endowed with an invariant called "fractal dimension" and that which the ASI and CHIC propose with the implicative graph subjected to changes of thresholds of the intensity of implication. The operative aspect of the invariant of the graph is examined through two tests.

Keywords: implicative graph, ratio of homothety, Euclidean dimension, fractal dimension, intensity of implication.

1 Introduction

Quand on fait varier le tracé du graphe implicatif d'un corpus de données en modifiant le seuil de l'intensité d'implication φ(a,b), on obtient une famille de graphes perclus de brisures, se complexifiant, irrégulièrement, s'incluant analytiquement, sinon géométriquement. Avec un peu d'imagination, on peut même percevoir en surimpression ou comme par une vue aérienne ou au moyen de filigranes successifs, le tracé de l'un recouvrant un autre. Ceci peut faire penser aux images successives d'une côte maritime lorsque par changement d'altitude pour l'observation ou par changement d'échelle de carte elle est peut-être perçue. Un flocon de neige (voir Figure 1) ou la fleur blanche du chou-fleur (voir Figure 2) présentent des structures où l'examen avec des instruments d'observation de plus en plus fins montre la conservation des formes indépendamment de l'échelle utilisée. Après avoir examiné la variation que subit la mesure de l'objet « côte bretonne » en faisant varier l'échelle de mesure, nous verrons quelle analogie permet de relier les phénomènes de conservation de forme indépendamment des objets dès lors que ceux-ci présentent des caractères fortement irréguliers.

1 Ecole Polytechnique de l'Université de Nantes, Équipe DUKE Data User Knowledge, Laboratoire LS2N, UMR 6241, Site de la Chantrerie, rue C. Pauc, BP 44306, Nantes cedex 3, e-mail : regis.gras@univ-nantes.fr , regisgra@orange.fr .

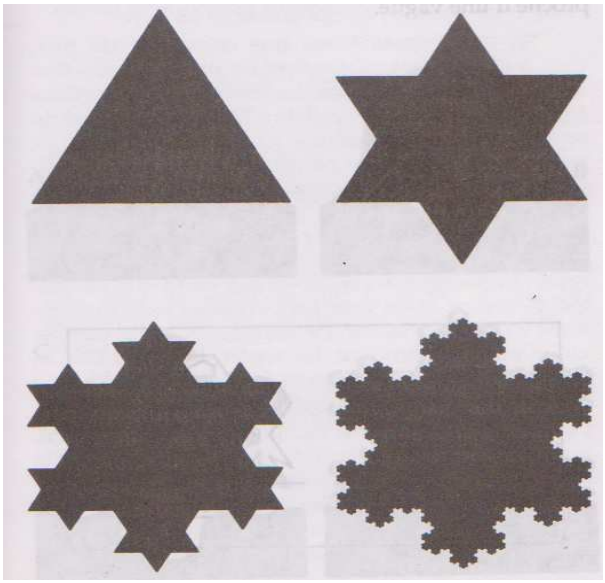


Figure 1 : courbe de Koch (flocon de neige)

Figure 2 : fleur de chou-fleur et gros-plan

D'où le rapprochement avec ce que nous esquissons ci-dessous au sujet de la mesure **fractale**[2] de la côte bretonne (voir « Les objets fractals » de B. Mandelbrot, Champs Sciences, 1995 et 2010).

2 Situation fondamentale de la théorie fractale.

Si l'on fait varier l'échelle d'une carte (par exemple du 1/10000 à 1/1000000) à partir de laquelle on cherche à mesurer une partie de la côte bretonne, à laquelle on ne peut imaginer une tangente invariante avec l'échelle, on s'aperçoit que la mesure de la côte varie beaucoup[3]. Par exemple, si η = 1 mm représente sur la carte au 1/10000, 100 m de côte droite (imaginer un compas dont les 2 pointes sont écartées de 1 mm), le nombre N de fois où le compas est reporté permettra d'estimer la distance entre deux points soit L(100) = 100 N mètres. Si η est le pas qui sert par reports successifs à mesurer la côte, Lewis Fry Richardson (1961) a établi empiriquement que L(η) variait exponentiellement

2 Le mot « fractal », créé par Mandelbrot, vient de l'adjectif latin « fractus » qui signifie « irrégulier » ou « brisé » ce qui est parfaitement approprié.

3 Les irrégularités vues d'avion varient avec l'altitude de celui-ci. Si elles s'atténuent avec l'altitude elles réapparaissent lorsque l'avion descend.

avec η. Plus précisément L(η) était à peu près **proportionnelle à η^{α}** où α dépend de la côte choisie, de sa brisure dirait Mandelbrot. La linéarité graphique de log L(η) par rapport à log η le montre bien. On dit dans ce cas que les quantités longueur de côte et pas sont liées par une **loi d'échelle**[4] puisqu'il existe une constante α telle que $L(\eta) \approx \eta^{\alpha}$ ou log L(η)/ log η = cte.

On peut donc imaginer que la longueur que l'on chercherait à mesurer entre deux points de la côte puisse croître indéfiniment. Des mesures de confirmation de la relation empirique ont été faites sur la côte de l'Australie, de l'Afrique du sud, de la côte ouest de la Grande-Bretagne, de la frontière entre le Portugal et l'Espagne comme le confirme la figure 3 ci-dessous.

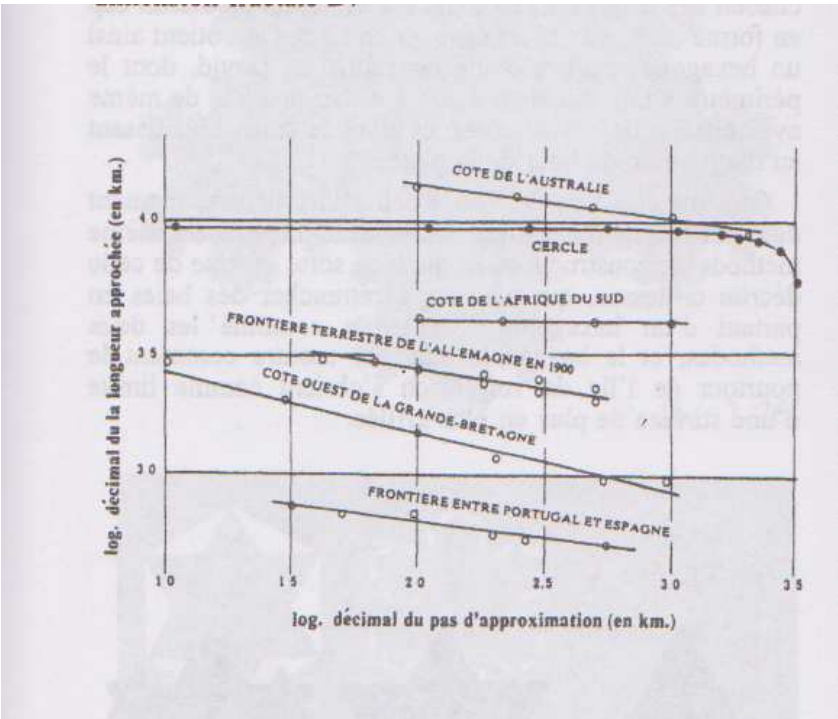


Figure 3 - Longueurs approchées des côtes par L.F.Richardson

Ainsi, par extension à ce qui se passe lorsque le changement d'échelle correspond à une homothétie de rapport r = 1/η, il obtient une relation du type **$N = (1/r)^D$ ou log N = D. log (1/r)** [5] soit **D = log N / log(1/r),** et par suite **log r = - (log N)/D** [6]. La constante D, en général non entière, nombre fractionnaire ou décimal, voire irrationnel, est appelée **dimension fractale de la côte**. Il ne faut pas la confondre avec la notion de dimension euclidienne ordinaire qui en l'occurrence est égale à 1 (cas d'une courbe) ou bien 2 (cas d'une surface) ou bien à 3 (cas d'un solide) selon l'objet physique visé. À l'opposé, la dimension fractale mesure le **degré d'irrégularité et de brisure** de la côte. Elle dépend

4 Deux quantités mesurables X et Y sont dites liées par une loi d'échelle lorsqu'il existe un nombre réel α vérifiant pour toutes leurs valeurs : $X=Y^{\alpha}$ c'est-à-dire log X/log Y = cte

5 Il s'agit du logarithme décimal et **N** est évidemment supposé non nul.

6 Par exemple, un rectangle de mesures respectives L et l peut être pavé par $N= K^2$ petits rectangles de mesures L/K et l/K. Chacun se déduit du rectangle initial par une homothétie de rapport r= 1/K ou $r= 1/N^{1/2}$. De la même façon, un parallélépipède serait pavable par $N=K^3$ petits parallélépipède se déduisant du premier dans le rapport $r= 1/N^{1/3}$. De façon plus générale on obtiendrait la relation d'homothétie de rapport $r= 1/N^{1/D}$ (soit log N = D. log (1/r)) entre une figure originale et chacun de ses sous-produits obtenus par un changement d'échelle.

subjectivement du rapport entre l'objet considéré et l'observateur comme il est fréquent en physique contemporaine. Il s'agit d'une dimension physique appréhendée selon le degré de résolution de son observation. Une valeur approximative, dans le cas de la côte, est D = 1.5.

Par exemple, une pelote de fil de 10 cm de diamètre sera comme un point (dimension 0) vue de 10 m, comme une boule vue (dimension 3) de 15 cm, comme un ensemble de fils (dimension 1) vue de 10 mm. La « dimension » perçue varie bien selon l'observateur. On constate l'échec ou l'inadéquation de la géométrie euclidienne pour appréhender ces phénomènes.

Autre exemple : le chou-fleur. Il présente entre 12 et 14 branches, elles-mêmes détachables en 12 à 14 sous-branches, etc. À chaque niveau les fleurs ressemblent au chou-fleur entier. Le rapport d'homothétie r d'un niveau au suivant est généralement de l'ordre de 1/3. Par conséquent la dimension du chou-fleur est D = log 13/ log 3 ~ 2.12, alors que son observation se fait dans l'espace ordinaire de dimension 3.

3 Comparaison avec le graphe implicatif

Revenant aux tracés successifs du graphe implicatif que l'on peut comparer, comme le proposerait Mandelbrot, à un feu d'artifice à étages dont certains engendreraient des détails plus petits qu'à l'étage précédent. Inspirons-nous de cette image et de l'approche de (Richardson, 1961) en reconnaissant que son tracé dans le plan peine à lui conférer topologiquement la dimension 2, mais plutôt subjectivement un nombre différent de 2. De plus les irrégularités de son tracé, sa fragmentation, le caractère répétitif de l'arborescence, l'aspect homothétique du type « poupées russes » des graphes successifs lors du changement de seuil, tous ces indices correspondent à ceux que Mandelbrot retient pour caractériser une figure relevant de la géométrie fractale. Reste à voir s'ils possèdent la propriété dite d'invariance d'échelle comme la côte bretonne et si oui la dimension de ces figures et sa stabilité. Pour ce faire, examinons les clauses épistémologiques de la relation fractale du graphe implicatif. Il est évident que le nombre de règles représentables par un graphe implicatif, y compris les fermetures transitives, soit **N**, est fonction décroissante avec l'indice implicatif α (par ex. $\alpha = 0.95$) égal à l'intensité d'implication $\varphi(a,b)$, donc croissante avec $1/\alpha$. Ce phénomène de monotonie va dans le sens de l'analogie notée plus haut. D'ailleurs on peut conjecturer qu'il existe une relation simple de type exponentiel entre $\varphi(a,b) = 1 - \Pr\left[\mathrm{Card}(X \cap \overline{Y}) \le n_{a \wedge \bar{b}}\right] = 1 - \sum_{s=0}^{n_{a \wedge \bar{b}}} \frac{\hat{\lambda}^s}{s!}.e^{-\hat{\lambda}}$ (cf. Gras et al, 2017) où $\hat{\lambda} = \frac{n_a . n_{\bar{b}}}{n}$ et le nombre de situations, donc de règles satisfaisant cette inégalité. Ce nombre décroît très vite non linéairement lorsque $\varphi(a,b)$ croît, comme on peut l'observer en examinant les tableaux des indices de l'Annexe. Relisons G. Bachelard (Bachelard,« Le rationalisme appliqué », PUF 2004), relativement à l'impact de l'observation par l'expérience de relations cachées et récurrentes susceptibles de se révéler indicatrices de règles ou de lois théoriques qu'il s'agirait d'exhumer : *« L'empirisme commence par l'enregistrement des faits évidents, la science dénonce cette évidence pour découvrir des lois cachées. Il n'y a de science que de qui est caché ».*

Par conséquent, nous inspirant de la modélisation de Richardson, reprise par Mandelbrot, nous conjecturerons une correspondance fonctionnelle entre le nombre total **N** de règles extraites au seuil α selon la formule ad hoc : $\mathbf{N = (2/\alpha)^{D_\alpha}}$ où $\mathbf{D_\alpha}$ serait, par analogie, la dimension du graphe sous le seuil α (à comparer à un rapport d'homothétie). Le coefficient « 2 » compense la négation de symétrie conférée au graphe implicatif. On en tire : $\mathbf{D_\alpha = (\log N)/ (\log(2/\alpha)}$. La propriété où existe une relation exponentielle invariable (quel que soit α) entre nombre de règles et intensité d'implication est appelée, avec le vocabulaire de Mandelbrot, fondateur de la géométrie fractale, **invariance de structure par changement d'échelle** ou plus brièvement, **invariance d'échelle.**

Remarque anecdotique. Cette note ne manque pas d'intérêt pour illustrer le fonctionnement de la « découverte scientifique » en tant que fruit de l'intuition[7]. En effet, c'est à partir de la rencontre avec des ouvrages de Mandelbrot que j'ai pensé à relier le graphe implicatif à l'illustration cartographique de la côte bretonne par la géométrie fractale. Qui plus est, comme un phénomène de sérendipité[8], j'ai voulu voir si nos graphes implicatifs respectaient la propriété d'invariance d'échelle. Merveilleux ! Les deux tests qui suivent montrent que cette rencontre opportuniste a bénéficié de la fécondité de la sérendipité ! Mais cette mise en relation entre graphe implicatif, les différents autres graphes de Mandelbrot et son travail sur les arbres lexicographiques m'ont conduit à une autre perception visuelle du graphe ASI où la persistance des formes évoquait l'existence d'un soubassement invariant ; comme le dit Yuval Noah Harari : *« La science moderne n'a pas de dogme. En revanche, elle possède un noyau commun de méthodes de recherche qui reposent toutes sur la collecte d'observations empiriques – ce que nous pouvons observer avec au moins un de nos sens –et leur agencement à l'aide d'outils mathématiques »* .(*Sapiens, une brève histoire de l'humanité*, Albin Michel, Paris, p 299, 2012).

4 Deux tests

4.1 Un premier test

Utilisant les données fournies dans ma thèse (Gras R., 1979) à partir d'un test « taxonomique » (411 élèves, 40 variables binaires, voir aussi Gras et Bodin dans « *L'ASI, analyseur et révélateur de la complexité cognitive taxonomique* »), je donne ci-dessous deux graphes implicatifs aux seuils respectifs 0.95 et 0.85. Pour de plus amples informations au sujet de ce texte, on peut se reporter à la communication « L'ASI, analyseur et révélateur de la complexité cognitive (Gras R. et Bodin A.). Sur chacune des figures, n'apparaissent pas les différentes boucles issues de chaque variable et

7 H. Poincaré parle de l'intuition dans « La Science et l'hypothèse », mais je veux citer ici également un mathématicien plus proche de nous, Jean Dieudonné, dans « *Pour l'honneur de l'esprit humain* », Paris Hachette, 1987. Son propos est repris par le philosophe J.-P. Cléro dans *« Epistémologie des mathématiques* », Nathan, 1990, p. 107. Je cite J.Dieudonné : *«….quand on commence à s'intéresser à une théorie, qu'on ne connaissait pas auparavant, on n'en a aucune « intuition » bien qu'on puisse vérifier pas à pas les preuves de tous les théorèmes de la théorie. …Puis si l'on s'obstine, peu à peu le voile se lève…Les objets de la théorie deviennent familiers… ».*

8 Pour comprendre ce mot un peu précieux, on peut lire Wikipedia qui définit ce terme de la façon suivante : « La **sérendipité** est le fait de réaliser une découverte scientifique ou une invention technique de façon inattendue à la suite d'un concours de circonstances fortuit et très souvent dans le cadre d'une recherche concernant un autre sujet » https://fr.wikipedia.org/wiki/S%C3%A9rendipit%C3%A9 (consulté 05/09/2017)

correspondant à l'intensité d'implication réflexive. Si toutes les variables étaient représentées, on observerait 40 boucles. Dans la figure 4, on note la présence de 3 arcs correspondant aux 3 règles : A 13 => A 14 et B 26 <=> B 27. En filigrane, on pourrait observer la présence des 40 variables, dont la plupart ne sont pas liées aux autres sauf à elles-mêmes. Dans la figure 5, apparaissent les flèches pointillées indiquant la satisfaction de la transitivité pour laquelle, au seuil donné, si a => b et b=>c alors aussi a => c.

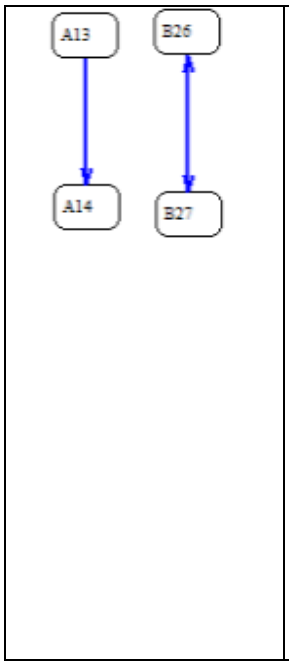


Figure 4 - Graphe au seuil 0.98

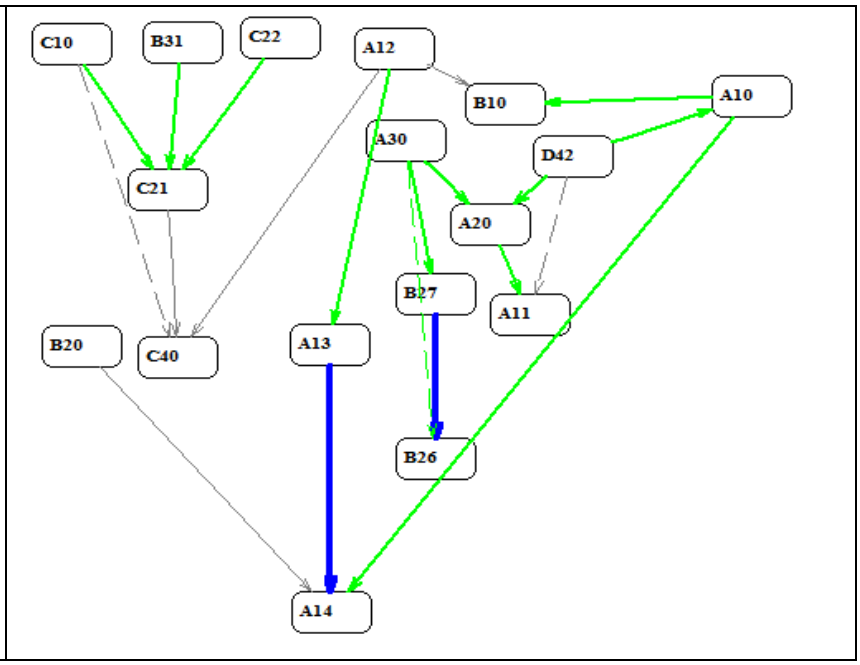


Figure 5 - Graphe au seuil 0.85

Remarquer que le graphe de gauche est susceptible d'être placé en surimpression par rapport au graphe de droite (phénomène lié au caractère fractal du graphe). Répéter ce changement d'échelle conduit à recueillir des informations nouvelles, obtenir du *nouveau* par ce changement de *résolution* que l'on peut même produire de façon **continue** par un effet **zoom**. On peut imaginer une sorte de « mille feuilles » ou d'empilements ou d'emboitements de type « poupées russes » obtenus en faisant varier l'indice du changement d'échelle, l'intensité d'implication. Nous avons reporté dans le tableau 1 suivant les valeurs observées de N_α pour α variant de 0.65 à 0.99. À partir du tableau (Annexe 1) donnant les valeurs de l'intensité d'implication obtenues à l'aide de CHIC et des informations statistiques que le logiciel nous fournit, j'extraie les différents nombres N_α.

Intensité d'implication $\varphi(a,b) \geq a$	N_α	D_α = (logN)/(log(2/α).	Intensité d'implication $\varphi(a,b) \geq a$	N_α	D_α = (logN)/(log(2/α).
$\varphi(a,b) \geq 0.99$	40	$D_{0.99} = 5.24$	$\varphi(a,b) \geq 0.80$	92	$D_{0.80} = 4.94$
$\varphi(a,b) \geq 0.95$	43	$D_{0.95} = 5.05$	$\varphi(a,b) \geq 0.75$	129	$D_{0.75} = 4.95$
$\varphi(a,b) \geq 0.90$	59	$D_{0.90} = 5.10$	$\varphi(a,b) \geq 0.70$	153	$D_{0.70} = 4.80$
$\varphi(a,b) \geq 0.85$	74	$D_{0.85} = 5.04$	$\varphi(a,b) \geq 0.65$	198	$D_{0.65} = 4.70$

Tableau 1 - Valeurs successives de D_α en fonction de α et de N_α

Comme on peut le lire dans les figures 4 et 5 ci-dessus, on retrouve le nombre de règles, hors les 40 boucles d'équivalence, respectivement 43- 40 = 3 règles pour $\varphi(a,b) \geq 0.95$ et 74 = 40 = 34 règles pour $\varphi(a,b) \geq 0.85$. Quel que soit le seuil d'implication ($\varphi(a,b)$)

on trouve une valeur $\mathbf{D}_\alpha$ qui varie sensiblement autour du nombre 5. Les écarts des valeurs observées au voisinage de 5 sont faibles par rapport à ce que donnerait, par exemple, une relation linéaire entre $\mathbf{N}_\alpha$ et $\varphi(a,b)$. Ce qui justifie la nature présumée **fractale** du graphe implicatif. On adopte donc **D** =5 comme dimension du graphe du corpus. Ce nombre est donc considéré comme un **invariant du graphe implicatif**. Il rend compte à la fois de la multitude des arcs et chemins du graphe, de leur intrication et donc du degré important de la brisure du graphe. Outre la propriété géométrique descriptive du graphe implicatif –structure fractale-, cette propriété d'invariance d'échelle est opératoire. Elle permet d'estimer le nombre de règles qui serait attendu, par exemple, pour $\varphi(a,b) \geq 0.87$. En effet, log $\mathbf{N}_\alpha$ devrait être de l'ordre de 5 x log(2/0.87) = 1.807 d'où $\mathbf{N}_\alpha \cong 64$. Or nous observons à partir du tableau des indices d'implication figurant en annexe N_{obs} = 70, ce qui est une bonne estimation du nombre de règles attendu et conforte le caractère étonnamment opératoire de la dimension.

4.2 Un deuxième test.

La validation de notre démarche est confortée par un nouvel examen du fichier d'attitudes d'enseignants de lycée à l'égard des objectifs de leur enseignement de mathématiques en lycée français (26 variables, 311 sujets), recherche dont nous avons largement parlé à travers nos articles. (Bodin et Gras, 1999). Le tableau des intensités d'implication obtenues par CHIC est donné en annexe 2. Les graphes implicatifs suivants sont obtenus à des seuils différents.

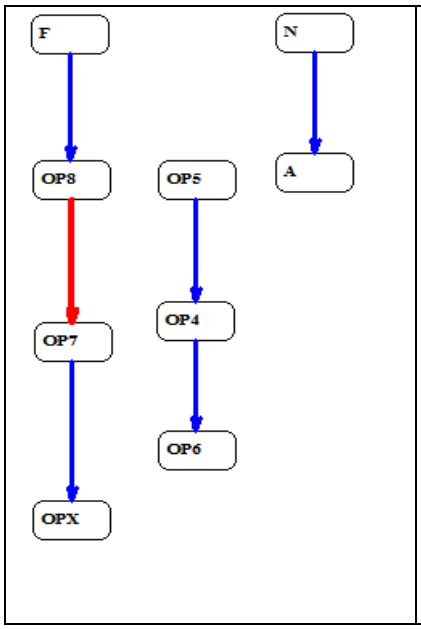


Figure 6 - Graphe au seuil 0.95

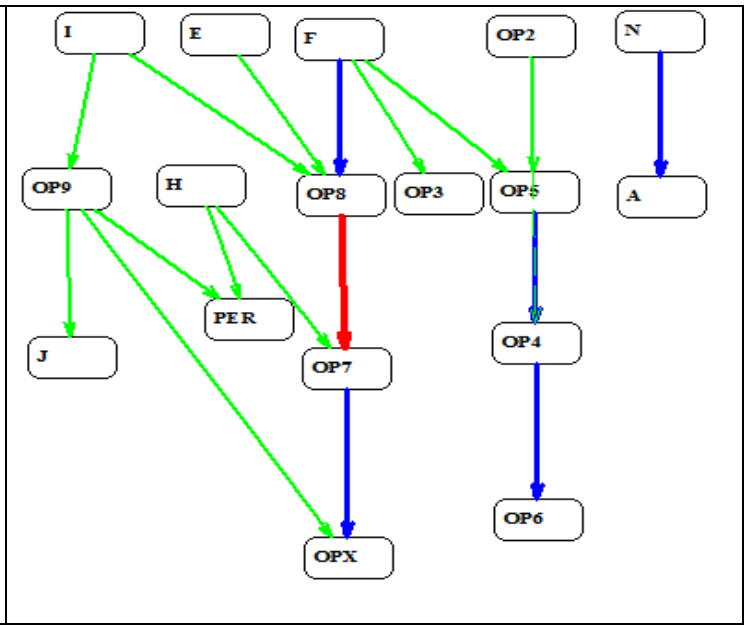


Figure 7 - Graphe au seuil 0.90

On peut remarquer que le graphe au seuil 0.90 recouvre –phénomène de surimpression fractal – le graphe au seuil de 095.

Nous avons extrait du tableau des intensités d'implication de l'annexe 2 celui qui conduira à l'estimation de la dimension fractale du graphe associé.

Intensité d'implication $\varphi(a,b)\geq\alpha$	N_α	$D\alpha = (\log N)/(\log(2/\alpha)$
$\varphi(a,b)_{\geq 1.00}$	26	$D_{1.00} = 4.7$
$\varphi(a,b)_{\geq 0.99}$	27	$D_{0.99} = 4.69$
$\varphi(a,b)_{\geq 0.95}$	32	$D_{0.95} = 4.66$
$\varphi(a,b)_{\geq 0.90}$	48	$D_{0.90} = 4.85$
$\varphi(a,b)_{\geq 0.8}$	58	$D_{0.85} = 4.75$
$\varphi(a,b)_{\geq 0.80}$	78	$D_{0.80} = 4.75$
$\varphi(a,b)_{\geq 0.75}$	93	$D_{0.75} = 4.62$
$\varphi(a,b)_{\geq 0.70}$	118	$D_{0.70} = 4.53$

Tableau 2 - Valeurs successives de D_α en fonction de α et de N_α

Il ressort une valeur moyenne de **D** = 4,7 par examen des intensités supérieures ou égales à 1.00. Comme son écart-type est 0.0896, soit $\sigma \approx 0.01$, nous sommes assurés de disposer de valeurs de D suffisamment homogènes pour nous permettre de prédire, par exemple, que $\varphi(a,b) \geq 0.83$ dans 62 cas. Or nous observons, par retour aux résultats indiqués par CHIC, que $\mathbf{N}_{0.83} = 67$. Notre prédiction est également bonne et confirme la propriété opératoire prédictive de la notion de dimension que Mandelbrot n'avait pu observer dans le cadre des graphes bien qu'il se soit intéressé aux arbres de hiérarchie. Notons cependant qu'il a appliqué sa théorie fractale aux phénomènes de la finance, entre autres aux variations des cours de la bourse.

5 Conclusion

Il apparaît que, tout comme pour une côte maritime qui préserve une constante universelle, invariant opératoire appelé dimension fractale, lorsque l'échelle de mesure est modifiée, un invariant sous-tend aussi les changements de représentation du graphe implicatif par changement du seuil de l'intensité d'implication. On conjecture ainsi que l'existence de cet invariant est une propriété également universelle, indépendante du seuil d'implication. On conjecture de plus que l'invariant n'est pas que descriptif, il introduit en quelque sorte une ***relativité*** *d'échelle* ; et cela même s'il restitue une certaine vision globale de l'enchevêtrement des liaisons implicatives, puisqu'il semble conduire à des prédictions fiables relativement au nombre de règles représentées ou non par le graphe. Ce résultat surprenant, qui demanderait consolidation par d'autres expériences, n'était pas attendu car comme l'écrit H. Krivine (2011) : *« Il est banal de chercher ce que l'on n'a pas encore trouvé, mais le sel de la recherche est de trouver ce qu'on ne cherchait pas* » p. 235). Il ne pouvait l'être non plus par B. Mandelbrot en dépit des nombreuses applications de la théorie fractale aux finances (mouvements boursiers), à la lexicologie (loi de Zipf sur la fréquence des mots), à la physique des cristaux, la physiologie du corps humain (poumon, cœur, …), etc. Mais ces changements de représentation mentale du graphe qui n'affectent pas l'invariant d'échelle, permettent d'introduire une certaine subjectivité au regard de la réalité et entretiennent l'intuition du graphe implicatif. Ces changements, par leur plasticité, bonifient, dans certaines situations scientifiques, les conditions dans lesquelles l'observation est effectuée tout en restant maîtrisable. Nouveau défi pour l'ASI. Et si la hiérarchie cohésitive relevait aussi de la géométrie fractale ? Et si la géométrie fractale était un modèle de la conceptualisation ? C'est en ce sens qu'elle nous paraît féconde comme le déclare (Trinh Xuan Thuan, 1998): « *Une théorie est*

d'autant plus belle qu'elle révèle des connexions inattendues à chaque nouveau tournant, au fur et à mesure que les chercheurs explorent sa structure plus en détail », p.28. Enfin, prolongeant la « philosophie fractale » à des phénomènes de société, R. Benkirane dans son entretien avec L. Nottale (R. Benkirane, 2002) va jusqu'à dire : « *L'homme a du mal à imaginer les identités et les cultures comme des structures gigognes* ». Que votre regard, à vous lecteur, posé sur un graphe implicatif, ait gagné en profondeur métaphysique en le prolongeant à la Xième dimension.

Références

[1] Benkirane R. (2002), *La Complexité, vertiges et promesses* , Le Pommier, Paris.

[2] Bodin, A. & Gras, R. (1999), Analyse du préquestionnaire enseignants avant EVAPM, Terminales, *Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématiques,* n° 425, 772-786.

[3] Gleik J. (2008), *La théorie du chaos*, Champs Sciences, Flammmarion

[4] Gras R., (1979), Contribution à l'étude expérimentale et à l'analyse de certaines acquisitions cognitives et de certains objectifs didactiques en mathématiques, Thèse d'État, Université de Rennes 1.

[5] Gras R. (2017), *L'analyse statistique implicative, Des Sciences dures aux Sciences Humaines et Sociales,* Gras R., Régnier J.C., Lahanier-Reuter D., Marinica C., Guillet F. (eds), Cépaduès Editions, Toulouse.

[6] Krivine H. (2011), « *La Terre, des mythes au savoir* », Cassini, Paris.

[7] Mandelbrot B., (1995), *Les objets fractals*, *Forme, hasard et dimension*, Champs Sciences, Flammmarion.

[8] Mandelbrot B., (1997), *Fractales, hasard et finance*, Champs Sciences, Flammmarion.

[9] Richardson L. F., (1961), The problem of contiguity: an appendix of statistics of deadly quarrels, *General Systems Yearbook, 6* ; 139-167.

[10] Sapoval B. (1997), *Universalités et fractales,* Champs, Flammarion, Paris.

[11] Trinh Xuan Thuan (1998), *Le chaos et l'harmonie, la fabrication du réel,* Librairie Arthème Fayard, Paris.

Annexe 1 : Test taxonomique

Indices d'implications : (selon la théorie classique). Calcul avec la loi binomiale. On trouvera sur la ligne correspondant à la variable *a* et la colonne relative à la variable b la valeur de l'intensité d'implication $\varphi(a, b)$ exprimée en centièmes.

Variables

A10 A11 A12 A13 A14 A20 A30 A40 A41 B10 B11 B20 B26 B27 B30 B31 C10 C21 C22 C30 C31 C40 C41 D10 D15 D16 D20 D30 D31 D32 D40 D41 D42 D43 D44 E10 E20 E21 E30 E31

A10 100 76 68 61 92 68 52 27 30 94 49 81 41 30 48 56 24 32 41 38 38 43 34 49 34 34 34 49 52 52 71 52 74 52 52 38 31 34 49 45

A11 75 100 34 71 63 88 65 53 18 36 62 78 68 57 46 53 49 59 69 38 52 21 48 34 48 48 46 62 52 52 68 38 72 52 52 38 44 34 34 31

A12 69 32 100 91 75 25 54 43 47 89 49 56 29 32 51 43 56 54 28 38 38 87 35 65 49 35 51 35 38 53 43 38 46 53 53 38 31 49 65 61

A13 60 71 88 100 95 49 51 53 42 67 62 78 25 29 32 38 49 59 27 38 38 70 34 48 34 34 75 34 38 52 53 38 44 52 52 38 31 48 62 59
A14 89 62 71 93 100 43 47 34 38 72 47 83 22 26 30 34 43 48 38 38 38 37 34 47 34 34 57 47 52 52 47 38 56 52 52 52 43 47 61 43
A20 69 91 25 48 41 100 83 60 32 29 65 85 75 63 51 60 40 37 58 38 38 33 65 35 35 35 67 49 53 53 75 38 76 38 38 38 46 35 35 31
A30 52 72 55 50 44 91 100 58 60 47 72 76 92 93 63 37 19 22 47 36 36 12 34 52 34 34 42 52 55 55 37 36 69 36 36 36 31 34 34 31
A40 24 53 43 53 29 60 56 100 67 32 50 60 46 67 37 30 27 14 29 38 38 62 50 66 35 35 53 35 38 38 30 38 32 38 38 38 47 35 50 32
A41 27 13 46 40 33 30 59 68 100 37 34 30 68 70 38 19 30 30 29 37 37 51 34 51 34 34 38 34 37 37 19 37 32 37 37 37 32 34 34 48
B10 91 37 85 67 73 32 49 36 40 100 34 46 50 40 45 65 32 69 39 38 38 78 34 61 34 34 45 48 52 38 78 52 57 52 52 38 30 48 61 57
B11 45 77 46 77 39 79 83 48 23 16 100 79 48 50 51 21 20 14 27 31 31 9 30 30 30 30 51 30 31 59 21 31 56 31 31 31 28 30 30 28
B20 83 80 56 80 88 85 70 60 32 45 65 100 60 47 35 60 25 22 42 38 38 33 35 49 35 35 51 49 53 53 75 38 61 53 53 38 31 35 49 31
B26 39 71 27 22 16 76 85 46 67 50 50 60 100 97 37 46 27 42 60 53 38 12 35 50 50 50 37 66 53 38 46 38 63 38 38 38 32 35 35 32
B27 27 59 30 24 19 65 88 68 70 37 51 46 98 100 38 50 30 48 62 54 37 30 34 51 51 51 38 67 54 37 32 37 48 37 37 37 32 34 34 32
B30 47 44 50 27 21 50 62 35 37 41 51 32 35 37 100 20 32 35 64 37 54 62 51 51 34 34 40 34 37 54 35 54 49 37 37 37 32 34 34 49
B31 57 53 43 36 29 60 40 30 20 68 35 60 46 50 23 100 43 91 43 53 38 62 50 35 35 35 23 50 53 38 90 38 47 53 53 38 63 50 35 47
C10 22 48 56 48 41 40 25 29 32 29 35 25 29 32 35 43 100 94 58 38 38 87 65 35 65 65 67 49 38 38 29 38 31 53 53 38 46 49 49 31
C21 35 58 54 58 48 40 33 21 36 67 34 27 45 50 41 83 89 100 76 51 51 88 60 34 47 60 68 60 51 38 59 38 42 51 51 38 42 47 47 55
C22 35 80 20 16 28 61 47 21 23 31 33 38 63 65 67 40 61 93 100 35 56 35 53 33 53 53 45 75 56 35 40 35 51 35 35 35 31 33 33 31
C30 17 16 18 16 15 18 22 19 20 15 25 18 55 57 21 55 18 48 23 100 25 10 25 25 25 25 21 25 25 25 19 25 24 25 25 25 24 25 25 24
C31 17 52 18 16 15 18 22 19 20 15 25 18 19 20 58 19 18 48 60 25 100 10 25 25 25 25 21 25 25 25 19 25 24 25 25 25 24 25 25 24
C40 46 28 76 66 40 39 27 59 52 72 32 39 23 39 58 59 76 84 45 38 38 100 57 57 57 44 58 44 38 38 71 50 27 50 50 38 38 44 57 63
C41 19 43 20 18 15 79 25 48 23 16 30 20 21 23 51 48 79 73 54 31 31 65 100 30 30 30 51 30 31 31 21 31 28 31 31 31 56 30 30 28
D10 45 18 79 43 39 20 53 80 50 76 30 46 48 50 51 21 20 14 27 31 31 65 30 100 30 30 24 30 31 31 21 31 28 31 31 31 28 30 57 28
D15 19 43 46 18 15 20 25 21 23 16 30 20 48 50 24 21 79 37 54 31 31 65 30 30 100 57 24 57 31 31 21 31 28 31 31 31 28 30 30 28
D16 19 43 20 18 15 20 25 21 23 16 30 20 48 50 24 21 79 73 54 31 31 28 30 30 57 100 51 57 31 31 21 31 28 31 31 31 28 30 30 28
D20 29 44 50 83 59 70 43 53 37 41 51 50 35 37 40 20 70 76 46 37 37 62 51 34 34 51 100 34 37 37 35 37 32 37 37 37 32 51 51 49
D30 45 77 20 18 39 46 53 21 23 41 30 46 80 81 24 48 46 73 84 31 31 28 30 30 57 57 24 100 59 31 48 31 56 31 31 31 28 30 30 28
D31 53 52 18 16 49 54 59 19 20 51 25 54 55 57 21 55 18 48 60 25 25 10 25 25 25 25 21 62 100 25 55 25 61 25 25 25 24 25 25 24
D32 53 52 54 52 49 54 59 19 20 15 62 54 19 20 58 19 18 14 23 25 25 10 25 25 25 25 21 25 25 100 19 25 61 25 25 25 24 25 25 24
D40 74 71 43 53 46 76 40 30 20 83 35 76 46 34 37 90 27 61 43 38 38 81 35 35 35 35 37 50 53 38 100 38 63 53 53 38 32 35 35 63
D41 53 16 18 16 15 18 22 19 20 51 25 18 19 20 58 19 18 14 23 25 25 41 25 25 25 25 21 25 25 25 19 100 24 25 25 25 24 25 25 24
D42 90 89 41 37 61 91 75 22 23 63 55 68 70 45 47 43 20 31 51 34 34 7 32 32 32 32 25 55 57 57 70 34 100 34 34 34 30 32 32 30
D43 53 52 54 52 49 18 22 19 20 51 25 54 19 20 21 55 54 48 23 25 25 41 25 25 25 25 21 25 25 25 55 25 24 100 63 25 24 25 25 24
D44 53 52 54 52 49 18 22 19 20 51 25 54 19 20 21 55 54 48 23 25 25 41 25 25 25 25 21 25 25 25 55 25 24 63 100 25 24 25 25 24
E10 17 16 18 16 49 18 22 19 20 15 25 18 19 20 21 19 18 14 23 25 25 10 25 25 25 25 21 25 25 25 19 25 24 25 25 100 61 25 25 24
E20 19 37 20 17 33 41 27 43 23 16 32 20 22 23 25 70 41 31 28 34 34 21 55 32 32 32 25 32 34 34 22 34 30 34 34 57 100 55 32 30
E21 19 18 46 43 39 20 25 21 23 41 30 20 21 23 24 48 46 37 27 31 31 28 30 30 30 30 51 30 31 31 21 31 28 31 31 31 56 100 57 28
E30 45 18 79 77 75 20 25 48 23 76 30 46 21 23 24 21 46 37 27 31 31 65 30 57 30 30 51 30 31 31 21 31 28 31 31 31 28 57 100 28

E31 39 17 68 65 33 20 27 22 45 63 32 20 22 23 47 43 20 59 28 34 34 80 32 32 32 32 47 32 34 34 70 34 30 34 34 34 30 32 32 100

Annexe 2 : Questionnaire opinions professeurs

Indices d'implications : (selon la théorie classique). Calcul avec la loi de Poisson
La méthode de lecture est la même que ci-dessus.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	OP1	OP2	OP3	OP4	OP5	OP6	OP7	OP8	OP9	OPX	PER
A	100	44	40	68	32	7	36	32	14	0	31	48	28	86	31	50	79	12	65	22	86	45	25	25	18	19
B	21	100	65	49	39	6	45	37	48	33	89	48	26	38	51	43	30	9	34	55	21	38	5	65	69	44
C	13	64	100	8	57	26	47	51	49	28	40	50	28	30	79	66	32	7	20	31	16	36	19	57	83	60
D	64	50	41	100	32	13	38	43	7	10	48	50	27	45	36	38	67	40	80	32	56	56	23	22	31	73
E	8	43	55	3	100	83	52	51	84	56	13	52	32	23	40	71	26	67	37	23	41	81	90	66	75	66
F	12	41	46	12	60	100	54	53	43	42	8	51	73	12	26	45	71	91	82	90	57	80	94	20	61	51
G	12	46	48	8	52	65	100	55	64	70	19	50	18	21	43	84	12	76	23	44	79	40	65	68	25	56
H	16	44	50	31	51	60	54	100	43	37	18	50	26	14	49	38	74	46	68	75	17	92	74	39	49	92
I	8	49	50	0	66	39	55	46	100	81	13	45	29	11	56	35	14	76	8	81	38	74	92	92	44	48
J	0	46	45	4	52	40	56	44	76	100	39	50	21	13	56	40	47	61	47	52	43	20	49	88	73	47
K	25	63	47	47	31	0	36	29	12	36	100	48	17	81	57	74	57	12	77	48	81	10	3	68	58	53
L	33	47	50	49	54	64	51	49	26	53	41	100	33	42	44	45	60	87	18	71	5	23	64	64	71	4
M	24	44	44	16	43	83	37	36	31	17	20	47	100	39	29	42	51	68	45	55	24	60	85	36	67	38
N	95	46	43	40	36	0	36	23	8	5	83	48	36	100	31	62	65	24	43	14	87	33	4	16	28	31
O	12	51	67	13	42	2	45	49	62	65	62	48	14	22	100	53	20	34	23	54	32	40	53	80	59	83
OP1	50	48	55	30	59	42	65	42	35	38	73	49	41	61	51	100	41	71	68	16	51	32	40	62	27	61
OP2	72	47	47	66	44	70	40	58	27	48	54	51	50	57	40	45	100	38	93	92	84	63	32	19	32	50
OP3	37	47	46	46	52	69	52	49	56	53	40	52	54	45	48	55	45	100	36	73	46	47	65	46	40	44
OP4	56	49	47	66	48	67	47	53	35	49	58	48	49	48	46	55	77	32	100	91	96	46	41	45	33	46
OP5	34	51	48	38	45	80	49	56	64	51	49	52	52	36	51	35	84	86	97	100	78	70	72	56	34	50
OP6	63	48	47	52	49	53	53	44	47	48	58	47	43	60	48	50	67	45	93	68	100	46	42	32	43	39
OP7	48	49	48	54	55	70	48	62	60	34	32	48	54	44	48	43	59	44	45	70	44	100	97	31	95	68
OP8	33	42	45	27	61	90	53	57	76	49	18	51	71	23	51	45	34	80	35	76	35	99	100	50	75	75
OP9	24	53	52	15	55	13	56	45	87	89	64	52	38	24	64	60	10	36	36	63	6	15	50	100	92	90
OPX	34	52	54	38	54	56	47	50	48	61	53	51	56	43	52	42	39	34	30	36	41	93	68	73	10	0	68
PER	39	50	51	59	52	51	51	58	50	49	51	47	47	46	55	53	50	43	46	50	39	62	63	64	63	100

CONSTRUÇÃO DO RACIOCÍNIO ESTATÍSTICO NUMA GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS SOCIAIS NO BRASIL: UMA ANÁLISE PRELIMINAR NO QUADRO A.S.I.

Leonardo DALLA PORTA[1], Jean-Claude RÉGNIER[2], Silva Maria DE AGUIAR ISAIA[3]

CONSTRUCTION DU RAISONNEMENT STATISTIQUE EN LICENCE DE SCIENCES SOCIALES AU BRÉSIL: UNE ANALYSE PRÉLIMINAIRE DANS LE CADRE A.S.I.

CONSTRUCTION OF THE STATISTICAL REASONING IN A GRADUATION IN SOCIAL SCIENCES IN BRAZIL: A PRELIMINARY ANALYSIS IN THE FRAMEWORK A.S.I.

RESUMO

O presente trabalho é um recorte de uma tese em andamento intitulada "Construção do raciocínio estatístico na conceptualização da Estimação Estatística. Estudo exploratório de um dispositivo pedagógico nas abordagens didática e pedagógica no Ensino Superior no Brasil e na França" que está ligada, sob o regime de cotutela, ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Centro Universitário Franciscano e a Escola Doutoral ED485 EPIC (Éducation, Psychologie, Information et Communication) em Ciências da Educação da Universidade Lumière Lyon 2. Apontamos, neste texto, uma análise preliminar de um questionário com situações que envolvem a estatística a um grupo de estudantes advindos de cursos da área de ciências sociais durante uma disciplina de estatística. Essa atividade visou reconhecer os conceitos estatísticos já sedimentados e investigar a organização do processo do pensamento e do raciocínio estatísticos. As situações apontadas no questionário serviram de apoio para a introdução da Estimação Estatística, tendo em vista que esse conteúdo necessita de conceitos estatísticos já sedimentados que serão nossa base de investigação para a tese. Para tanto, ocupamos o quadro teórico da A.S.I. para que pudéssemos interpretar e tirar inferências em relação as respostas encontradas nos questionários. Nossos resultados e conclusões ainda são preliminares, mas identificamos dificuldades na habilidade com o cálculo estatístico e na abstração dos conceitos estatísticos frente as situações propostas.

Palavras chave: *Conceitos estatísticos, Estimação Estatística, Raciocínio Estatístico, A.S.I..*

RÉSUMÉ

Ce travail s'inscrit dans les travaux de recherche d'une thèse en cours intitulé*e* « La construction du raisonnement statistique dans conceptualiser Statistiques d'estimation. étude exploratoire d'un dispositif pédagogique dans les approches didactiques et pédagogiques dans l'enseignement supérieur au Brésil et en France, « qui est lié sous le régime de cotutela, le programme d'études supérieures en sciences et l'enseignement des mathématiques du Centre Université Franciscaine et Ecole doctorale ED485 EPIC (éducation, psychologie, information et Communication) en sciences de l'éducation à l'Université Lumière Lyon 2 points, dans ce texte, une analyse préliminaire d'un questionnaire à des situations impliquant

[1] Doutorando sob o regime de cotutela entre o Centro Universitário Franciscano e UMR 5191 ICAR Université Lumière Lyon2 (EPIC – 485) leo-dallaporta@hotmail.com – Pesquisa realizada com o apoio da CAPES

[2] UMR 5191 – ICAR Université Lumière Lyon 2 (EPIC – 485) – jean-claude.regnier@univ-lyon2.fr National Research Tomsk State University (Russie)

[3] Centro Universitário Franciscano – silviamariaisaia@gmail.com

la statistique à un groupe d'étudiants venant des cours de la région de sciences au cours d'une discipline sociale des statistiques. Cette activité vise à reconnaître les concepts statistiques déjà sédimenté et enquêter sur l'organisation du processus de pensée et de raisonnement statistique. Les situations identifiées dans le questionnaire ont servi de soutien à l'introduction d'estimation statistique, étant donné que ces besoins de contenu des concepts statistiques déjà sédimenté à notre base de recherche pour la thèse. Par conséquent, nous occupons le cadre théorique de A.S.I. afin que nous puissions interpréter et d'en tirer des conclusions en ce qui concerne les réponses trouvées dans les questionnaires. Nos résultats et conclusions sont préliminaires, mais nous avons identifié des difficultés dans la capacité avec le calcul statistique et dans l'abstraction des concepts statistique les situations proposées.

Mots-clés :*.Concepts statistiques, Estimation Statistique, Raisonnement statistique, A.S.I.*

ABSTRACT

The present work is a cutting of a theory in process entitled "Construction of the statistical reasoning in the conceptualização of the Statistical Estimate. I study exploratory of a pedagogic device in the approaches didacticism and pedagogic in the Higher education in Brazil and in France" that is linked, under the cotutela regime, to the Program of Masters degree in Teaching of Sciences and Mathematics of the Franciscan Academical Center and the Doctoral School ED485 EPIC (Éducation, Psychologie, Information et Communication) in Sciences of the Education of the Universidade Lumière Lyon 2. We appeared, in this text, a preliminary analysis of a questionnaire with situations that involve the statistics to a group of students advindos of courses of the area of social sciences during a statistics discipline. That activity sought to recognize the statistical concepts silted up already and to investigate the organization of the process of the thought and of the reasoning statisticians. The pointed situations in the questionnaire served as support for the introduction of the Statistical Estimate, tends in view that that content needs statistical concepts silted up already that will be our investigation base for the theory. For so much, we occupied the theoretical picture of the A.S.I. so that we could interpret and to remove inferences in relationship the answers found in the questionnaires. Our results and conclusions are still preliminary, but we identified difficulties in the ability with the statistical calculation and in the abstraction of the concepts statistical front the proposed situations.

Keywords: *Statistical concepts, Statistical Estimate, Statistical Reasoning, A.S.I.*

1 Introdução

Diante da importância do estudo da Estatística na formação do cidadão, torna-se necessário adotar práticas metodológicas que contribuam para que ocorra realmente, uma aprendizagem significativa em relação à Estatística, criando-se oportunidades para que os estudantes desenvolvam o raciocínio estatístico, bem como o pensamento estatístico. Assim, cabe observar a importância da seleção de atividades a serem propostas em sala de aula, trabalhando-se com questões significativas da vida real, na qual professor e estudantes encontram-se inseridos, de modo que o saber escolar esteja em sintonia com as exigências do mundo contemporâneo.Com vistas a acrescentar contribuições no que se refere ao ensino de Estatística, este trabalho tem como propósitos apresentar reflexões principalmente em relação ao desenvolvimento do raciocínio estatístico e do pensamento estatístico, na formação de conceitos mediados pela Estimação Estatística em uma turma de graduação de cursos da área de ciências sociais de uma universidade privada no Brasil. No mundo contemporâneo a sociedade é exposta a uma ampla quantidade de informações que são apresentadas, em grande parte, na forma de gráficos e tabelas, fazendo com que se tenha a reflexão do quanto a Estatística vem tornando-se importante como ciência, tanto para quem apenas quer compreender o mundo que o cerca, quanto para quem precisa

ter uma tomada de decisões. Segundo Freund (2006), tudo que tratar, por pouco que seja, de coleta, processamento, interpretação e apresentação de dados pertence ao domínio da Estatística. Embora esteja conexa ao crescimento e ao incremento tecnológico, ela se faz presente na história antiga do desenvolvimento da humanidade. É notório que a chegada de computadores, cada vez mais eficazes em suas tarefas, tornam o trabalho estatístico mais acessível aos seus usuários, onde uma grande quantidade de informações são implementadas e compiladas, em frações de segundos, com softwares apropriados, o que antigamente era feito de forma manual com muito trabalho num grande espaço de tempo.Para Morettin & Bussab (2010), o uso da Estatística, na literatura especializada, já está consagrado, podendo ser encontrado em trabalhos, com força científica e até em publicações corriqueiras de jornais e revistas. A Estatística, nos tempos atuais, está dividida em duas partes, sendo uma entendida como descritiva e outra como inferência. A primeira opera com números para descrever fatos, tornando questões complexas mais fáceis de serem entendidas e, a segunda que atua no campo das tomadas de decisões, fazendo estimativas com muito maior e melhor qualidade. O presente trabalho está voltado para a Estatística de Inferência, mais precisamente sobre a Estimação Estatística.

2 Um enquadramento sobre pensamento e raciocínio estatísticos

Ao iniciarmos nossa discussão, tratando do pensamento e do raciocínio estatístico, vamos nos referenciar ao que entendemos como condição fundamental para o desenvolvimento cognitivo da matéria abordada na pesquisa que é o letramento estatístico. O letramento, por si só, é um fenômeno que um indivíduo vai adquirindo com o passar dos anos tendo em vista o uso da leitura e da escrita. Discorre Soares (2004) que após alguns anos de aprendizagem escolar, o indivíduo terá não só aprendido a ler e escrever, mas também a fazer o uso da leitura e da escrita. Entendemos e concordamos com Gal (2002), que para a realização do letramento estatístico o indivíduo precisa de: o próprio letramento, que é a capacidade de ler informações textuais, gráficos e tabelas; conhecimentos estatísticos e matemáticos e do contexto, e competência para elaborar questões críticas. Para possibilitar uma visão geral do entendimento sobre o letramento estatístico, apresentamos abaixo um esquema elaborado por Gal (2002):

F

necessidades e dialogue, de forma natural, utilizando informações que se recebe a todo momento. Pondera Rumsey (2002), que para que tenhamos indivíduos capazes de enfrentar situações da vida moderna que exigem o letramento Estatístico, é preciso fomentar e investir no ensino para o desenvolvimento do raciocínio e pensamento estatísticos.

3 O pensamento estatístico

Diante da sua importância na formação intelectual do indivíduo, frente a informações que requerem análise, interpretação e tomada de decisões, a Estatística está disposta nos currículos de grande parte dos cursos de graduação, bem como inserida nos currículos escolares. Concordamos com Lopes (2003), quando declara que a competência de pensar estatisticamente contribui para que um indivíduo seja capaz de entender informações que se apresentam cotidianamente, bem como possa tirar, dessas informações, certas inferências. Em nossa opinião, que está de acordo com Wodewotzki (2010), o pensamento estatístico pode ser bem desenvolvido por meio de relações que os estudantes fazem com situações concretas e aplicadas do pensamento estatístico, bem como possam perceber que o resultado de uma pesquisa Estatística evoca uma tendência e não uma certeza, interpretando os resultados e explorando os dados sob diversos ângulos. Diante disso podemos definir, de forma geral, que o pensamento estatístico é uma ação do pensamento que distingue e percebe informações contextualizadas em diversas realidades, mas com elementos comuns que são próprios da Estatística. O ensino da Estatística é peça chave para o aperfeiçoamento do pensamento estatístico, pois dessa forma o conteúdo torna-se significativo se for implementado, de modo paralelo ao contexto que circunda a realidade do aluno.

4 O raciocínio estatístico

Ao buscarmos a definição de raciocínio encontramos a compreensão de que é o exercício da razão, a dedução de algo frente a uma ou várias premissas para uma tomada de decisão. É um processo interno, mental, cujo entendimento, junto a uma informação, permite fazer uma inferência. Sobre a especificidade do raciocínio estatístico, por se tratar da compreensão de uma ciência, o indivíduo deve possuir ferramentas básicas da Estatística advindas de sua escolarização para poder absorver e inferir frente a situações com essa demanda. Para Garfield (2002), a definição do raciocínio estatístico está atrelada com a maneira pela qual um indivíduo pensa com ideias estatísticas e a forma de como dá sentido às informações estatísticas. Isso compreende fazer interpretações sobre dados, construções de tabelas, gráficos e, inúmeras vezes, o raciocínio estatístico envolve ideias de estimações e testes de hipóteses para que haja interpretações e inferências acerca dos resultados. Compreendemos que é necessário distinguir, no que concerne ao raciocínio, a Estatística, da Matemática, como apontam Gal & Garfield (1999), com as seguintes colocações:

I. Os dados, para a Estatística, representam números inseridos num contexto que norteiam as interpretações dos resultados;

II. Conceitos e procedimentos matemáticos são utilizados como uma das partes da solução de problemas estatísticos. É necessário, entretanto, procurar resultados mais expressivos, induzindo ao uso de softwares que se encarregam de fazer a parte operacional;

III. A natureza fundamental de muitos problemas estatísticos é a de que eles, frequentemente, não possuem uma única solução matemática. Os problemas estatísticos comumente apontam um questionamento e findam com uma apreciação fundamentada em certos resultados teórico-práticos.

Nesse sentido, os estudantes, ao resolverem um problema de Estatística, expressam suas conjecturas que não devem ser tomadas como certas ou erradas, pois necessitam ser analisadas quanto à qualidade de seu raciocínio fazendo adequações de métodos para fundamentar as evidências.

Em concordância com Garfield & Gal (1999), entendemos que os estudantes de graduação devem estabelecer alguns tipos específicos de raciocínio para o aprendizado da Estatística, são eles:

I) Raciocínio sobre os dados;
II) Raciocínio sobre representação dos dados;
III) Raciocínio sobre medidas estatísticas;
IV) Raciocínio sobre incertezas;
V) Raciocínio sobre amostras;
VI) Raciocínio sobre associações.

Diante disso, estabelecemos um esquema, que está representado pela figura 2, onde visualizamos as especificidades de raciocínios que devem ser desenvolvidos pelos estudantes durante o aprendizado de Estatística.

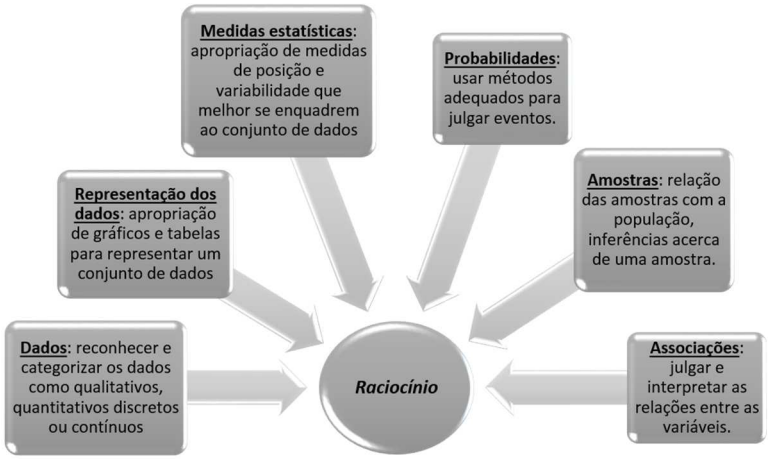


Figura 2 : Raciocínio estatístico durante o aprendizado de estatística

A tarefa de desenvolver o raciocínio estatístico nos estudantes não é fácil, muitas pesquisas, como a de Sedlmeier (1999), apontam que a instrumentalização estatística, muitas vezes, não é o suficiente para perceber progressos no desenvolvimento do raciocínio. O uso de procedimentos estatísticos para o trabalho com dados reais estimula o avanço no desenvolvimento do raciocínio estatístico, mas o resultado ainda é insuficiente. Garfield (2002), relata haver uma preocupação, entre os pesquisadores, de auxiliar os estudantes em relação ao desenvolvimento do raciocínio estatístico por meio de uma constante busca do entendimento desse processo. Entendemos que é necessário implementar medidas de ensino que estimulem o desenvolvimento do raciocínio estatístico pelos estudantes, além de estabelecer conjecturas eficazes que apontem os progressos sobre esse desenvolvimento. Nesse sentido, evocamos Bachelard (1989), sobre a importância de fomentarmos e conduzirmos os estudantes a criarem uma consciência científica que ultrapasse o mero aprendizado de técnicas tendo em vista as diversas situações a que serão submetidos pelo mundo que os cerca.

5 Um olhar sobre a estimação estatística

Faremos um breve apanhado sobre alguns tópicos primários referentes a estimação estatística. Observamos que a Estatística moderna pode ser compreendida, nos dias de hoje, por meio de duas grandes áreas e algumas ramificações como ilustra a figura 3 a seguir:

Figura 3: Grandes áreas da estatística

Após a coleta de dados para uma pesquisa, faz-se necessário organizá-los e apresentá-los de forma resumida para que possamos fazer uma análise e a extração de conclusões. Dessa forma, Freund (2006), discorre que a Estatística Descritiva proporciona ferramentas que permitem, de forma sistemática, o tratamento na coleta, na organização, na classificação, na apresentação e na descrição dos dados em qualquer área do conhecimento. Muito embora a Estatística Descritiva seja um ramo de extrema importância da Estatística, as informações estatísticas quase sempre são obtidas de amostras, o que significa a exigência de análises por meio de generalizações que vão além dos dados. Diante disso Freund (2006), destaca uma característica importante no recente crescimento da Estatística que é uma mudança de ênfase de métodos que meramente descrevem, para métodos que servem para fazer generalizações, ou seja, uma mudança de ênfase da Estatística Descritiva para os métodos da Estatística Inferencial. Tradicionalmente os problemas de inferência estatística são classificados de acordo com a seguinte figura 4:

Figura 4: Classificação tradicional da estatística inferencial

A Estatística Inferencial, por meio de uma amostra e do uso de métodos adequados, procura fazer previsões sobre uma população. Refere-se à maneira de estabelecer conclusões, para toda uma população, quando se observar apenas parte dessa população. Desse modo, entendemos que a inferência estatística, provoca no aluno um estímulo para edificar o raciocínio estatístico por meio de um processo interno que vai além do emprego de técnicas. Régnier, observa que « *Si la statistique descriptive constitue bien le fonds commun de formation, il convient d'y ajouter une réflexion approfondie sur les notions*

d'estimation et de test d'hypothèse statistique et les raisonnements afférents » (1996, p. 10) Nossa pesquisa abordou o ramo da Estimação Estatística como ferramenta de investigação para conhecer um pouco sobre o processo de formação do raciocínio estatístico.

6 A inferência estatística por meio da estimação

A Estatística tem o interesse de realizar inferências, acerca de uma população, por meio de informações amostrais. Uma população é qualquer conjunto de pessoas ou resultados experimentais, com uma ou mais características comuns que se deseja estudar. As populações são caracterizadas por medidas numéricas descritivas, que são os parâmetros, e a inferência estatística, por sua vez, diz respeito à realização de deduções sobre esses parâmetros. Nesse sentindo, podemos definir um parâmetro como uma grandeza fixa referente a uma população. Na maior parte dos casos, o valor desse parâmetro é desconhecido, pois dificilmente podemos medir toda uma população. Geralmente desconhecemos o valor deste parâmetro, diante do que tentamos, então, estimá-los. Para efetivar uma estimação, utilizamos um estimador que se refere a uma fórmula matemática aplicada aos dados de uma amostra. Essa amostra advém de um subconjunto representativo retirado de uma população. A estimativa é o valor que o estimador assume para uma dada amostra específica e somente para essa amostra, ou seja, uma estimativa varia de amostra para amostra. Para cada amostra distinta temos, portanto, diferentes estimativas que são calculadas por meio de uma mesma fórmula que é o estimador. Mediante essa estimativa, podemos estabelecer uma extrapolação da população e fazer inferências de acordo com a proposta da investigação. A seguir, a figura 5 esboça um esquema para esclarecer esse processo:

Figura 5 : Processo da inferência estatística

Dessa forma, podemos entender que a estimação é um processo que consiste na utilização de dados amostrais para estimar os valores de parâmetros populacionais desconhecidos. Qualquer característica de uma população pode ser estimada a partir de uma amostra aleatória. Entre as mais comuns estão, a média, o desvio padrão e a proporção populacional de uma amostra.

A seguir, vamos a uma tabela que lista os principais estimadores e parâmetros:

Nome do estimador	Estimador	Nome do parâmetro	Parâmetro
Média amostral	$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$	Média populacional	$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N}$
Variância amostral	$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$	Variância populacional	$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} (X_i - \mu)^2}{N}$
Proporção amostral	$\hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$ onde $X_i = 0$ ou 1.	Proporção populacional	$p = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N}$ onde $X_i = 0$ ou 1.

Tabela 1: principais estimadores

A tabela 1 exibe, na segunda linha, a média amostral que é um estimador da média populacional. Na próxima linha temos a variância amostral que é um estimador da variância populacional. Observamos que o denominador da fórmula da variância amostral é $n-1$ e não n, ao contrário do denominador da fórmula da variância populacional que é N e não $N-1$. Tal fato ocorre pela necessidade de que o estimador não seja viesado, assunto que abordaremos, em seguida, nas propriedades de um estimador. Régnier completa que :

Estimer, c'est attribuer une valeur ou une modalité à un paramètre inconnu tel qu'em particulier une moyenne, une variance, un écart-type, une proportion, une médiane, un mode, un effectif. Estimer une proportion, ou une moyenne, une variance, un écart-type d'une variable sur une population de taille N finie ou de taille infinie, c'est chercher à attribuer une valeur numérique approximative à l'un de ces paramètres inconnus à partir des données observées $(x_1, x_2, \dots, x_n)$, réalisation d'un n-échantillon $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ de la variable X. La réalisation des observations $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ est effectuée par un tirage au hasard dans la population. Le résultat de cette recherche est une estimation de la moyenne, de la proportion ou de la variance. Mais l'opération s'appelle aussi une estimation. L'outil permettant de réaliser cette estimation s'appelle un estimateur. (2008, p. 59)

Os problemas de estimativa surgem, de acordo com Freund (2006), em praticamente todos os lugares. Para que possamos contextualizar a Estimação Estatística, vamos levar em consideração alguns exemplos: na Engenharia, um engenheiro pode querer conhecer o tempo médio que um determinado equipamento leva para efetuar um procedimento; na Administração, um diretor administrativo pode querer saber quanta variabilidade existe no tempo que seus funcionários gastam para chegar de suas respectivas casas ao trabalho; e na vida cotidiana, podemos querer descobrir qual é a percentagem de acidentes de trânsito causados pelo consumo de bebidas alcóolicas. Dos exemplos citados, o problema do engenheiro diz respeito a uma média populacional, o problema do administrador ilustra uma medida de variação, e no problema da vida cotidiana, é abordado uma percentagem. Conceitualmente, todos esses problemas são tratados da mesma maneira, mas existem diferenças nos métodos específicos que são utilizados.

7 Abordagem metodológica

A pesquisa teve como sujeitos estudantes de cursos da área das ciências sociais de uma universidade particular localizada na cidade de Santa Maria no estado do Rio Grande do Sul, Brasil. Contamos com a participação de 35 estudantes que estavam cursando a disciplina de Estatística Aplicada à Ciências Sociais, que é oferecida no terceiro semestre dos cursos como Administração, Ciências Contábeis e Ciências Econômicas. Apesar disso, houve uma heterogeneidade entre os estudantes em relação aos semestres, tendo em vista que muitos optam em não realizar a disciplina de estatística nos primeiros

semestres do curso ou haviam reprovado nessa disciplina. Foram aplicados dois questionários, um tratando da estatística como um todo, verificando conhecimentos matemáticos, examinando as dificuldades, anseios e angústias que os estudantes de graduação sentem ao cursar uma disciplina de estatística. Esse mesmo questionário foi aplicado na França, onde teremos informações suficientes para realizar um mapeamento sobre os principais problemas que permeiam essa disciplina. O segundo questionário tratou de forma mais específica sobre a estatística, trazendo problemas que entendemos ser uma possível porta de entrada para que o professor possa fazer um reconhecimento da noção que o aluno carrega consigo sobre a estatística e introduzir o conteúdo que essa pesquisa propõe, a estimação estatística. Utilizamos 6 horas-aulas da disciplina para, respectivamente, a aplicação dos questionários, introdução aos principais conceitos de estimação estatística e reaplicação dos questionários. Para que pudéssemos identificar uma evolução na melhoria do pensamento e do raciocínio estatísticos, ambos os questionários foram entregues aos estudantes antes da exposição do conteúdo de estimação estatística e uma segunda aplicação depois que os estudantes receberam o conteúdo por meio das aulas expositivas. Vale salientar que todos os estudantes já haviam participado das aulas que comtemplaram a estatística descritiva. Apontamos neste trabalho uma pequena parte do que já foi examinado. Tratamos, aqui, apenas do segundo questionário aplicado antes das aulas expositivas. Nosso anseio foi verificar se os conceitos e as habilidades com os cálculos estatísticos estavam sendo bem interpretados pelos estudantes. Para Bachelard (1996), o aluno não chega em sala de aula sem nenhuma bagagem de conhecimento, frente a essa percepção, entendemos que foi fundamental conhecer as limitações e sedimentações do conteúdo de estatística, para que pudéssemos avaliar o crescimento dos estudantes frente as situações.

8 Proposta para a análise dos dados

Para analisarmos e avaliarmos o processo da evolução do raciocínio estatístico, faremos o uso da análise estatística implicativa – A.S.I. que designa um campo teórico centrado sobre o conceito de implicação Estatística, ou mais precisamente, sobre o conceito de quase implicação para distinguir este da implicação lógica dos domínios da lógica e da matemática. Régnier (2007) discorre que a modelização e o estudo deste conceito de quase implicação, enquanto objeto matemático no campo das probabilidades e da estatística, conduzem a construir as ferramentas teóricas instrumentando um novo método de análise de dados. O software CHIC (Classificação Hierárquica, Implicativa e Coercitiva) é a ferramenta utilizada para compor essa análise. Esse software foi construído na década de 1980 por Régis Gras e vem se aperfeiçoando ao longo dos anos por Saddo Ag Almouloud, Harrison Ratsimba-Rajon e Raphäel Couturier.

9 Descrição dos dados analisados

Diante do segundo questionário que foi aplicado, e que aqui será parcialmente analisado, propomos três situações onde tentamos provocar nos estudantes uma percepção dos cálculos e conceitos estatísticos. Faremos uma breve análise desses questionários comparando as respostas dos estudantes antes de serem expostos ao conteúdo de estimação estatística por meio de aulas expositivas. As situações que construímos está apresentada na figura a seguir:

SITUAÇÃO 1

S1_1) Vamos supor que você esteja interessado em investigar a quantidade de ocupantes dentro dos automóveis que transitam por dia em uma avenida movimentada de sua cidade. Como você procederia para dar início a essa investigação?

S1_2) Frente aos dados que foram coletados na primeira questão, que tipo de medidas você utilizaria para estabelecer algum tipo de padrão?

SITUAÇÃO 2

S2_1) Em um supermercado o funcionário responsável pelo hortifrutigranjeiro recebeu a incumbência de empacotar as maçãs em pacotes de 2 quilos. O que o funcionário deverá levar em consideração?

S2_2) Após empacotar todas as maçãs, num total de 150 pacotes, o funcionário ficou curioso em saber sobre a distribuição das frutas nos pacotes. Não possuindo tempo para fazer uma contagem sobre todos os pacotes, que procedimento ele poderia tomar para fazer essa descoberta?

S2_3) Que tipos de medidas estatísticas podemos proceder para tentarmos estabelecer algum padrão em relação aos pacotes de maçãs? Faça uma simulação com uma quantidade de pacotes que você achar necessário.

SITUAÇÃO 3

S3) Em ambas as situações problema que foram propostas, você acredita que possam haver erros em relação aos padrões estabelecidos? Justifique sua resposta.

Figura 6: Situações propostas no questionário

Na primeira situação, buscamos identificar no estudante a sua percepção na busca de uma amostra aleatória e dos seus entendimentos sobre uma possível construção de dados referentes a estatística descritiva, que servirão de base para suas possíveis inferências. Nesse sentindo, esperávamos como resposta simplesmente a palavra amostra ou alguma representação que identificasse o entendimento sobre a necessidade da obtenção de uma amostra. A figura de número 7 exibi uma das respostas obtidas por meio de uma representação que é muito tradicional para representar uma amostra.

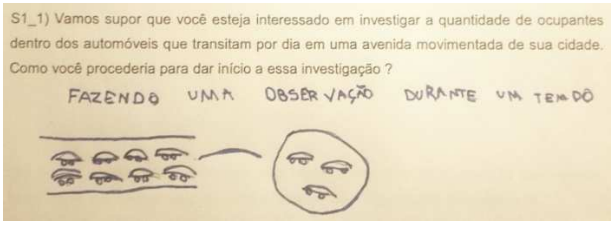


Figura 7: Resposta obtida na situação S1_1

Ainda, na situação de número 1, esperávamos encontrar nas respostas dos estudantes um direcionamento para as medidas de tendência central e dispersão. Essa assimilação poderia estar expressa por meio da escrita de palavras, como por exemplo, média, moda, mediana e desvio padrão ou uma representação de algum esquema condizente. A figura 8 assinala uma das respostas encontradas, onde um estudante aponta a simulação de um cálculo e escreve a palavra média. Dessa forma, consideramos o seu entendimento tanto em relação ao conhecimento de uma medida de tendência central, como, também, o uso do cálculo estatístico para responder a situação proposta.

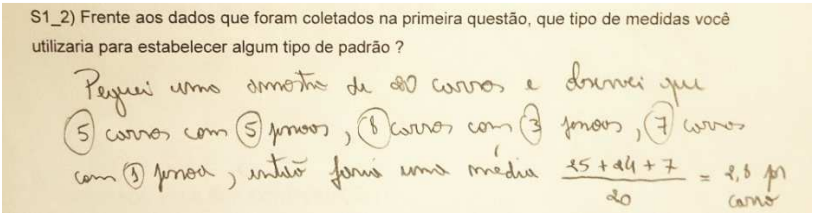


Figura 8: Resposta obtida na situação S1_2

Com a situação de número 2, esperávamos que os estudantes observassem a variabilidade do elemento e evocassem o conceito de amostra por meio de alguma representação já descrita anteriormente na situação de número 1. Almejamos ainda que os estudantes pudessem, mais uma vez, aplicar suas habilidades em relação ao cálculo estatístico bem como retomassem os conceitos de medidas de tendência central e dispersão. Importante salientar Vergnaud (1996) que aponta a importância de propor situações com diferentes tipos de contextualizações para que, de fato, as habilidades de compreensão possam ser observadas durante a construção de conceitos. A situação de número 3, acreditamos no entendimento do estudante em relação a ideia de erro com alguma justificativa calcada no letramento de conceitos estatísticos já conhecidos. Para fazermos a análise, construímos uma tabela onde categorizamos e comparamos as respostas dos estudantes antes de serem submetidos as aulas expositivas sobre estimação estatística. Tratamos as variáveis do seguinte modo:

Variáveis analisadas no questionário aplicado aos estudantes do curso de Estatística Aplicada à Ciências Sociais
S1_1A Conceito formal de amostra
S1_1B Conceito não formal de amostra/representação
S1_2A Conceito de medidas de tendência central
S1_2B Conceito de medidas de dispersão
S1_2C Cálculo/representação
S2_1 Noção da variabilidade do elemento
S2_2A Conceito formal de amostra
S2_2B Conceito não formal de amostra/representação
S2_3A Conceito de medidas de tendência central
S2_3B Conceito de medidas de dispersão
S2_3C Cálculo/representação
S3_1 Noção de erro
S3_2 Justificativa coerente

Tabela 2: principais variáveis categorizadas

A partir dessas informações, tratadas como variáveis binárias, utilizamos o software CHIC para obtermos informações nas quais nos ajudarão na visualização e interpretação dos resultados. Para tanto, construímos por meio da lei binomial, a árvore de similaridades e o grafo implicativo, utilizando como parâmetros suplementares as variáveis "conceito" e "cálculo", além da variável "semestre" como partição.

10 Análises e resultados preliminares

Na figura 10 apresentamos a árvore de similaridade, que consiste em cruzar um conjunto de variáveis (respostas dos estudantes) com um conjunto de sujeitos (estudantes). Este tipo de análise permite, segundo Gras (2013), estudar e interpretar em termos de tipologia e semelhança (e não semelhança) decrescente, classes de variáveis, constituídas significativamente a certos níveis da árvore e se opondo a outros nestes mesmos níveis. Nossa árvore de similaridade foi constituída por uma classe (nível 15) que está dividida em duas subclasses A e B. Na subclasse A (nível 13) encontramos 8 nós de similaridades aos níveis 1, 2, 3, 4, 6, 7, 9 e 11, sendo os nós 1, 7 e 13 considerados significativos. Na subclasse B (nível 14) temos 4 nós de similaridades aos níveis 5, 8, 10 e 12, sendo o nó de nível 10 considerado significativo. Nessa primeira fase de apreciação do tratamento das variáveis, consideramos os nós significativos com índice de similaridade superior a 0.50, com a composição respectiva: {S1_2A, S1_2B}, {Semestre3, S1_1A, S2_2A, S3_2} e {Semestre2, S3_1, S2_3C}. Segundo Gras (2013), os nós significativos aparecem nos níveis em que se formam uma partição e classes que estão mais em acordo com os indícios de similaridade iniciais. Cada nó significativo está à classe obtida nesse nível. A partição pode corresponder à tipologia mais consistente para o número de classes que se formaram.

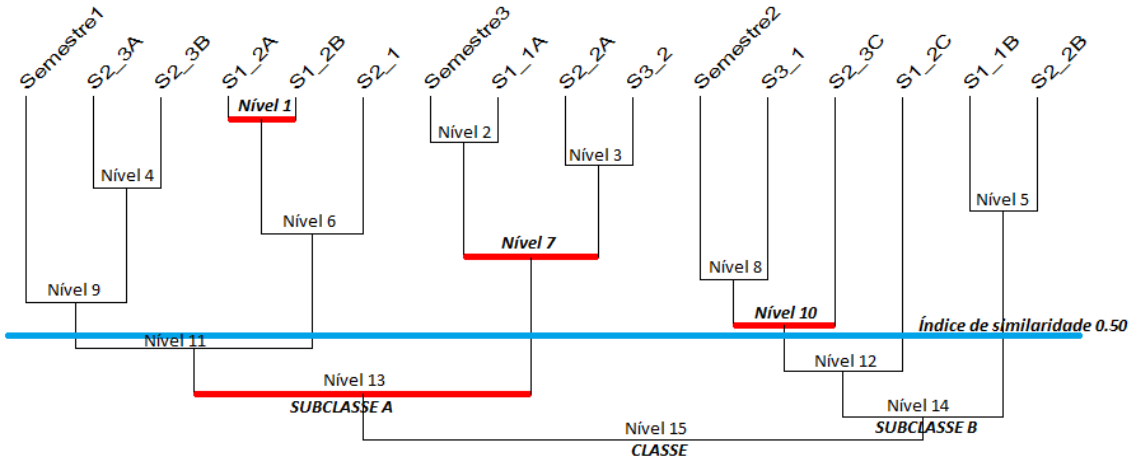


Figura 10: Árvore de similaridade

Nó significativo nível 1: S1_2A, S1_2B (similaridade 0.97)
Grupo otimal: E_11 E_05 E_30
card GO 3 p 0.0882 1-p 0.912
A variável Conceito contribui a esta classe com um risco de: 0.153
Interseção com o grupo otimal = 1
A variável Cálculo contribui a esta classe com um risco de: 0.257
Interseção com o grupo otimal = 2
A variável que contribui mais a esta classe é **Conceito** com um risco de: 0.153

Tabela 3: Contribuições do nó significativo de nível 1

No primeiro nível de similaridade observamos a relação entre as variáveis S1_2A e S1_2B, com um índice de similaridade de 0,97, podendo significar uma de duas fortes tendências: os estudantes que conseguiram identificar as medidas de tendência central, também souberam identificar as medidas de dispersão; ou não souberam identificar as medidas de tendência central, também não obtiveram êxito nas medidas de dispersão.

Sendo assim, buscamos pelas informações dos estudantes E_05, E_11 e E_30 (grupo otimal) e constatamos que a primeira opção é a correta.

Observamos que a variável que mais contribuiu para essa classe foi a Conceito, haja visto que os estudantes conseguiram identificar de forma direta o conceito de medidas de tendência central e medidas de dispersão por meio da abstração do problema proposto.

O que nos causou um pouco de preocupação foi o fato de apenas três estudantes dos trinta e cinco estudantes respondentes conseguirem abstrair e identificar o uso das medidas estatísticas para solucionar o problema.

Nó significativo nível 7: Semestre3, S1_1A, S2_2A, S3_2 (similaridade 0.79)
Grupo otimal: E_30 E_18 E_12
card GO 3 p 0.0882 1-p 0.912
A variável Conceito contribui a esta classe com um risco de: 0.522
Interseção com o grupo otimal = 0
A variável Cálculo contribui a esta classe com um risco de: 0.257
Interseção com o grupo otimal = 2
A variável que contribui mais a esta classe é **Cálculo** com um risco de: 0.257

Tabela 4: Contribuições do nó significativo de nível 7

Observamos no nível 7 (índice de similaridade de 0,79) as variáveis Semestre3, S1_1A, S2_2A e S3_2, onde Semestre3 foi uma partição que o software categorizou do seguinte modo:

Partições ótimas:
Semestre1 de 3 a 3
Semestre2 de 4 a 5
Semestre3 de 6 a 8

Figura 11: Partições ótimas

Dessa forma, podemos observar que os estudantes que estão categorizados no Semestre3 fazem parte do grupo que está entre o sexto e o oitavo semestre do curso. De acordo com nossa árvore de similaridade e observando as informações do grupo otimal (E_30, E_18 e E_12), os estudantes com mais tempo no curso conseguiram abstrair o conceito de amostra nas duas situações propostas além de fazer uma justificativa coerente para a noção de erro. Além disso, eles obtiveram sucesso nas questões que propuseram o uso de cálculo estatístico, tendo em vista que a variável Cálculo foi a que mais contribui para essa classe. Como foi mencionado no início desse trabalho, a pesquisa contou com uma classe de estudantes advindos de semestres distintos o que nos fez refletir se os estudantes destacados estão fazendo a disciplina de estatística pela primeira vez ou estão refazendo-a. Salientamos que a estatística é considera por eles uma disciplina difícil e com um número considerável de reprovações por envolver, principalmente, a matemática.

Nó significativo nível 10: Semestre2, S3_1, S2_3C (similaridade 0.55)
Grupo otimal: E_02 E_33 E_21 E_19 E_13 E_05 E_07 E_08
card GO 8 p 0.235 1-p 0.765
A variável Conceito contribui a esta classe com um risco de: 0.285
Interseção com o grupo otimal = 2
A variável Cálculo contribui a esta classe com um risco de: 0.0757
Interseção com o grupo otimal = 7
A variável que contribui mais a esta classe é **Cálculo** com um risco de: 0.0757

Tabela 5 Contribuições do nó significativo de nível 10

Considerado um nó significativo, o nível 10 possui um índice de similaridade de 0,55 e associa as variáveis Semestre2, S3_1 e S2_3C. Recordando que a variável Semestre2 indica os estudantes que estão entre o quarto e quinto semestre do curso. Observamos que

os estudantes associados a esse nível obtiveram sucesso nas questões que o cálculo estatístico se fez presente ou conseguiram fazer algum tipo de representação para responder as situações propostas e, também, conseguiram perceber a ideia de erro. Porém, percebemos uma grande dificuldade nas questões que apenas solicitavam em abstrair alguns conceitos estatísticos. Esse fato vem ao encontro da variável Cálculo que foi a variável de maior contribuição para essa classe. Construímos, ainda, o grafo implicativo (figura 13), com índice de implicação de 0,80.

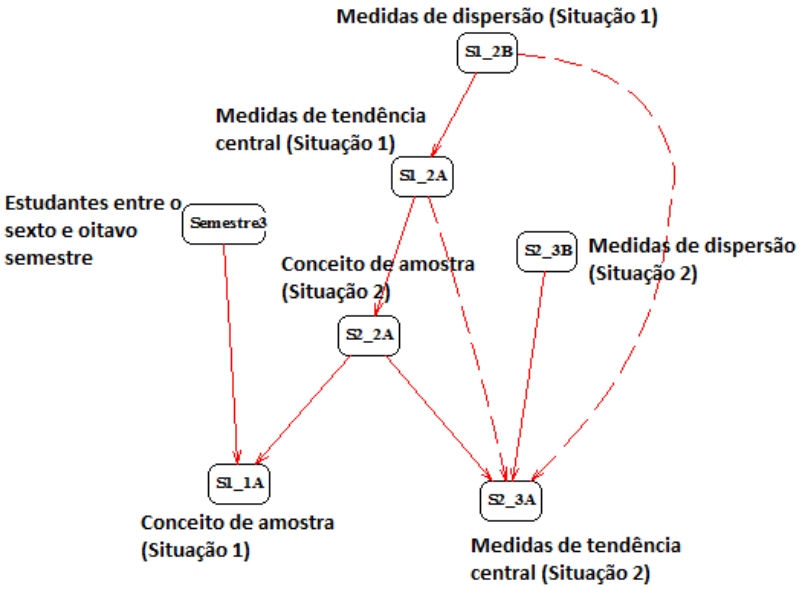


Figura 12: grafo de implicação

Podemos perceber no grafo implicativo, por meio do caminho S1_2B→S1_2A→S2_2A→S1_1A, que a compreensão das medidas de dispersão implicou nas respostas das medidas de tendência central e, por conseguinte, na amostra. Esse fato, ainda pode ser observado, na transitividade que ocorre entre as variáveis S1_2B e S3_2A.

A implicação entre as variáveis Semestre3 e S1_1A, reforça o que havíamos notado na árvore de similaridade, onde os estudantes com mais tempo no curso possuem uma melhor abstração em relação aos conceitos estatísticos em diferentes contextos, ou seja, os estudantes representados pela variável Semestre3 implicam em respostas que exigiram conceitos estatísticos.

A transitividade que ocorreu entre as variáveis S1_2A e S2_3A, que trata do mesmo conceito, nos remete a Vergnaud (1996), sugerindo que para alcançarmos a internalização de um conceito é preciso uma quantidade diversificada de atividades de ensino onde o sujeito pode constatar a aplicação de um conceito.

11 Considerações finais

De um modo geral, nessa análise preliminar da pesquisa, foi possível perceber que os estudantes possuem dificuldades em relação a disciplina de estatística, tanto na habilidade dos cálculos estatísticos como na interpretação e aplicação dos conceitos estatísticos.

Observamos, também, por meio dos grupos ótimos apresentados na árvore de similaridade, que menos da metade dos estudantes conseguiram responder de forma concisa as situações propostas, tendo em vista que dos trinta e cinco estudantes respondentes, apenas doze aparecem evidenciados.

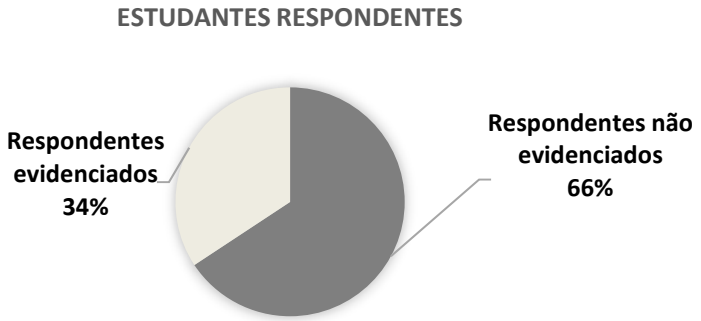


Figura 13: Percentual dos estudantes evidenciados e não evidenciados nos nós significativos

Podemos destacar que poucos estudantes conseguiram, de fato, internalizar os conceitos estatísticos vistos até o momento da aplicação desse questionário. Esse fato não ocorreu apenas nos estudantes representados pela variável Semestre3, que são os indivíduos que estão a mais tempo no Ensino Superior. A pesquisa ainda está em fase de análise dos dados bem como da construção de um modelo de dispositivo pedagógico para verificar e interpretar a construção do raciocínio estatístico na conceptualização da estimação estatística. Os dados apresentados nesse trabalho são uma pequena parte de um dos questionários aplicados no Brasil. Investigaremos e trataremos as demais respostas dos questionários para obtermos subsídios suficientes que nos darão um real direcionamento para a construção de um modelo pedagógico que almejará ser um facilitador na observação e construção do raciocínio estatístico.

Referências

[1] Bachelard. G. La formation de L'esprit scientifique. Paris: Vrin, 1989.

[2] Barbetta, P. A. Reis, M. M. ;Bornia, A. C. *Estatística para cursos de engenharia e informática*. 3. ed. São Paulo: Editora Atlas 2010.

[3] Freund, J. E. Estatística aplicada: economia, administração e contabilidade. 11. ed. Porto Alegre: BooKman, 2006.

[4] Gal, I. Adult's Statistical Literacy: *Meanings, Components, Responsabilities*. International Statistical Review, v. 70, n. 1, p. 1-25, 2002.

[5] Garfield, J. & Gal, I. *Teaching and assessing statistical reasoning*. In: Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12, National Council of Teachers os Mathematics, pp.207-219. Reston, VA: Ed. L. Staff, 1999.

[6] Garfield, J. The challenge of developing statistical reasoning. In: Journal of Statistics Education, v.10, n. 3. 2002. Disponível em *http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/chance.html* Acesso em 08 de maio de 2016.

[7] Gras, R., Régnier, J-C., Marinica, C. Guillet, F. (Eds). (2013). L'analyse statistique implicative. Toulouse : Cépaduès-Éditions.

[8] Lopes, C. A. E. O conhecimento profissional dos professores e suas relações com estatística e probabilidade na educação infantil. Tese de Doutorado, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 2003.

[9] Meyer, P.L. *Probabilidade:Aplicações à Estatística*. 2.ed. Rio de Janeiro: LTC 2011.

[10] Morettin, P. A. Bussab, W. O. *Estatística Básica* . 6. ed. São Paulo: Saraiva 2010.

[11] Régnier, J.-C. *Quelques propôs autour de la statistique*. Département de Sciences de l'education. Université Lumière Lyon 2, Décembre, 1996.

[12] Régnier, J.-C.; Braga, E. M. Instrumentos estatísticos para uma leitura do mundo. Formação do espírito estatístico e cidadania. Conjectura (Caxias do Sul), v. 13, p. 11-43, 2008.

[13] Régnier, J-C. *Vocabulaire de Statistique*. Lyon: ISPEF – Université Lumière Lyon 2, 2007.

[14] Rumsey, D. J. Statistical Literacy as goal for introductory Statistics Courses. Journal of Statistic Education, v. 10, n. 3, p. 1-12, 2002. Disponível em: *http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/rumsey2.html*. Acesso em 10 de Maio 2016.

[15] Sedlmeier, P. Improving statistical reasoning: theoretical models and practical implication. Mahwah, NJ: Springer Verlag, 1999.

[16] Soares, M. Letramento e Alfabetização: as muitas facetas. Revista Brasileira de Educação, n. 25, p. 1-13, 2004. disponível em *http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n25/n25a01.pdf* . Acesso em: 10 de Maio 2016.

[17] Vergnaud, G. (1996). A Teoria dos Campos Conceituais. In Jean Brun (Org). *Didáctica das matemáticas*. Tradução: Maria José Figueiredo. Instituto Piaget, Lisboa, 155-191.

[18] Wodewotzki, M. L. L., Jacobini, O. R., Campos, C. R., & Ferreira, D. H. L. Temas contemporâneos nas aulas de estatística: um caminho para combinar aprendizagem e reflexões políticas. In: C. E. Lopes, C. de Q. e S. Coutinho & S. A. Almouloud (Orgs.), *Estudos e reflexões em educação estatística.* Campinas: Mercado de letras, 2010.

DIMENSÃO DIDÁTICA DA RELAÇÃO AO SABER MATEMÁTICO: UM ESTUDO EXPLORÁTORIO COM PROFESSORES QUE ATUAM NO ENSINO FUNDAMENTAL DO CABO DE SANTO AGOSTINHO (PERNAMBUCO-BRASIL)

Luciana SILVA DOS SANTOS SOUZA[1], Nadja Maria ACIOLY-RÉGNIER[2] e Marcelo CÂMARA DOS SANTOS[3]

DIMENSION DIDACTIQUE DU RAPPORT AU SAVOIR MATHÉMATIQUE : UNE ÉTUDE EXPLORATOIRE AUPRÈS DE PROFESSEURS QUI ENSEIGNENT LES MATHÉMATIQUES DANS UNE ÉCOLE PRIMAIRE DE CABO DE SANTO AGOSTINHO (PERNAMBUCO – BRÉSIL)

DIDACTIC DIMENSION OF THE RELATION TO MATHEMATICAL KNOWLEDGE: AN EXPLORATORY STUDY WITH TEACHERS WHO WORK IN THE ELEMENTARY SCHOOL IN CABO DE SANTO AGOSTINHO (PERNAMBUCO – BRAZIL)

RESUMO

Neste artigo, apresentamos alguns resultados da tese *Relação ao saber matemático de professores brasileiros e franceses que atuam no ensino fundamental.* Esta pesquisa consiste em um estudo exploratório acerca das características psíquicas, sociológicas e didáticas do referido fenômeno. Entretanto, o objetivo desta publicação consiste em discutir sobre as características didáticas da relação instituída entre o professor e a matemática. As análises estão fundamentadas nas elaborações teóricas do âmbito da psicanálise, da sociologia e da didática da matemática, acerca da relação ao saber. A construção dos dados se deu mediante a aplicação de questionários e, a realização de entrevistas de autoconfrontação simples, com 32 professores que ensinam matemática no 5º ano do ensino fundamental, de escolas municipais do Cabo de Santo Agostinho (Pernambuco-Brasil). Os dados oriundos dos instrumentos de pesquisa utilizados foram analisados com base nas premissas da análise do discurso e da análise estatística implicativa. No que tange às características didáticas, na relação ao saber matemático dos professores participantes, os resultados sugerem a predominância de fatores psíquicos e sociais. Neste caso, podemos inferir que ao assumir a postura de professor de matemática, a didática destes profissionais se reveste de um caráter mais institucional do que pessoal, devidos às sujeições as quais estes se submetem.

Palavras-chave : *Relação ao saber matemático. Professores dos anos iniciais do ensino fundamental. Teoria Antropológica do Didático. Relação pessoal e institucional ao saber. Características didáticas da relação ao saber.*

RÉSUMÉ

Dans cet article nous présentons les résultats partiaux de la thèse *Rapport au savoir mathématique des professeurs brésiliens et français qui travaillent dans l'école primaire.* La recherche consiste en une étude exploratoire concernant les caractéristiques psychanalytiques, sociologiques et didactiques du rapport au savoir mathématique relatif au phénomène. Mais l'objectif de l'article est de discuter sur les caractéristiques didactiques de la relation institué entre l'enseignant et la mathématique. Les analyses sont basées sur les

[1] Universidade Federal Rural de Pernambuco (PPGEC), Université Lumière – Lyon 2 (EPIC – 485 – ICAR - lucianasantos08@gmail.com
[2] UMR 5191 ICAR Université Claude Bernard – Lyon 1, nadja.acioly-regnier@univ-lyon1.fr
[3] Universidade Federal Rural de Pernambuco, marcelocamaraufpe@yahoo.com.br

contributions théoriques de la psychanalyse, de la sociologie et de la didactique de la mathématique, sur le rapport au savoir. La construction des données a été réalisée par une enquête par questionnaire et par entretien d'autoconfrontation simple auprès de 32 professeurs qui enseignent les mathématiques dans 5ème année de l'école primaire dans la ville du Cabo de Santo Agostinho (Pernambuco – Brésil). Les données ont été traitées en accord avec les prémisses de l'analyse de discours et dans le cadre théorique de l'analyse statistique implicatif. En relation avec les caractéristiques didactiques, les résultats suggèrent la prédominance d'aspects psychiques et sociales. Dans ce cas, nous pouvons déduire que, quand ils prennent la posture de enseignants de mathématique, l'approche didactique revêt des aspects plus institutionnels que personnels du fait des sujétions auxquelles ils sont soumis.

Mots-clés : *Rapport au savoir mathématique. Professeurs d'écoles primaires. Théorie Anthropologique du didactique. Relation personnelle et institutionnelle au savoir. Caractéristiques didactiques du rapport au savoir.*

ABSTRACT

In this article, we present some results of the thesis Relation whit the mathematical knowledge of the brazilians teachers who work in elementary school: an exploratory study in Cabo de Santo Agostinho (Pernambuco - Brazil). In this research we investigate the psychic, sociological and didactic characteristics of the relation between the knowledge of the teachers who teach mathematics from the 1st to the 5th year of elementary school in the brazilian education system. However, the purpose of this publication is to discuss the didactic characteristics of the relationship between teacher and mathematics. The construction of the research data was carried out through the application of questionnaires and simple self-confrontation interviews with 32 teachers from municipal public schools in the Metropolitan Region of Recife. The reports recorded in these research instruments were analyzed based on the assumptions of discourse analysis and statistical analysis. With regard to the didactic characteristics, from the relation to the mathematical knowledge of the participating teachers, the results suggest the predominance of psychic and social factors. In this case, we can infer that in assuming the position of teacher of mathematics, the didactics of these professionals is of a more institutional character than personal, due to the subjections to which they submit daily.

Keywords : *Relationship with mathematical knowledge. Teachers from the earliest years of elementary school. Anthropological Theory of Didactics. Personal and institutional relationship to knowledge. Didactic characteristics of the relationship with knowledge*

1 Introdução

Em pleno século XXI, o exercício da docência ainda representa um desafio colossal para o profissional da educação. As problemáticas oriundas dos cenários políticos, econômicos, sociais e culturais repercutem no processo formativo e nas práticas cotidianas do professor. Os impactos de tais problemáticas atingem, direta ou indiretamente, os estudantes, as finalidades educativas da microsociedade – escola e, por conseguinte, a atuação do professor em sala de aula. Diante desta constatação, é possível afirmar que o efetivo exercício da docência, está condicionado à capacidade do professor em coordenar seus conhecimentos profissionais (curriculares, pedagógicos e didáticos) e relacionais (acerca dos pares; dos estudantes, suas necessidades educativas e afetivas; do percurso formativo; dos objetos de saber, etc.). No Brasil, por exemplo a docência nos anos iniciais do ensino fundamental, pressupõe que os professores conheçam, compreendam, ensinem, medeiem a aprendizagem dos conteúdos definidos no currículo oficial, no que se refere à língua materna, às ciências naturais, sociais, artes e matemática.

No entanto, além dos conhecimentos curriculares, o trabalho docente envolve conhecimentos práticos de natureza pedagógica e didática (a organização, a coordenação, a utilização de materiais e métodos de ensino; a transposição dos objetos de saber; a gestão do tempo didático e de aprendizagem; o estabelecimento de relações verticais e horizontais entre os conteúdos curriculares, tal como afirmam Shulman (1986), Tardif e Lessard (2000), Imbernón (2010). Ao partirmos do princípio de que a superação dos desafios supracitados é algo plausível à medida que a profissionalização se efetiva, concomitantemente com a construção de saberes profissionais, disciplinares, pedagógicos e experienciais. Outro desafio ainda maior se sobressai, uma vez que para atuar o professor deve equacionar os pontos de tensão na relação que ele instituiu com o(s) componente(s) curricular(es) que ensina. De acordo com Blanchard-Laville (2010), essas tensões oriundas de fatores internos (psique do sujeito) e/ou externos (social, culturais, etc.), como afirma Charlot (2007) deixam marcas na relação ao saber. Estas marcas têm sua origem nas experiências pregressas (vida particular, escolar, profissional, por exemplo). Tais estigmas geram prazer ou sofrimento e influenciam o modo como cada professor se relaciona com a disciplina e, por conseguinte, com os saberes a ensinar (SOUZA et al, 2017). De certo modo, essa relação será o fio condutor das ações docentes em sala de aula. Será em função dessa relação que o professor se sentirá, mais ou menos, confortável ao se deparar com situações que demandam um determinado conhecimento. Por exemplo, a maneira como elaboramos estratégias pessoais que nos permitem solucionar situações matemáticas que se impõe no dia a dia, poderão ser mais (ou menos) eficazes em função da relação estabelecida para com os saberes requeridos nestas situações específicas. (SOUZA, 2013). Entretanto, não estamos nos reportando ao fato de que algumas pessoas têm e, outras eventualmente não têm, as competências matemáticas necessárias para resolver uma situação problema (tanto faz se em um contexto formal ou informal). Mas, ao fato de que estas situações podem despertar nas pessoas o desejo de resolvê-las. Enquanto, para outras que vivenciarem as mesmas situações, a reação mais natural seria se desvencilhar delas, devido ao desconforto ou sofrimento que ocasionam. De certo modo, a relação de objeto estabelecida entre os indivíduos (estudante, professor, etc.) e o saber (matemático, por exemplo), pode fazer emergir sentimentos antagônicos. Para alguns a atividade matemática lhes causa apatia, pavor, bloqueio (matemática como objeto de ódio). Enquanto para outros, gera excitação, prazer, satisfação (matemática como objeto de amor), tal como afirmam Souza, Câmara dos Santos & Acioly-Régnier (2016). Esta relação nem sempre é explicitada, mas se torna acessível, por meio da linguagem (falada, escrita ou gestualizada). As nuances da relação ao saber se materializam na emergência das atitudes e dos comportamentos do sujeito frente ao objeto de saber. As pesquisas revelam que a relação instituída por este sujeito sempre estará suscetível às interferências internas (psiquismo) e externas (institucionais, sociais, por exemplo), conforme indicam os estudos de Nimier (1988), Beillerot (1989), Câmara dos Santos (1995), Chevallard (1996), Charlot (2000) e Blanchard-Laville (2010), Souza (2017). Segundo Souza (*Ibid.*), o fenômeno relação ao saber parece algo fluído, impalpável, praticamente invisível e, que a priori, poderá passar despercebido ao pesquisador mais experiente. No entanto, não se constitui como um novo objeto de estudo no âmbito das pesquisas em ciências da educação, formação de professores ou da educação matemática. Uma vez que, tal noção tem sido estudada por várias perspectivas teóricas, há mais de seis décadas. Desse modo, a relação ao saber se configura como um fenômeno complexo, diante das múltiplas interfaces que a constituem. Em efeito, a referida noção suscita "novas" questões de investigação e oferece a possibilidade de

lançar outros olhares para as relações (pessoais, epistemológicas, pedagógicas e didáticas), instituídas entre os protagonistas (professor, aluno e saber) do sistema didático (BROUSSEAU, 1986). Portanto, a complexidade da noção reside na gama de variáveis implicadas em cada uma das suas interfaces (psicanalítica, sociológica e didática). Porém, o fenômeno em si, se apresenta como um fecundo campo de pesquisa, pois descortina outras possibilidades de compreender o sujeito em suas relações com o outro (aluno, formador, pares, etc.) e com o(s) objeto(s) de saber, por exemplo. Nesse sentido, destacamos a ausência de pesquisas que discorressem sobre os atributos constitutivos da relação ao saber dos professores que ensinam matemática no ensino fundamental (SOUZA, 2015). Para nós, tal aspecto abre um nicho de investigação, no qual a nossa pesquisa se insere, com um caráter inédito tanto no Brasil como em países francófonos (França, Canadá, Bélgica e Suíça.) Neste artigo, portanto discutiremos apenas sobre as características didáticas da relação ao saber matemático de professores brasileiros que atuam no 5º ano do ensino fundamental. Para tanto, recorremos aos dados contidos em questionários e entrevistas, que tratados de acordo com as premissas da Análise Estatística Implicativa (ASI), com o suporte do software CHIC 6.0, tal como preconizado nas pesquisas de Gras & Ag Almouloud (2002), Acioly-Régnier & Régnier (2010), Couturier & Régnier, et al. (2015). Os resultados obtidos revelam que ao assumir a postura de professor de matemática, a didática dos professores pesquisados se reveste de um caráter mais institucional do que pessoal, devidos às sujeições (originárias nos espaços sociais e institucionais) que estes profissionais se submetem.

2 Bases teóricas desta pesquisa

A consciência de que a tarefa de materialização da noção de relação ao saber matemático, por meio das características fenomenológicas é, para nós, um trabalho desafiador. Isso nos fez eleger um arcabouço teórico que envolve aspectos da psicanálise, da sociologia e da didática da matemática, por entendermos que estas contribuições se complementam auxiliando na compreensão da noção. Essa noção, segundo Beillerot (1989) é fluída e o seu estatuto é incerto. Entretanto, ela é vívida e fecunda, não somente no âmbito da psicanálise, mas também, na articulação deste campo do conhecimento com as ciências da educação (sociologia, pedagogia e didática), tal como afirmam Blanchard-Laville (2013) e Charlot (2007). As pesquisas sobre esta noção podem trazer importantes reflexões antropológicas sobre o homem e o desejo genuíno de conhecer o saber, sobre "o homem confrontado com o saber, e, mais amplamente, com a necessidade de aprender." (CHARLOT, *Ibid*., p. 41). Assim sendo, partimos do princípio que o desejo é uma aspiração primeira (BEILLEROT, 1989). E, guiando-nos por este pressuposto, enxergamos o professor como um sujeito repleto de desejo(s). Esse desejo pode ser o desejo de exercer a profissão, de estabelecer relações (pessoais, epistêmicas, pedagógicas, institucionais), de construir identidade profissional, de protagonizar resultado(s), de efetivar as aprendizagens pretendidas, de obter reconhecimento profissional (das instituições e micro sociedades às quais se vincula), de sobreviver dos proventos do seu trabalho, etc. Entendemos que este(s) desejo(s), do sujeito professor, o impulsiona, o mobiliza para o ensino e a mediação das aprendizagens; faz(em) com que o mesmo defina e, implemente, as ações didáticas planejadas, por exemplo. Estas atitudes e disposições acabam modelando a relação dele com os objetos de saber das disciplinas que ela ensina. Por conseguinte, tais posturas refletem na relação instituída pelos estudantes acerca dos

objetos de saber e das disciplinas que estudam. De acordo com as contribuições de Beillerot (*Ibid.*) e Charlot (*Ibid.*), podemos dizer que a relação ao saber pressupõe uma disposição do sujeito para instituir uma relação consigo (eu psíquico), com o outro (eus sociais) e com o mundo (a atividade que ele exerce poderá promover a transformação de si e do outro pela ação). Isto posto, definiremos a relação ao saber como sendo o processo pelo qual o sujeito, a partir dos saberes adquiridos, produz novos saberes singulares que lhe permitem pensar, transformar e sentir o mundo natural e social. (BEILLEROT, 2012, p.114). Assim como, será "a relação de um sujeito, confrontado com a necessidade de aprender, em um mundo que ele partilha com os outros. " (CHARLOT, 2000, p.79). Relação esta que será concomitantemente, pessoal e institucional que sujeito institui com o saber. (CHEVALLARD, 1996). Apesar de serem distintas as três perspectivas convergem quando observam, descrevem e analisam o homem (professor), sua atividade (docência), suas atitudes, suas práticas (resultantes dos traços da personalidade e dos eus sociais) e, o produto de sua intervenção (ensino da matemática), na micro sociedade (escola), como propõe Souza, (2013). Nesse caso, o professor que atua nos anos iniciais do ensino fundamental, embora não seja um especialista, assume atribuições similares as de um professor de matemática. Tal condição lhe reveste do poder de conferir o status de saber aos objetos de ensino da matemática escolar. Em contrapartida, lhe impõe diretrizes as quais terá que se sujeitar (visão ideológica acerca do ensino e da aprendizagem defendida pela secretaria de educação, pelas políticas de ensino, pelas avaliações de sistema, pelo processo de formação continuada, por exemplo). Estes aspectos repercutem nas práxis do professor em sala de aula. Ou seja, nas características didáticas da sua relação ao saber. No intuito de discutir sobre as características didáticas da relação ao saber dos participantes da pesquisa, buscaremos subsídios nas noções quatro fundamentais da Teoria Antropológica do Didático (TAD), proposta por Chevallard (1991, 1996). A primeira noção é a de objeto (o), definido como sendo "toda entidade, material ou imaterial que existe para ao menos um indivíduo. Em particular, "todo trabalho, quer dizer todo produto intencional da atividade humana, é um objeto. " (CHEVALLARD, 2002, p.1). A segunda noção fundamental é a de relação pessoal de um indivíduo (X) ao objeto (O), expressão que designa o sistema R (X, O), de todas as interações que (X) pode ter com o objeto (O). De acordo com este teórico, nestas interações (X) manipula, utiliza, fala sobre (O). Neste caso, diz o mesmo que, (O) existe para (X), se a relação pessoal de (x) para com (O) não é vazia. (Ibid., p. 1), portanto, R (X, O) $\neq \emptyset$ representa tal condição. Ainda de acordo com Chevallard, a terceira noção fundamental na TAD é a noção de pessoa, que consiste então, na díade formada por um indivíduo (X) e o sistema dessas relações pessoais R (X, O), em algum momento da história de (X). Desse modo, com o decorrer do tempo, o sistema das relações pessoais de (X) evolui e, os objetos que não existiam para ele começam a existir, enquanto outros deixarão de existir.A quarta noção fundamental é, portanto a de instituição (I), que corresponde a "um dispositivo social total, que permite e impõe aos sujeitos, isto é, para as pessoas (X), que vêm e ocupam as diferentes posições (P) ofertadas em (I)." (CHEVALLARD, *Ibid.*, p.2). O ministério da educação, a secretaria de educação, a escola, a sala de aula, por exemplo são instituições representativas do sistema de ensino, que por sua vez, também é uma instituição. É importante ressaltar que os sistemas de ensino e, os organismos a ela vinculados (escola, professor, por exemplo), são instituições sociais, na medida em que se configuram como mantenedoras de uma conduta integrada (uma obedece hierarquicamente às determinações da outra), organizada (por um regimento, pelos conselhos de classe, pais e professores e, cujas ações, são dirigidas em

função de um projeto político pedagógico e de uma proposta curricular, por exemplo) e duradoura (os resultados das ações pedagógicas são obtidos pela mediação e pelo empenho pessoal dos sujeitos, sistematicamente produzidos à longo prazo). No sistema de ensino, se estabelece uma relação pessoal de um indivíduo (X) com um objeto (O). Bem como, se institui uma relação institucional, de uma instituição (I) com um objeto (O), representada pela notação RI(O). Nesse sentido, Chevallard (2003 apud ARAÚJO, 2009, p.35), afirma que uma relação institucional com um objeto (O) é considerada ideal quando ela é similar à relação pessoal dos "bons sujeitos" de (I), ou seja, quando R(O) ≅ R(X, O). Quando isto ocorre, diz-se que existe uma conformidade entre a relação pessoal de (X) e a relação institucional de (I). Ao situar a atividade matemática no cerne das atividades humanas institucionalizadas, Chevallard formulou um método de análise que possibilitasse a descrição desta atividade, bem como a verificação das condições em que ocorre e as problemáticas decorrentes da sua produção, utilização, ensino e/ou transposição didática nas instituições (escola, livro didático, etc.). Para tanto, propôs a da noção de praxeologia. O estudo da organização praxeológica (didática e matemática), segundo Chevallard tal ação cognitiva, possibilita a compreensão dos fenômenos implícitos nas práticas institucionalizadas (o ensino, a atividade matemática, por exemplo). (CHEVALLARD, 1991, 1996). Nas elaborações teóricas (TAD) Chevallard define a noção de relação ao saber, que segundo ele, tomou emprestada de Beillerot, como sendo a relação representada por R (X, $), em que (X) é uma pessoa e ($) é um saber. Neste caso, "R é, pois, muito simplesmente, a relação de (X) com o objeto de saber, isto é, com o objeto ($)." (CHEVALLARD, 1996, p.148). Os aspectos anteriormente discutidos, evidenciaram a existência da interface didática na relação ao saber, que nesta perspectiva teórica, resulta da relação pessoal e institucional de um sujeito ao saber. Isto, particularmente, é o que nos interessa na teoria antropológica de Chevallard. Considerando, pois as noções fundamentais da TAD, o professor é um sujeito (X) que estabelece uma relação pessoal com o objeto de saber oficial $R_P(O^S)$, relação esta que é temporária e, cuja origem é associada ao contrato didático instituído quando um dado saber oficial, entra em cena no jogo didático particular. Ao mesmo tempo, este professor também estabelece uma relação institucional ao saber oficial $R_I(O^S)$, expressa por: $R\ (X, O^S) \cong \{(R_P(O^S) \cup R_I(O^S)\}$. Chevallard (1988 apud CAMARA DOS SANTOS, 1995, p. 27), argumenta sobre a possibilidade de identificarmos "as implicações perceptíveis e imperceptíveis da relação pessoal ao saber, uma vez que este tipo de relação revela tudo o que o sujeito (X) poderá vir a dizer - em termos de saber, de saber-fazer, de concepções, de controle, de imagens mentais, de representações, de atitudes, de fantasmas, etc." E, por outro lado, lança a possibilidade da identificação dos objetos institucionais, da análise do conteúdo das relações institucionais/oficiais ao objeto de saber e da sua evolução "que dependerá essencialmente, em todo caso, do que é permitido à instituição de ensino fazer à respeito da formação e da evolução da relação pessoal do ensinado." (*Ibid.*, p. 28) As considerações introdutórias nos impõem a explicitação da problemática inicial: quais as características didáticas da relação ao saber matemático dos professores dos anos iniciais do ensino fundamental? Na perspectiva de esclarecermos, ao menos em parte, a referida questão, trataremos adiante do percurso, dos instrumentos e método de análise que foram adotados neste estudo.

3 Aspectos metodológicos desta pesquisa

A pesquisa em desenvolvimento no doutorado em Ensino de Ciências e Matemática (UFRPE) em regime de cotutela com curso doutoral em Sciences de l'Éducation (LYON 2), caracteriza-se por uma abordagem fenomenológica a partir do estudo exploratório dos atributos que configuram a relação ao saber matemático, dos professores que ensinam matemática no 5º ano do ensino fundamental, em escolas públicas do município do Cabo de Santo Agostinho (Pernambuco – Brasil). Os resultados apresentados são discutidos na perspectiva quali-quantitativo. Entretanto, cabe ressaltar que o presente artigo traz apenas um recorte de resultados mais amplos oriundos da tese.

3.1 Cenário e participantes da investigação

De acordo com os dados do Censo Escolar 2017, fornecidos pela própria Secretaria de Educação do município do Cabo de Santo Agostinho (município situado na Região Metropolitana do Recife - Pernambuco – Brasil), a rede municipal de ensino (RME) possui 38.625 estudantes matriculados do 1º ao 9º ano do ensino fundamental (EF). Sendo que, 13.690 estão matriculados nas classes de 1º ao 5º ano do EF. Além disso, são atendidos pela RME os estudantes matriculados na educação infantil e na educação de jovens e adultos. De acordo com as estatísticas oficiais, as quais nos referimos, em 2017 a RME comporta em seu parque escolar, cerca de 95 escolas e 626 professores efetivos. Do total de professores que integram esta rede, 356 são professores efetivos que atuam do 1º ao 5º ano do EF. Nesta mesma modalidade de ensino, 95 são professores temporários (contratados por período determinado) e 33 professores cumprem estágio probatório (concursados em período de experiência). Entretanto, no período em que aplicamos os questionários (ano letivo 2015), a RME tinha 116 professores (24%) lotados em turmas do 5º ano do EF. Nesse sentido, é relevante destacar que 39 dos 116 profissionais, correspondiam à época aos contratos temporários de trabalho, 12 professores estavam afastados por licença médica e 12 eram estagiários (não haviam concluído a graduação em pedagogia). Portanto, apenas 49 dos 116 professores (42%) eram efetivos e estavam em regência no 5º ano do EF. Assim sendo, registramos que 13 professores faltaram no dia da aplicação dos questionários, 4 se recusaram a participar da pesquisa e, 32 do 49 responderam (65%), responderam aos instrumentos que utilizamos na construção dos dados. Portanto, discorreremos sobre as tendências encontradas nas respostas fornecidas nos questionários de 32 professores brasileiros. O perfil destes profissionais revela que os mesmos são concursados; que 30 dos 32 professores (94%) são do sexo feminino; que em 2015 tinham em média 39 anos e, que já haviam concluído ao menos, uma licenciatura plena (pedagogia, ciências biológicas, letras, geografia e matemática). Dentre estes profissionais, 19 dos 32 professores já haviam concluído algum curso de especialização lato sensu (nas áreas de gestão escolar, supervisão ou ensino, por exemplo.). Nossa opção por investigar as características da relação ao saber matemático do referido grupo se justifica por diferentes razões: (i) estes profissionais são responsáveis por fechar o primeiro ciclo de aprendizagem (1º ao 5º ano do ensino fundamental). (ii) os pares, os gestores e a supervisão pedagógica da escola elege no quadro funcional os professores que gostam de matemática para atuar no 5º ano do ensino fundamental. (iii) a pesquisadora trabalhou com esse grupo de professora durante o processo de formação continuada (2010 a 2013). Além disso, a atuação da pesquisadora no processo de formação continuada dos professores (anos iniciais do ensino fundamental), da RME - Cabo de Santo Agostinho, favoreceu a realização desta pesquisa.

3.2 Instrumentos e métodos de análise

Conforme dissemos anteriormente, na pesquisa mais ampla (tese) procuramos materializar a noção de relação ao saber por meio das características presentes nas interfaces psicanalítica, sociológica e didática que lhe são peculiares. Contudo, o propósito do artigo incide apenas sobre a identificação de características didáticas deste tipo de relação construída pelo professor frente a matemática que ensina no 5º ano do EF. Para tanto, a construção dos dados partiu da aplicação de quatro questionários. Um desses instrumentos refere-se à interface psicanalítica da relação ao saber matemático. O mesmo, é composto por um item fechado contendo 20 afirmações sobre a temática apresentada no item 4.1 "Você e o seu vínculo institucional". Estas variáveis, consideradas como principais encontram-se relacionadas na Tabela 2, em anexo. Isto posto, cabe destacar que no mesmo instrumento há outros 16 itens abertos, os quais foram divididos em blocos denominados como: "*Você e os conteúdos matemáticos que ensina"* (item 4.2) e, "*Você e a sua didática*" (item 4.3). Destacamos, portanto que o cruzamento dos resultados obtidos com estas três categorias de análise, nos fornecem indícios acerca das características didáticas da relação ao saber dos participantes da pesquisa. O tratamento dos dados quantitativos oriundos do questionário foi realizado no quadro teórico da Análise Estatística Implicativa (ASI) com suporte no software CHIC 6.0. Este potente instrumento de análise nos foi apresentado no curso ministrado pelo professor Jean Claude Régnier (Lyon 2) no Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências – UFRPE. Este método nos deu mais segurança para discutir qualitativamente os resultados encontrados. Ao tratar do histórico e das funcionalidades do CHIC (Classificação Hierárquica Implicativa e Coesitiva), Couturier e Ag Almouloud afirmam que a ASI foi desenvolvida por Régis Gras e seus colaboradores da década de 90 (século XX) e que este método permite o estabelecimento de regras de associação a partir de um conjunto de dados cruzados (sujeitos versus variáveis). Isto significa dizer que a ASI coloca em evidência tal tendência em um conjunto de propriedades. Ainda segundo os autores, "a ASI se diferencia de outros métodos estatísticos que possibilitam a generalização das regras de associação, porque ela utiliza uma medida não linear que satisfaz critérios importantes. " (COUTURIER & AG ALMOULOUD, 2013, p. 313). A referida medida se baseia na intensidade da implicação que mensura o grau de surpresa inerente a uma regra. Desse modo, podemos afirmar que as regras de associação triviais, potencialmente mais evidentes e conhecidas pelo pesquisador são suprimidas. Esta intensidade da implicação pode ser reforçada pelo grau de validade, definido pela relação entrópica de Shannon. Assim sendo, a medida não leva simplesmente em conta a validade da regra, mas, também os contraexemplos. De acordo com Couturier e Ag Almouloud (*Ibid.* p.313), "quando uma regra de associação é estimada válida, dizemos que o conjunto de itens de A é fortemente próximo ao conjunto de itens de B, então é legítima e intuitiva a atenção que os contraexemplos são válidos, pois os o conjunto de itens de B são fortemente próximos ao conjunto de itens de não-A." Graças a essa mensuração o software CHIC pode calcular as regras de associação de um conjunto de dados. Esta ferramenta permite a construção de duas estruturas hierárquicas (as árvores das similaridades e coesitiva) e o gráfico implicativo. A árvore das similaridades exibe todas as hierarquias ascendentes entre as variáveis de um conjunto de dados. Ela é construída em função do índice de similaridade de Lerman (1981 apud Couturier e Ag Almouloud, *Ibid.*, p.314). De modo similar, o gráfico implicativo ilustra a(s) hierarquia(s) orientada(s) em função da intensidade da implicação observada entre as variáveis de um conjunto de dados. Para tanto, norteamo-nos pela lei de implicação clássica, que segundo Gras e Ag Almouloud (2012), parte do pressuposto que uma relação binária se estabelece entre dois

conjuntos não vazios, V (variáveis relativas as classes definidas por Nimier) e P (professores participantes), o produto cartesiano de V por P é formado por todos os pares ordenados (*a*, *b*) com *a* em V e *b* em P. Assim sendo, as implicações decorrentes deste produto, obedecem a seguinte regra: se *a* implica *b* e, se *b* implica *c*, então *a* implica *c*. Portanto, a classe ((*a*, *b*), *c*) admite uma boa coesão e a classe (*a*, *b*) é similar a *c*. Segundo Ag Almouloud, Coutinho e Silva (2015, p.567. apud RÉGNIER et. al., 2015.), "este tipo de análise permite, ao usuário, estudar e depois interpretar, em termos de tipologia e de semelhança (e dessemelhança) decrescente, classes de variáveis, constituídas, significativamente, em certos níveis da árvore e, se opondo a outros, nestes mesmos níveis. " Considerando, pois, os pressupostos supracitados o intuito neste artigo consiste em ilustrar as associações mais significativas, encontradas no conjunto de dados desta pesquisa, utilizamos a árvore de similaridades e o gráfico implicativo, sobre os quais discorremos nos tópicos subsequentes.A investigação que realizamos se baseia no grau de concordância dos participantes em relação às afirmações apresentadas no item 4.1 do questionário que nos referimos inicialmente. O grau de concordância é obtido por meio de uma escala likert no intervalo [0, 1]. Esta escala psicométrica revela a opinião dos professores participantes, quando estes assinalam a opção discordo totalmente (o valor da variável é igual a 0); ou discordo parcialmente (o valor da variável é igual a 0,25); ou ainda, não concordo nem discordo (o valor da variável é igual a 0,5); concordo parcialmente (o valor da variável é igual a 0,75) ou concordo plenamente (o valor da variável é igual a 1). No quadro ASI este tipo de variável é denominado como modal. As variáveis que integram o item 4.1 encontram-se relacionadas no Quadro 2, em anexo Neste texto, utilizaremos a árvore das similaridades para que nela, sejam exibidas as classes e subclasses de variáveis constituintes e os nós mais significativos nos conjuntos. Estes nós, são formados por uma ou mais associações de variáveis consideradas na pesquisa, e correspondem à uma classificação mais compatível aos valores (índice de similaridade) e à qualidade dos valores de implicação e de coesão. Aliados as informações contidas na referida árvore, apresentaremos o grafo implicativo (referentes as maiores intensidades de quase implicações a partir da análise estatística implicativa – lei binomial clássica). Os grafos correspondentes às associações, quase implicativas, entre variáveis que contêm nós significativos.

4 Tratamento e discussão sobre os dados

4.1 Olhar sobre as variáveis suplementares

De acordo com Couturier, Bodin & Gras (2010) as variáveis suplementares geralmente são descritivas, as mesmas não repercutem no cálculo das contribuições das categorias. Por exemplo, se desejamos saber se uma implicação é na maior parte formada por pessoas do sexo feminino ou masculino, definimos para cada indivíduo a variável "sexo". A contribuição deste tipo de variável incide sobre o fato de que elas formam as classes de coesão implicativa. Na tabela 1 relacionamos as variáveis suplementares consideradas neste estudo e a ocorrência das mesmas no conjunto de dados.

VARIÁVEL SUPLEMENTAR		CÓDIGO ASI	OCORRÊNCIA
SEXO		Feminino	30
		Masculino	02
IDADE		**Idade1** (25 a 35 anos)	08
		Idade2 (37 a 45 anos)	13
		Idade3 (46 a 56 anos)	11
TEMPO DE ATUAÇÃO	DOCÊNCIA	**T_doc1** (2 a 9 anos)	12
		T_doc2 (12 a 18 anos)	14
		T_doc3 (19 a 27 anos)	06
	REDE MUNICIPAL DE ENSINO	**T_RME1** (1 a 8 anos)	16
		T_RME2 (12 a 16 anos)	10
		T_RME3 (23 a 27 anos)	06
FORMAÇÃO SUPERIOR		Form_Pedagogia s	16
		Form_ciênc/matem s	05
		Form_letras s	05
		Form_outras s	06

Tabela 1: Variáveis suplementares Fonte: Autoria própria, 2017

4.2 Analises das similaridades encontradas entre as variáveis

Na Figura 1, observamos a árvore das similaridades que se encontra estruturada por duas classes (A e B). Cada uma dessas classes compreende outras duas subclasses de variáveis (1A, 2A, 1B e 2B). Sendo que na classe A encontramos nós significativos aos níveis 1, 4, 8 (subclasse 1A). Há ainda na subclasse 1A, outros nós significativos aos níveis 24, 26, 31 (subclasse 2A). Enquanto na classe B, os nós significativos estão aos níveis 15, 34 e 36 (envolvendo as variáveis das subclasses 1B e 2B).

Na Classe A ao nível 1 o índice de similaridade (SI) é de 0,992. Enquanto que aos níveis 4 e 8, o mesmo índice alcança 0,973 e 0, 919, respectivamente. Todavia, ressaltamos que o nó mais significativo se encontra ao nível 31 e envolve o conjunto de variáveis: (((V2D V16D) (V3D V8D)) ((V14D V19D) (V17D V18D))), neste caso o IS corresponde a 0.0052. A variável que contribui mais a esta classe é **Form_outras** com um risco de: 0.125. Ou seja, os indivíduos contribuintes para a quase implicação são os professores do sexo feminino (risco de: 0.322) com formação inicial em matemática, ciências biológicas, letras ou geografia. Estes profissionais têm 13 anos (média) de experiência na Rede Municipal de Ensino (RME - Cabo de Santo Agostinho).

Nesse caso, o grupo otimal é formado por 7 cards (PROF_1Br PROF_7Br PROF_25Br PROF_3Br PROF_11Br PROF_12Br PROF_15Br PROF_13Br PROF_22Br PROF_21Br PROF_9Br, PROF_18Br). Entretanto, a tipicalidade desta classe refere-se 16 de 32 indivíduos (licenciados em pedagogia), que possui em média 11 anos de experiência na RME (Grupo otimal: PROF_12Br PROF_24Br PROF_25Br PROF_3Br PROF_17Br PROF_28Br PROF_14Br PROF_11Br PROF_20Br PROF_22Br PROF_26Br PROF_7Br PROF_6Br PROF_8Br PROF_19Br PROF_4Br).

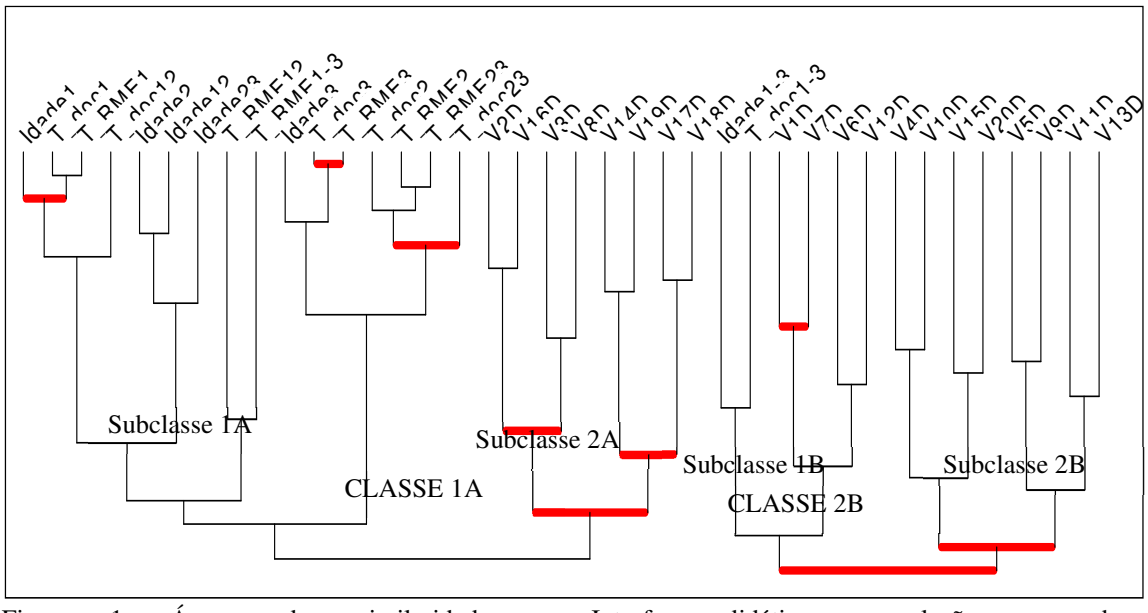


Figura 1: Árvore das similaridades – Interface didática – relação ao saber
Fonte: Autoria própria, 2017.

Enquanto a Classe B possuis três nós significados, sendo que ao nível 15 o IS é de 0.629096. Aos níveis 34 e 36, os IS equivalem 6.4587 e 4.1947, respectivamente. Porém, o nó mais significativo se encontra ao nível 36, cujo o conjunto de variáveis é constituído pelos pares: ((((V1D V7D) (V6D V12D)) ((V4D V10D) (V15D V20D))) ((V5D V9D) (V11D V13D))). A variável que mais contribui para esta classe é **Form_Pedagogia** com um risco de: 0.125. Neste nível, tanto a tipicalidade quanto a contribuição, ficam por conta de cinco indivíduos (A variável Fem s contribui com esta associação com risco de: 0.322), que possuem em média 18 anos de experiência na RME e licenciatura em pedagogia (Grupo otimal: PROF_1Br PROF_21Br PROF_27Br PROF_8Br PROF_4Br).

4.3 Analise das relações de quase-implicações entre as variáveis

Os resultados obtidos decorrentes da opção pela lei binomial clássica com valor de busca a 50 e limiar de implicação a 70 com valor de 65. A Figura 2 refere-se ao grafo implicativo que representa as implicações encontradas entre todas as variáveis relativas ao item 4.1 do questionário, as quais foram relacionadas no Tabela 2, em anexo. Assim sendo, ressaltamos que o conjunto de implicações é fechado, em função da presença do fenômeno da transitividade em entre todas as variáveis. Bem como, que os índices de confiança nos caminhos das implicações estão entre 60% (flecha verde), 65% (flecha azul) e 75% (flecha vermelha). Na Tabela 4, em anexo, relacionamos todas as associações entre as variáveis e as respectivas intensidades das implicações encontradas pelo CHIC. O grafo implicativo traz uma série de implicações relacionadas ao item 4.1 do questionário, composto por um conjunto fechado pelo fenômeno da transitividade. No entanto, descreveremos e analisaremos apenas os caminhos mais extensos e com graus de confiança mais expressivos. Uma vez que, estes são os mais representativos do grau de concordância da população considerada na pesquisa em relação às variáveis concernentes às categorias consideradas nesta pesquisa (inclusive, considerando as contidas nos itens 4.2 e 4.3 do questionário).

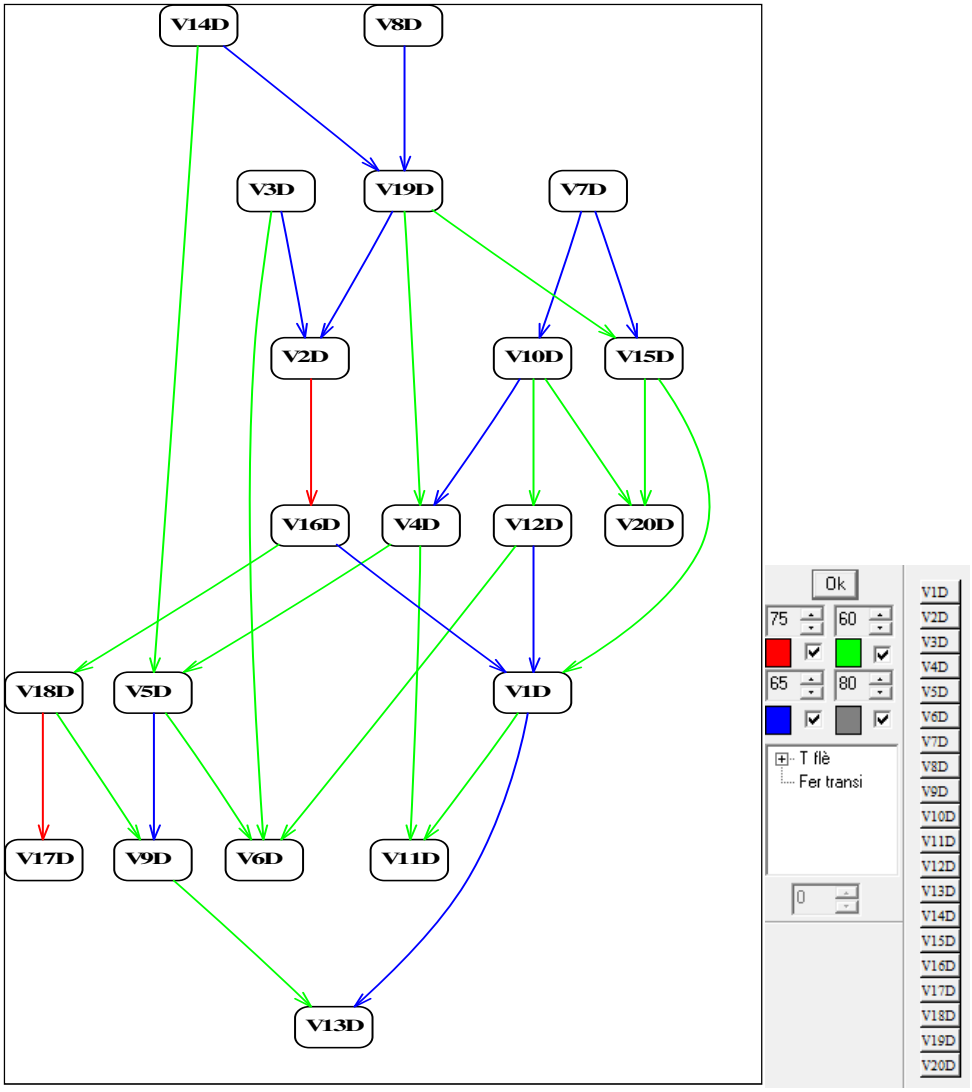


Figura 2: Grafo implicativo – Interface didática da relação ao saber
Fonte: Autoria própria, 2017.

Nesse sentido, salientamos que para alcançar o propósito da pesquisa (a identificação das características pertencentes à interface didática), é condição sine qua non a realização do cruzamento das informações obtidas em todos os itens do questionário (Parte IV: Interface didática da relação ao saber matemático). Acreditamos que as características mais recorrentes na relação ao saber dos professores que ensinam matemática no 5º ano do ensino fundamental, são evidenciadas na presença das implicações que apresentamos nas análises da tese que estamos desenvolvendo. Portanto, as características didáticas da relação ao saber dos professores participantes da pesquisa, são bem mais complexas e engendradas a outras de caráter psíquico e sociológico, que as difundidas neste artigo. Ou seja, as análises aqui apresentadas correspondem a uma fração (um décimo) de um conjunto maior e mais complexo composto por mais de 200 variáveis consideradas na nossa pesquisa de doutoramento.

4.4 Discussões sobre os caminhos de implicações

4.4.1 V3D→V2D→V16D→V18D→V9D→V13D

Neste caso, a concordância dos professores com variável V3D indica que os mesmos não se sentem à vontade para usufruir dos encontros formativos. Ou seja, para este grupo o protagonismo inexiste ou é deixado de lado, ao adotarem uma postura mais passiva e de escuta. Ao concordarem com esse tipo de atitude, eles se abstêm de socializar experiências de sala de aula, de discutir sobre os processos de ensino e aprendizagem, de propor ou elaborar estratégias ou temáticas de estudo, por exemplo. A variável anterior implica na variável V2D. Desse modo, podemos afirmar que a postura docente dentro da escola é similar à adotada nos encontros de formação continuada. Ao concordarem com a 2D, os participantes da pesquisa indicam que se abstêm de opinar, sugerir ou discutir sobre os aspectos didáticos, metodológicos e disciplinares que envolvem os alunos da escola. No que tange aos aspectos mencionados, os mesmos revelam que se sujeitam a decisão da maioria (colegas de trabalho), coordenador(a) pedagógico(a), gestores escolares ou da secretaria de educação. Isto é, até certo ponto compreensível, pois de acordo com Chevallard (2003, p. 84): [...] O universo cognitivo U(x) de uma pessoa x é o fruto de assujeitamento de x a uma infinidade de mudança de posições institucionais, ocupadas por x simultaneamente ou sucessivamente. Mesmo quando ele não responde a uma intensão formadora, todo assujeitamento institucional em uma posição p no cerne de uma instituição I, exerce de fato um processo fomativo sui generis, que tende a conformar as pessoas acerca do papel atribuído por I a seus sujeitos, em posição de p. E, esta ação, também está associada às infuências exercidas pelas relações $R_I(p, o)$, sobre as pessoas que ocupam a posição p. [Tradução livre] Neste caso, ao se abster de participar, de expor seus sofrimentos (acerca do ensino ou da aprendizagem), acaba se revelando como um mecanismo de defesa. Ao conformar-se com as situações, com os problemas emergentes, a instituição professor continua assumindo sua posição na instituição escola, sem se sujeitar às novas demandas arbitradas por outras instituições (pares, gestores escolares, secretaria de educação, etc.). Portanto, se outras pessoas desconhecem minhas opiniões, dificuldades e soluções que adoto no meu cotidiano, não poderão avaliar meu compromisso, perceber as minhas fragilidades, nem impor suas visões ou recomendações a este respeito. Esse movimento de trancar-se é o que Blanchard-Laville (2010, p.134) chama de "clivagem profissional". Ainda segundo esta autora: "[...] É possível sobreviver durante algum tempo usando com força total o mecanismo de clivagem, mas de um lado, pode ocorrer de isso não se sustentar em um dado momento de crise e, de outro, esse agir leva a uma forma de enredamento numa vivência profissional sem atrativos e principalmente mortífera. Em contrapartida o despertar desse estado leva necessariamente ao despertar do sofrimento e, ao mesmo tempo, ao despertar de uma dinâmica crítica e criadora."

O par de variáveis anterior, favorece a implicação com o par V16D→V18D. Ao concordarem com a variável V16D os professores afirmam que o trabalho docente não está sendo norteado pelos documentos oficiais, mas a própria experiência e o livro didático é que definem os eixos do seu plano de trabalho. Isto é preocupante, uma vez que o trabalho docente deve ser norteado também pelo currículo oficial e não deve ser refém do que pensamos ser os conteúdos mais adequados, do que pensamos ser mais usual nas práticas cotidianas, por exemplo. Nem tão pouco, seguir à risca o que a proposta pedagógica discriminada no livro didático A ou B, pois apesar de cada região do Brasil, cada RME, cada escola, cada classe de estudantes tem sua especificidade, se faz necessário o alinhamento do trabalho docente com as premissas da educação matemática

e dos conteúdos mínimos para cada bloco relativo ao componente curricular, difundidos nos documentos curriculares oficiais. A variável anterior faz par com V18D, em que os professores afirmam não saberem como transformar os resultados da proficiência dos alunos em matemática em ações concretas de ensino porque não recebem o suporte necessário da equipe técnica (secretaria de educação ou da escola). Eles também se reportam ao fato de que a referida equipe apenas divulga os resultados e, cobram dos professores ações efetivas, para reverter ou melhora os índices (IDEPE e IDEB). Tal fato se coaduna ao argumento de Câmara (2012, p.3) de que "a ênfase no aspecto burocrático da avaliação faz com que seu instrumento de coleta de informações, privilegiado pela quase totalidade dos professores, a prova escrita, não forneça elementos que permitam ao professor adotar estratégias didáticas mais eficientes." Os pares anteriores favorecem a implicação com a V9D em que 23 dos 32 professores (71%) dizem utilizar regularmente recursos didáticos (jogos, material dourado, etc.) aliados às propostas do livro didático para ensinar matemática. Neste caso, é pertinente destacar que ao questionarmos acerca das metodologias de ensino adotadas no ensino da matemática (Questão 27D do item 4.3 do questionário.) A variável anterior está associada à V13D a variável V13D, que indica a crença dos professores pesquisados nos benefícios do diálogo e da cooperação entre os envolvidos no processo de ensino (professor, escola, pais, etc.) para superar os obstáculos à aprendizagem dos conceitos matemáticos.

4.4.2 V7D→V10D→V12D→V1D→V13D

A variável (V7D) está associada ao fato dos participantes se reconhecerem como líderes e procurarem a unidade nas ações docentes junto aos pares. Fato que se contrapõe a passividade dos contribuintes do caminho (i). Esta variável favorece a formação de um par com (V10D) que denota a preocupação dos participantes com a autoformação, por meio de investimentos próprios, objetivando uma maior clareza quanto aos processos de ensino e aprendizagem da matemática escolar. Considerando, pois a associação supracitada nos reportamos a Imbernón (2010) quando trata da formação permanente do professorado e afirma que o professor se forma não apenas no exercício da docência, mas na relação pessoal que estabelece com os saberes objetivados, construídos no protagonismo e no próprio investimento (recursos, tempo e empenho). Na sequência o conjunto implica na variável (V12D), que indica a confiança dos professores nas estratégias didáticas que lhe permitem conduzir as situações didáticas que envolvem a matemática escolar (ensinada por ele no 5º ano do ensino fundamental). Nessa direção, Blanchard-Laville (2010, p.184) afirma que:

> [...] O professor vem prestar-se ao jogo da demanda, demanda de saber, é óbvio. Mas ele sabe de modo bastante confuso que, para além dessa demanda de saber, lhe é atribuída na mesma ocasião toda uma série de outras demandas imaginárias; todas essas demandas – ele também o sabe, sem o saber de fato – não são realmente dirigidas a ele, mas dirigidas através dele ao sujeito na medida em que ocupa este o lugar do "sujeito que supostamente sabe. Desse modo, se o professor supostamente sabe acerca do saber, se supõe que o mesmo acredite nas próprias estratégias didáticas para viabilizar o processo de transposição na perspectiva preconizada por Chevallard (1991).

O primeiro conjunto de variáveis do caminho (ii), anteriormente descrito, está associado à variável (V1D), que se refere ao fato dos participantes da pesquisa justificarem a própria assiduidade nos encontros destinados à formação continuada, à necessidade de cumprir com as determinações da secretaria de educação. Os pares de variáveis mencionados estão associados a variável V13D, que indica a crença dos participantes da pesquisa quanto a

eficácia do diálogo e da cooperação entre os envolvidos no processo de ensino (professor, escola, pais, etc.) para superar os obstáculos à aprendizagem dos conceitos matemáticos. Tal postura dos participantes da pesquisa denota uma preocupação latente de estabelecer parcerias que fortaleçam as ações impetradas por ele, em sala de aula no movimento persecutório da consolidação das aprendizagens preteridas.

4.4.3 V7D→V10D→V4D→V5D→V9D→V13D

O caminho (ii), de modo idêntico ao caminho (i) parte da variável V7D, assim como o item anterior com implicação na variável V10D. Conforme antecipamos, os contribuintes desse par de variáveis se reconhecem como líderes e se empenham em um investimento pessoal para conhecer as premissas da educação matemática e os processos de ensino e aprendizagem da matemática escolar. Entretanto, a direção do caminho muda e, o par de variáveis mencionados, favorece a concordância com a variável V4D que indica como prática recorrente entre alguns dos participantes da pesquisa, se reunir com os colegas de trabalho para planejar e readequar as estratégias didáticas relativas ao ensino de matemática. Ou seja, para os profissionais contribuintes desta associação, dificilmente a eficácia das decisões didáticas é garantida apenas pela sua expertise, mas pela articulação com o(s) outro(s) (pares, formadores, por exemplo.). Assim sendo, Chevallard (1991, p.208) ao propor um estudo antropológico do didático nos diz que embora tenhamos avançado estamos, ainda mantemos alguma distância da nossa didática, do nosso ensino; mas já aspiramos o terreno (supostamente o aprendizado), deveremos ampliar os caminhos, abrir o horizonte. A variável V4D, por sua vez está associada a V5D, estes mesmos sujeitos recorrem aos tutores da formação continuada, aos colegas de trabalho ou ao(à) coordenador(a) pedagógico(a) para compreender melhor os objetos matemáticos que pretendem abordar em sala de aula. E, assim como no conjunto de variáveis anterior, as implicações encontradas neste caminho estão associadas a variável V13D. Ou seja, os professores que apresentam estas características acima descritas, também creem no diálogo e na cooperação entre os envolvidos no processo de ensino (professor, escola, pais, etc.) como uma forma de potencializar a superação dos obstáculos à aprendizagem dos objetos matemáticos. Uma vez que, reconhecem as próprias limitações, a importância de se cercar de outros aliados para tentar transpor as barreiras que emergem na mediação das aprendizagens. Pois, de acordo com Nimier (1976. P.187) : Para ensinar matemática, não é o suficiente o saber fazer matemático, e até mesmo saber bem como fazê-lo. O ensino da matemática e, provavelmente outras disciplinas, envolvem muitos outros componentes para que possamos continuar a fazer diante do impasse, ao contar com "dom inato" do professor. Eu penso também que a experiência (entender, por certo, que o tempo passa, que os anos se esvaem), mas não garante um sólido conhecimento psicopedagógico. O professor deve perceber, manter-se sozinho nesta tarefa torna quase impossível a superação das dificuldades enfrentadas cotidianamente. [Tradução livre]

4.4.4 V8D→V19D→V15D→V20D

Neste conjunto as implicações começam em V8D que indica o livro didático como único orientador do trabalho desenvolvido pelo em sala de aula (ocorrência = 21 dos 32 professores, o que corresponde a 65%). Entretanto, na questão 24D (item 4.2 do questionário: *modos de seleção dos conteúdos*), a frequência maior de respostas incide sobre o fato desses professores nortearem o trabalho docente em função de sondagens ou diagnóstico iniciais para identificar as dificuldades dos alunos e/ou necessidades da classe em relação ao componente curricular (13 dos 32 professores, o que corresponde a 40%).

Além disso, em 19 das 32 respostas (59%) ao item 35D (item 4.2 do questionário: "*Funcionalidade do livro didático*") afirmar que o livro didático é apenas um material de apoio ao trabalho docente. A variável supracitada implica na variável V19D, em que os professores concordam com a afirmação: "Não me preocupo com o desempenho dos alunos nas avaliações de sistema (SAEPE e PROVA BRASIL), pois o que eles terão um professor de matemática nas outras etapas da escolarização." Diferentemente da constatação anterior, na questão 36D (no item 4.2 do questionário: "*Os resultados quanto à proficiência em matemática dos estudantes nas avaliações de sistema pressionam o trabalho em sala de aula*?"), 19 das 32 respostas (59%) afirmam que há sim, uma pressão de outras instâncias (gestores, secretaria da educação e dos formadores de professores) sobre o professor desenvolvido no 5º ano do ensino fundamental, para que as metas projetadas para o município relativas ao índice de desenvolvimento da educação brasileira (IDEB) sejam alcançadas. Em relação ao aspecto mencionado, podemos dizer que o professor está sujeito a este tipo de cobrança, mas que tal assunto não se discute, não se questiona, não se comenta. E, equivocadamente, o professor que ensina matemática no 5º ano do ensino fundamental, assume para si a responsabilidade de produzir resultados nas avaliações de sistema, quando esta deveria ser partilhada entre os pares, ao longo de todo processo de escolarização das crianças do 1º ao 5º ano. Nesse sentido, Chevallard (2003, p. 84) afirma que:

> [...] A multiplicidade de nossos assujeitamentos é, no entanto, a fonte do nosso sentimento de liberdade no lugar das instituições: constantemente, para provar ou exercer nossa liberdade, nós jogamos um assujeitamento contra outro assujeitamento, por isso, assim que nos livramos do jugo, aliás não sem contrapartida - privamo-nos, pelo menos temporariamente, do poder que eles nos deram, e que nós esconderemos ao reencontrá-los. Nesse limite, para se liberar, é criado um novo assujeitamento, voluntariamente, assim como o paciente que se engaja em uma relação psicanalítica criando uma nova teoria, e nela se assujeita, se descondicionando do modo de pensar e de fazer o que obstrui. A pessoa é um emergente desses assujeitamentos passados e presentes, o qual não será jamais reduzido. [Tradução livre]

A variável V19D implica na variável V15D, portanto que os participantes concordam com o fato de que os resultados dos testes e avaliações (inclusive as de sistema) aplicadas regularmente, lhes servem como (re)direcionadores das próprias estratégias de ensino. E, que estes mesmos resultados, interferem na gestão do tempo didático e de aprendizagem. Consequentemente, o par de variáveis anterior favorece a implicação com a V20D que indica a utilização dos resultados dos alunos nas avaliações de sistema, de forma autônoma, para organizar o trabalho com a matemática nas turmas subsequentes. Conforme, discutimos anteriormente, essa autonomia é questionável em função do poder persuasivo das esferas superiores de controle do trabalho docente. [...] Se o professor, por motivos pessoais ou situacionais, não tiver a força ou a capacidade de realizar a conversão necessária, o equilíbrio dinâmico do espaço pode vir a se romper por meio de uma passagem ao ato vinda de um ou de outro lado. Ou ainda, se for mais importante para o aluno adotar uma posição de reivindicação, para dizer em altos brados ao mundo inteiro que o professor não o ajuda o suficiente ou então que ainda não nasceu o professor capaz de ajudá-lo, vemo-nos diante de algo que pode evocar uma reação pedagógica negativa, reação que só pode desembocar num impasse. (BLANCHARD-LAVILLE, 2010, p. 178). Diante do que afirma a autora em consonância com a tendência evidenciada na implicação podemos dizer que essa é a maneira pela qual será possível compreender algumas das reações em que predomina o desânimo de alguns professores. Pois, tais atitudes dos

estudantes podem fazer com que estes docentes (ao menos momentaneamente), reduzidos a uma insuportável impotência ou mesmo à incapacidade de pensar, bem como, de reconhecer a fragilidade no vínculo que instituíram com o objeto de saber. Ainda segundo Blanchard-Laville, este professor sofrerá com o efeito de desvitalização da sua mediação e, tal efeito será, por conseguinte, muito difícil de vivenciar. Então, a transferência de responsabilidades pela não aprendizagem para o estudante, representa de algum modo um mecanismo de fuga para o professor.

4.4.5 V14D→V19D→V2D→V16D→V18D→V17D

O caminho inicia com a V14D que indica a concordância de alguns professores com o fato de terem perdido a esperanças de fazer com que os meus alunos aprendam matemática. Para estes professores, os estudantes não querem aprender. Esse argumento é reforçado na questão 30D (no item 4.3 do questionário: "*Aspectos que dificultam a mediação das situações didáticas*") em que 11 dos 32 professores apontam o referido fator como um complicador da mediação pedagógica. Todavia, cabe ressaltar que muitas vezes, a imaturidade dos estudantes não lhes permite ter clareza quanto aos propósitos educacionais da escola ou do professor (além de outras variáveis sociais e psíquicas que influenciam suas atitudes e comportamentos em sala de aula.). E, considerando todas as condições circunstanciais e estruturais, é papel do professor envolver os estudantes em suas aprendizagens. Assim sendo, culpabilizar os estudantes, sua família, ou as condições estruturais de trabalho, pelas não aprendizagens não exime os docentes da condução dos processos de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, Blanchard-Laville (*Ibid.* p.183) nos diz que "os mal-entendidos na relação pedagógica ocorre tanto por parte do aluno como por parte do professor. " Portanto, há um duplo mal-entendido, "que repousa nas flutuações transferenciais entre os parceiros em situação. " E, nesse cenário, o espaço pedagógico se configura como nascedouro dos efeitos de transferência, embora não seja o propósito objetivado. Isto posto, a autora reforça que:

> [...] Deste lado da barreira, ainda que a barreira não esteja inscrita topograficamente, ela o estava mais ou menos quando os estrados ainda tinham sentido -, eis um sujeito, o professor, especialmente encarregado pela instituição de que depende de representar o saber aos olhos do outro diante de si, do outro lado da barreira, ou sobretudo de todos esses outros, vindos na posição de alunos, isto é, de sujeitos na expectativa de saber. (BLANCHARD-LAVILLE, 2010, p. 178).

Acrescente-se às expectativas do professor em relação aos alunos e, dos alunos em relação ao professor, as expectativas e demandas das famílias, da gestão escolar e da secretaria de educação acerca das aprendizagens dos alunos em função da transposição didática efetivamente realizadas pelo professor enquanto sujeito que sabe. A intensidade da frustração por não materializar as próprias expectativas em relação aos alunos (conseguir mediar as preteridas aprendizagens) e, de não corresponder às expectativas dos outros (comunidade escolar, por exemplo), não pode ser mensurada. Porém, é percebida quando o mecanismo de defesa adotado pelo professor (instituição detentora dos objetos de saber), consiste na transferência de responsabilidade para outros envolvidos na educação dos alunos.

Tal variável implica na V19D (discutida no tópico anterior), em que 8 dos 32 professores (25%) afirmam que os resultados da proficiência em matemática nas avaliações de sistema, não influenciam o trabalho realizado em sala de aula com a matemática. A

variável anterior favorece a implicação com V2D, assim como no caminho (i), os participantes da pesquisa afirmam que se abstêm de opinar, sugerir ou discutir sobre os aspectos didáticos, metodológicos e disciplinares que envolvem os alunos da escola. E, consequentemente, concordam com o fato de se sujeitarem às decisões tomadas por seus pares ou pelos gestores do seu trabalho, da escola ou da secretaria de educação.

O par de variáveis anterior favorece a associação com a variável V16D, segundo a qual afirmam que dizem não se orientar pelos documentos oficiais, mas sim pelas experiências anteriormente, adquiridas ao longo da profissionalização. Assim como, foi discutido no item i, ocorre implicação desta variável com a V18D. Neste caso, os professores pesquisados afirmam que não conseguem usar os resultados dos estudantes nas avaliações externas para produzir novas ações didáticas, pois não têm orientação da equipe técnica da secretaria para este fim.

5 Considerações finais

Neste artigo, apresentamos algumas das características didáticas da relação ao saber dos professores que ensinam matemática no 5º ano do ensino fundamental, da rede municipal de ensino do Cabo de Santo Agostinho (Região Metropolitana do Recife-Pernambuco-Brasil). Uma vez que, os resultados discutidos neste texto correspondem a fragmentos de uma análise mais robusta contida na tese desenvolvida em regime de cotutela entre as universidades Federal Rural de Pernambuco (Brasil) e a Universitè Lumière (França). A análise dos dados está pautada nos subsídios teóricos da análise estatística implicativa (ASI) e foi realizada com o suporte do CHIC 6.0. Os cálculos e gráficos (similaridades e implicações) que obtivemos, revelam que a didática dos professores participantes remete aos modelos anteriormente acessados e experimentados ao longo da escolarização e/ou da profissionalização dos mesmos. As características didáticas da relação ao saber matemático destes profissionais, são diversas. Mas, neste estudo as categorizamos em dois blocos distintos. O primeiro formado por atributos mais (desenvolvimento do trabalho em sala de aula está pautado nos saberes experienciais do professor; a ênfase das ações didáticas está centrada no conteúdo do saber e não na metodologia de ensino e na construção de significado pelos alunos; evitam expor ideias, propostas ou problemas nos espaços formativos ou no ambiente escolar – passividade; usam como mecanismo de defesa a transferência de responsabilidade pela não aprendizagem; mascaram as inconsistências da própria relação ao saber matemático). O segundo bloco é formado por atributos de caráter dinâmico (liderança no ambiente de trabalho; auto investimento na formação profissional; estabelecimento de relações – parcerias com os pares, os pais ou outras pessoas que acompanham ou regulam o seu trabalho e o desenvolvimento dos alunos; reflexão sobre as ações didáticas, as práticas e a própria relação ao saber). Entretanto, as características didáticas da relação instituída pelos participantes, estão à mercê das sujeições impostas pela comunidade escolar, pela administração da educação (municipal, estadual ou federal). Apesar disso, percebemos a tentativa destes professores para construir uma relação mais pessoal com a matemática, ao buscarem outras formas de aprender e ensinar sobre os objetos de saber. Entretanto, a relação pessoal ao saber matemático fica comprometida em virtude das sujeições que os professores se submetem no ambiente de trabalho e nos espaços formativos. Desse modo, podemos afirmar que a relação forjada ao longo da profissionalização é, muito mais institucional, do que pessoal, no que tange a matemática que eles ensinam no 5º ano do ensino fundamental.

Referências

[1] Acioly-Régnier e Régnier, J. C. (2010), Transparence pour comprendre, transparence pour agir : Questions autour d ' un artefact informatique dans la formation à l ' A. S. I. "Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)", n°20 suppl. 1, 2010 G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy) A.S.I. 5, p. 559-578.

[2] Araújo, A. J. (2009), O ensino de álgebra no Brasil e na França estudo sobre o ensino de equações do 1º grau à luz da teoria antropológica do didático. 290 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

[3] Beillerot, J. et. al. (1989), *Savoir et rapport au savoir. Élaborations théoriques et cliniques*. Paris, Bégédis: Éditions Universitaires.

[4] Blanchard-Laville, C. (2010), *Os professores entre o prazer e o sofrimento*. São Paulo: Edições Loyola.

[5] Brousseau, G. (1996), *Fundamentos e Métodos da Didática da Matemática*. In: Didáctica das Matemáticas. Horizontes Pedagógicos. Brun, J. (org.). Lisboa: Instituto Piaget, p. 35 – 85.

[6] Câmara dos Santos, M. (1995), Le rapport au savoir de l'enseignant de mathématiques em situation didactique. Une approche par l'analyse de son discours. Tese de doutorado, Université Paris-X. Paris.

[7] Câmara dos Santos, M. (2012), *O rendimento de alunos de 7 anos na Resolução de problemas da provinha brasil de matemática.* Anais do Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Petrópolis: Rio de Janeiro.

[8] Charaudeau, P. (2012) *El discurso de la propaganda. Un intento de tipologización.* In: Shiro, M.; Charaudeau, P. E Granato, L. Los géneros discursivos desde múltiples perspectivas: teorías y análises. Vervuert: Iberoamericana.

[9] Chevallard, Y.; Johsua, M. A. (1991), *La transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné.* Paris : La pensée sauvage éditions.

[10] Chevallard, Y.;. (1996), *Conceitos fundamentais da didática: as perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica*. In: Brun, J. Didáctica das matemáticas. Lisboa: Horizontes Pedagógicos, p.115-144.

[11] Chevallard, Y.; (2003) Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques. In : Maury, S. & Caillot, M. Rapport au savoir et didactiques. Éducation et Sciences. Paris : Éditions Fabert. p. 81 – 104.

[12] Couturier, R. & Ag Almouloud, S. (2013) *Historique et fonctionnalités de CHIC*. : Gras, R., Régnier, J. C., Marinica, C. & Guillet, F. L'analyse statistique implicative : Méthode exploratoire et confirmatoire à la recherche de causalités. Cépaduès Éditions, p. 313-325.

[13] Gras, R. & Ag Almouloud, S. (2002), *A implicação estatística usada como ferramenta em um exemplo de análise de dados multidimensionais*. Revista Educação Matemática Pesquisa, Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática – PUCSP. São Paulo: EDUC, v. 4, n. 2, p. 75-88.

[14] Imbernón, F. (2009), Formação Permanente do professorado. Novas tendências. São Paulo, SP: Cortez.

[15] Nimier, J. (1976), *Mathématique et affectivité*. Paris : Editions Stock.

[16] Nimier, J. (1988), *Les modes de relation aux mathématiques*. Paris : Meridiens Klincksieck.

[17] Régnier, J. C. et al. (2015), *Analyse Statistique Implicative. Des sciences dures aux sciences humaines et sociales*. Actes du 8ème d'Analyse Statistique Implicative. Tunisie : Edition ARSA - Bibliothèque Nationale de Tunisie.

[18] Souza, L. S. S. (2017), *Relação ao saber matemático de professores brasileiros e franceses que atuam no ensino fundamental*. Tese de doutorado em desenvolvimento no Programa de Ensino de Ciências e Matemática – UFRPE em regime de cotutela com a Université Lumière – Lyon 2.

[19] Souza, L. S. S., Câmara Dos Santos, M. & Acioly-Régnier, N. (2017) Modos de relação com a matemática dos professores brasileiros que atuam nos anos iniciais do ensino fundamental. Capítulo Editora da UFRPE: Recife. [No prelo]

[20] Shulman, L. S. (1986) Those who understand: knowledge growth in teaching. Educational Researcher, Washington, v. 15, n. 2, p. 4-14.

[21] Tardif, M. et Lessard, C. (2000). *Le travail enseignant au quotidien*. Louvain : De Boeck.

Anexos

ITEM 4.1	CÓDIGO ASI	DESCRIÇÃO DO ITEM
VOCÊ E O SEU VINCULO INSTITUCIONAL	1C	Eu participo das formações em serviço, promovidas pela gestão ou coordenação pedagógica da escola, pois é preciso cumprir as determinações administrativas, curriculares e pedagógicas definidas pela secretaria de educação.
	2D	Nas reuniões eu me abstenho de opinar, sugerir ou discutir sobre os aspectos didáticos, metodológicos e disciplinares que envolvem os alunos da escola. Apenas acato a decisão da maioria (colegas de trabalho), coordenador(a) pedagógica, gestores, secretaria de educação, etc.
	3D	Nos encontros formativos (formação continuada ou em serviço) eu procuro não expor minhas necessidades, dificuldades e/ou carências em relação ao ensino da matemática no 5º ano do ensino fundamental. Sinto vergonha ou receio do que os outros vão pensar.
	4D	Eu costumo me reunir com os colegas de trabalho para planejar e readequar as estratégias didáticas relativas à matemática.
	5D	Eu solicito a ajuda dos formadores, colegas de trabalho ou o coordenador(a) pedagógico(a) para compreender melhor os objetos matemáticos que pretendo abordar em sala de aula.
	6D	Eu verifico se os conteúdos matemáticos, definidos por mim para serem abordados no 5º ano do EF, estão em conformidade com os que compõem a política de ensino da rede ou os parâmetros curriculares do Estado de Pernambuco.
	7D	Eu sou uma liderança dentro da escola que trabalho. Procuro integrar minhas ações docentes às ações desenvolvidas pelos meus colegas de trabalho para ter mais sucesso em sala de aula.
	8D	O livro didático de matemática é o único orientador do trabalho que desenvolvo em sala de aula.
	9D	Eu faço uso regular de recursos didáticos (jogos, material dourado, etc.) aliados às propostas do livro didático para ensinar matemática.
	10D	Eu adquiro e leio livros que tratam de aspectos relativos à educação matemática para compreender melhor como os alunos aprendem ou como melhorar o ensino da matemática.
	11D	Eu estudo os erros dos meus alunos para readequar minhas ações e o ensino da matemática em sala de aula.
	12D	Eu me sinto confiante em relação às estratégias didáticas que utilizo para mediar as situações didáticas que envolvem a matemática escolar ensinada no 5º ano do ensino fundamental.
	13D	Eu acredito no diálogo e na cooperação entre os envolvidos no processo de ensino (professor, escola, pais, etc.) para superar os obstáculos que permeiam a aprendizagem dos conceitos matemáticos.
	14D	Eu perdi as esperanças de fazer com que os meus alunos aprendam matemática. Eles não querem aprender.
	15D	É com base nos resultados dos testes e avaliações, que aplico regularmente, que (re)direciono minhas estratégias de ensino e a gestão do tempo didático e de aprendizagem.
	16D	Eu não utilizo como referência os documentos oficiais (PCN, política de ensino da rede, etc.) para organizar a proposta de trabalho com a matemática no 5º ano do EF, pois a minha experiência e o livro didático são minhas bússolas.
	17D	A proficiência dos alunos em matemática nas avaliações de sistema (SAEPE e PROVA BRASIL) não é discutida nos encontros formativos, os dados são apenas apresentados.
	18D	Não sei como transformar os resultados da proficiência dos alunos em matemática em ações concretas de ensino porque não tenho suporte da equipe técnica (secretaria de educação ou da escola).
	19D	Não me preocupo com o desempenho dos alunos nas avaliações de sistema (SAEPE e PROVA BRASIL), pois o que eles terão um professor de matemática nas outras etapas da escolarização.
	20D	Uso o resultado dos alunos nas avaliações de sistema, de forma autônoma, para organizar o trabalho com a matemática nas turmas subsequentes.

Tabela 2 : Variáveis principais – interface didática da relação ao saber matemático
Fonte: Autoria própria, 2017

n col : 29, n fil : 32

	Ocorrência	Média	Desvio padrão
Idade1	8.00	0.25	0.43
Idade2	13.00	0.41	0.49
Idade3	11.00	0.34	0.47
T_doc1	12.00	0.38	0.48
T_doc2	7.00	0.22	0.41
T_doc3	13.00	0.41	0.49
T_RME1	17.00	0.53	0.50
T_RME2	9.00	0.28	0.45
T_RME3	6.00	0.19	0.39
V1D	24.00	0.75	0.20
V2D	4.00	0.13	0.18
V3D	3.50	0.11	0.12
V4D	20.75	0.65	0.26
V5D	22.25	0.70	0.17
V6D	23.75	0.74	0.21
V7D	17.00	0.53	0.27
V8D	3.25	0.10	0.12
V9D	23.00	0.72	0.21
V10D	19.75	0.62	0.25
V11D	24.50	0.77	0.14
V12D	21.75	0.68	0.18
V13D	27.00	0.84	0.14
V14D	1.25	0.04	0.09
V15D	21.50	0.67	0.21
V16D	4.75	0.15	0.21
V17D	8.75	0.27	0.26
V18D	9.00	0.28	0.21
V19D	3.00	0.09	0.16
V20D	21.50	0.67	0.18
Mas s	2.00	0.06	0.24
Fem s	30.00	0.94	0.24
Form_Pedagogia s	17.00	0.53	0.50
Form_ciênc/matem s	5.00	0.16	0.36
Form_letras s	5.00	0.16	0.36
Form_outras s	4.00	0.13	0.33

Tabela 3 Variáveis principais e suplementares – item 4.1 do questionário
Fonte: Autoria própria, 2017

	Idade1	Idade2	Idade3	T_doc1	T_doc2	T_doc3	T_RME1	T_RME2	T_RME3	V1D	V2D	V3D	V4D	V5D	V6D	V7D	V8D	V9D	V10D	V11D	V12D	V13D	V14D	V15D	V16D	V17D	V18D	V19D	V20D
Idade1	0	4	7	97	16	9	98	11	19	50	54	43	36	47	32	57	40	69	44	43	52	67	53	64	64	41	45	50	64
Idade2	8	0	3	17	73	36	25	76	23	50	44	55	45	72	53	52	49	70	56	42	47	52	50	43	47	57	52	43	50
Idade3	10	2	0	13	35	81	6	39	83	50	52	51	67	28	62	42	60	16	49	64	51	34	47	46	40	50	53	57	37
T_doc1	92	16	14	0	11	2	100	7	15	76	58	49	42	63	53	69	47	70	46	63	75	70	50	56	72	41	44	48	48
T_doc2	14	80	31	6	0	5	10	90	20	38	48	50	40	45	41	24	55	49	31	11	39	23	54	42	35	62	56	56	62
T_doc3	15	36	79	2	10	0	3	47	88	33	44	51	65	41	53	52	49	32	68	71	32	52	46	50	40	49	52	47	43
T_RME1	88	29	11	98	21	5	0	3	9	50	52	52	49	55	39	54	47	58	39	58	55	57	48	52	60	44	38	45	52
T_RME2	12	81	38	4	86	45	0	0	18	40	52	46	32	40	43	43	51	33	48	31	46	29	52	57	44	60	59	53	48
T_RME3	15	14	92	7	18	98	2	13	0	63	45	52	72	54	75	52	53	59	69	59	46	64	50	38	42	47	57	54	49
V1D	50	50	50	61	46	43	50	46	54	0	50	47	56	52	54	71	51	53	49	61	63	69	50	59	54	44	49	49	50
V2D	59	34	55	70	45	34	56	55	41	50	0	64	30	53	41	42	65	28	31	35	36	11	58	40	77	67	58	63	45
V3D	32	68	52	47	49	54	59	38	54	26	68	0	13	43	61	28	57	21	35	32	29	15	52	46	61	56	47	52	53
V4D	44	47	59	46	46	59	50	41	59	58	46	43	0	63	47	57	49	62	68	61	56	68	49	52	44	46	48	52	46
V5D	49	61	40	56	48	46	53	46	51	52	50	49	61	0	61	54	51	66	57	56	54	52	51	46	49	50	51	51	48
V6D	44	51	55	51	47	51	44	47	58	54	49	51	48	60	0	54	48	53	55	59	61	54	48	50	50	45	48	46	46
V7D	54	52	44	65	35	52	54	45	51	87	48	45	60	56	57	0	48	64	67	77	80	80	48	67	53	47	52	48	55
V8D	23	46	81	38	64	46	36	55	57	59	69	57	45	57	29	42	0	25	27	42	33	27	56	50	60	67	62	65	50
V9D	57	60	34	59	50	41	54	43	53	54	46	46	59	65	53	58	47	0	58	55	58	63	51	42	50	51	53	48	43
V10D	47	54	49	48	42	61	42	49	58	48	46	48	70	60	57	63	46	61	0	60	65	58	49	48	45	44	45	49	64
V11D	48	47	55	55	38	58	54	44	52	59	48	48	57	54	57	62	49	54	55	0	59	59	49	56	51	48	51	49	51
V12D	51	49	50	63	46	41	53	48	49	66	48	47	55	54	63	69	48	59	62	63	0	63	48	55	51	49	45	48	50
V13D	54	50	46	55	44	50	52	45	53	62	46	47	57	51	52	60	48	57	53	56	56	0	47	55	47	46	50	45	51
V14D	65	49	35	53	68	27	33	62	51	50	67	54	40	64	27	37	60	58	37	30	21	6	0	45	70	64	64	69	57
V15D	55	46	48	53	47	50	51	53	46	62	48	49	51	46	49	61	50	40	48	58	56	61	50	0	51	39	45	52	63
V16D	75	43	29	91	26	27	77	39	38	71	73	57	26	46	48	58	56	52	32	55	56	26	57	54	0	64	63	57	32
V17D	40	61	50	37	63	49	39	62	47	26	59	52	40	49	33	45	57	55	34	41	46	28	53	20	59	0	79	57	24
V18D	44	53	54	40	57	53	28	61	57	46	54	49	43	53	43	54	55	62	37	53	34	47	53	35	58	80	0	56	29
V19D	50	28	71	44	64	39	32	57	58	43	66	52	60	54	21	39	63	34	47	44	34	6	60	60	60	65	64	0	61
V20D	55	50	44	49	54	46	51	49	50	50	49	50	47	48	45	53	50	42	61	51	50	52	50	63	46	41	43	52	0

Tabela 4: Intensidade das implicações – interface didática da relação ao saber matemático
Fonte: Autoria própria, 2017

USO DO GEOGEBRA E FORMAÇÃO DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA EM PERNAMBUCO- BRASIL À LUZ DA A.S.I.

Elisângela BASTOS DE MÉLO ESPINDOLA[1], Vladimir LIRA VERAS XAVIER DE ANDRADE[2], Ana Tereza DE SOUZA ALBERTIM[3] e Luciana SILVA DOS SANTOS[4]

USAGE DE GEOGEBRA ET FORMATION DES ENSEIGNANTS DE MATHEMATIQUES DANS L'ETAT DU PERNAMBOUC-BRESIL A LA LUMIÈRE DE L'A.S.I.

THE USE OF GEOGEBRA AND THE TRAINING OF MATHEMATICS TEACHERS IN PERNAMBUCO-BRAZIL IN THE LIGHT OF A.S.I.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo o estudo das relações entre o uso do software GeoGebra e a formação dos professores de matemática no seio de dois sistemas de ensino relativos respectivamente à administração municipal e estadual de Pernambuco. Baseamos este estudo em quatro fases do uso das tecnologias digitais em educação matemática, propostas por Borba et al. (2014). Quarenta e sete professores de matemática do Ensino Fundamental e do Ensino Médio de escolas públicas participaram da pesquisa, respondendo a um questionário que tratava sobre seus perfis pessoais, profissionais e sobre sua formação inicial e continuada, bem como, sobre seu uso do GeoGebra em sala de aula. Os dados construídos foram tratados, analisados e categorizados no quadro teórico da ASI com o apoio do software CHIC 6.0. À luz desta análise estatística implicativa, buscamos por em evidência os fatores ligados à formação institucional e às iniciativas pessoais que influenciam o uso do GeoGebra em sala de aula.

Palavras-chaves: *GeoGebra, formação de professores, educação matemática, escola pública.*

RÉSUMÉ

Ce travail a comme objectif l'étude des liens entre l'usage du software GeoGebra et la formation des enseignants de mathématiques au sein de deux systèmes d'enseignement relevant respectivement de l'administration municipale et de celle de l'état du Pernambouc-Brésil. Nous basons cette étude sur quatre phases de l'usage des technologies numériques en éducation mathématique tel que proposées par Borba et al. (2014). Quarante-sept enseignants de mathématiques de collèges et lycées publiques ont participé à la recherche en répondant à un questionnaire portant sur leurs profils personnels, professionnels, et celui de leur formation initiale et continue, ainsi que, sur leurs usages du logiciel GeoGebra en salle de classe. Les données construites ont été traitées, analysées et catégorisées dans le cadre théorique de l'ASI avec l'appui du logiciel CHIC 6.0. À la lumière de cette analyse statistique implicative, nous tentons de mettre en évidence les facteurs liés à la formation institutionnelle et aux initiatives personnelles des enseignants qui influencent l'usage du GeoGebra en salle de classe.

Mots-clés: *GeoGebra, formation des enseignants, éducation mathématique, école publique.*

[1] Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, PE-Brasil, ebmespindola@gmail.com.
[2] UFRPE, vladiandrade@gmail.com.
[3] UFRPE, anat.albertim@gmail.com.
[4] UFRPE, lucianasantos08@gmail.com.

ABSTRACT

This research aims to study the relationship between using GeoGebra software and the training of mathematics teachers in two different teaching networks under the municipal and state administration in the state of Pernambuco, respectively. We based this study on four phases of the use of digital technologies in mathematics education proposed by Borba et al. (2014). Forty-seven teachers from Middle and High public schools took part in this research study by answering a questionnaire about their personal and professional profiles and on their initial and continuing training, as well as their use of GeoGebra in their classes. The data that were built were analyzed and categorized in the theoretical framework of A.S.I. using the support of CHIC 6.0 software. In the light of the implicative statistical analysis, we are seeking to highlight the factors related to the institutional teaching training and the teachers' personal initiatives that has influence regarding the use of GeoGebra in the classroom.

Keywords: *GeoGebra, teacher training, mathematics education, public school.*

1 Introdução

A pesquisa cujos dados e análises apresentamos, neste artigo, foi sistematizada ao longo do curso ministrado pelo Prof. Jean Claude Régnier (UMR 5191 – ICAR - Université Lumière – Lyon 2) no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco[5]. Neste curso, foram apresentadas as premissas da Análise Estatística Implicativa (A.S.I) e do software CHIC- Classificação Hierárquica, Implicativa e Coesitiva. A questão norteadora da pesquisa está voltada para melhor compreendermos qual a relação entre a formação (inicial e continuada) dos professores de matemática e o uso do GeoGebra em sala de aula. Conforme a Resolução do CNE/CP nº 2, de 1º de julho de 2015, a formação inicial é aquela realizada em: Art.9º. I- cursos de graduação de licenciatura; II - cursos de formação pedagógica para graduados não licenciados e III - cursos de segunda licenciatura. (Conselho Nacional de Educação, 2015). A formação continuada compreende: Art. 16. Dimensões coletivas, organizacionais e profissionais, bem como o repensar do processo pedagógico, dos saberes e valores, e envolve atividades de extensão, grupos de estudos, reuniões pedagógicas, cursos, programas e ações para além da formação mínima exigida ao exercício do magistério na educação básica, tendo como principal finalidade a reflexão sobre a prática educacional e a busca de aperfeiçoamento técnico, pedagógico, ético e político do profissional docente. (Conselho Nacional de Educação, 2015). Consideramos relevante discutirmos o papel da formação dos professores, em particular de matemática, no cenário em que recursos tecnológicos como os softwares pedagógicos estão cada vez mais acessíveis nos ambientes de ensino e de aprendizagem, seja por meio de computadores ou pela internet nos celulares, tablets ou outros dispositivos (Cyrino e Baldini, 2012). De maneira que "as dimensões da inovação tecnológica permitem a exploração e o surgimento de cenários alternativos para a educação, e em especial, para o ensino e aprendizagem de matemática" (Borba, Silva e Gadanidis, 2014, p. 17). Ou seja, esta rápida disseminação, o acesso facilitado e o uso constante de tecnologias digitais estão recolocando uma forte tônica no estudo da sua influência na própria natureza do conhecimento matemático (Artigue, 2008).

Para o presente estudo, particularmente, tomamos como referência o software GeoGebra, por este ser na atualidade, um objeto gratuito e de código aberto, disponível em vários idiomas; portanto, compartilhado por usuários em vários países, pelas possibilidades de

[5] Pesquisa com o apoio da CAPES/CNPQ através da bolsa PVE para o programa PPGEC -UFRPE.

participação em comunidades de interesse e prática, fóruns, eventos científicos, plataformas de Institutos, cursos online, entre outros meios de acesso. Contudo, embora reconheçamos que através de atividades com o GeoGebra, possamos criar um ambiente mais propício para a aprendizagem de matemática, pomos em relevo que a utilização deste por si só, não garante os processos de ensino e de aprendizagem (Baldini e Cyrino, 2012). Desta forma, consideramos ser fundamental analisar a apropriação do professor de matemática, sobretudo, por meio da vivência de seus processos formativos, do uso do software GeoGebra.

Considerações sobre o uso de tecnologias em DCN para a formação inicial e continuada docente/em Matemática

No início dos anos 2000, no relatório do parecer do Conselho Nacional de Educação/Conselho Pleno - CNE/CP 009/2001 - das DCN para a Formação de Professores da Educação Básica em Nível Superior, em Curso de Licenciatura, de Graduação Plena - chama-se atenção para:

> Se o uso de novas tecnologias da informação e da comunicação está sendo colocado como um importante recurso para a educação básica, evidentemente, o mesmo deve valer para a formação de professores. No entanto, ainda são raras as iniciativas no sentido de garantir que o futuro professor aprenda a usar, no exercício da docência, computador, rádio, videocassete, gravador, calculadora, internet e a lidar com programas e softwares educativos. Mais raras, ainda, são as possibilidades de desenvolver, no cotidiano do curso, os conteúdos curriculares das diferentes áreas e disciplinas, por meio das diferentes tecnologias. (Conselho Nacional de Educação, 2001, p.24).

Neste período (início dos anos 2000) o referido relatório destacava ainda atitudes de resistência quanto ao uso de tecnologias nos cursos de formação docente e, portanto, apregoava: "Urge, pois, inserir as diversas tecnologias da informação e das comunicações no desenvolvimento dos cursos de formação de professores [...]" (Conselho Nacional de Educação, 2001, p.25). As transformações científicas e tecnológicas que ocorrem de forma acelerada, exigem das pessoas novas aprendizagens, não somente no período de formação, mas ao longo da vida. Há também a questão da necessidade de aprendizagens ampliadas - além de novas formas de aprendizagem. Nos últimos anos, tem-se observado o uso cada vez mais disseminado dos computadores e de outras tecnologias que trazem uma grande mudança em todos os campos da atividade humana. (Conselho Nacional de Educação, 2001, p.9). Nesta direção, no parecer do CNE/CES 1.302/2001 das DCN para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura, no que concerne propriamente aos currículos, é dito que estes deveriam ser elaborados de maneira a desenvolver as competências e habilidades referentes à: "capacidade de compreender, criticar e utilizar novas ideias e tecnologias para a resolução de problemas" (Conselho Nacional de Educação, 2001). Coloca-se ainda que desde o início do curso, o licenciando deve adquirir familiaridade com o uso do computador como instrumento de trabalho, incentivando-se para o ensino de matemática, em especial para a formulação e solução de problemas. É importante também a familiarização do licenciando, ao longo do curso, com outras tecnologias que possam contribuir para o ensino de matemática. (Conselho Nacional de Educação, 2001). Em um cenário mais recente, a Resolução do CNE/CP nº 2, de 1º de julho de 2015 que define as DCN para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda

licenciatura) e para a formação continuada - em seu Capítulo II - Formação dos Profissionais do Magistério para Educação Básica: Base Comum Nacional prescreve-se no Art. 5º. VI, a condução do egresso (a) – "Ao uso competente das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) para o aprimoramento da prática pedagógica e a ampliação da formação cultural dos professores e estudantes".

Especificamente, no Capítulo III – Do (a) Egresso (a) da Formação Inicial e Continuada - temos no Art. 8º. V., que o (a) egresso (a) dos cursos de formação inicial em nível superior deverá estar apto a: "Relacionar a linguagem dos meios de comunicação à educação, nos processos didático-pedagógicos, demonstrando domínio das tecnologias de informação e comunicação para o desenvolvimento da aprendizagem". (Conselho Nacional de Educação, 2015). De modo particular, o Capítulo VI - Da Formação Continuada dos Profissionais do Magistério, no Capítulo 16, em seu Parágrafo Único, coloca que: "A formação continuada decorre de uma concepção de desenvolvimento profissional dos profissionais do magistério que leva em conta: I - a necessidade de acompanhar a inovação e o desenvolvimento associados ao conhecimento, à ciência e à tecnologia" (Conselho Nacional de Educação, 2015). Grosso modo, pela breve incursão dos documentos analisados que tratam da formação inicial e/ou continuada docente, podemos afirmar que o uso de tecnologias para o ensino e a aprendizagem de Matemática tem sido incentivado, independente de sua terminologia (Tecnologias Informáticas, Tecnologias da Informação e Comunicação, Tecnologias Digitais). De forma que, no próximo item, buscamos aprofundar a discussão sobre a relação entre TD e Educação Matemática.

2 Fases do uso de tecnologias digitais na Educação Matemática

No cenário do Brasil, com base em Borba, Silva e Gadanidis (2014) quatro fases marcam o uso das tecnologias digitais em Educação Matemática (Quadro 1). Compreendendo-se o surgimento de uma nova fase quando as inovações tecnológicas possibilitam a constituição de cenários qualitativamente diferenciados de investigação matemática. Ou ainda "quando o uso pedagógico de um novo recurso tecnológico traz originalidade ao pensar-com-tecnologias" (Borba, Silva e Gadanidis, 2014, p.37). Convém dizer que o surgimento de cada fase, não substitui a anterior. Isto é, elas vão se integrando uma a outra.

	Tecnologias	Natureza ou base tecnológica das atividades	Perspectivas ou noções teóricas	Terminologia
Primeira fase (1985)	Computadores, calculadoras simples e científicas.	LOGO Programação.	Construcionismo; micromundo	Tecnologias informáticas (TI)
Segunda fase (1990)	Computadores (popularização); calculadoras gráficas.	Geometria dinâmica (Cabri Géomètre; Geometriks); múltiplas representações de funções (winplot, Fun, Mathematica); CAS (Maple); jogos.	Experimentação, visualização e demonstração; zona de risco; conectividade; ciclo de aprendizagem construcionista; seres humanos-com-mídias	TI; software educacional; tecnologia educativa.
Terceira fase (1999)	Computadores, laptops e internet.	Teleduc; e-mail; chat; fórum; google.	Educação à distância online; interação e colaboração online; comunidades de aprendizagem.	Tecnologias da informação e comunicação (TIC)
Quarta fase (2004)	Computadores, laptops, tablets, telefones celulares, internet rápida.	GeoGebra; objetos virtuais de aprendizagem; Applets; vídeos; YouTube; WolframAlpha; Wikipédia; faceboock; ICZ; second Life; Moodle.	Multimodalidade; telepresença; interatividade; internet em sala de aula; produção e compartilhamento online de vídeos; performance matemática digital.	Tecnologias digitais (TD); tecnologias móveis ou portáteis.

Quadro 1 – Quatro fases das tecnologias digitais em Educação Matemática

Na primeira fase, iniciada pelos meados dos anos 1980, o uso de calculadoras simples e científicas e de computadores, já eram discutidos em Educação Matemática (Borba, Silva e Gadanidis, 2014). Nesta fase expressões como TI começaram a ser utilizadas para se referirem ao computador ou softwares (ex: LOGO). Estes autores discutem que esta fase é marcada pelo surgimento da perspectiva de que as escolas poderiam ou deveriam ter laboratórios de informática e o surgimento do Projeto EDUCOM (iniciado em 1985 e encerrado em 1991) que tinha por foco o uso de tecnologias na formação de professores.

A segunda fase, com início nos anos 1990, teve forte influência da popularização dos computadores de uso pessoal. É uma fase em que a produção de softwares educacionais (por empresas, governos e pesquisadores) começa a ser difundida. Bem como ações governamentais pioneiras são lançadas à formação dos professores, a exemplo, do Programa Nacional de Informática na Educação (PROINFO). É uma fase, na qual "professores passaram a encontrar em cursos de formação continuada, suporte e alternativas para que TI fossem utilizadas em suas aulas" (Borba, Silva e Gadanidis, 2014, 22). A propósito da geometria dinâmica (GD), com o advento de softwares como o Cabri Géomètre; Geometriks; "o dinamismo pode ser atribuído às possibilidades em podermos utilizar, manipular, combinar, visualizar e construir virtualmente objetos geométricos, permitindo traçar novos caminhos de investigação" (p. 23).

A terceira fase iniciada por volta de 1999 é marcada pelo advento da internet, tendo por consequência a expansão de atividades como: cursos à distância, chats, fóruns de discussão. Neste cenário, devido à natureza informacional e comunicacional da internet, consolida-se a expressão Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC). É por tais

aspectos, afirma Borba, Silva e Gadanidis (2014) que esta fase, caracterizou-se por "uma forte interface com a formação inicial e continuada de professores" e ainda se encontra em "franco desenvolvimento" (p.35).

A quarta fase, a qual estamos vivenciando, é marcada pelo advento da internet rápida. Esta é caracterizada pelo uso comum da expressão TD e por diversos aspectos, tais como: o GeoGebra, que se insere na integração entre GD e múltiplas representações e em cenários inovadores de investigação matemática. Ainda na quarta fase, destacam-se a multimodalidade (diversificados modos de comunicação no ciberespaço; uso de vídeos na internet; fácil acesso a vídeos em plataformas ou repositórios; ex: YouTube; etc.); novos designs e interatividade (comunicadores on line - Skype; ambientes virtuais de aprendizagem - Moodle, aplicativos online - applets, etc.); tecnologias móveis ou portáteis (tablets, laptops, sms, etc.); performance (estar on line em tempo integral, redes sociais- Facebook, etc.).

A matemática dos estudantes passa a ir além da sala de aula: torna-se pública no ciberespaço; presente em diversos tipos de diálogos e cenários sociais. A performance matemática digital também é acompanhada de "uso das artes na comunicação de ideias matemáticas, estudantes e professores como artistas; produção audiovisual e disseminação de vídeos na internet; narrativas multimodais e múltiplas identidades online; surpresas, sentidos, emoções e sensações matemáticas; ambientes multimodais de aprendizagem; novas imagens públicas sobre a matemática e os matemáticos (Borba, Silva e Gadanidis, 2014, p. 34-35).

De modo geral, podemos dizer que ao longo das "quatro fases, diversos tipos de atividades matemáticas foram e vem sendo elaboradas"; ou seja, "atividades voltadas à exploração de ideias ou conceitos matemáticos com base no uso de tecnologias" (idem, p. 49). O que põe em relevo o reconhecimento que as tecnologias têm um papel importante no desenvolvimento da Educação Matemática. Assim apresentamos a análise implicativa dos resultados da pesquisa com ênfase sobre três aspectos: o término da formação inicial nas fases do uso das TD na Educação Matemática; o preparo dos professores para fazer uso de tecnologias para o ensino de matemática nos encontros de formação continuada promovidos pela SE e o uso do GeoGebra em sala de aula pelos professores de matemática.

3 O software GeoGebra de matemática dinâmica

Como vimos, mais precisamente, na "quarta fase" do desenvolvimento digital, o uso de softwares interativos chega com mais força à sala de aula, na qual se destaca o GeoGebra. Esse software foi criado em 2001 como tese de Markus Hohenwarter e a sua popularidade tem crescido desde então. Atualmente, o GeoGebra é usado em 190 países, traduzido para 55 idiomas, são mais de 300000 downloads mensais, 62 Institutos GeoGebra em 44 países para dar suporte para o seu uso. Além disso, recebeu diversos prêmios de software educacional na Europa e nos EUA, e foi instalado em milhões de laptops em vários países ao redor do mundo. (Instituto São Paulo GeoGebra, 201 7).O GeoGebra apresenta algumas características importantes como: gráficos, álgebra e tabelas estão interligados e possuem características dinâmicas; interface amigável, com vários recursos sofisticados; ferramenta de produção de aplicativos interativos em páginas WEB, entre outras (Instituto São Paulo GeoGebra, 2017).Trata-se de uma ferramenta que une diversas áreas do

conhecimento matemático, como Álgebra, Geometria e Estatística, podendo ser usada em diversos níveis de ensino. Justamente por suas características, o GeoGebra abre um leque de possibilidades de atividades e interações que vislumbram à Educação Matemática. Desta forma, de acordo com Abar (2012) várias pesquisas e trabalhos vêm sendo produzidos, mostrando: a construção do saber matemático na interação com o GeoGebra; mostrando que este colabora com o processo de aprendizagem do respectivo objeto matemático explorado e revelando que o uso das tecnologias como mediadoras no processo de aprendizagem pode subsidiar estratégias pedagógicas para o ensino e a aprendizagem da Matemática. De outro modo, Abar (2012), chama a atenção para o fato de pesquisas evidenciarem que: "para um professor utilizar uma ferramenta tecnológica como suporte para o ensino da matemática é aconselhável que ele determine quais objetivos quer alcançar, qual conhecimento matemático pretende proporcionar aos seus alunos e qual ferramenta tecnológica pode contribuir para isso" (p.12). Sendo assim, alimentar a conexão entre Matemática e Tecnologia tem sido reconhecidamente, um desafio para os professores. De modo que reforçamos nosso interesse de investigação frente ao papel da formação docente, considerando-a como um pilar para a referida conexão.

4 Considerações metodológicas

A pesquisa foi realizada por meio de duas visitas a encontros de formação continuada de professores de matemática, promovidos, um pela Secretaria Municipal de Educação do Recife- PE e outro, pela Gerência Regional de Ensino Recife-Sul da Secretaria Estadual de Educação - PE. Os referidos encontros de formação ocorrem sistematicamente, durante duas terças-feiras de cada mês. Na oportunidade destes encontros, contamos com a participação de vinte e seis professores de matemática da rede municipal e vinte e um professores da rede estadual, na presente pesquisa. A construção de dados ocorreu por meio da aplicação de um questionário, no qual, os professores responderam questões relacionadas ao seu perfil: pessoal (sexo, idade); de formação acadêmica (local, níveis de instrução concluído e ano de conclusão – da graduação e da pós-graduação) e profissional (redes de ensino; tempo de experiência docente no Ensino Fundamental e no Ensino Médio). Além destas, dirigimos questões aos professores sobre três motes de conhecimentos adquiridos sobre o GeoGebra: pela formação inicial e pelos encontros de formação continuada, promovidos pela Secretaria de Educação, por iniciativa pessoal - ou por outros meios de acesso. Por fim, buscamos levantar o uso do GeoGebra pelos professores em sala de aula, bem como sua relação com o favorecimento do ensino e da aprendizagem de conteúdos matemáticos. O tratamento dos dados oriundos do questionário foi realizado no quadro da análise estatística implicativa. Para tanto, recorremos a ferramenta do software CHIC 6.0 que operacionaliza os conceitos e as técnicas da teoria. Consideramos a construção do grafo implicativo com o valor-limiar mínimo do índice de implicação ou índice de propensão de 0,70 que permite apresentar uma estrutura interessante e significativa de um ponto de vista estatístico (Gras e Almouloud, 2002) (Gras, Régnier, Guillet, 2009) (Gras, Régnier, Marinica, Guillet, 2013) (Gras, Régnier, Lahanier-Reuter, Marinica, Guillet, 2017). Na análise implicativa selecionamos o modo cone para melhor identificarmos as variáveis sobre o término da formação inicial dos professores quanto as fases do uso de TD na Educação Matemática (FasG_1; FasG_2; FasG_3 e FasG_4); o preparo dos professores para fazer uso de

tecnologias para o ensino de matemática nos encontros de formação continuada promovidos pela Secretaria de Educação, com respostas "sim, parcialmente ou não"(S-EfT; Pc_ EfT e N_ EfT) e o uso do GeoGebra em sala de aula pelos professores das redes municipal e estadual (SaGeo_S).

5 Sobre os professores de matemática e sua formação inicial, sujeitos do estudo

Os professores sujeitos participantes da pesquisa foram vinte e quatro homens e vinte e três mulheres. As ocorrências das idades deles foram as seguintes: de 24 a 37 anos - 17 professores; de 39 a 49 anos - 12 professores e de 51 a 68 anos - 18 professores. Ressaltamos que na investigação com os quarenta e sete professores, constatamos que apenas três, trabalhavam unicamente na rede municipal e doze, unicamente, na rede estadual. Dezessete professores afirmaram trabalhar concomitante nas redes municipal e estadual; sete professores nas redes municipal e particular e oito professores nas redes estadual e particular. Quanto ao tempo de experiência docente, por nível de Ensino Fundamental (EF) ou Ensino Médio (EM); podemos visualizá-lo no quadro a seguir:

Nível de ensino	Tempo de experiência docente	Ocorrências
Ensino Fundamental	1 a 7 anos	11
	9 a 15 anos	18
	19 a 38 anos	18
Ensino Médio	0 a 6 anos	16
	7 a 17 anos	17
	19 a 38 anos	14

Quadro 2 - Tempo de experiência docente e atuação no Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Sublinhamos que, em sua maioria (Quadro 2), os professores que atuam no EF em PE, são lotados na Secretaria Municipal de Educação; enquanto aqueles que atuam no EM, compõem o quadro docente da Secretaria Estadual de Educação. A maior parte dos professores apresentou formação inicial em Licenciatura em Matemática (21 ocorrências) ou no Bacharelado em Matemática e Engenharias (18 ocorrências). Em relação à formação em outras áreas, houve destaque para Biologia e Física. De modo geral, com expressiva realização em instituições públicas (31 ocorrências). Ao relacionarmos o ano de conclusão da formação inicial docente (Quadro 3), às quatro fases das tecnologias digitais em Educação Matemática (Borba, Silva e Gadanidis, 2014), constatamos o seguinte número de ocorrências:

Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática		Ocorrências (graduados)
Primeira fase (1985)	Computadores, calculadoras simples e científicas.	9
Segunda fase (1990)	Computadores (popularização); calculadoras gráficas.	4
Terceira fase (1999)	Computadores, laptops e internet - seis professores.	6
Quarta fase (2004)	Computadores, laptops, tablets, telefones celulares, internet rápida.	23
Fora das quatro fases	Antes de 1985.	5

Quadro 3 – Formação inicial dos professores de matemática segundo as fases das tecnologias digitais em Educação Matemática.

No que concerne à formação docente em nível de pós-graduação (Quadro 3), trinta e sete professores apresentaram ter concluído um curso de especialização. Dentre estes vinte e cinco na área de Matemática ou Educação Matemática. Neste caso, vinte e quatro professores afirmaram ter cursado a especialização em instituições públicas.

Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática		Ocorrências
Primeira fase (1985)	Computadores, calculadoras simples e científicas.	6
Segunda fase (1990)	Computadores (popularização); calculadoras gráficas.	3
Terceira fase (1999)	Computadores, laptops e internet - seis professores.	4
Quarta fase (2004)	Computadores, laptops, tablets, telefones celulares, internet rápida.	32
Fora das quatro fases	Antes de 1985.	2

Quadro 4 – Formação em cursos de especialização dos professores de matemática segundo as fases das tecnologias digitais em Educação Matemática.

Ainda sobre a formação dos professores na pós-graduação, constatamos apenas quatro professores com mestrado (Patologia, Linguística, Estatística, Educação Matemática) e dois com doutorado (Educação Matemática, Linguística), ambos cursos realizados em instituições públicas. Todos estes situados na "quarta fase" – da utilização das tecnologias: computadores, laptops, tablets, telefones celulares e internet rápida. Ao questionarmos os professores se haviam conhecido o GeoGebra em sua formação inicial (curso de graduação), quarenta e dois professores afirmaram "não" e apenas cinco afirmaram "sim". Este resultado foi semelhante, quanto ao curso de especialização. Nos cursos de mestrado e doutorado, apenas um professor chegou a mencionar tal fato, devido sua formação acadêmica ser na área de Educação Matemática. De modo geral, ao contrastarmos as informações dos quadros 1 e 2, bem podemos observar que a maioria dos professores de matemática, participantes da pesquisa, foram formados nos cursos de graduação e sobretudo, na pós-graduação, situados na "quarta fase" do uso das tecnologias digitais na Educação Matemática. Contudo, este não parece ser um fator determinante para o conhecimento do GeoGebra como uma ferramenta para o ensino de Matemática. Visto, por exemplo, que no grupo investigado, identificamos seis professores de matemática que afirmaram, categoricamente, nunca ter ouvido falar do GeoGebra. E, como veremos a seguir, 40/47 dos professores nunca o utilizaram em sala de aula. Diante do exposto, concordamos com Borba, Silva e Gadanidis (2014, p. 37) quando afirmam que a quarta fase nos porta "inquietações, questionamentos e perguntas a serem ainda formuladas".

6 A formação continuada dos professores de matemática e o uso do GeoGebra em sala de aula

Os professores sujeitos do estudo atribuíram um grau (de 0 a 10) de qualidade dos encontros de formação continuada promovidos pela Secretaria de Educação de sua rede de ensino (pergunta 8 do questionário em anexo), o valor médio de 7,5. De modo semelhante, o grau de sua participação pessoal nos referidos encontros (pergunta 9) foi em média 7,5. A propósito, dos encontros de formação continuada, promovidos pela SE, preparar o professor para o uso de tecnologias no ensino de matemática (pergunta 11): vinte e seis professores afirmaram que isto ocorria "parcialmente" e quinze, afirmaram "não" ocorrer, tal processo formativo. Especificamente, sobre os encontros de formação da SE, abordando o uso do GeoGebra, trinta e oito professores afirmaram nunca ter

participado de algum deste tipo, mas teriam interesse em participar, caso isto acontecesse (pergunta 14). Identificamos que dentre quarenta e um professores que já tinham, ao menos já ouvido falar do GeoGebra (pergunta 12), vinte e nove professores afirmaram ter procurado por iniciativa pessoal conhecer este software (pergunta 16). De forma que, identificamos o seguinte número de ocorrências (Quadro 5), para uma e/ou outra das atividades:

Atividades de iniciativa pessoal relacionadas ao GeoGebra	Ocorrências
Costumam assistir vídeos relacionados ao GeoGebra no "YouTube".	13
Trocam ideias com colegas de trabalho sobre como usar o GeoGebra.	13
Realizaram um curso sobre o GeoGebra pela internet.	7
Chegaram a ler algum artigo científico tratando do GeoGebra.	7

Quadro 5 - Número de ocorrências de atividades de iniciativa pessoal relacionadas ao GeoGebra.

Sobre o uso do GeoGebra em sala de aula (pergunta 17), apenas sete professores afirmaram já terem, seja apresentado conteúdos matemáticos aos alunos (pergunta 18); seja levado os alunos a realizarem atividades utilizando este software (pergunta 18). Os conteúdos matemáticos mencionados se situaram no eixo de Espaço e Forma e de Álgebra e Funções (pergunta 19). De modo geral, ao solicitarmos que o grupo dos quarenta e sete professores atribuíssem um grau (de 0 a 10) de influência do uso do GeoGebra no ensino de conteúdos matemáticos (pergunta 20) e na aprendizagem dos mesmos (pergunta 21); respectivamente, os valores médios atribuídos foram 4,4 e 4,4. Dentre os quarenta e sete sujeitos, vinte deles creditam à formação inicial e suas lacunas, o pouco uso do GeoGebra em sala de aula (pergunta 22). Este número de ocorrências diminuiu para dezessete quando se tratou da formação continuada promovida pela SE. E, quatorze professores atribuiu à falta de interesse do próprio professor em buscar aprender utilizar o GeoGebra.

7 Resultados da análise estatística implicativa: formação inicial

Ao selecionarmos a variável do término da formação inicial docente na primeira fase do uso das TD na Educação Matemática (FasG_1) podemos perceber que os professores não apresentaram implicações relativas ao uso de tecnologias no ensino de matemática (figura 1). Embora, já tivéssemos indícios, na referida fase, do uso de computadores e calculadoras simples e científicas (Borba, Silva e Gadanidis, 2014). Por meio do grafo implicativo (figura 1), visualizamos algumas implicações relativas ao perfil destes professores: término do curso de graduação em instituição privada (G_Priv); especialização na área de matemática (Esp1); faixa etária de 51 a 68 anos (Nasc3) e maior tempo de experiência docente (de 19 a 38 anos), no Ensino Fundamental (TDEF_ano3) e no Ensino Médio (TDEM_ano3).

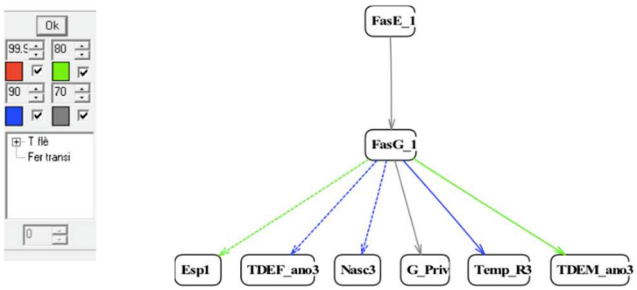


Figura 1– Formação inicial docente na primeira fase do uso de TD na Educação Matemática

Quando analisamos (figura 2) a formação inicial concluída na segunda fase do uso das TD na Educação Matemática (anos 90), ainda encontramos uma relação com a faixa etária docente de 51 a 68 anos (Nasc3) e maior tempo de experiência docente (de 19 a 38 anos), no Ensino Fundamental (TDEF_ano3) e no Ensino Médio (TDEM_ano3).

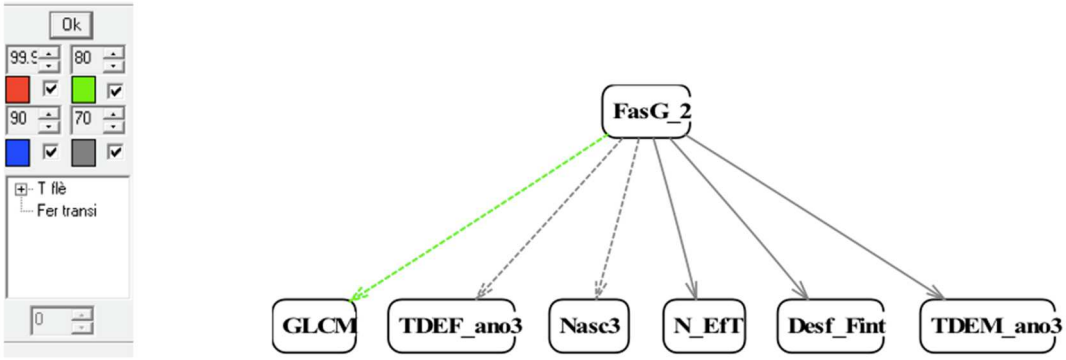


Figura 2 – Formação inicial docente na segunda fase do uso de TD na Educação Matemática.

No grafo implicativo (figura 2) aparece como emergentes duas variáveis relacionadas à formação inicial dos professores na "segunda fase" (anos 90). Isto é, duas variáveis que não haviam aparecido na figura 1: a falta de interesse dos professores como um aspecto que desfavorece o uso de tecnologias em sala de aula para o ensino de matemática; em particular do GeoGebra (Desf_Fint) e o fato destes professores não terem participado de encontros de formação continuada da SE que abordassem este tema (NEf-T). Na figura a seguir podemos visualizar os resultados concernentes aos professores que concluíram a formação inicial na "terceira fase" (até antes de 2004).

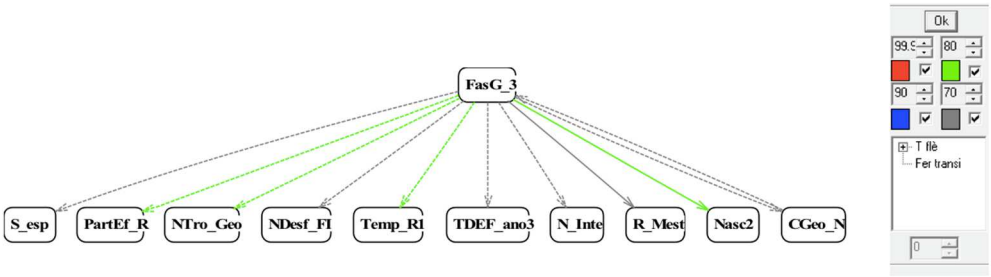


Figura 3 – Formação inicial docente na terceira fase do uso de TD na Educação Matemática.

No caso dos professores que concluíram a formação inicial na terceira fase do uso das TD na Educação Matemática (FasG_3) percebemos uma relação de quase-implicação sobre aqueles que atuavam concomitante nas redes de ensino municipal e estadual (R_Mest). Bem como, apresentavam outras características como: a faixa etária de 39 a 49 anos (Nasc2) e possuíam maior tempo de experiência docente no Ensino Fundamental (TDEF_ano3).

Neste grupo de professores (FasG_3) eles não creditaram à formação inicial o fato de não se fazer uso do GeoGebra para o ensino de matemática (Ndesf_FI). Identificamos também (figura 3), professores que afirmaram ter uma participação efetiva nos encontros de formação continuada da SE, mas que não demonstraram interesse em aprender usar o GeoGebra (N_inte). Nunca participaram de algum curso sobre o uso do GeoGebra (CGeo_ N) e não costumam conversar ou trocar ideias com seus colegas sobre este software (NTro_Geo).

Por fim, apresentamos o grafo implicativo (figura 4) sobre os resultados para os professores que concluíram a graduação na quarta fase (a partir de 2004); quando o uso do GeoGebra foi se consolidando na Educação Matemática.

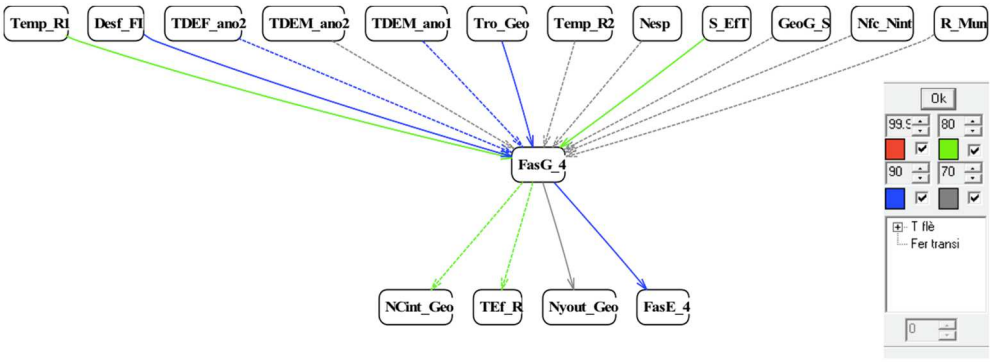


Figura 4 – Formação inicial docente na quarta fase do uso de TD na Educação Matemática.

Na figura 4, podemos perceber uma relação de quase-implicação entre os professores que concluíram a graduação na "quarta fase" (depois de 2004) e acreditam que há lacunas na formação inicial para o uso de tecnologias no ensino de matemática (Desf_FI). Neste grupo de professores se sobressaíram as características: tempo de experiência docente de até 15 anos no EF (TDEF_ano2) e de até 17 anos no EM (TDEM_ano2); que concluíram a especialização nesta fase (FasE_4) e que atuam em sua maioria apenas na rede municipal.

Embora professores tenham afirmado ter estudado na graduação (quarta fase) o uso do GeoGebra (GeoG-S); isto ainda implica em não procurarem participar de um curso pela internet sobre o GeoGebra (NCint_Geo); não procurarem assistir a vídeos no YouTube sobre o uso deste software (Nyout_Geo). Por sua vez, houve indícios de implicações do término da formação inicial (na quarta fase) sobre a interação com colegas de trabalho a propósito do uso do GeoGebra nas aulas de matemática da Educação Básica (Tro_Geo); na medida em que alguns professores afirmaram ter encontrado, no espaço escolar, uma possibilidade de troca de informações, sobretudo, de atividades preparadas para aulas sobre conteúdos matemáticos com o uso deste software.

Sobre os encontros de formação continuada da SE, apesar de professores admitirem que estes promovem discussões sobre o uso de tecnologias para o ensino de matemática (S_Ef-T) isto não implicou em terem participado de um encontro específico sobre o GeoGebra, devido a falta de interesse docente (Nfc_Nint). De tal sorte, que no próximo item aprofundamos as implicações concernentes ao uso de tecnologias na formação continuada dos professores de matemática.

8 Resultados da análise estatística implicativa: formação continuada

Sobre a questão "nos encontros de formação continuada, promovidos pela SE, os professores tem sido preparados para fazer uso de tecnologias para o ensino de matemática em sala de aula?" - elegemos para análise implicativa, sucessivamente três variáveis: sim, parcialmente e não. Os resultados obtidos para a variável "sim" podem ser vistos na figura a seguir, gerada pelo modo cone:

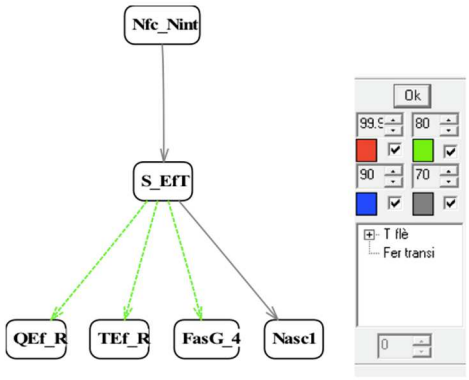


Figura 5 – Formação continuada docente promovida pela SE e uso de tecnologias para o ensino de matemática – variável "Sim"

O reconhecimento dos professores sobre a discussão do uso de tecnologias para o ensino de matemática nos encontros de formação continuada promovidos pela SE (S-EfT) implicou na afirmação de "nunca" terem participado de um encontro formativo (na SE) que tratasse especificamente sobre o uso do GeoGebra, em virtude da falta de interesse sobre este tema (Nfc_Nint). Pois, na visão destes professores, se houvesse uma solicitação enfática do grupo docente à SE de um encontro que tratasse sobre o GeoGebra, provavelmente, este poderia ocorrer. Este foi um aspecto em destaque entre os professores mais jovens (Nas1- de 24 a 37 anos) e que concluíram o curso de graduação na quarta fase do uso das TD na Educação Matemática (FasG_4) – depois de 2004. Podemos ver na figura 5 que a qualidade dos encontros de formação (SE) (QEf_R) e a discussão temática do uso de tecnologias para o ensino de matemática (TEf_R) estão implicados no preparo do professor para fazer uso destas em sala de aula ((S-EfT); embora não se reconheça, especificamente, este preparo para o uso do GeoGebra nos ditos encontros. De outra forma, os professores que reconheceram apenas "parcialmente" que os encontros de formação promovidos pela SE os preparam para o uso de tecnologias no ensino de matemática (figura 6) são aqueles que possuem um tempo intermediário de atuação no Ensino Fundamental (9 a 15 anos), realizaram a graduação em áreas afins privada (G_AF). Neste caso, ocorreu também um destaque para os professores que atuam concomitante na rede municipal e estadual de ensino (R_Mest). Outro aspecto diz respeito a estes professores não souberam responder sobre se os encontros de formação promovidos pela SE, tratavam sobre uso o uso de tecnologias (NR_FC).

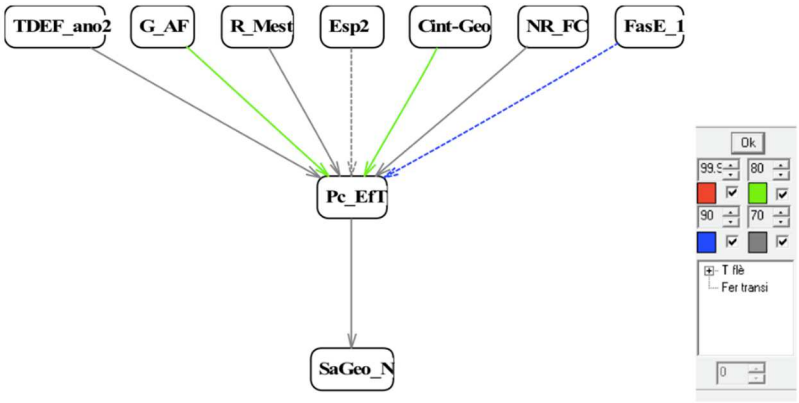


Figura 6 – Formação continuada docente promovida pela SE e uso de tecnologias para o ensino de matemática – variável "Parcialmente".

Como podemos ver na figura 6, houve uma relação de quase-implicação entre os professores que apresentam as referidas características e o fato de nunca terem usado o GeoGebra para o ensino de matemática na Educação Básica.

A relação entre os encontros de formação continuada da SE "não" prepararem os professores para o uso de tecnologias no ensino de matemática apresentou implicação sobre a rede de ensino estadual (R_Est). Vale ressaltar que embora tal aspecto tenha sido posto em evidência (figura 6), houve a indicação, por parte dos professores, de já terem feito uso do GeoGebra em sala de aula (SaGeo_S).

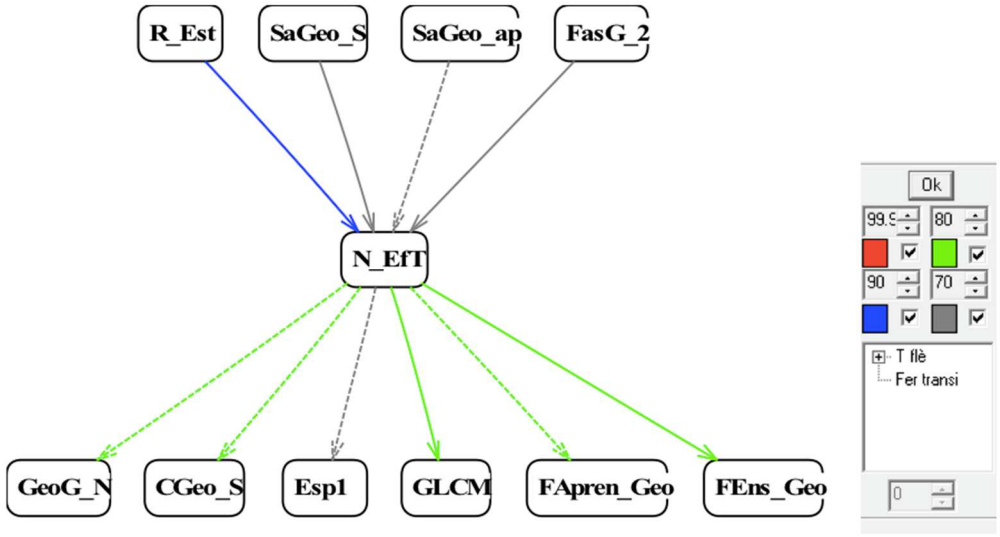


Figura 7– Formação continuada docente promovida pela SE e uso de tecnologias para o ensino de matemática – variável "Não"

Na figura 7 podemos perceber que o fato dos encontros da SE "não" preparem os professores para o uso de tecnologias no ensino de matemática implica que estes tem buscado, por contra conta própria, fazerem isto. É o caso de professores que afirmam já terem realizado um curso pela internet, por iniciativa pessoal, sobre o uso do GeoGebra (CGeo_S). Isto incide sobre estes acreditarem que o GeoGebra favorece o ensino (FEns_Geo) e a aprendizagem (FApren_Geo) em matemática. Também podemos perceber implicações sutis de que os professores reconhecem que o GeoGebra favorece o ensino de matemática, mesmo entre aqueles que terminaram a graduação na segunda fase do uso das TD na Educação Matemática (FasG_2- de 1990 a 1998), que não tiveram conhecimento do GeoGebra em sua formação inicial (GeoG-N; GLCM), nem em seu curso de especialização na área de matemática (Esp1) e tampouco em encontros de formação promovidos pela SE (NEf_T).

9 O uso do GeoGebra em sala de aula

Uma primeira relação de quase-implicação que identificamos quanto ao uso do GeoGebra em sala de aula (figura 8) foi aquela que diz respeito à apresentação de conteúdos matemáticos (SaGeo_Ap) e/ou à proposta de atividades de experimentação com os alunos (SaGeo_Ati). Isto se apresenta relacionado ao fato dos professores considerarem que o GeoGebra favorece o ensino (FEns_Geo) e a aprendizagem de conteúdos matemáticos (FApren_Geo). Neste cenário, outra relação de quase-implicação que identificamos diz respeito ao interesse pessoal do professor em aprender usar o GeoGebra (S_inte). Tal

relação de quase-implicação incide em outras do tipo: a realização de um curso sobre o GeoGebra pela Internet (Cinte-Geo); o hábito de leitura de artigos que tratam sobre o GeoGebra e a troca de informações com colegas sobre este software (Tro-geo).

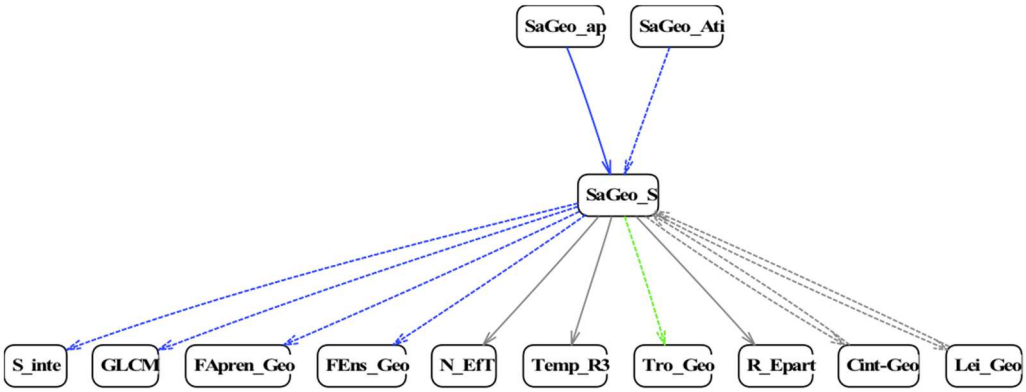


Figura 8 – O uso do GeoGebra em sala de aula.

O grafo implicativo da figura 8 revela que o uso do GeoGebra em sala de aula se sobressaiu entre os professores que atuam concomitante nas redes de ensino estadual e particular. Neste cenário, também podemos perceber o uso de tecnologias para o ensino de matemática "não" foi reconhecido na formação continuada promovida pela SE (N_EfT). Quanto à formação inicial, esta foi uma característica ressaltada entre os professores com licenciatura em matemática.

10 Considerações finais

O estudo das relações entre o uso do software GeoGebra e a formação (inicial e continuada) dos professores de matemática e sua atuação profissional nos sistemas de ensino (municipal e estadual) de Pernambuco, à luz da análise estatística implicativa, apresentou alguns resultados relevantes. Por exemplo, devido a escolha do valor limiar (0.70) da intensidade de implicação, destacamos a ausência de relação de quase-implicação entre o término da formação inicial na primeira fase do uso das TD na Educação Matemática (FasG_1 - anos 80) e o uso de tecnologias no ensino de matemática. O término da formação inicial na FasG_2 (anos 90) e na FasG_3 (1999-2003) apresentou a relação de quase-implicação com a falta de interesse pessoal dos professores em buscar utilizar tecnologias em sala de aula para o ensino de matemática. De outro modo, podemos destacar uma relação de quase-implicação que consideramos como forte (valor-limiar superior a 0.90) entre aqueles que terminaram o curso de graduação na FasG_4 (após 2004) e o fato de terem estudado sobre o GeoGebra no mesmo. Para estes últimos, o favorecimento do uso do GeoGebra em sala de aula está relacionada à formação inicial docente. Quanto aos sistemas de ensino (municipal e estadual), ressaltamos a relação de quase-implicação entre "ser professor apenas da rede estadual" (R_Est) e "não ter participado de encontro de formação sobre o uso de tecnologia para o ensino de matemática" (N_EfT). O que nos sugere, no caso da rede estadual, ainda pouco investimento nos encontros de formação continuada de discussões voltadas para o uso de tecnologias no ensino de matemática, em particular sobre o GeoGebra. Particularmente, identificamos a relação de quase-implicação entre o uso do GeoGebra em sala de aula (SaGeo_S) e o fato dos professores terem realizado, por iniciativa pessoal, um curso sobre o mesmo pela internet (Cint_Geo), bem como o costume de fazerem leituras à propósito

de pesquisas sobre o seu uso (Lei_Geo) e trocarem informações com os seus pares (Tro_Geo). Esperamos que o presente estudo possa suscitar novas investigações sobre o uso software GeoGebra em sala de aula na Educação Básica e no campo da formação inicial e continuada docente. Bem como, esperamos ter contribuído em ampliar a compreensão sobre a análise estatística implicativa e o uso do software CHIC em pesquisas no campo da Educação Matemática.

Referências

[1] Abar, C. A. A. P. (2012). Aportes Teóricos de Pesquisas que Utilizaram o GeoGebra. Actas de la Conferencia lationameriacana GeoGebra (pp.1-13). Montevideo, Uruguai.

[2] Artigue, M. (2008). Digital technologies: A window on theoretical issues in mathematics education. In R. Sträßer, et al. (Eds.), Proceedings of the 5th congress of the European society for research in mathematics education (CERME 5), Cyprus University edition (pp. 68–82).

[3] Baldini, L. A.F., Cyrino, M.C.C. (2012). Função seno- uma experiência com o software GeoGebra na formação de professores de matemática. Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo, v.1, p. CL-CLXIV.

[4] Borba, M. C., Silva, R.S.R., e Gadanidis, G. (2014). As fases das tecnologias digitais em Educação Matemática, Autêntica Editora, Belo Horizonte.

[5] Cyrino, M. C.C. T., Baldini, L. A. F. (2012), O software GeoGebra na formação de professores de matemática–uma visão a partir de dissertações e teses, Revista Paranaense de Educação Matemática, v.1, n.1, jul-dez, 42-61.

[6] Conselho Nacional de Educação. (2001). Parecer do CNE/CES 1.302/2001, de 06 de novembro de 2001.

[7] Conselho Nacional de Educação. (2015). Resolução do CNE/CP nº 2, de 1º de julho de 2015.

[8] Gras, R., Almouloud, S., A. (2002). A implicação estatística usada como ferramenta em um exemplo de análise de dados multidimensionais. *Educ Mat Pesquisa*, 4(2):75-88. http://math.unipa.it/~grim/asi/asi_03_saddo_gras.pdf

[9] Gras, R., Régnier, J.-C., Guillet, F. (2009), Analyse Statistique Implicative: Une méthode d'analyse de données pour la recherche de causalités. Toulouse : Éditions Cépaduès.

[10] Gras, R., Régnier, J.-C., Marinica, C., Guillet, F. (2013), Analyse Statistique Implicative. Méthode exploratoire et confirmatoire à la recherche de causalités. Toulouse : Éditions Cépaduès.

[11] Gras, R., Régnier, J.-C., Lahanier-Reuter, D., Marinica, C., Guillet, F. (2017), *Analyse Statistique Implicative. Des sciences dures aux sciences humaines et sociales*. Toulouse : Éditions Cépaduès.

[12] Instituto São Paulo GeoGebra (2017). Sobre o GeoGebra. Recuperado de :http://www.pucsp.br/GeoGebrasp/GeoGebra.html.

Anexo : questionário aplicado para o grupo de professores

Prezado (a) professor (a)
Solicitamos vossa contribuição em responder este questionário sobre a formação inicial e continuada de professores de matemática.

1. Sexo: masculino ( ) feminino ( ) 2. Data de nascimento:____/_____/_____.
3. Níveis de instrução concluído?
( ) Graduação em:_____ Ano de conclusão: _____Em IES ( ) pública ( ) privada
( ) Especialização em:_____.
Ano de conclusão: _____Em IES ( ) pública ( ) privada
( ) Mestrado em:_____ Ano de conclusão: _____Em IES ( ) pública ( ) privada
( ) Doutorado em:_____ Ano de conclusão: _____Em IES ( ) pública ( ) privada
4 Tempo de experiência docente no Ensino Fundamental:_____.
5 Tempo de experiência docente no Ensino Médio:_____.
6 Atuação docente (pode assinalar mais de um item):
( ) Rede pública municipal ( ) Rede pública estadual ( ) Rede particular

7 Quanto você tempo trabalha na Rede Municipal do Recife?_____.

8 De 0 a 10, qual a nota que você atribui aos encontros de formação continuada promovidos pela Secretaria Municipal de Educação do Recife?	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

9 De 0 a 10, qual a nota que você atribui a sua participação nos encontros de formação?	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

10 De 0 a 10, qual a nota que você atribui a melhoria no ensino e na aprendizagem de matemática com o uso de tecnologia?	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11 Nos encontros de formação continuada os professores tem sido preparados para fazer uso de tecnologias para o ensino de matemática em sala de aula?
( ) Sim ( ) Parcialmente ( ) Não
12 Quanto ao acesso ao software GeoGebra:
( ) Nunca ouvi falar do GeoGebra.
( ) Já ouvi falar. Onde?/ Com quem?
13 Você chegou a estudar o uso do software GeoGebra em sua formação acadêmica?
No curso de graduação: ( ) Sim ( ) Não
No curso de especialização: ( ) Sim ( ) Não
No curso de mestrado: ( ) Sim ( ) Não
No curso de doutorado: ( ) Sim ( ) Não
14 Você já teve algum encontro de formação continuada promovida pela Secretaria de Educação da Rede Municipal que tratasse do uso do software GeoGebra?
( ) Nunca tive e não acho interessante este tema.
( ) Nunca tive, mas gostaria que isto acontecesse.
15 Caso você já tenha tido um encontro de formação continuada promovida pela Secretaria de Educação da Rede Municipal sobre o uso do GeoGebra, responda:
( ) não consegui aprender o suficiente para utilizá-lo em sala de aula.
( ) Aprendi o suficiente para utilizá-lo em sala de aula.
16 Você já buscou por conta própria a aprender usar o software GeoGebra:
( ) Não tenho interesse em aprender.
( ) Realizei um curso pela internet.
( ) Assisto a vídeos disponíveis no *youtube*.
( ) Leio a publicação de artigos científicos ou pesquisas.
( ) Troco ideias com colegas de trabalho.
( ) Participo de uma rede social sobre o uso do GeoGebra.
17 Quanto à utilização do GeoGebra em sala de aula:
( ) Nunca utilizei.
( ) Já utilizei.
18 Caso você já tenha utilizado o GeoGebra em sala de aula, responda:
( ) Utilizei para a apresentação de conteúdos matemáticos.
( ) Utilizei para os alunos realizarem atividades com o software.
19 Você já trabalhou com o software GeoGebra em sala de aula com seus alunos para o ensino de:
( ) Usei o GeoGebra para o ensino de Espaço e Forma (Geometria).Ex:_____.
( ) Usei o GeoGebra para o ensino de Tratamento da Informação. Ex:_____.
( ) Usei o GeoGebra para o ensino de Grandezas e Medidas. Ex:_____.
( ) Usei o GeoGebra para o ensino de Números e Operações. Ex:_____.
( ) Usei o GeoGebra para o ensino de Álgebra e Funções. Ex:_____.
( ) Outros:_____

20 De 0 a 10, o GeoGebra favorece o trabalho do professor no ensino de conteúdos matemáticos?	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

21 De 0 a 10, o GeoGebra favorece a aprendizagem dos alunos de conteúdos matemáticos?	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

22 Em sua opinião o que mais desfavorece o uso do GeoGebra pelos professores em sala de aula?
( ) Lacunas na formação inicial ou acadêmica.
( ) Lacunas na formação continuada promovida pela Secretaria de Educação.
( ) Falta de interesse dos professores em buscar aprender utilizar o software de modo independente.dos encontros de formação continuada promovidos pela Secretaria de Educação.

Obrigada por sua participação!

ESTUDO EXPLORATÓRIO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: CASO DE UM GRUPO NA PARAÍBA (BRASIL) A LUZ DA A.S.I[1]

André Pereira da COSTA[2], Cristiana MARINHO DA COSTA[3], Maria Sônia Leitão Melo VIEIRA[4], Quércia Carvalho ELOI[5], Vladimir Lira Veras Xavier de ANDRADE[6] e Jean-Claude REGNIER[7].

ETUDE EXPLORATOIRE DE LA PENSÉE GÉOMÉTRIQUE DE PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES : LE CAS D'UN GROUPE DANS L'ETAT DE PARAIBA (BRESIL) A LA LUMIERE DE L'A.S.I..

EXPLORATORY STUDY OF GEOMETRIC THINKING OF TEACHERS OF MATHEMATICS: CASE OF A GROUP NA PARAÍBA (BRAZIL) ACORDING TO A.S.I.

RESUMO

Esta pesquisa se apoia sobre a análise dos níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico a partir de um estudo com um grupo de 24 professores de Matemática da educação básica da região do Alto Sertão da Paraíba, Brasil. A investigação partiu de um teste sobre o conceito de quadriláteros notáveis. Para abordar esta temática nós escolhemos como quadro teórico a Teoria de Van-Hiele relativa ao desenvolvimento do pensamento geométrico. Os dados obtidos foram analisados a partir da abordagem da Análise Estatística Implicativa – A.S.I., utilizando o software CHIC 6.0. Essas análises modelizadas com o software CHIC 6.0 e articuladas à Teoria de Van-Hiele, permitem um entendimento mais refinado do fenômeno em estudo, em particular no que se refere ao pensamento geométrico dos professores brasileiros, tendo como base as relações de quase-implicação entre as variáveis mais também a partir da classificação hierárquica coesitiva, entre as classes de variáveis.

Palavras-chave: *pensamento geométrico, Teoria de Van-Hiele, Análise Estatística Implicativa.*

---

1 Esta pesquisa contou com o apoio da CAPES/CNPQ através da bolsa PVE para o programa PPGEC-UFRPE.

2 Universidade Federal de Pernambuco, Av. Prof. Moraes Rego, Cidade Universitária – CEP: 50670-901 – Recife/PE, Brasil, andre.pcosta@outlook.com

3 Universidade Federal Rural de Pernambuco, Rua Dom Manoel de Medeiros, s/n, Dois Irmãos - CEP: 52171-900 - Recife/PE, Brasil, cmcmarinhos@gmail.com

4 Universidade Federal de Pernambuco, Av. Prof. Moraes Rego, Cidade Universitária – CEP: 50670-901 – Recife/PE, Brasil, soniamatematic25@gmail.com

5Universidade Federal Rural de Pernambuco, Rua Dom Manoel de Medeiros, s/n, Dois Irmãos - CEP: 52171-900 - Recife/PE, Brasil, querciacarvalho2012@gmail.com

6 Departamento de Matemática/Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da Universidade Federal Rural de Pernambuco, Rua Dom Manoel de Medeiros, s/n, Dois Irmãos - CEP: 52171-900 - Recife/PE, Brasil, vladiandrade@gmail.com

7 Pesquisador Visitante Especial PVE/CAPES no PPGEC/UFRPE (Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da Universidade Federal Rural de Pernambuco) – UMR5191 – ICAR Université Lumiere Lyon 2 (FRA) jean-claude.regnier@univ-lyon2.fr National Research Tomsk State University (Russie)

RÉSUMÉ

Cette recherche prend appui sur une analyse des niveaux de développement de la pensée géométrique à partir d'une enquête auprès d'un groupe de 24 professeurs de mathématiques du cycle de l'éducation de base (école primaire, collège, lycée) dans la région du Haut Sertão de Paraíba, au Brésil. Cette enquête est basée sur un test mettant en jeu le concept de quadrilatère remarquable. Pour aborder cette thématique, nous avons choisi comme cadre théorique, celui de la théorie de Van-Hiele relative au développement de la pensée géométrique. Les données ainsi obtenues ont été analysées à partir de l'approche de l'Analyse Statistique Implicative - A.S.I. en utilisant le logiciel CHIC 6.0. Ces analyses modélisées avec CHIC et articulées à la théorie de Van-Hiele permettent une compréhension plus fine du phénomène étudié, en particulier en ce qui concerne la pensée géométrique des enseignants brésiliens, basée sur des relations de quasi-implication entre les variables mais aussi à partir de la classification hiérarchique cohésitive, entre les classes de variables.

Mots-clés : *pensée géométrique, théorie de Van-Hiele , l'Analyse Statistique Implicative.*

ABSTRACT

This research is based on the analysis of the levels of development of geometric thinking from a study with a group of 24 teachers of Mathematics of basic education in the region of Alto Sertão da Paraíba, Brazil. The investigation was based on a test on the concept of notable quadrilaterals. In order to approach this thematic one we chose like theoretical framework the Van-Hiele Theory relative to the development of the geometric thinking. The data obtained were analyzed using the Statistical Implication Analysis - A.S.I., using CHIC 6.0 software. These analyzes modelized with the CHIC 6.0 software and articulated with Van Hiele's theory, allow for a more refined understanding of the phenomenon under study, particularly regarding the geometric thinking of Brazilian teachers, based on the quasi-implication relations between the variables more also from the cohesive hierarchical classification, between the classes of variables.

Keywords: *Geometric Thinking, Van-Hiele's Theory, Statistical Implictive Analysis.*

1 Introdução

A geometria pode ser encontrada em diversas representações na realidade física, além de ser um conhecimento matemático bastante mobilizado pelo ser humano na resolução de problemas e em inúmeras situações do cotidiano. Nesse sentido, esse ramo da matemática possui um papel primordial na formação humana e profissional dos estudantes, em todos os níveis de escolarização, o que reforça a importância de sua presença no currículo escolar do ensino básico (COSTA, 2016a). Apesar dessa importância, a geometria ficou excluída das salas de aula na educação básica por quase quarenta anos, em decorrência do Movimento da Matemática Moderna no final da década de 1960 e de lacunas conceituais nos cursos de formação de professores de matemática (CÂMARA DOS SANTOS, 2009). Muitos desses profissionais apresentavam dificuldades para trabalhar os conceitos geométricos em sala de aula. Todavia, no final dos anos 1990, esse panorama começou a mudar a partir de inquietações de vários educadores matemáticos brasileiros, que passaram a desenvolver pesquisas relacionadas ao ensino e à aprendizagem da geometria de forma mais ampla (NASSER; S'ANTANNA, 1997; NASSER, 1998; CÂMARA DOS SANTOS, 1998; KALEFF, 1998; PAVANELLO, 1999, GAZIRE, 2000), contribuindo tanto para o trabalho do professor em sala de aula como também para os cursos de formação inicial e continuada. Por outro lado, alguns estudos (COSTA; CÂMARA DOS SANTOS, 2015a; 2015b; 2016a; 2016b) têm evidenciado que alunos do ensino básico continuam apresentando dificuldades conceituais e de aprendizagem

referentes à geometria, em especial, no que diz respeito aos quadriláteros notáveis. Tal fenômeno nos provoca algumas questões para reflexão: Como os professores de matemática trabalham hoje os conteúdos escolares vinculados à geometria? Será que eles ainda abordam os conceitos geométricos de forma tímida? Quais conhecimentos de geometria eles possuem? Em que níveis de pensamento geométrico se encontram esses profissionais? Neste trabalho, buscamos responder o último questionamento, isto é, objetivamos analisar os níveis de pensamento geométrico de um grupo de professores de matemática do ensino básico do Alto Sertão da Paraíba, a partir de um teste referente ao conceito de quadriláteros notáveis. Para tanto, optamos pela sustentação teórica da Teoria de Van-Hiele para o desenvolvimento do pensamento geométrico, que tem sido utilizada em várias pesquisas no Brasil (COSTA, 2016b), na compreensão dos fenômenos didáticos que surgem nas aulas de geometria. Além disso, o nosso interesse por realizar a pesquisa nessa região específica da Paraíba surgiu a partir dos resultados apresentados pelo Sistema Estadual de Avaliação da Educação da Paraíba (PARAÍBA, 2014), avaliando o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica da Paraíba (IDEPB), que aponta que os alunos do ensino básico da região não apresentam um bom desempenho em matemática e, particularmente, em geometria.Diante desses indicadores educacionais, reforçamos a importância de se investigar sobre os reais motivos geradores dos baixos desempenhos dos estudantes, bem como a maneira como a matemática é vivenciada em sala de aula.

2 O conceito de pensamento geométrico segundo a teoria de Van-Hiele

A teoria para o desenvolvimento do pensamento geométrico foi elaborada pelos pesquisadores holandeses Pierre Marie Van-Hiele e Dina Van-Hiele Geodolf, em 1957, tendo por raiz os estudos do psicólogo suíço Jean Piaget acerca do desenvolvimento da inteligência. Esses investigadores voltaram seus olhares para suas próprias salas de aulas, buscando compreender de forma mais refinada as dificuldades dos seus alunos do ensino básico ao resolver tarefas que explorassem os conceitos do campo da geometria. A questão central dos estudos do casal Van-Hiele foi: "Por que será que tantos estudantes que dominam a maioria dos assuntos escolares não chegam a lugar nenhum em geometria?" (NASSER, 1990, p.1). Buscando respostas para esse questionamento, Van-Hiele (1957) percebeu que o pensamento geométrico de um estudante avança por meio de uma sequência hierárquica de níveis de compreensão de conceitos geométricos, à medida que ele tem contato com atividades que trabalham a geometria de forma adequada. Dessa forma, ao contrário da teoria de Piaget, a idade e a maturação biológica do aluno não influenciam o desenvolvimento do seu pensamento geométrico (COSTA, 2014). Dessa forma, Van-Hiele (1957) elaborou um modelo teórico, constituído por um total de cinco níveis de pensamento geométrico, que inclui desde o reconhecimento das figuras geométricas pela sua aparência física até o estudo abstrato da geometria. A teoria de Van-Hiele pode ser um guia de orientação aos processos de ensino e de aprendizagem da geometria, pois, a partir do conhecimento das características dos níveis de pensamento geométrico dos estudantes, o professor de matemática poderá organizar, de forma mais produtiva, as situações didáticas a serem vivenciadas em sala de aula, de forma a garantir uma melhor aprendizagem aos alunos (COSTA, 2016a).

Os Van-Hiele assinalam que, numa sala de aula, cada aluno pensa em diferentes níveis e, além disso, eles apresentam modos de pensar diferentes dos professores, pois costumam utilizar com frequência palavras e objetos distintos dos empregados pelos professores e livros. Deste modo, o assunto não é bem assimilado e não fica retido por muito tempo na memória (ALVES; SAMPAIO, 2010, p.30). Diante disso, para que ocorra uma aprendizagem significativa aliada ao avanço do pensamento geométrico, é fundamental que o curso de geometria a ser vivenciado esteja de acordo com o nível dos alunos, isto é, o tripé professor-aluno-saber deve estar bem articulado na sala de aula. O Quadro 01, que apresenta os níveis de Van-Hiele e seus relativos comportamentos, foi elaborado a partir do texto de Atebe e Schafer (2008) e traduzido do inglês para o português pelos autores deste estudo. Os níveis de pensamento geométrico são hierárquicos, no sentido de que, para alcançar um nível de pensamento mais elaborado, o estudante tem que ter passado por níveis de pensamento menos elaborados. Além disso, cada nível é caracterizado por um vocabulário próprio, e os conceitos geométricos também apresentam status diferentes (NASSER, 1995). De acordo com os níveis de Van-Hiele, um professor de matemática deverá ser capaz de realizar provas de teoremas de forma dedutiva e estabelecer teoremas em diferentes axiomas, que são características dos dois últimos níveis de pensamento geométrico.

Nível	Descrição
Primeiro nível	Neste nível, o aluno reconhece uma figura geométrica apenas por sua aparência. A figura é vista como um todo, reconhecível pela sua forma visível. As propriedades de uma figura geométrica ainda não são percebidas pelo aluno.
Segundo nível	O aluno neste nível é capaz de raciocinar sobre uma figura geométrica em termos de suas propriedades. O estudante pode reconhecer e nomear as propriedades de uma figura, mas ainda não compreender as relações entre essas propriedades. As relações entre diferentes figuras ainda não são entendidas.
Terceiro nível	Neste nível, o aluno pode ordenar logicamente as propriedades de figuras e começa a perceber as relações entre essas propriedades e entre diferentes figuras. O aluno usa as propriedades que já conhece para formular definições de figuras geométricas simples, e compreende inclusões de classe. O papel e a importância da dedução, no entanto, ainda não são compreendidos.
Quarto nível	Neste nível, o aluno pode apreciar o papel da dedução e agora pode provar teoremas dedutivamente. Entende o significado de condições necessárias e suficientes e pode estabelecer inter-relações entre as redes de teoremas.
Quinto nível	O estudante pode estabelecer teoremas em diferentes sistemas axiomáticos. Compreende o papel e a importância das provas indiretas. Geometrias não euclidianas podem ser estudadas e sistemas diferentes podem ser comparados.

Quadro 1 – Níveis de Pensamento geométrico de Van-Hiele. Fonte: Atebe e Schafer (2008, p. 49).

Com base na teoria de Van-Hiele, podemos considerar que o pensamento geométrico é a capacidade de reconhecer uma figura geométrica por meio da aparência física, de analisar essa figura em termos de suas propriedades, de ordenar logicamente as propriedades de figuras e perceber as relações entre essas propriedades e entre diferentes figuras, de apreciar o papel da dedução e provar teoremas dedutivamente, e de estabelecer teoremas em diferentes sistemas axiomáticos. Na literatura, podemos encontrar diferentes compreensões sobre pensamento geométrico. Gravina (2001), por exemplo, indica a existência de dois tipos de pensamento geométrico: pensamento geométrico empírico e pensamento geométrico hipotético-dedutivo. No primeiro tipo, a Geometria vivenciada apresenta uma natureza empírica, isto é, no estudo dos objetos geométricos, o aluno analisa atributos dos objetos da realidade empírica. No segundo tipo, o estudante estuda os objetos geométricos a partir de processos dedutivos, logo, a Geometria estudada ganha

um status hipotético-dedutivo. Para a pesquisadora, por pensamento geométrico entendam-se: os raciocínios de natureza dedutiva e visual quando manipulam desenhos inseridos num quadro conceitual bem definido. É o pensamento que permite a construção de conhecimento, a geometria concebida como modelo teórico do mundo sensível imediato. Esse modelo é construído, de forma magnífica, mediante teoremas e demonstrações deduzidos, por via de regras de inferência lógica, a partir de alguns poucos pressupostos que a intuição não coloca em questão: os axiomas. A construção do modelo envolve a produção de conjeturas e de contra-exemplos, a modificação e o refinamento de conjeturas, tendo-se sempre o intuito de aprender, através da argumentação hipotético-dedutiva, a veracidade do que até então era somente plausível; assim desencadeia-se um processo em espiral de produção de teoremas, no qual novos teoremas são produzidos a partir daqueles já demonstrados (GRAVINA, 2001, p.2-3). Leivas (2009) também reflete sobre a existência de dois tipos de pensamento geométrico, um primeiro de natureza simples, desenvolvido por meio do estudo de conceitos geométricos mais elementares, referentes à Geometria Plana; e um segundo de âmago avançado, que evolui a partir de experiências com objetos geométricos mais sofisticados, com as Geometrias Não Euclidianas, Geometria Fractal, Topologia e Geometria Diferencial. Segundo esse autor, o "pensamento geométrico avançado é um processo capaz de construir estruturas geométricas mentais a partir de imaginação, intuição e visualização, para a aquisição de conhecimentos matemáticos científicos" (p. 136). Nessa direção, o primeiro nível de Van-Hiele (1957) corresponde ao pensamento geométrico empírico, e os dois últimos níveis equivalem ao pensamento geométrico hipotético-dedutivo. Além disso, apenas o último nível de Van-Hiele (1957) se enquadra no pensamento geométrico avançado, enquanto que os demais níveis constituem o pensamento geométrico simples, conforme sinaliza Leivas (2009).

3 Modelagem das variáveis e construção dos dados

Este estudo teve por objetivo analisar os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico de professores de Matemática do ensino básico, a partir de um teste sobre os quadriláteros notáveis. A seguir, apresentamos os procedimentos metodológicos utilizados nessa investigação.

3.1 Descrição da amostra

Esta pesquisa teve a participação de 24 professores de matemática, que, na época, atuavam em escolas públicas e privadas de sete municípios do Alto Sertão da Paraíba, Brasil: Cajazeiras (07), Sousa (05), Cachoeira dos Índios (03), São José de Piranhas (03), São João do Rio do Peixe (03), Nazarezinho (01), São Francisco (01) e Monte Horebe (01). Sobre a formação acadêmica desses profissionais, no período da coleta de dados, sete eram estudantes do 8º período de licenciatura em matemática e 17 eram licenciados em ciências com habilitação em matemática. Os cursos de formação de professores mencionados eram vinculados a três instituições públicas de ensino superior localizadas no sertão paraibano, Brasil. É importante destacar que os participantes do estudo eram alunos de um curso de formação continuada sobre Educação Matemática, ofertada por uma instituição universitária da região de Cajazeiras – Paraíba, Brasil. O curso completo teve duração de 12 meses e foi realizado entre os anos de 2014 e 2015. A faixa etária dos professores variava entre 22 e 45 anos de idade, sendo 12 do sexo feminino e 12 do sexo

masculino. Em relação ao tempo de experiência, esses profissionais apresentavam ~~desde~~ entre um ~~até~~ e vinte anos de sala de aula. Com base nessas informações foram consideradas o seguinte conjunto de variáveis suplementares (Quadro 2):

Descrição		Código
Curso de Formação	Licenciatura em Matemática	V1
	Licenciatura em Ciências com habilitação em Matemática	V2
Conclusão do curso	Já concluiu	V3
	Ainda não concluiu	V4
Experiência	1 a 3 anos	V5
	4 a 6 anos	V6
	14 a 20 anos	V7
Idade	22 a 30 anos	V8
	31 a 39 anos	V9
	40 a 45 anos	V10
Sexo	Feminino	V11
	Masculino	V12

Quadro 2 – Variáveis suplementares - Fonte: Elaborado pelos autores

3.2 Instrumento de construção de dados

Empregamos como instrumento de coleta de dados um teste constituído por cinco questões sobre o conceito de quadriláteros notáveis. Salientamos ainda que essas questões foram elaboradas por Câmara dos Santos (2001a), em um estudo que também teve por base a teoria de Van-Hiele. Na primeira questão, em uma primeira etapa, os professores foram orientados a produzirem um retângulo e outra figura de quatro lados (não retângulo). Na segunda etapa, os participantes foram solicitados a justificar as construções, isto é, explicar por que a primeira figura era um retângulo e o motivo da segunda não ser um retângulo. Aqui, o item buscou verificar os critérios utilizados pelos docentes para diferenciar as duas representações. Na análise das justificativas dos professores, consideramos as categorias criadas por Câmara dos Santos (2001a). Nessa classificação, as respostas dos docentes foram organizadas em três esferas: pragmática, aplicativa e relacional (conforme o Quadro 3).

Esferas	Descrição	Exemplo
Pragmática	Os sujeitos fazem uso das aparências e formas das figuras nas justificativas.	O docente pode afirmar que o retângulo e o quadrado são figuras diferentes, pois enquanto que no primeiro os lados possuem a mesma medida, no segundo apenas os lados opostos são iguais.
Aplicativa	Os participantes utilizaram as definições das figuras nas explicações.	Ao construir um retângulo e um losango, o docente pode argumentar que o retângulo possui quatro ângulos internos congruentes (retos), enquanto o losango possui quatro lados congruentes.
Relacional	Os docentes empregam as propriedades das figuras desenhadas nas explicitações.	Ao construir novamente um retângulo e um losango, o professor pode afirmar que são diferentes, pois, enquanto as diagonais do losango são perpendiculares, as do retângulo são concorrentes.

Quadro 3 – Classificação das justificativas dos professores, conforme Câmara dos Santos (2001)

Fonte: Costa e Câmara dos Santos (2015a, p.6).

As variáveis consideradas na primeira questão estão apresentadas no Quadro 4.

Descrição		Código
Acertou		V13
Errou		V14
Figura considerada um "não retângulo"	Quadrado	V15
	Trapézio	V16
	Losango	V17
	Paralelogramo	V18
	Trapezoide	V19
Classificação da justificativa	Pragmática	V20
	Aplicativa	V21
	Relacional	V22

Quadro 4– Variáveis consideradas na primeira questão

Fonte: Dados da pesquisa

Na segunda questão do teste, os professores foram recomendados a realizar a classificação de onze quadriláteros, de naturezas e posições diferentes, em seis grupos de família (retângulos, trapézios, quadriláteros, quadrados, paralelogramos e losangos), ilustrados na Figura 1. O intuito da questão8 foi analisar se os docentes distinguiam as figuras em classes de família.

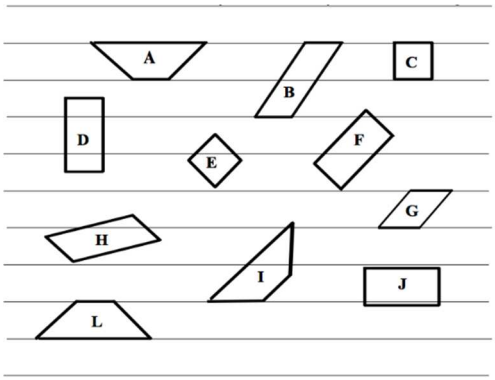


Figura 1– Quadriláteros notáveis disponibilizados para a classificação em categorias

Fonte: Câmara dos Santos (2009)

Nesse tipo de questão, o aluno deve ordenar logicamente as propriedades de figuras geométricas ilustradas e perceber as relações entre essas propriedades e entre diferentes figuras. Essas são características do terceiro nível de Van-Hiele. Todavia, pesquisas brasileiras têm mostrado que a maior parte de estudantes de diferentes níveis escolares não mobiliza esses atributos na resolução da questão, fazendo uso apenas, por exemplo, da aparência física ou da definição desses quadriláteros. Entre esses estudantes, podemos mencionar: alunos do 6º do ensino fundamental (COSTA, CÂMARA DOS SANTOS, 2015b), do ensino médio (COSTA, CÂMARA DOS SANTOS, 2015a; 2016b), e futuros professores de Matemática em processo de formação inicial (COSTA, ROSA DOS SANTOS, 2017a; 2017b). O Quadro 5 contém as variáveis consideradas na segunda questão.

8 Essa questão foi abordada na dissertação de Câmara (1992) e replicada por Costa (2016a).

Descrição		Código
Retângulo em posição prototípica (D e J)	Reconhecido e identificado como um retângulo.	V23
	Não reconhecido e não identificado como um retângulo	V24
	Reconhecido e identificado como um paralelogramo.	V25
	Não reconhecido e não identificado como um paralelogramo.	V26
Retângulo em posição "não prototípica" (F)	Reconhecido e identificado como um retângulo.	V27
	Não reconhecido e não identificado como um retângulo.	V28
	Reconhecido e identificado como um paralelogramo.	V29
	Não reconhecido e não identificado como um paralelogramo.	V30
Quadrado em posição prototípica (C)	Reconhecido e identificado como um quadrado.	V31
	Não reconhecido e não identificado como um quadrado.	V32
	Reconhecido e identificado como um retângulo.	V33
	Não reconhecido e não identificado como um retângulo.	V34
	Reconhecido e identificado como um losango.	V35
Quadrado em posição "não prototípica" (E)	Reconhecido e identificado como um quadrado.	V37
	Não reconhecido e não identificado como um quadrado.	V38
	Reconhecido e identificado como um retângulo.	V39
	Não reconhecido e não identificado como um retângulo.	V40
	Reconhecido e identificado como um losango.	V41
	Não reconhecido e não identificado como um losango.	V42
Paralelogramo em posição prototípica (G e B)	Reconhecido e identificado como um paralelogramo	V43
	Não reconhecido e não identificado como um paralelogramo.	V44
	Reconhecido e identificado como um retângulo.	V45
	Não reconhecido e não identificado como um retângulo.	V46
	Reconhecido e identificado como um losango.	V47
	Não reconhecido e não identificado como um losango.	V48
Paralelogramo em posição "não prototípica" (G e B)	Reconhecido e identificado como um paralelogramo	V49
	Não reconhecido e não identificado como um paralelogramo.	V50
	Reconhecido e identificado como um retângulo.	V51
	Não reconhecido e não identificado como um retângulo.	V52
	Reconhecido e identificado como um losango.	V53
	Não reconhecido e não identificado como um losango.	V54

Quadro 5– Variáveis consideradas na segunda questão - Fonte: Dados da pesquisa

A terceira questão do teste, solicitou-se aos professores que fizessem dois quadrados diferentes, cujo fim foi verificar os parâmetros empregados para promover a

diferenciação entre as figuras produzidas. O Quadro 6 apresenta as variáveis consideradas na terceira questão.

Descrição		Código
Acertou		V55
Errou		V56
Construção dos dois quadrados	Quadrados com tamanhos diferentes	V57
	Quadrado e losango	V58
	Paralelogramo e losango	V59
	Paralelogramo e retângulo	V60
	Retângulo e losango	V61

Quadro 06– Variáveis consideradas na terceira questão - Fonte: Dados da pesquisa

A quarta questão pediu que os professores produzissem um losango ABCD, por meio de dois vértices dados (A e B), ilustrados a partir de dois nós fixados em uma malha quadriculada (Figura 2). A intenção do item foi evidenciar as estratégias usadas pelos professores na produção do losango. As produções dos professores foram classificadas em três categorias, que foram elaboradas por Costa (2016a): perceptiva, reflexiva e divergente (conforme o quadro 7).

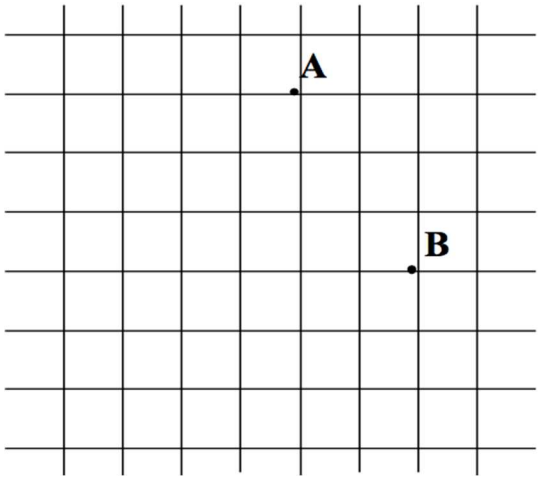


Figura 2 – Representação dos pontos A e B na malha quadriculada - Fonte: Câmara dos Santos (2009)

Classificação das respostas em categorias	Descrição	Código
Perceptiva	O professor faz referência apenas à aparência global do losango na construção.	V62
Reflexiva	O docente parece aplicar as propriedades do losango na produção, isto é, perceber que as diagonais são perpendiculares entre si, e também estão localizadas nas bissetrizes dos ângulos internos.	V63
Divergente	O professor produz outro tipo de quadrilátero notável (ou outra figura geométrica), que diverge do losango.	V64

Quadro 7 – Classificação das produções dos professores conforme Costa (2016a) - Fonte: Costa (2016a, p. 206)

A quinta questão disponibilizou um losango ABCD, que teve uma porção apagada (Figura 3). Os professores foram perguntados se era possível ou não reconstruir o losango apagado e, em seguida, deveriam explicar suas escolhas. Novamente, interessamo-nos em verificar o que os docentes mobilizavam nas produções.

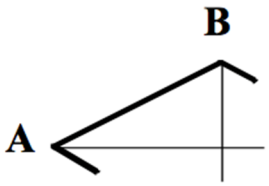


Figura 3– Losango ABCD que teve um pedaço apagado

Fonte: Câmara dos Santos (2009)

As variáveis consideradas na quinta questão são apresentadas no Quadro 8:

	Descrição	Código
Estratégias mobilizadas na reconstrução do losango.	Considerar só o aspecto global: aparência física da figura analisada, ou seja, não considerando a definição do losango e nem as propriedades das diagonais. O desenho realizado apresenta imperfeições, não respeitando os critérios geométricos usuais.	V65
	Fazer uso explícito de uma das definições do losango com ou sem desenho que possibilita uma resposta.	V66
	Fazer uso explícito das propriedades das diagonais do quadrilátero notável.	V67
	Lados opostos apresentam a mesma medida de comprimento e os ângulos opostos são congruentes	V68
	Relação de paralelismo entre os lados da figura	V69
	Medir os comprimentos dos lados e aberturas dos ângulos.	V70
	Não construiu o losango argumentando que seria necessário uso de instrumentos de medida (uma régua)	V71

Quadro 8– Variáveis consideradas na quinta questão - Fonte: Dados da pesquisa

4 Procedimentos de tratamento das variáveis por meio da A.S.I

As respostas dos sujeitos foram categorizadas de acordo com as variáveis apresentadas nos quadros anteriores (4, 5, 6, 8 e 9), considerou-se também um conjunto de variáveis suplementares (Quadro 2). Observou-se em cada sujeito, a presença (1) ou a ausência (0) de tais variáveis nos seus procedimentos de resolução. Com base nos resultados foi elaborada uma planilha, posteriormente estes dados, na forma binária, foram analisados através do software CHIC - Classificação Hierárquica, Implicativa e Coesitiva (GRAS *et al,* 2013). A utilização do software CHIC, centrada na Análise Estatística Implicativa (ASI), possibilitou tratar as variáveis, associando-as simultaneamente. No tratamento foi considerada a modelagem das relações de quase- implicação segundo a teoria clássica baseada na Lei Binomial. Análise dos dados construídos. Agrupamos os resultados propostos em função das análises realizadas.

5 Exploração das relações de quase-implicação entre as variáveis

Na construção do grafo implicativo consideramos o valor mínimo do índice de implicação como sendo de 0,92, tendo em vista o número de variáveis utilizadas procuramos os valores mais altos como forma de seleção das relações mais fortes. As setas foram agrupadas em cores, conforme o valor do índice. Assim temos:

Vermelho	Azul	Verde	Cinza
$\varphi \geq 0.99$	$0.96 \leq \varphi < 0.99$	$0.94 \leq \varphi < 0.96$	$0.92 \leq \varphi < 0.94$

Na figura 5, apresentamos o grafo implicativo gerado no CHIC com base nos critérios já indicados.

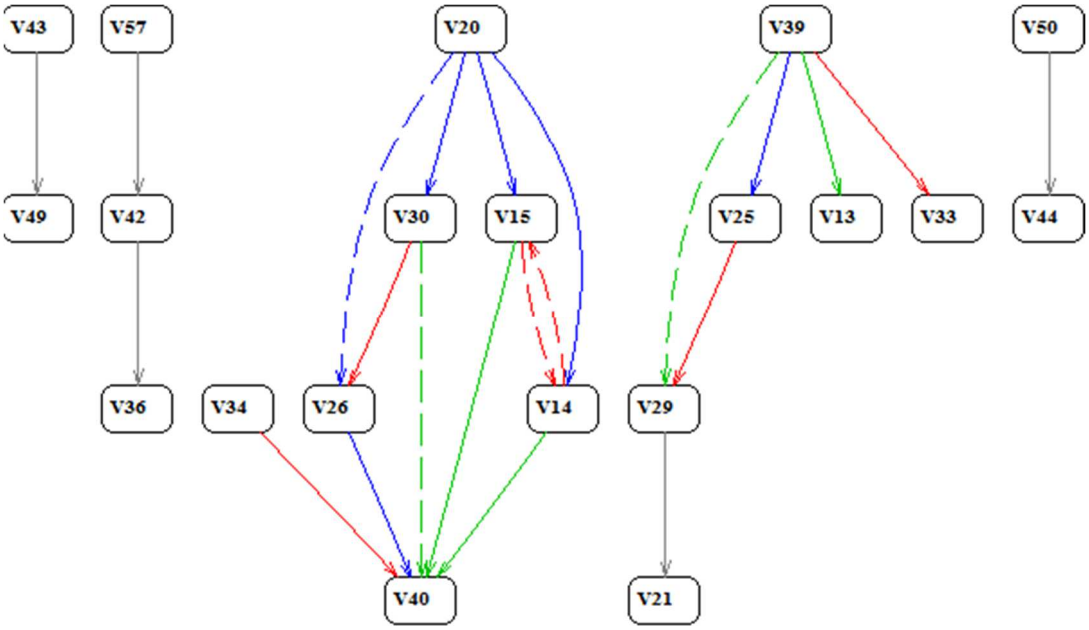


Figura 4 – Grafo implicativo.

Fonte: Dados da pesquisa

Nesse gráfico podem-se observar alguns caminhos. A seguir, apresentamos os caminhos e a análise dos mesmos, seguindo a ordem da esquerda para direita (figura 4).

V43 ⇒ V49: Os professores que reconheceram e identificaram o paralelogramo em posição prototípica (V43) tendem a reconhecer e identificar o paralelogramo em posição "não prototípica" (V49).

V57 ⇒ V42 ⇒ V36: A construção de quadrados com medidas de comprimento dos lados diferentes (V57), quando solicitada à construção de quadrados distintos, implica[9] em não reconhecer e não identificar o quadrado em posição "não prototípica" como um losango (V42) o que implica, por sua vez, em não reconhecer e não identificar o quadrado em posição prototípica como um losango (V36). Se o professor produz dois quadrados de tamanhos diferentes, ele está considerando o aspecto global (primeiro nível), provavelmente, o mesmo reconhece (ou não) o quadrado prototípico, e ainda não identifica o quadrado "não prototípico". Segundo a teoria de Van-Hiele (1957), isso ocorre porque o professor atua no primeiro nível de desenvolvimento do pensamento geométrico, que é caracterizado pelo reconhecimento das figuras geométricas por meio da aparência física/aspecto global. Também não são articuladas as propriedades das figuras, logo, não reconhece um quadrado como losango. Tal fato tem sido verificado em outros estudos como Costa e Câmara dos Santos (2015b), Costa e Rosa dos Santos (2017a; 2017b).

V34 ⇒ V40: Não reconhecer e não identificar um quadrado em posição prototípica como um retângulo (V34) implica em não reconhecer e não identificar como retângulo um

[9] Utilizaremos o termo "implica" para designarmos as relações de quase-implicação.

quadrado em posição "não prototípica" (V40). Conforme o olhar da teoria de Van-Hiele (1957), aqui o professor não realiza inclusão de classe, característica do terceiro nível de desenvolvimento do pensamento geométrico, logo, não reconhece o quadrado como retângulo, pois não articula as propriedades desses quadriláteros. Esse fenômeno também é sinalizado por Costa e Câmara dos Santos (2015b), Costa e Rosa dos Santos (2017a; 2017b).

V20 ⇒ V26 ⇒ V40: Estar na esfera pragmática (V20), quando solicitada a construção de um quadrilátero "não retângulo", implica em não reconhecer e não identificar um retângulo em posição prototípica como um paralelogramo (V26) implicando em não reconhecer e não identificar como retângulo um quadrado em posição "não prototípica" (V40). De acordo com Câmara (1992), se o professor atua na esfera pragmática, então, ele considera os objetos geométricos por meio da aparência física. Dessa forma, as propriedades das figuras são desprezadas, então, ele não considera retângulo como paralelogramo e nem reconhece o quadrado como retângulo. Logo, esse participante atua no primeiro nível de desenvolvimento do pensamento geométrico, segundo Van-Hiele (1957).

V20 ⇒ V30⇒ V26 ⇒ V40: Estar na esfera pragmática (V20), quando solicitada a construção de um quadrilátero "não retângulo", implica em não reconhecer e não identificar como paralelogramo um retângulo em posição "não prototípica" (V30) que implica em não reconhecer um retângulo em posição prototípica como um paralelogramo (V26) que, por sua vez, implica em não reconhecer e não identificar como retângulo um quadrado em posição "não prototípica" (V40). Para a teoria de Van-Hiele (1957), isso ocorre, pois, o professor se encontra no primeiro nível de desenvolvimento do pensamento geométrico e classifica e diferencia as figuras considerando unicamente a aparência física. Tal aspecto também é sinalizado nas pesquisas de Costa e Câmara dos Santos (2015b), Costa e Rosa dos Santos (2017a; 2017b).

O caminho acima discutido é formado por altos índices de implicação (entre 0,96 e 0,99), logo acreditamos que ele fornece informações relevantes para nosso estudo. Iremos analisar a contribuição das variáveis suplementares para a formação do mesmo. Conforme o quadro 02, as variáveis suplementares estão divididas em cinco blocos: Curso de Licenciatura (V1 e V2), Conclusão do Curso (V3 e V4), Experiência (V5, V6 e V7), Idade (V8, V9 e V10) e Sexo (V11 e V12). Dessa maneira, analisaremos a contribuição das variáveis suplementares de acordo com seu bloco, ou seja, em cada bloco consideraremos a variável que apresenta uma maior contribuição para formação do caminho. Nessa lógica, as variáveis que mais contribuem são: curso de licenciatura em ciências com habilitação em matemática (V2), já concluíram o curso (V3), experiência de 14 a 20 anos (V7), de 22 a 30 anos de idade (V8) e do sexo feminino (V11).

V20 ⇒ V30⇒ V40: Estar na esfera pragmática (V20), quando solicitada à construção de um quadrilátero "não retângulo", implica em não reconhecer e não identificar como paralelogramo um retângulo em posição "não prototípica" (V30) que implica em não reconhecer como retângulo um quadrado em posição não prototípica (V40). Para Van-Hiele (1957) isso ocorre, pois o professor se encontra no primeiro nível de desenvolvimento pensamento geométrico e classifica e diferencia as figuras considerando unicamente a aparência física, tal como observaram Costa e Câmara dos Santos (2015b), Costa e Rosa dos Santos (2017a; 2017b).

V20 ⇒ V15⇒ V40: Estar na esfera pragmática (V20), quando solicitada à construção de um quadrilátero "não retângulo", implica na construção de um quadrado (V15) que implica em não reconhecer e não identificar como retângulo um quadrado em posição "não prototípica" (V40). Com base na teoria de Van-Hiele (1957), o professor provavelmente estará no primeiro nível de desenvolvimento do pensamento geométrico, pois considera um quadrado (tipo especial do retângulo) como um "não retângulo". O mesmo produz um quadrado e diz "não é retângulo", então, em outro momento, ao ver um quadrado, então, ele não identificará como retângulo. Esse fenômeno também ocorreu nos estudos de Costa e Câmara dos Santos (2015b), Costa e Rosa dos Santos (2017a; 2017b). Logo, isso ocorre, pois ele está considerando o aspecto global das figuras (primeiro nível de Van-Hiele).

V20 ⇒ V15⇔ V14: Estar na esfera pragmática (V20), quando solicitada à construção de um quadrilátero "não retângulo", implica na construção de um quadrado (V15) que equivale a construir erroneamente o "não retângulo". A equivalência entre as variáveis V15 e V14 explica-se pela estrutura da primeira questão da atividade, onde era solicitada a questão de um "não retângulo". Conforme Van-Hiele (1957), o professor atua no primeiro nível de desenvolvimento do pensamento geométrico, pois considera um quadrado (tipo especial do retângulo) como um "não retângulo". Isso também foi notado em Costa e Câmara dos Santos (2015b), Costa e Rosa dos Santos (2017a; 2017b).

V39 ⇒ V25⇒ V29⇒ V21: Reconhecer e identificar como um retângulo um quadrado em posição "não prototípica" (V39) implica em reconhecer e identificar como um paralelogramo um retângulo em posição prototípica (V25) que implica em reconhecer e identificar como paralelogramo um retângulo em posição "não prototípica" (V29) que implica em ter uma justificativa pragmática quando se constrói um quadrilátero não retângulo (V21). Com base na teoria de Van-Hiele (1957), como as quase - implicações entre as variáveis V39, V25, V29 indicam que o professor articulou as propriedades das figuras, logo estes participantes atuam no terceiro nível de desenvolvimento do pensamento geométrico.

V39 ⇒ V13: Reconhecer e identificar como retângulo um quadrado em posição "não prototípica" (V39) implica em construir um construir corretamente um "não retângulo" quando solicitado (V13). Segundo Van-Hiele (1957), a variável V39 indica a inclusão de classes que é característica do terceiro nível de desenvolvimento do pensamento geométrico, e esta implica na variável V13 que indica que o sujeito é capaz de classificar e reconhecer as figuras geométricas por meio dessas propriedades (essa situação caracteriza o segundo nível de Van-Hiele estando também presente no terceiro nível).

V39 ⇒ V33: Reconhecer e identificar como retângulo um quadrado em posição "não prototípica" (V39) implica em reconhecer como retângulo um quadrado em posição prototípica (V33). Para a teoria de Van-Hiele (1957), o professor realizou a ordenação das propriedades das figuras de forma lógica, logo, situa-se no terceiro nível de desenvolvimento do pensamento geométrico.

V50 ⇒ V44: Não reconhecer e não identificar um paralelogramo em posição "não prototípica" (V50) implica em não reconhecer e não identificar um paralelogramo em posição prototípica (V44). Se o professor não reconhece o paralelogramo, provavelmente, ele não alcançou o primeiro nível de pensamento geométrico, conforme discute Costa (2016a).

5.1 Classificação Hierárquica Coesitiva das variáveis

Apresentamos na figura 5 a arvore coesitiva em seguida as análises realizadas.

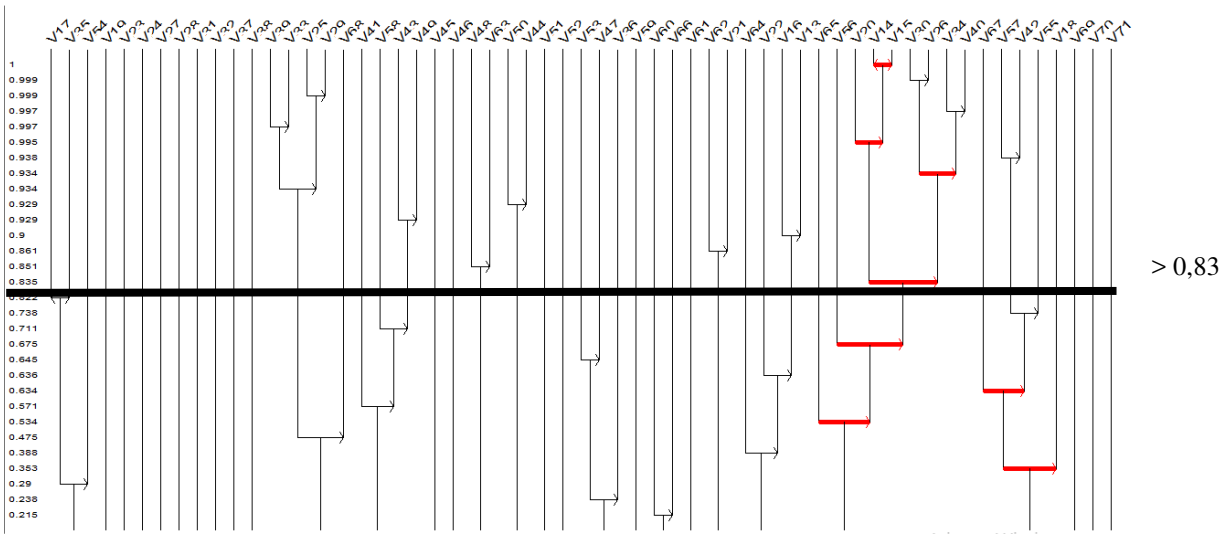


Figura 5 – Arvore coesitiva.

No nível mais alto temos a classe que contem a subclasse V14 ⇔ V15, vamos apresentar a análise das subclasses que forma essa classe começando com os valores com índice mais altos.

(V14 ⇔ V15) Nível 1 (índice 1) – Nesse nível temos um nó significativo e uma dupla quase-implicação. Observa-se que o professor que não conseguiu representar corretamente um "não retângulo" (V14) tende a considerar o quadrado o "não retângulo" (V15), como é uma dupla quase-implicação a recíproca é verdadeira. Nesse caso, conforme Van-Hiele (1957), o professor não considerou as propriedades das figuras na construção, mas se pegou apenas ao aspecto global, que é característica do primeiro nível de desenvolvimento do pensamento geométrico. Tal fato também foi verificado em Costa e Câmara dos Santos (2015b), Costa e Rosa dos Santos (2017a; 2017b).

(V20 ⇒ (V14 ⇔ V15) Nível 6 (índice 0,995) – Temos novamente, nesse nível, um nó significativo. Observa-se que ter uma resposta na esfera pragmática implica em não conseguir representar um "não retângulo" (V14) e considerar o quadrado um não retângulo. Com base na discussão de Câmara (1992), essa resposta corresponde ao que se esperava dentro da classificação proposta.

Em um segundo nível mais alto temos a classe formada pelas sub-classes V30 ⇒ V26 e V34 ⇒ V40, segue a análise dessas sub-classes em ordem decrescente dos valores dos índices:

V30 ⇒ V26 Nível 2 (índice 0,999). Nota-se que, não reconhecer e não identificar como paralelogramo um retângulo em posição "não prototípica" (V30) implica em não reconhecer e não identificar como paralelogramo um retângulo em posição prototípica (V26). Nesse caso, o professor não consegue realizar inclusão de classe (característica do terceiro nível de desenvolvimento do pensamento geométrico), logo, segundo Van-Hiele (1957), o docente ainda se prende à aparência física (primeiro nível de desenvolvimento

do pensamento geométrico), conforme sinalizam Costa e Câmara dos Santos (2015b), Costa e Rosa dos Santos (2017a; 2017b).

V34 ⇒ V40 Nível 4 (índice 0,997) : Percebe-se que não reconhecer e não identificar um quadrado em posição prototípica como um retângulo implica em não reconhecer e não identificar um quadrado em posição "não prototípica" como um retângulo. Assim como no caso anterior, o professor atua no primeiro nível de desenvolvimento do pensamento geométrico, conforme a teoria de Van-Hiele, pois o participante do estudo só consegue reconhecer as figuras geométricas por meio da aparência física.

(V30 ⇒ V26) ⇒(V34 ⇒ V40) Nível 8 (índice 0,934): Nesse nível temos um nó significativo. Não reconhecer e não identificar como paralelogramo um retângulo em posição "não prototípica" implica em não reconhecer como paralelogramo um retângulo em posição prototípica. Essa classe implica em não reconhecer e não identificar como um retângulo um quadrado em posição prototípica que implica em não reconhecer um quadrado em posição "não prototípica" como um retângulo. É notório, a partir da teoria de Van-Hiele (1957), que nessa situação o professor não consegue articular as propriedades dessas figuras, se prendendo apenas ao aspecto físico (primeiro nível de desenvolvimento do pensamento geométrico). Tal aspecto também foi constatado nas pesquisas de Costa e Câmara dos Santos (2015b), Costa e Rosa dos Santos (2017a; 2017b).

No terceiro nível está a classe composta pelas sub-classes V39 ⇒V33 e V25 ⇒V29. Vamos analisar cada uma das sub-classes:

V39 ⇒V33 Nível 5 (índice 0,997) : Reconhecer e identificar como retângulo um quadrado em posição "não prototípica" (V39) implica em reconhecer e identificar como retângulo um quadrado em posição prototípica (V33). Nessa situação o professor integrou o quadrado (em posição padrão e não padrão) na classe dos retângulos, realizando inclusão de classe, que é uma característica do terceiro nível de desenvolvimento do pensamento geométrico, conforme Van-Hiele (1957).

V25 ⇒V29 Nível 3 (índice 0,999): Reconhecer e identificar um paralelogramo em posição prototípica implica em reconhecer e identificar como paralelogramo um retângulo em posição "não prototípica". Nesse caso, o professor reconhece o paralelogramo oblíquo, e também, classifica o retângulo na família dos paralelogramos, realizando assim, inclusão de classe, que é um atributo do terceiro nível de desenvolvimento do pensamento geométrico, como proposto por Van-Hiele (1957).

(V39 ⇒V33) ⇒ (V25 ⇒V29) Nível 9 (índice 0,934): Reconhecer e identificar como retângulo um quadrado em posição "não prototípica" implica em reconhecer e identificar como retângulo um quadrado em posição prototípica. Essa classe implica em reconhecer e identificar um paralelogramo em posição prototípica que implica em não reconhecer e não identificar como paralelogramo um retângulo em posição "não" prototípica. Pela Teoria de Van-Hiele (1957), a quase-implicação entre as variáveis V39 e V33 indica que o professor realizou a inclusão de classes estando, portanto, no terceiro nível de pensamento geométrico, enquanto a quase-implicação entre as variáveis V25 e V29 indica que mesmo reconhece o paralelogramo a partir do aspecto global caracterizando o primeiro nível de pensamento geométrico. Tal fenômeno foi observado também na

pesquisa Costa (2016a), ou seja, foram encontrados participantes atuando em mais de um nível de pensamento geométrico.

As classes seguintes (quarta, quinta, sexta, sétima, oitava e nona) são formadas apenas com duas variáveis. Segue a análise das classes em ordem decrescente de índice: V57 ⇒V42 Nível 7 (índice 0,938) : Nota-se que a construção de quadrados com tamanhos distintos, quando solicitada a construção de quadrados diferentes (V57) implica em não reconhecer e não identificar como losango um quadrado em posição "não prototípica" (V42). O professor mobilizou apenas a aparência física das figuras como forma de diferenciar os dois quadrados. Isso também é verificado na outra questão, pois ele não incluiu o quadrado na classe dos losangos. Segundo Van-Hiele (1957), esse docente atua no primeiro nível de pensamento geométrico, como também evidenciado por Costa e Câmara dos Santos (2015b), Costa e Rosa dos Santos (2017a; 2017b).

V50 ⇒V44 Nível 10 (índice 0,929): Identificamos que não reconhecer e não identificar um paralelogramo em posição "não prototípica" (V50) implica em não reconhecer e não identificar um paralelogramo em posição prototípica (V44). O professor não sabe o que é um paralelogramo, logo, de acordo com a teoria de Van-Hiele (1957) não faz uso da aparência, da definição e nem das propriedades. Logo, ele ainda não alcançou o primeiro nível de Van-Hiele.

V43 ⇒V49 Nível 11 (índice 0,929): Percebe-se que reconhecer e identificar o paralelogramo em posição prototípica (V43) implica em reconhecer e identificar um paralelogramo em posição "não prototípica" (V49). O professor reconhece o paralelogramo em diferentes posições, para isso, fez uso da definição ou de algumas propriedades, logo, segundo Van-Hiele (1957), ele atua no segundo nível de desenvolvimento do pensamento geométrico.

V16 ⇒V13 Nível 12 (índice 0,9): Construir um trapézio, quando solicitada a construção de um quadrilátero "não retângulo" (V16) implica em construir corretamente um não retângulo, quando solicitado (V13). O professor demonstra mobilizar características próprias do trapézio como forma de diferenciá-lo do retângulo, isso é uma autonomia com relação ao aspecto global. Segundo Van-Hiele (1957), esse docente está atuando no segundo nível de desenvolvimento do pensamento geométrico.

V62 ⇒V21 Nível 13 (índice 0,861): Possuir uma classificação de resposta divergente, quando solicitado a construção de um losango (V62) implica em estar na esfera aplicativa na construção de um "não retângulo" (V21). Essa situação é bastante interessante, pois se o professor está na categoria divergente, então, ele não fez um losango, assim, ele não sabe o que é esse quadrilátero, logo, não alcançou o primeiro nível de desenvolvimento do pensamento geométrico, proposto por Van-Hiele (1957). Todavia, esse mesmo participante fez uso de elementos da definição como forma de justificar que a figura é não é um retângulo, então, o docente estaria na transição entre o primeiro nível e o segundo nível, segundo Van-Hiele (1957). Esse fenômeno (transição de níveis) foi verificado nos estudos de Câmara (1992) e de Costa (2016a).

V48 ⇒V63 Nível 14 (índice 0,851): Nota-se que não reconhecer e não identificar como losango um paralelogramo em posição prototípica (V48) implica possuir uma reposta reflexiva quando solicitada a construção de um losango. Como o professor está na

categoria reflexiva, então ele consegue perceber o losango a partir das suas propriedades, logo ele não considera um paralelogramo oblíquo em posição prototípica como um losango. Ele atua no segundo nível de pensamento geométrico de Van-Hiele (1957. O último nível é formado pela classe composta pelas subclasses V20 ⇒ (V14⇔ V15) e (V30 ⇒V26) ⇒(V34 ⇒V40). (V20 ⇒ (V14 ⇔ V15) ⇒ (V30 ⇒V26) ⇒(V34 ⇒V40)) Nível 15 (índice 0,835) : Nesse nível temos um nó significativo. Possuir uma visão pragmática (V20), quando solicitada a construção de um quadrilátero "não retângulo", implica na construção de um quadrado. Essa classe implica em outra classe, na qual não reconhecer e não identificar como paralelogramo um retângulo em posição "não prototípica" implica em não reconhecer e não identificar como paralelogramo um retângulo em posição prototípica, e essa classe, por sua vez, implica em não reconhecer e não identificar como um retângulo um quadrado em posição prototípica, implica em não reconhecer e não identificar um quadrado em posição "não prototípica" como um retângulo. Essa situação é bastante interessante, pois reúne elementos que indicam que o professor está ao mesmo tempo no primeiro e no segundo nível de desenvolvimento do pensamento geométrico, conforme sinalizado por Costa (2016a). Tal fenômeno tem sido discutido teoricamente por Costa (2016b). Acreditamos que a classe acima discutida possui relevância para nosso estudo, uma vez que essa é formada por várias subclasses, possuindo, a maioria delas, nós significativos. Iremos analisar a contribuição das variáveis suplementares para a formação da classe. Conforme mencionado anteriormente as variáveis suplementares estão divididas em cinco blocos. Analisaremos, novamente, a contribuição das variáveis suplementares de acordo com seu bloco, ou seja, em cada bloco consideraremos a variável que apresenta uma maior contribuição para formação da classe. Nesse sentido, as variáveis que mais contribuem para a formação da classe são curso de licenciatura em ciências biológicas com habilitação em matemática (V2) que já concluíram o curso (V4) com experiência profissional entre 14 a 20 (V7) anos e com idade entre 40 a 45 anos (V10) e do sexo feminino (V11).

6 Considerações Finais

Na pesquisa, ora relatada, analisamos os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico de um grupo de professores de Matemática da educação básica, do sertão do Estado da Paraíba, Brasil. Nessa direção, evidenciamos que a maior parte dos participantes do estudo atuam no primeiro nível de Van-Hiele, marcado pela consideração dos objetos geométricos por meio dos seus aspectos globais. Tal fato pode ser explicado a partir das relações de implicação e de coesão entre as variáveis apresentadas. No gráfico implicativo, o caminho V57 ⇒ V42 ⇒ V36, referente a construção de quadrados com tamanhos diferentes (V57), quando solicitada a construção de quadrados distintos, implica em não reconhecer e não identificar o quadrado em posição não prototípica como um losango (V42) o que implica, por sua vez, em não reconhecer e não identificar o quadrado em posição prototípica como um losango (V36). Nesse caso, o professor produziu dois quadrados de tamanhos diferentes, considerando apenas o aspecto global (característica do primeiro nível de pensamento geométrico), provavelmente, o mesmo reconhece (ou não) o quadrado prototípico, e ainda não identifica o quadrado não prototípico. Isso ocorre, provavelmente, porque tal docente atua no primeiro nível de Van-Hiele. A árvore coesitiva que no nível mais alto temos a classe que contem a subclasse

V14 ⇔ V15, temos um nó significativo e uma dupla quase - implicação. Observamos que o participante que não conseguiu representar corretamente um "não retângulo" (V14) tende a considerar o quadrado o "não retângulo" (V15), como é uma dupla implicação a recíproca é verdadeira. Nesse caso, o professor não considerou as propriedades das figuras na construção, mas se pegou apenas ao aspecto global (primeiro nível de Van-Hiele). Com a finalidade de conclusão dessa pesquisa pode-se afirmar que o conhecimento desses professores sobre o conceito de quadriláteros notáveis é bastante frágil, o que pode dificultar o trabalho em sala de aula desses profissionais nos diversos cenários de aprendizagem, quando o saber geométrico estiver em jogo na situação didática no ensino básico brasileiro.

Referências

[1] ALVES; G. S.; SAMPAIO, F. F. (2010), O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele e possíveis contribuições da geometria dinâmica, *Revista de Sistemas de Informação da FSMA*, n. 5, 69-76.

[2] ATEBE; H. U.; SCHAFER, M. (2008), As soon as the four sides are all equal, then the angles must be 90º each: Children's misconceptions in geometry, *African Journal of Research in SMT Education,* v. 12, n. 2, 47–66.

[3] BRASIL. MEC (3ªed), (1998), *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática*, MEC/SEF, Brasília.

[4] CAMARA, M. (1992) Etude didactique de l'utilisation d'un matériel de manipulation pour les premiers apprentissages en géométrie. Mémoire de DEA, Université Lyon-I.

[5] CÂMARA DOS SANTOS, M. (2001), Effets de l´utilisation du logiciel Cabri-Géomètre dans le developpement de la pensée géométrique, *Annales*... Montreal : Cabri Word Committte, 1 – 12.

[6] CÂMARA DOS SANTOS, M. (1998), Investigando os níveis de pensamento geométrico de Van-Hiele: o caso dos quadriláteros, En: Encontro Nacional de Educação Matemática, *Anais* São Leopoldo: SBEM, 1-6

[7] CÂMARA DOS SANTOS, M. (2001b). O Cabri-Géomètre e o desenvolvimento do pensamento geométrico: o caso dos quadriláteros, En : Encontro Nacional de Educação Matemática, *Anais*. Rio de Janeiro: SBEM, 1-14.

[8] CÂMARA DOS SANTOS, M. (2009), O Cabri-Géomètre e o desenvolvimento do pensamento geométrico: o caso dos quadriláteros, En : BORBA, R. et GUIMARÃES, G. (Orgs.). *A pesquisa em educação matemática:* repercussões na sala de aula (177 -211). São Paulo, Brasil : Cortez.

[9] COSTA, A. P. (2016a). A construção do conceito de quadriláteros notáveis no 6º ano do ensino fundamental: um estudo sob a luz da teoria vanhieliana, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Pernambuco.

[10] COSTA, A. P. (2016b). *A Teoria do Desenvolvimento do Pensamento Geométrico-TDPG*: revisitando os níveis, Tese de doutorado em desenvolvimento, Universidade Federal de Pernambuco.

[11] COSTA, A. P. (2014). Evoluindo o raciocínio geométrico por meio de uma sequência didática: o caso dos quadriláteros. Encontro brasileiro de estudantes de pós-graduação em educação matemática, 18, *Anais.* Recife: EDUMATEC, 1-12.

[12] COSTA, A. P. ; CÂMARA DOS SANTOS, M. (2015a). Aspectos do pensamento geométrico demonstrados por estudantes do Ensino Médio em um problema envolvendo o conceito de quadriláteros. En : Conferência Interamericana de Educação Matemática, 14, *Anais* . Tuxta Gutiérrez, 1-9.

[13] COSTA, A. P. , CÂMARA DOS SANTOS, M.(2016a). Estudo dos quadriláteros notáveis por meio do GeoGebra: um olhar para as estratégias dos estudantes do 6º ano do ensino fundamental, *Revista do Instituto Geogebra Internacional de São Paulo*, v. 5, 3-17.

[14] COSTA, A. P., CÂMARA DOS SANTOS, M. (2015b). Investigando os níveis de pensamento geométrico de alunos do 6º ano do ensino médio: um estudo envolvendo os quadriláteros. En : simpósio internacional de pesquisa em educação matemática, 4, *Anais*... Ilhéus: PPGEM, p.1-12.

[15] COSTA, A. P., CÂMARA DOS SANTOS, M. (2016b). Níveis de pensamento geométrico de alunos do ensino médio no estado de Pernambuco: um estudo sob o olhar vanhieliano, Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamearicana, v. 7,. 1-19.

[16] COSTA, A. P.; ROSA DOS SANTOS, M. (2017a). Os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico de estudantes de uma Licenciatura em Matemática no Estado de Pernambuco: um estudo sob a ótica da teoria de Van-Hiele. *Educação On-line* (PUC-RJ), 2017.

[17] COSTA, A. P.; ROSA DOS SANTOS, M. (2017b). O pensamento geométrico de professores de Matemática em formação inicial. *Educação Matemática em Revista-RS*, 2017.

[18] GAZIRE, E. S. (2000). *O não resgate das geometrias.* Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas.

[19] GRAVINA, M. A. Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo. Tese de doutorado.

[20] GRAS, R. ; Régnier, J-C. ,Marinica, C., Guillet, F. (Eds). (2013). *L'analyse statistique implicative*. Toulouse : Cépaduès-Éditions.

[21] Gras R., Régnier J.-C., Guillet F. (Eds) (2009). *Analyse Statistique Implicative*. Une méthode d'analyse de données pour la recherche de causalités. Toulouse : Cépaduès-Éditions.

[22] KALEFF, A. M. M. R. (1998). *Vendo e entendendo poliedros.* Niterói: EdUFF.

[23] LEIVAS, J.C.P. *Imaginação, intuição e visualização:* a riqueza de Possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura de matemática. Tese de doutorado.

[24] NASSER, L. (1990), O desenvolvimento do raciocínio em geometria, *Boletim GEPEM (USU)*, v. 27, 93-99.

[25] NASSER, L. (1998), A Teoria de Van Hiele para o ensino de geometria : pesquisa e aplicação. En : Seminário Internacional de Educação Matemática, 1, *Anais*... Rio de Janeiro : SBEM, 1 – 12.

[26] NASSER, L. (1998), A construção do pensamento geométrico. En : Encontro Nacional de Educação Matemática, 6, *Anais*... São Leopoldo : SBEM, 1-8.

[27] NASSER, L. , SANT'ANNA, N. F. P.(4ªed), (1997), *Geometria segundo a Teoria de Van Hiele*, Projeto Fundão/IM-UFRJ, Rio de Janeiro.

[28] PARAÍBA (2014), Avaliando Idepb, *CAEd*, v.3, 1-56.

[29] PARAÍBA (2010), Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental do Estado da Paraíba, SEC/Gratset, João Pessoa.

[30] PAVANELLO, R. M.(1999), A geometria no ensino fundamental, *Teoria e Prática da Educação*, v. 1, n.2, 33-41.

[31] PERNAMBUCO (2012*), Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco:* Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio, UFJF, Juiz de Fora.

[32] VALENTE, J. A., ALMEIDA, M. E. B. (2015). Uso do Chic na Formação de Educadores: à guisa de apresentação dos fundamentos e das pesquisas e foco, Letra Capital, Rio de Janeiro.

[33] VAN-HIELE, P. M. (1957), El problema de la comprensión: en conexión con la comprensión de los escolares em el aprendizaje de la geometria, Tese de doutorado.

L'APPRÉHENSION PERCEPTIVE DES FIGURES GÉOMÉTRIQUES

Androulla PETRIDOU[1], Iliada ELIA[2], Athanasios GAGATSIS[3] et Sofia ANASTASIADOU[4]

PERCEPTUAL APPREHENSION OF GEOMETRICAL FIGURES

RÉSUMÉ

La présente étude vise à étudier l'appréhension perceptive de la figure géométrique de 396 enfants de 4 à 6 ans. Pour évaluer l'appréhension de la figure géométrique en mettant l'accent sur l'appréhension perceptuelle des figures géométriques, une série de tâches en papier et crayon ont été développés sur la base de la théorie sur l'appréhension des figures géométriques. Nous avons aussi pris en compte les recherches sur l'apprentissage précoce de la géométrie. Les résultats ont révélé que les enfants d'âge préscolaire semblent avoir de difficultés à identifier des formes juxtaposées dans une configuration superposée de formes. Ils ont des difficultés à utiliser l'approche méréologique et à reconnaître la superposition de formes non apparentes. À l'inverse, la reconnaissance des formes dans une collection de formes discrètes et la reconnaissance des formes de juxtaposition dans les configurations sont des tâches plus faciles pour les enfants à réussir. Un besoin de déconstruction dimensionnelle précoce est détecté.

***Mots - clés**: elèves de la maternelle, l'appréhension de la figure géométrique, la pensée perceptive, déconstruction dimensionnelle.*

ABSTRACT

The present study aims to investigate the perceptual geometrical figure apprehension of 396 kindergartners aged four to six. To assess geometrical figure apprehension with a focus on perceptual apprehension of geometrical figures, a series of paper-and-pencil items were developed based on theories of apprehension of geometrical figures. The results revealed that preschoolers seem to have serious difficulties in identifying juxtaposed shapes in a superposed configuration of shapes using mereologic apprehension and in recognizing superposition non-apparent shapes. Conversely, the recognition of shapes in collection of discrete shapes and the recognition of juxtaposition shapes in configurations are easier tasks for children to succeed. A need for early dimensional deconstruction is detected.

***Keywords:** kindergartners, geometrical figure apprehension, perceptual thinking, dimensional deconstruction.*

1 Introduction

L'éducation en géométrie des enfants âgés de 4-6 ans tente d'aider les enfants à s'améliorer avec des moyens et des outils pour résoudre des problèmes spatiaux. La construction de la connaissance géométrique repose sur la relation entre les connaissances spatiales et géométriques (Soury-Lavergne & Maschietto, 2015). En même temps,

[1] Université de Chypre, apetri02@ucy.ac.cy
[2] Université de Chypre, elia.iliada@ucy.ac.cy
[3] Université de Chypre, gagatsis@ucy.ac.cy
[4] Université de Macédoine de Ouest, Florina, Grèce, sofan@uom.gr

Sarama et Clements (2009) ont proposé que le développement cognitif des enfants sur la géométrie est basé sur la compréhension des figures géométriques. Malheureusement, il y a un manque d'études se reportant à l'appréhension de la figure géométrique des enfants d'âge préscolaire. Précisément, cette étude vise à utiliser des théories antérieures de chercheurs en géométrie afin d'analyser l'appréhension perceptive de la figure géométrique des élèves d'âge préscolaire.

2 Cadre Théorique

La présente étude porte sur l'appréhension de la figure géométrique des enfants. Duval (1995; 1999) distingue quatre types d'appréhension d'une "figure géométrique": perceptive, séquentielle, discursive et opératoire. Dans la petite enfance, il est possible de travailler plutôt avec des tâches basées sur l'appréhension perceptive de la figure géométrique et à certain degré avec des tâches basées sur l'appréhension opératoire de la figure géométrique. La présence de ces types d'appréhension des figures géométrique pourrait être expliquée par l'accent que donnent le «National Association for the Education of Young Children (NAEYC)» et le «National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)» (2002) sur le développement de ces capacités. L'étude d'Evangelou (2017) vise à améliorer ces types d'appréhension dans l'école de la maternelle à Chypre. En particulier, l'appréhension perceptive se réfère à la reconnaissance d'une forme dans un plan ou en profondeur. En fait, la perception de ce que la figure montre est déterminée par les lois de l'organisation figurative et par les indices picturaux. L'appréhension perceptive indique la capacité de nommer les figures et la capacité de reconnaître dans une figure composite perçue plusieurs sous-figures. L'appréhension opératoire contribue à donner une idée de la solution d'un problème en regardant une figure et dépend des différentes manières de modifier une figure donnée : méréologique, optique et par la manière de déplacement. La manière méréologique se réfère à la division de la figure donnée entière en parties de formes diverses et à leur combinaison en une autre figure ou sous-figures (reconfiguration), la manière optique est lorsque l'on rend la figure plus grande ou plus étroite, ou oblique, alors que la manière de déplacement se réfère à sa position ou à sa variation d'orientation.

Dans cette étude nous n'examinons pas l'appréhension séquentielle (p.ex. constructions) et l'appréhension discursive (p.ex. définition, hypothèse) qui dépassent largement les capacités des enfants de cet âge.

La visualisation doit aller contre la perception et se concentrer sur la reconnaissance de toutes les unités figurales possibles dans une figure donnée (Duval, 2013). Les unités de figures représentent « tous les éléments qui peuvent être discriminés visuellement dans toute figure construite» (Duval 2014, p. 155). La façon d'y parvenir est la déconstruction dimensionnelle des formes perceptivement reconnues. Pour Duval (2005), la déconstruction dimensionnelle des formes géométriques est le processus central de la visualisation géométrique, qui permet la reconnaissance perceptuelle d'une figure dans une configuration d'unités figurales de dimensions inférieures. La déconstruction dimensionnelle des formes est le changement de dimension opéré sur toute forme

reconnue ou configuration donnée (Duval, 2005). Cette façon d'appréhender perceptivement une figure est au-delà, et parfois à l'encontre de la perception.

Selon Sarama et Clements (2009), un autre aspect important de la pensée perceptive est la capacité de trouver des figures dans des figures géométriques de plus en plus complexes, y compris des éléments embarqués. D'après la théorie de Gestalt, cette capacité comprend des structures de contour et de zone de figures. Chaque structure (contour et zone) est divisée en deux sous-catégories, avec un degré de complexité différent: structure principale et secondaire (voir figure 1). En particulier, d'une part, la première sous-catégorie des structures de zone se réfère à l'identification d'une composition de forme géométrique en figure complexe dont sa surface n'est pas pénétrée par d'autres segments de ligne (structure de zone primaire, PAS). La seconde sous-catégorie de structures de la zone est liée à l'identification de la forme (désassemblée) dont la surface est pénétrée par des parties droites d'une autre structure de la composition (structure de zone secondaire, SAS). D'autre part, la première sous-catégorie de la structure de contour fait référence aux formes de structure de contour primaire (PCS) dont leurs segments de ligne ont d'abord été utilisés dans la construction de la configuration ou, en d'autres termes, des formes superposées (Duval, 2014). Précisément, ces formes PCS sont généralement symétriques ou aussi régulières que possible. Il est important de préciser que les formes PCS devraient être présents le moins possible dans une configuration. En outre, tous les segments de ligne de la configuration sont impliqués dans la construction du PCS et ces segments peuvent être traversés par des segments d'autres formes ou non. La seconde sous-catégorie amène des formes structurées de contour secondaire (SCS) qui sont « cachées » (aucune des formes sur lesquelles la construction de la configuration est basée) ou, en d'autres termes, des formes juxtaposées (Duval, 2014). Les formes SCS incluent des segments appartenant à des structures primaires (formes de base).

Il existe une limitation des recherches sur le sujet de la reconnaissance de la forme dans les configurations géométriques, mais l'étude de Clements et al. (1999) montre que les enfants de l'âge de cinq ans sont plus susceptibles (par rapport à ceux de quatre ans) d'identifier des cercles ou des carrés intégrés dans d'autres structures. Sarama et Clements (2009) ont suggéré que ces questions nécessitent plus de recherches sur ce domaine.

Précisément, dans une analyse plus récente sur les problèmes de figures intégrées, Duval (2014) suggère que, dans une configuration, plusieurs et différents contours fermés peuvent être considérés, de sorte que les formes peuvent être reconnues soit comme des formes superposées ou comme des formes juxtaposées (voir figure 1). Mais les deux sont visuellement exclusifs. Un seul se détache d'un coup d'œil et bloque l'autre. Selon Duval (2014), les élèves sont susceptibles à reconnaître perceptivement les formes évidentes superposées plutôt que les formes juxtaposées dans les problèmes de géométrie, alors que dépasser la reconnaissance perceptuelle des formes et utiliser la reconfiguration des formes juxtaposées possibles est un élément clé de la résolution géométrique des problèmes.

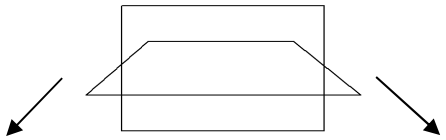
Configuration géométrique		
Formes selon la théorie de Duval	Formes superposées: Deux formes polygonales (Un trapèze superposé à un rectangulaire)	Formes juxtaposées: Cinq formes polygonales (2 triangles, 1 rectangle et 2 hexagones)
Formes selon Gestalt	Deux structures de contour primaires (PCS) Et deux structures de zones secondaires (SAS)	Cinq structures de contour secondaires (SCS) Et cinq structures de zones primaires (PAS)

Figure 1 - Deux façons visuellement distinctives pour la reconnaissance des formes dans une configuration analysée de deux manières alternatives, basée sur la théorie de Duval et sur la théorie de Gestalt

La présente enquête avait comme objectif de contribuer à mieux comprendre l'appréhension perceptive des figures géométriques des enfants de l'âge préscolaire. L'accent était mis sur la capacité des enfants de 4 à 6 ans de nommer et de reconnaître les formes 2D, y compris, par exemple, les triangles, les carrés et les rectangles, dans une collection de formes distinctes ou dans une configuration géométrique de formes d'une structure primaire ou secondaire. Les questions précises de recherche scientifique qui guident cet article sont les suivantes :

- Comment les enfants âgés de 4-6 ans réussissent-ils dans l'appréhension perceptive des figures géométriques?
- Quelles sont les relations entre les éléments d'appréhension perceptive des figures géométriques?

3 Approche méthodologique

3.1 Echantillon des sujets participants

Les participants étaient au nombre de 396 enfants (191 garçons et 205 filles), âgés de 4 à 6 ans, élèves des écoles maternelles publiques à Chypre. Les classes de maternelle à Chypre concernent des enfants âgés de 4 à 6 ans.

3.2 Outils et procédures de collecte de données

Pour aborder le sujet de la recherche et examiner l'appréhension de la figure géométrique des enfants de maternelle en mettant l'accent sur l'appréhension perceptuelle des figures géométriques, une série de 25 outils de papier et de crayon ont été développés sur la base de la théorie de Duval (1995; 1999) sur l'appréhension des figures géométriques, et aussi sur la base des recherches de Sarama et Clements (2009) sur l'apprentissage de la géométrie précoce.

Les éléments sont distingués en trois catégories (voir la figure 2 pour des exemples d'éléments). La première catégorie implique trois éléments associés à la reconnaissance d'une forme (rectangle, carré et triangle) dans une collection de formes séparées. Les enfants doivent reconnaître la forme par son nom, car la forme qu'on leur a demandé de trouver dans la collection de formes ne leur est pas donnée comme exemple d'image (visuellement) dans les instructions (voir la figure 2a, avec l'instruction "Trouver des triangles" sans aucun exemple visuel de celui-ci). Ces objets sont dérivés d'autres

recherches. Plus précisément, les tâches sur des rectangles et des triangles (voir figure 2a) proviennent de la recherche Clements et Battista (1991). En outre, les carrés sont dérivés de la recherche de Razel et Eylon (1991). Dans la deuxième catégorie, il existe neuf éléments où une configuration géométrique est donnée qui comprend des formes juxtaposées, en d'autres termes, des formes d'une structure de zone primaire (PAS), c'est-à-dire des formes dont la zone est enfermée par leurs propres segments de ligne et non traversés par d'autres segments de ligne (Sarama & Clements, 2009). Nous demandons aux enfants d'identifier des formes spécifiques dans la configuration en reconnaissant (en sélectionnant) ces formes (cinq éléments - voir figure 2b) ou en les nommant (quatre éléments).

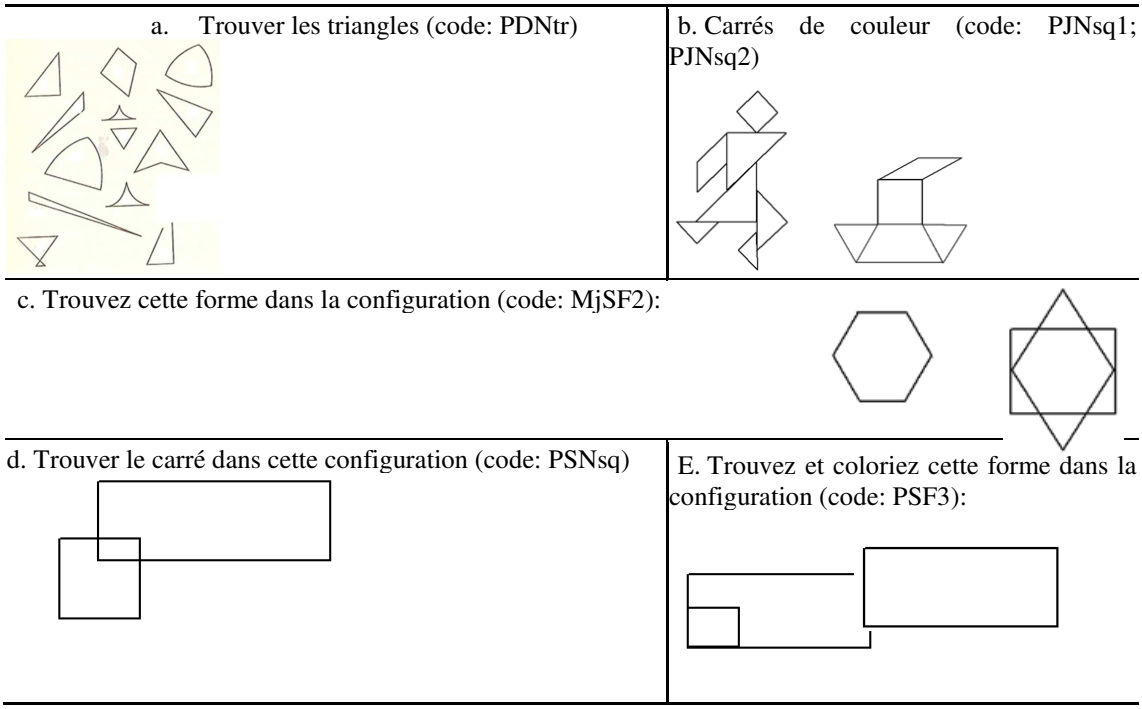


Figure 2 - Exemples de test papier/crayon d'éléments d'appréhension perceptive

Dans la troisième catégorie, configuration avec des formes superposées est incluse. Pour cette dernière catégorie, deux sous-catégories de tâches ont été développées. Dans la première sous-catégorie de cinq éléments, les enfants doivent reconnaître une forme "cachée", c'est-à-dire une forme de SCS qui n'est pas une des formes sur lesquelles la construction de la configuration est basée (Théorie de Gestalt en Sarama & Clements, 2009) ou, en d'autres termes, c'est une forme juxtaposée (Duval, 2014). Pour ces éléments, la forme que les enfants sont appelés à reconnaître est représentée visuellement dans les instructions de tâches dans un espace séparé de la configuration principale. Par exemple, la configuration géométrique montrée dans la figure 2c est construite à partir d'un rectangle et d'un rhombus, tandis que les enfants recherchent un hexagone dans la configuration illustrée également dans les instructions. Ces éléments nécessitent une reconnaissance méréologique des formes juxtaposées dans des configurations de formes superposées lorsque la figure est donnée. Plus clairement, pour l'identification de ces formes (comme l'hexagone dans l'élément de la figure 2c), les enfants doivent aller au-delà du PCS (par exemple, le rectangle et le rhombus) et créer de nouveaux SCS (formes cachées, p.ex. l'hexagone), qui comprend des segments qui appartiennent aux structures

primaires. Ainsi, les enfants identifient (implicitement) les segments de ligne (unités figurales 1D) qui peuvent appartenir à différentes structures (unités figurent 2D) permettant la construction de nouvelles figures (unités figures 2D) (théorie de Gestalt, Sarama & Clements, 2009). Notre conjecture est que c'est une utilisation implicite de la déconstruction de première dimension et que les enfants qui réussissent dans ces objets appartiennent au stade initial de la capacité de déconstruction dimensionnelle. La deuxième sous-catégorie se réfère à huit éléments dans lesquels les enfants sont invités à identifier un PCS, ou en d'autres termes, une forme superposée qui a été utilisée dans la construction de la configuration. Par exemple, la configuration géométrique représentée sur la figure 2d est composée d'un rectangle et d'un carré. Il a été demandé aux enfants de rechercher un carré dans la configuration dont la zone est traversée par d'autres segments de ligne. Pour certains exercices de cette catégorie, la forme que les enfants sont appelés à reconnaître est représentée visuellement dans les instructions des tâches (cinq éléments, voir figure 2e). Pour d'autres exercices (trois, voir figure 2d), il est donné verbalement. Un système de codage a été développé (voir tableau 1) pour la codification des 25 outils de test d'appréhension perceptive. Chaque tâche a été codé par quatre lettres minimum selon ses caractéristiques. Par exemple, l'exercice PDNtr (voir figure 2a) se réfère à un élément perceptif où les enfants doivent reconnaître les triangles dans une collection discrète de triangles lorsque le nom de la figure n'est donné que verbalement. En ce qui concerne la procédure de collecte de données, l'administration du test a été menée par des chercheurs formés au début de l'année scolaire dans des groupes de quatre enfants, qui ont été rassemblés dans un endroit calme à l'école. Une fois qu'un élément de test a été lu à haute voix aux enfants, ils doivent répondre en mettant un cercle ou en colorant la figure ou les chiffres qui représentent la bonne réponse.

Code	Signification du code
P	Élément perceptive
J	Juxtaposition - configuration avec des formes juxtaposées
S	Superposition - configuration avec des formes superposées
D	Ensemble discret de chiffres séparés
N	Reconnaissance par le nom de la figure
F	Reconnaissance de la figure (représentation visuelle)
Sq	Carré
Re	Rectangle
Tr	Triangle
M	Méréologique
J	Formes juxtaposées dans une configuration de figures superposées

Tableau 1 - Système de codage

Les réponses correctes ont été codées par 1 et celles incorrectes par 0. Toutes les réponses que les enfants fournissent en utilisant leurs couleurs dans la surface de la forme ou en entourant le contour de la forme demandée sont considérées comme des réponses correctes. En détail, pour coder une réponse comme correcte pour un élément de la première catégorie (voir figure 2a), les enfants doivent colorier la zone ou graver le contour de tout triangle dans la collection de formes séparées. Si un enfant identifie certaines formes de triangles (et pas toutes) ou sa réponse inclut des exemples (par ex. Un triangle), sa réponse a été considérée comme erronée. Dans les tâches de la deuxième catégorie (voir figure 2b), si un enfant n'identifie pas tous les carrés de la configuration

ou marque comme carrés un autre exemple de la forme donnée (par ex. Triangles) cela a été codé comme incorrect. Dans la configuration de la troisième catégorie d'exercices, les réponses correctes pour les éléments de la première sous-catégorie ont été considérées comme les réponses dans lesquelles les enfants colorent toute la surface de la forme ou entourent le contour comme unité. Précisément, les enfants dans la configuration de l'élément de la figure 2c ne doivent colorier que la zone de l'hexagone ou en graver le contour. Si une autre forme ou contour est marqué, la réponse a été codée comme incorrecte. Dans la deuxième sous-catégorie, la réponse correcte était de marquer toute la forme cible de la configuration, par exemple le carré dans la configuration donnée (voir figure 2d). Les enfants doivent colorier la zone du carré (y compris la zone de chevauchement du rectangle donné) ou graver tout le contour du carré. Si la zone ou le contour du carré était partiellement ombragé, la réponse a été codée comme incorrecte.

3.3 Méthode d'analyse des données

Deux logiciels informatiques principaux sont utilisés : SPSS et CHIC. Nous utilisons le logiciel SPSS pour une analyse descriptive des données. En outre, nous utilisons une analyse différente au moyen du logiciel CHIC (Classification Hiérarchique, Implicative et Cohésitive, Bodin, Coutourier et Gras, 2000) qui révélera des relations implicites et de similarité entre les éléments du test en fonction des réponses des enfants.

L'ASI a été développée par Régis Gras pour s'appliquer dans la Didactique des Mathématiques (Gras, 1979). Depuis la thèse de doctorat de Régis Gras un très grande nombre de recherches ont été publiés concernant différentes voies de développement de la théorie (Gras, & Couturier, 2013; Gras, Couturier, Blanchard, Briand, Kuntz, & Peter, 2004; Gras, Regnier, & Guillet, 2009; Gras, Régnier, Marinica, & Guillet, 2013). Ainsi la méthode a considérablement évolué et a été appliquée à un large éventail de données comme en éducation, psychologie, médicine etc. Plus précisément, l'analyse statistique implicative (Gras, Régnier, Marinica & Guillet, 2013) vise à donner une signification statistique à des expressions comme: "si on observe la variable A sur un sujet, on observe en général la variable B dans le même sujet ". Ainsi, le principe sous-jacent de l'analyse implicative est basé sur la quasi implication: "si A est vrai, alors B est plus ou moins vrai". Un diagramme implicatif représente graphiquement le réseau des relations quasi-implicatives entre les variables du jeu V. Dans cette étude, les diagrammes implicatifs contiennent des relations implicites, indiquant si le succès d'une tâche spécifique implique le succès d'une autre tâche liée à la première.

4 Résultats de l'étude

Les résultats de l'étude sont organisés en sections selon les questions de recherche spécifiques qui définissent l'étude sur l'appréhension perceptive de la figure géométrique chez les enfants d'âge préscolaire.

4.1 Comment les enfants de la maternelle réussissent-ils dans l'appréhension perceptive des figures géométriques ?

En ce qui concerne la première question de recherche sur la performance des enfants de maternelle concernant les objets d'appréhension perceptive, nous utilisons le logiciel

SPSS pour définir les données descriptives de nos objets. Précisément, le tableau 2 montre les scores moyens de la performance des enfants dans l'appréhension perceptive du test de figure géométrique. Comme nous pouvons le remarquer, les éléments avec les scores les plus élevés sont des tâches dans lesquelles les enfants doivent reconnaître des formes dans la collection de formes discrètes (PDN) et des objets dont les enfants doivent trouver des formes de juxtaposition dans des configurations géométriques lorsque le nom de la figure est donné à la fois verbalement et visuellement (PJFN). D'autre part, un score inférieur est détecté dans les éléments ayant principalement des tâches qui se réfèrent à la compétence des enfants dans l'identification de formes juxtaposées dans une configuration superposée de formes utilisant une appréhension méréologique (MjSF). Aussi, la même chose a été constaté dans certaines tâches où les enfants sont appelés à identifier des formes de superposition en configurations géométriques lorsque le nom de la figure est donné uniquement visuellement (PSF). Une découverte importante est que lorsque la figure est donnée uniquement verbalement par son nom, les enfants ont tendance à identifier facilement les formes dans une collection de formes discrètes (PDN), puis en configuration géométrique. En outre, dans les configurations, les enfants semblent reconnaître les formes de superposition (PSN) plus facilement que les formes de juxtaposition (PJN). Dans les éléments où la figure à identifier est une figure bien connue (carré, triangle ou rectangle), les enfants agissent différemment dans chaque type de tâche d'appréhension perceptive. Plus précisément, les enfants reconnaissent les triangles avec plus de succès lorsque la forme est donnée dans les configurations (de superposition et de formes de juxtaposition) et non dans une collection de formes discrètes. Par conséquent, les enfants identifient plus facilement les carrés et le rectangle, dans ces types de tâches. On observe qu'ils ont des difficultés sérieuses à reconnaître le rectangle en configuration avec des formes de superposition. En outre, les enfants d'âge préscolaire réussissent moins en reconnaissance des carrés dans les configurations lorsque la forme est en forme de juxtaposition.

Objets d'appréhension perceptive	Moyenne	Ecart type
Ecart typePDNtr	0.59	0.17
PDNsq	0.70	0.25
PDNre	0.71	0.14
PJNtr1	0.51	0.37
PJNtr2	0.78	0.40
PJNsq1	0.20	0.38
PJNsq2	0.43	0.44
PJNre	0.44	0.17
PJFNtr	0.63	0.48
PJFNsq	0.79	0.40
PJFNre1	0.65	0.48
PJFNre2	0.79	0.41
PSNtr	0.71	0.45
PSNsq	0.62	0.49
PSNre	0.31	0.46
MjSF1	0.17	0.38
MjSF2	0.17	0.38
MjSF3	0.10	0.29
MjSF4	0.06	0.15
MjSF5	0.11	0.32
PSF1	0.04	0.20
PSF2	0.16	0.36
PSF3	0.17	0.37
PSF4	0.70	0.46
PSF5	0.21	0.41

Tableau 2 - Scores moyens des élèves aux tâches d'appréhension perceptive des figures géométriques

4.2 Quelles sont les relations entre les objets d'appréhension perceptive des figures géométriques ?

Afin d'examiner les relations des éléments d'appréhension perceptive basés sur les réponses des enfants, nous utilisons les diagrammes de similarité et les graphs implicatifs obtenus par le logiciel CHIC. Comme on le voit ci-dessous, dans la figure 3, sur le diagramme de similarité des tâches d'appréhension perceptive des figures géométriques, les enfants manipulent ces tâches d'une manière différente. Ceci peut être noté par l'observation de trois groupes de similarités principales qui ne sont pas connectés entre eux et chaque groupe principal se divise en plusieurs sous-groupes.

Le premier groupe de similarité a deux sous-groupes. Le premier sous-groupe se réfère aux tâches PJNtr1, PJNtr2, PJFNre2 et PJFNsq. Ces exercices sont des tâches consistant à reconnaître des formes de juxtaposition ou des formes de structure de zone principale dans des configurations géométriques. En effet cela montre que les enfants agissent de manière similaire lorsqu'ils doivent identifier des formes de juxtaposition dans des configurations lorsque la forme qu'ils recherchent est une forme bien connue et lorsqu'ils sont familiers avec elle.

Le deuxième groupe de similarité, avec les éléments MjSF5, MjSF1, MjSF3, PSF5, PSNre, MjSF2, PSNsq, PSNtr, PSF4, PJNsq1, PJNsq2, PJNre, PJFNre1, PJFNtr et PDNsq, comporte deux sous-groupes principaux. Comme on le remarque, ce groupe

rassemble la plupart des éléments. Le premier sous-groupe se réfère aux éléments (MjSF5, MjSF1, MjSF3, PSF5, PSNre, MjSF2, PSNsq, PSNtr, PSF4) avec deux caractéristiques différentes. Plus précisément, ici, nous avons des éléments qui examinent la compétence des enfants dans une configuration géométrique reconnue qui implique des formes de superposition (ou une structure de zone secondaire), qui sont la structure de contour principale puisqu'elles se chevauchent et ne font pas partie de l'ensemble (PSNre, PSNsq, PSNtr, PSF4, PSF5). En même temps, nous observons des éléments dans lesquels les enfants sont appelés à identifier des formes juxtaposées dans une configuration superposée de formes en utilisant une appréhension simple (MjSF5, MjSF1, MjSF3, MjSF2). Cette capacité implique la reconnaissance de formes que les unités 2-D ne sont pas utilisées pour la construction de la configuration (SCS). Ainsi, il peut s'avérer nécessaire de construire mentalement une nouvelle figure 2-D en unité 1-D (segments) empruntés aux formes de base de la configuration (PCS). Il s'agit d'un processus de visualisation qui est plutôt complexe, de sorte que les enfants sont moins performants sur ces éléments.

Dans ce sous-groupe, plusieurs similitudes significatives sont statistiquement détectées. La plus forte similitude de toutes est observée entre deux éléments de la dernière capacité MjSF1 et MjSF3 (ressemblance la plus proche de 1). Les enfants semblent agir de la même manière en complétant ces tâches, bien que la première se réfère à une forme dont les enfants connaissent bien (triangle) et la seconde à une forme dont les enfants ne sont pas si familiers (pentagone). En fait, les éléments d'identification des formes juxtaposées dans une configuration superposée de formes utilisant une appréhension méréologique (MjSF5, MjSF1, MjSF3) ont des liens de similarité (similarité 0,999552) avec l'article PSF5 qui se réfère à la reconnaissance d'un triangle d'orientation non prototypique dans une configuration géométrique avec deux triangles identiques superposés avec une orientation opposée (bien que les bases ont une orientation horizontale, leur sommet a une orientation non horizontale - placement à l'envers). Dans cet élément, les deux formes superposées (celle à identifier et l'autre) sont une structure de contour principale lorsqu'elles se chevauchent et elles ne font pas partie de l'ensemble. Cette liaison de similarité avec les éléments précédents s'explique peut-être par le fait que, pour que les enfants puissent identifier la forme, une modification méréologique peut être nécessaire afin que les enfants puissent appliquer une déconstruction opératoire de la forme (déconstruction dimensionnelle démotique précoce) dans les unités inférieures des figures et ensuite construire la forme qu'ils recherchent.

Il faut préciser que dans ce groupe, deux éléments de reconnaissance de la forme de juxtaposition (carré) en configuration sont détectés (PJNsq1, PJNsq2). Ces éléments ont des similitudes importantes avec les précédentes (près de 0.970692). Cela peut être dû au fait que le carré dans les configurations peut être considéré comme une figure «non apparente», car pour l'identifier comme un carré dans une orientation non-prototypique (non horizontale) ou à l'opposé de ses deux côtés avec des côtés d'autres formes (trapèze et parallélogramme), les enfants peuvent implicitement utiliser des processus de déconstruction dimensionnelle. C'est-à-dire qu'ils peuvent le visualiser comme une forme avec quatre côtés égaux (unités figures 1D) et quatre angles droits. Ceci est davantage

soutenu par le fait que les enfants ont été invités à l'identifier uniquement par son nom, sans aucun exemple visuel dans les instructions.

D'autre part, le deuxième sous-groupe de similarité comprend les éléments PJNre, PJFNre1, PJFNtr et PDNsq. Les trois premiers éléments se réfèrent à des éléments de reconnaissance de formes de juxtaposition (ou structure de zone primaire) en configurations géométriques et le dernier à la reconnaissance de carrés dans une collection de carrés discrets. Les élèves agissent d'une manière similaire dans ces outils où ils ont une performance élevée aussi.

Enfin, le troisième groupe de similarité a deux sous-groupes (PDNre, PDNtr, PSF2, PSF3). Les deux premiers éléments (PDNre-rectangle, PDNtr-triangle) se réfèrent à la reconnaissance des formes dans une collection de formes discrètes. Les deux derniers éléments (PSF2, PSF3) ont une haute similitude (près de 1). Plus précisément, ces éléments considèrent la reconnaissance de la forme de superposition (ou structure de zone secondaire) en configuration géométrique qui n'est pas apparente. Les figures non apparentes sont habituellement les figures extérieures dans une configuration superposée, la figure intérieure faisant partie de l'autre figure dans son ensemble. L'identification des figures non apparentes (externes) (avec tous leurs segments droits) obligent les enfants à dépasser la structure primaire afin de pouvoir reconnaître que la structure primaire (unité 2ème figure) comprend des segments (unités figuratives 1D) qui appartiennent simultanément à une structure secondaire.

En conclusion, ce schéma de similarité montre la relation étroite de la ressemblance de la réponse des enfants (4-6 ans) dans les tâches nécessitant l'identification de formes juxtaposées dans une configuration superposée de formes à l'aide d'une appréhension méréologique avec des tâches de reconnaissance de la figure en configuration géométrique impliquant des formes de superposition (ou une structure de zone secondaire), qui sont la structure de contour principale, car elles se chevauchent et elles ne font pas partie de l'autre dans son ensemble.

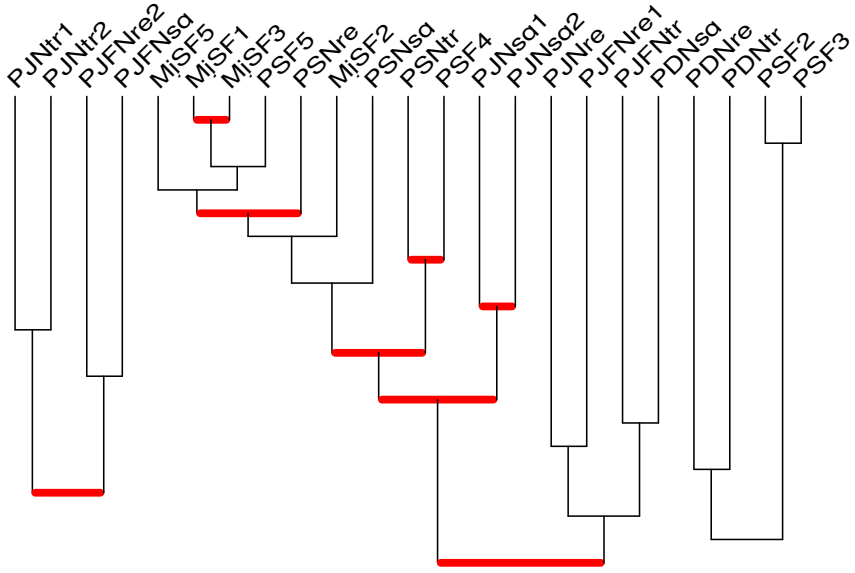


Figure 3 - Diagramme de similitude des figures géométriques des tâches d'appréhension perceptuelle de l'enfant de maternelle

Le graphe implicatif de l'appréhension perceptuelle des figures géométriques, illustré à la figure 4, montre les relations implicatives des tâches basées sur les réponses des enfants. En haut du graph, on constate des tâches nécessitant l'identification de formes juxtaposées dans une configuration superposée de formes à l'aide d'une appréhension simple (MjSF). Il est important de souligner qu'il semble que ces tâches (important avec l'indice implicatif 0,99) deviennent plus difficiles statistiquement pour un enfant à réussir lorsque la forme n'est pas une forme bien connue pour les enfants (comme le pentagone dans MjSF3). D'une part, ces tâches semblent être la tâche la plus difficile de l'appréhension perceptive pour les enfants. D'autre part, ces tâches forment des relations implicites avec des tâches qui incluent la reconnaissance de formes de superposition (ou structure de zone secondaire) et de formes de juxtaposition (ou structure de zone primaire) en configurations géométriques. En outre, dans ces relations implicites, il semble que si l'orientation de la forme de reconnaissance n'est pas prototypique (horizontale), les enfants ont des difficultés à réussir même si la forme est bien connue (PSF4-Rhombus versus PSF5-triangle). Comme cela peut être remarqué, les relations implicatives qui aboutissent aux tâches se rapportent à la reconnaissance des formes dans une collection de formes discrètes (PDNre, PDNsq) et la tâche se réfère à la reconnaissance de formes de juxtaposition dans des configurations géométriques (PJFNsq, PJNtr2).Ces tâches sont plus faciles à réussir pour les enfants.

Les relations implicatives révèlent que, peu importe quelle forme sont les enfants appelés à identifier, le succès sur les tâches de reconnaissance des formes de juxtaposition en configuration implique le succès sur les tâches de reconnaissance de formes dans une collection de formes discrètes (par exemple PJNsq2 → PDNre, PJFNre1→PDNsq). La forme est essentielle dans les tâches ayant les mêmes caractéristiques, comme dans les tâches de reconnaissance des formes de superposition dans la configuration. Plus précisement, le succès sur la tâche du rectangle (PSNre) implique le succès sur le carré (PSNsq); de même le succès sur le carré implique le succès sur le triangle (PSNtr). Ainsi, les triangles semblent être la forme la plus difficile à reconnaitre pour les enfants.

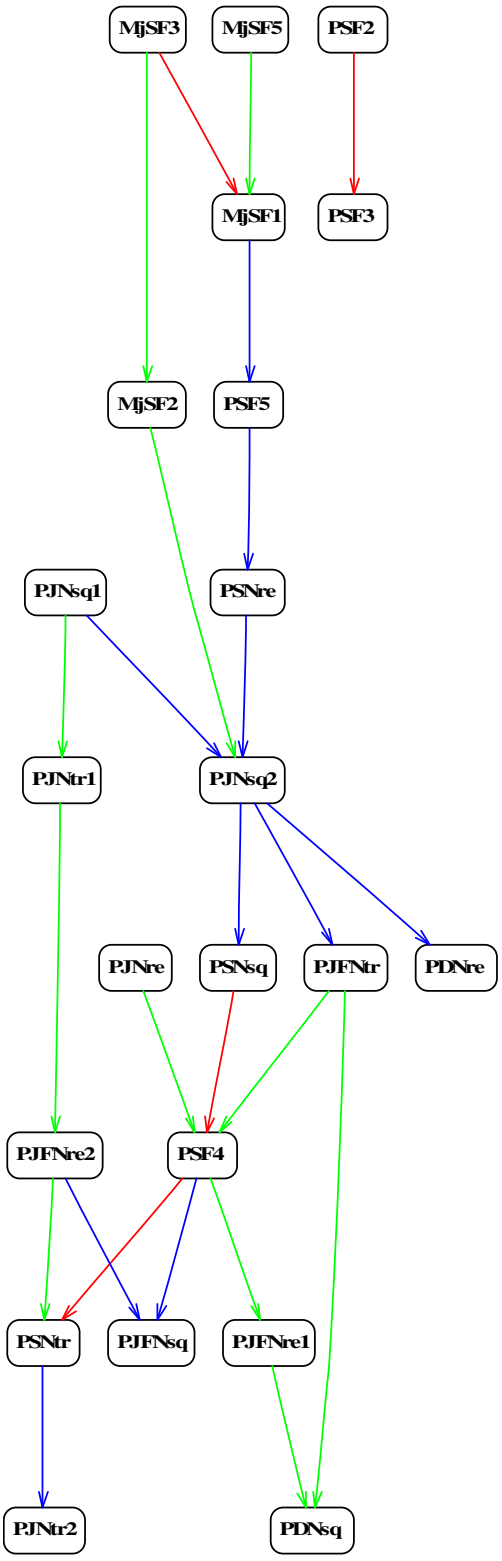


Figure 4- Graphe implicatif de l'appréhension perceptuelle des figures géométriques

De plus, comme il est facile à remarquer, une relation implicite, qui n'est pas liée à la précédente, est située dans la tâche de PSF2 et PSF3. Ces éléments considèrent la reconnaissance de la forme de superposition (ou structure de zone secondaire) en configuration géométrique avec le premier (PSF2) pour impliquer un succès

statistiquement important (au seuil de 0,99) sur le second (PSF3). Cela peut se produire en raison de la forme cible qui n'est pas une forme aussi bien connue au premier élément (le parallélogramme) qu'au deuxième élément (rectangle). Il faut dire que ces tâches peuvent ne pas être liées à d'autres relations implicatives : dans ces tâches, les enfants sont appelés à reconnaître une forme qui est l'une des formes de départ qui construisent la configuration et qui sont les figures extérieures dans une configuration superposée, la figure intérieure faisant partie de l'autre figure dans son ensemble. Ces formes doivent être envisagées comme des dessins non apparents et sont donc difficiles à identifier pour les enfants (comme les tâches MjSF). L'identification des figures non apparentes (externes) (avec tous leurs segments de ligne) nécessite aux enfants d'aller au-delà de la structure primaire afin de pouvoir reconnaître que la structure primaire (unité 2ème figure) comprend des segments (unités figuratives 1D) qui appartiennent simultanément à une structure secondaire.

5 Discussion

Cet article vise à identifier l'appréhension perceptive des enfants de maternelle. Dans cette section, nous discuterons des résultats de l'étude en fonction des questions de recherche qui ont été posées sur la performance de l'enfant et les relations entre les objets d'appréhension perceptive des figures géométriques.

On constate que les jeunes enfants ont de meilleurs résultats en reconnaissant et nommant des formes dans une collection de formes discrètes ou juxtaposées dans des configurations. Ces tâches sont plus faciles à résoudre pour les jeunes enfants, en raison du faible niveau de complexité cognitive / visuelle de ce type d'outils qui ne comprennent pas d'autres structures (unités figurales) qui interfèrent dans leur surface ou leurs côtés. De plus, il est essentiel de noter que les enfants de Chypre qui fréquentent les écoles préscolaires ont beaucoup d'expérience dans ce type d'activités selon le programme mathématique des premières années des enfants âgés de 3 à 6 ans (Ministère de l'Éducation et de la culture de Chypre, 2016).

Il est important de dire que dans notre recherche, les jeunes enfants ont de sérieuses difficultés en reconnaissance du triangle dans une collection de formes discrètes. Ceci a été détecté dans des recherches précédentes de Levenson, Tirosh et Tsamir (2011) sur des exemples intuitifs et non intuitifs de formes. En outre, les résultats de notre recherche sont conformes aux études antérieures indiquant que la reconnaissance des formes de juxtaposition dans les configurations est une tâche plus complexe que l'identification des formes de superposition (voir Duval, 2014).

Les enfants traversent la plus grande difficulté à différencier des formes de structure de contour secondaires qui peuvent nécessiter l'utilisation des processus de figures dimensionnels et précoces en unités 1D dans la reconnaissance des formes de superposition non apparentes dans une configuration géométrique. Ces tâches exigent de dépasser la visualisation de la perception. Les formes non apparentes demandent un niveau plus élevé de visualisation. De même, dans les tâches d'appréhension méréologique d'identification les enfants doivent sortir de la structure primaire de contour qui sont les formes initialement utilisées pour la construction de la configuration et créer de nouvelles formes de structure de contour secondaire qui sont des formes cachées qui

comprennent des segments des précédentes formes de structures primaires. Comme il a été remarqué, ce processus de visualisation nécessite l'identification des unités 1-D (segments de ligne) qui font partie des unités 2-D, ce qui permet d'avancer dans la construction de nouvelles unités figuratives 2-D (sur la base de la théorie de Gestalt, Sarama et Clements, 2009, p. 256-257). Ce processus complexe est en contraste avec les moyens plus faciles et purement emblématiques avec lesquels les enfants identifient des formes apparentes.

Comme il est à envisager de nos résultats mentionnés ci-dessus, les enfants « voient » la figure géométrique à travers leur perception comme un objet tangible et ils n'arrivent pas à les voir « mathématiquement » (en utilisant leur appréhension méréologique, Duval, 2014) et à les manipuler de manière à résoudre un problème géométrique. Les enfants manquent de flexibilité dans la visualisation des figures géométriques, c'est à dire, dans la manipulation des images mentales et des ensembles de figures. Ils ont des difficultés à aller au-delà de la perception et suivant ce que Gagatsis (2011) proposait lorsque la géométrie est réduite à l'appréhension perceptive il n'y a pas de progression réelle pour les enfants à faire. Même si l'appréhension perceptive a un rôle crucial pour l'appréhension de la figure géométrique, il peut aussi induire en erreur pour la reconnaissance des enfants de figures, car il bloque leur façon de voir les figures au-delà de ce qui est capturé quand on regarde les illustrations dans une première vue. Par conséquent, les enfants ne sont pas capables de procéder à d'autres modifications de la figure impliquant la déconstruction dimensionnelle (Michael - Chrysanthou & Gagatsis, 2013), qui est un processus essentiel pour la flexibilité de visualisation en géométrie. Cette façon de voir une figure est l'utilisation bien connue de la figure « botanique », qui met l'accent sur la perception (Duval, 2005).

En conclusion, il est important de dire que notre recherche se concentre sur certains aspects de la visualisation des figures géométriques et ne couvre pas le domaine complet de celui-ci. Pour faire avancer la recherche, un pas en avant dans notre recherche serait l'étude sur les compétences des jeunes enfants dans l'appréhension opératoire de figures géométriques. Les dilemmes principaux que cette recherche révèle sont: Quels sont les éléments d'appréhension perceptive de la figure géométrique? Quelles sont les relations entre ces composants ? Comment les enfants effectuent des tâches d'appréhension opératoire qui seront basés sur la modification méréologique de la figure géométrique ?

5.1 Conséquence sur les choix de l'enseignement de la géométrie

Les résultats de cette étude révèlent qu'une nouvelle approche pour introduire la géométrie dans l'enseignement précoce est nécessaire. L'enseignement de la géométrie d'une manière qui initie le développement des compétences et qui améliore la mobilité de voir (Mathé, 2009) pourrait commencer déjà dans les premières années. Par conséquent, l'instruction précoce de la géométrie ne devrait pas trop insister sur l'approche botaniste des figures géométriques (Duval, 2005).

Selon Duval l'approche botaniste est l'entrée la plus évidente et la plus immédiate. Comme il le dit : «Il s'agit d'apprendre à reconnaître et à nommer les formes élémentaires qui sont utilisées en géométrie plane: types de triangles et de quadrilatères, configurations obtenues par les différentes positions de deux droites l'une par rapport à l'autre, éventuellement les formes circulaires et les formes ovales etc. Et il s'agit évidemment d'observer les différences entre deux formes présentant certaines similitudes (un carré et

un rectangle) et de remarquer des similitudes entre des formes différentes (entre un carré et un parallélogramme). Ici, les propriétés distinguées sont des caractéristiques visuelles de contour.» (Duval, 2005).

Il devrait plutôt contenir des tâches et des activités visant à développer l'appréhension de la perception des enfants d'une manière qui ne sera pas un obstacle, mais une base pour permettre aux enfants de mobiliser la bonne façon de regarder les figures. A ce point, comme Tsamir, Tirosh et Levenson (2008) le proposent, les enfants ne doivent pas être instruits avec insistance exagérée dans les exemples prototypiques de formes car ce sera un obstacle au développement d'une connaissance concrète du concept de figure géométrique.

Un point supplémentaire qui est essentiel à prendre en compte en ce qui concerne l'enseignement précoce de la géométrie est la promotion de la participation de l'appréhension opératoire, par le biais de la modification méréologique des figures. Le véritable défi à relever est le fonctionnement cognitif spécifique à une visualisation géométrique comme une déconstruction dimensionnelle des formes perceptuellement reconnues. Tous les élèves doivent être conscients de cela. La première étape dans l'enseignement de la géométrie devrait être l'acquisition par les élèves du réflexe visuel de cette déconstruction dimensionnelle contre la reconnaissance de forme perceptive unique. De plus, en éducation préscolaire, des tâches de composition et de décomposition des figures géométriques de manière méréologique sont nécessaires. En fait, ces dernières années, à Chypre, un effort de recherche innovante a commencé dans cette direction (Evangelou, Elia & Gagatsis 2015; Petridou, Elia & Gagatsis, 2015). Ce travail est essentiel pour diriger les enfants, dès le début de leur éducation, à regarder des figures géométriques d'une manière plus souple et à surmonter l'obstacle de la perception dès le début.

Références

[1] Bodin, A., Coutourier, R., & Gras, R. (2000). *CHIC : Classification Hiérarchique Implicative et Cohésive-Version sous Windows – CHIC 1.2*. Rennes: Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques.

[2] Clements, D. H., & Battista, M. T. (1991). *Logo geometry* [Computer program]. Morristown, NJ: Silver Burdett & Ginn.

[3] Clements, D. H., Swaminathan, S., Hannibal, M. A. Z., & Sarama, J. (1999). Young children's concepts of shape. *Journal for Research in Mathematics Education, 30*(2), 192-212. doi: 10.2307/749610

[4] Duval, R. (1995). Geometrical Pictures: Kinds of representation and specific processes. In R. Sutherland & J. Mason (Eds.), *Exploiting mental imagery with computers in mathematical education* (pp. 142- 157). Berlin: Springer.

[5] Duval, R. (1999). Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. *Basic Issues for learning*, 466-379.

[6] Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie: Développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leur fonctionnements. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 10*, 5-53.

[7] Duval, R. (2013). The first crucial point in geometry learning: Visualization. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education, 1*(1–2), 23–37.

[8] Duval, R. (2014). Idées directrices pour analyser les problèmes de compréhension dans l'apprentissage des mathématiques. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 11*, 149-161.

[9] Evangelou, K. (2017). *Gestures and development of geometrical reasoning in early childhood age* (doctoral dissertation). Retrieved from http://lekythos.library.ucy.ac.cy/handle/10797/15339
[10] Evangelou, K., Elia, I. & Gagatsis, A. (2015). The contribution of gestures in the acquisition of geometric concepts in early childhood. *EAPRIL Conference Proceedings 2014*, Issue 1 (pp. 209-222). ISSN 2406-4653.
[11] Gagatsis, A. (2011). Compartmentalization in Learning. In N.M. Seel (Ed.), *Encyclopedia of the Sciences of Learning,* (pp.665-668). London: Springer.
[12] Gras, R. (1979). Contribution étude expérimental et l'analyse de certaines acquisitions cognitives et de certains objectifs en didactique des mathématiques, Thèse de doctorat, l'Université de Rennes 1.
[13] Gras, R., & Couturier, R. (2013). Spécificités de l'Analyse Statistique Implicative par rapport à d'autres mesures de qualité de règles d'association. *Educação Matemática Pesquisa, 15*(2).
[14] Gras, R., Couturier, R., Blanchard, J., Briand, H., Kuntz, P., & Peter, P. (2004). Quelques critères pour une mesure de qualité de règles d'association. *Revue des nouvelles technologies de l'information RNTI E-1,* 3-30.
[15] Gras, R., Regnier, J. C., & Guillet, F. (2009). Analyse statistique implicative : Une méthode d'analyse de données pour la recherche de causalités (p. 510). Toulouse: Cépaduès Editions.
[16] Gras, R., Régnier, J.C., Marinica, C., & Guillet, F. (2013). Analyse Statistique Implicative. Méthode exploratoire et confirmatoire à la recherche de causalités (p. 522). Toulouse: Cépaduès Editions.
[17] Mathé, A.C. (2009). Quelle articulation entre conceptualisation et confrontation aux objets sensibles en geometrie a l'ecole primaire? *Cyprus and France Research in Mathematics Education*, 119-137.
[18] Michael – Chrysanthou, P., & Gagatsis, A. (2013). Geometrical figures in geometrical task solving: An obstacle or a heuristic tool? *Acta Didactica Universitatis Comenianae Mathematics, 13*, 17-32.
[19] Ministère de l'Éducation et de la culture de Chypre (2016). *Preschool Education's Curriculum.* Retrieved by: http://archeia.moec.gov.cy/ed/5/ap_nip_proscholiki_ekpaidefsi.pdf
[20] National Association for the Education of Young Children (NAEYC), & National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2002). Early childhood mathematics: Promoting good beginnings. Joint position statement. Washington, DC: NAEYC and Reston, VA: NCTM. Online: www. naeyc.org/resources/position-statements/psmath.htm.
[21] Petridou, A., Elia, I., & Gagatsis, A. (2015). Preschool geometrical teaching practices and geometrical thinking development: a case study. *EAPRIL Conference Proceedings 2014,* Issue 1 (pp. 223-238). ISSN 2406-4653.
[22] Razel, M., & Eylon, B. S. (1991). Developing mathematics readiness in young children with the Agam Program. In F. Furinghetti (Eds.), *Proceedings of the 15st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 1, pp.84). Assisi, Italy: PME.
[23] Sarama, J., & Clements, D. H. (2009). Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children. New York: Routledge.
[24] Soury-Lavergne, S., & Maschietto, M. (2015). Articulation of spatial and geometrical knowledge in problem solving with technology at primary school. *ZDM, 47*(3), 435-449. doi: 10.1007/s11858-015-0694-3
[25] Tirosh, D., Tsamir, P., & Levenson, E. (2011). Using theories to build kindergarten teachers' mathematical knowledge for teaching. In K. Ruthven & T. Rowland (Eds.), *Mathematical knowledge in teaching* (pp. 231–250). Dordrecht: Springer.
[26] Tsamir, P., Tirosh, D., & Levenson, E. (2008). Intuitive non-examples: The case of triangles. *Educational Studies in Mathematics, 69*(2), 81–95. doi: 10.1007/s10649-008-9133-5

Remarque

Ce travail constitue une partie du projet de la fondation AG Leventis à Chypre 2014-2016 intitulé «La contribution des gestes dans le développement de la pensée géométrique dans la petite enfance».

ÉTUDE DES ATTITUDES SCRIPTURALES DES ÉLÈVES LORS DES ACTIVITÉS DE LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES MATHÉMATIQUES

Brahim EL-MEKAOUI[1]

STUDY OF SCRIPTURAL ATTITUDES OF STUDENTS IN THE ACTIVITIES OF THE RESOLUTION OF MATHEMATIC PROBLEMS

RÉSUMÉ

Lors de la résolution de problèmes mathématiques, un lien très fort s'installe entre deux disciplines : les mathématiques en tant qu'activité scientifique et la production écrite en tant qu'activité linguistique. Autrement dit, la résolution de problèmes qui est le fondement de l'activité mathématique met en connexion plusieurs connaissances disciplinaires qu'à la fin l'élève doit les communiquer dans un texte cohérent. Cette idée renvoie, d'une part, à l'interdisciplinarité d'autre part au transfert de savoirs et de compétences. En outre, l'écrit et l'écriture restent le caractère dominant de la culture scolaire, même si l'oral a toujours son rôle fondamental dans le milieu scolaire. Comment développer la compétence scripturale des apprenants à travers les disciplines scolaires ? Quels sont les attitudes scripturales des élèves lors de la résolution de problèmes mathématiques ? Est-il possible de les développer à travers une approche interdisciplinaire ?

Mots-clés : *compétence scripturale, résolution de problèmes mathématiques, production écrite, interdisciplinarité.*

ABSTRACT

When solving mathematical problems, there is a strong link between two disciplines: mathematics as a scientific activity and written production as a linguistic activity. In other words, problem solving, which is the foundation of mathematical activity, connects several disciplinary knowledge that at the end the student must communicate them in a coherent text. This idea refers, on the one hand, to interdisciplinarity on the other hand to the transfer of knowledge and skills. In addition, writing remain the dominant characteristic of school culture, even if the oral has always played a fundamental role in the school environment. How to develop the scriptural competence of the learners through the school disciplines? What are the scriptural attitudes of students when solving mathematical problems? Is it possible to develop them through an interdisciplinary approach?

Keywords: *Scriptural Competence, Solving mathematical problems, written production, interdisciplinarity.*

1 Introduction

Dans le cadre de l'approche par compétence, l'enseignant vise à développer chez l'élève un certain nombre de compétences pour le rendre performant et capable de résoudre les problèmes de la réalité naturelle, humaine et sociale dans laquelle il vit. Selon cette approche, les savoirs et les connaissances deviennent des ressources, parmi d'autres, pour le développement des compétences spécifiques et transversales. En fait, l'école doit,

[1] Université de Lyon – Université Lumière Lyon 2, ED 485 EPIC, UMR 5191 ICAR, brahimabosalah@yahoo.com

d'une part, aider l'élève à construire des savoirs (connaissances) relevant de différents champs disciplinaires et, d'autre part, lui permettre le développement progressif de ses compétences à travers des situations réelles ou proches de la vie réelle. Ces dernières lui permettent de s'entrainer à mettre en connexion les connaissances disciplinaires, à les mobiliser selon les exigences de la situation et de les donner de sens pratique. Ainsi, c'est à partir de l'idée que *«apprendre c'est établir un réseau »* (Astolfi J.-P., 1993) que les pratiques d'enseignement doivent tenir en compte une dimension d'interdisciplinarité et de complémentarité entre les connaissances et les activités d'apprentissage. Car, comme il a souligné Yves Lenoir (2015), *« le recours à l'approche interdisciplinaire a pour raison d'être de promouvoir la mobilisation des processus et des savoirs pour assurer la réalisation de l'action et sa réussite, c'est-à-dire de favoriser et faciliter chez les étudiants l'intégration des processus d'apprentissage et l'intégration des savoirs, ainsi que leur mobilisation et leur application dans des situations réelles de vie ».*

A travers les chapitres de cet article, nous présentons, dans un premier temps, quelques dispositifs didactiques permettent la valorisation de l'accès à l'écriture chez les élèves. Une valorisation qui leur permettra de bien s'investir dans le milieu scolaire qui est de l'ordre scriptural. Certes, l'oral occupe une place importante dans le milieu scolaire, mais l'écrit et l'écriture restent le caractère dominant dans la culture scolaire. En effet, dans différents moments, l'élève se trouve dans l'obligation de laisser une trace écrite de ses activités cognitives : résumer un texte, faire des devoirs à la maison, répondre aux examens… En outre, le rapport à l'écrit prend une autre forme : la lecture. C'est, ainsi, que *lire*, *écrire* et *calculer* constituent les compétences de base de la scolarisation obligatoire. Ensuite, nous mettons l'accent sur la recherche que nous menons dans le cadre d'une thèse en sciences de l'éducation par rapport à ce sujet. Il s'agit, d'une étude portant sur la possibilité d'un développement simultané de la compétence scripturale et la résolution de problème mathématique à travers des dispositifs ayant une visée interdisciplinaire.

2 Ecrire à l'école : la complexité de l'activité et la diversité des dispositifs

Nous allons aborder la question de l'écriture

2.1 L'écriture : un exercice complexe ?

L'écriture est une tâche complexe qui exige plusieurs connaissances et habiletés et qui devrait être considérée comme une résolution de problème (Moffet ,1992). Mais, par opposition à un problème de mathématiques, dans un problème d'écriture le scripteur n'a pas en main toutes les données de problème parce que l'écriture est une pratique sociale impliquant la mise en œuvre généralement conflictuelle de savoirs, de représentations, de valeurs, d'investissement et d'opérations (Reuter, 1996, p 58). De ce point de vue, l'écriture constitue un moment d'activation et de mobilisation de connaissances et elle est aussi un lieu d'élaboration et de construction de savoir. En clarifiant cette idée, Christine Barré-De Miniac (2000, p.33) a écrit : *« L'instant de l'écriture est complexe : il mobilise des savoirs sur la langue, mais aussi des souvenirs, des connaissances acquises et construites sur le monde matériel et social, des capacités de raisonnement, de jugement sur ce monde, en même temps que cet instant d'écriture est un lieu de construction et*

d'élaboration de ces savoirs, de ces connaissances, de ces formes de raisonnement et de jugement ».

Tout en soulignant ce constat, Dominique Bucheton et Yves Soulé (2009) ont précisé que lors d'une activité d'écriture *« le sujet écrivant doit prendre des décisions et mettre en œuvre des connaissances et des habiletés très diverses ».* Ainsi, ils ont proposé le schéma suivant :

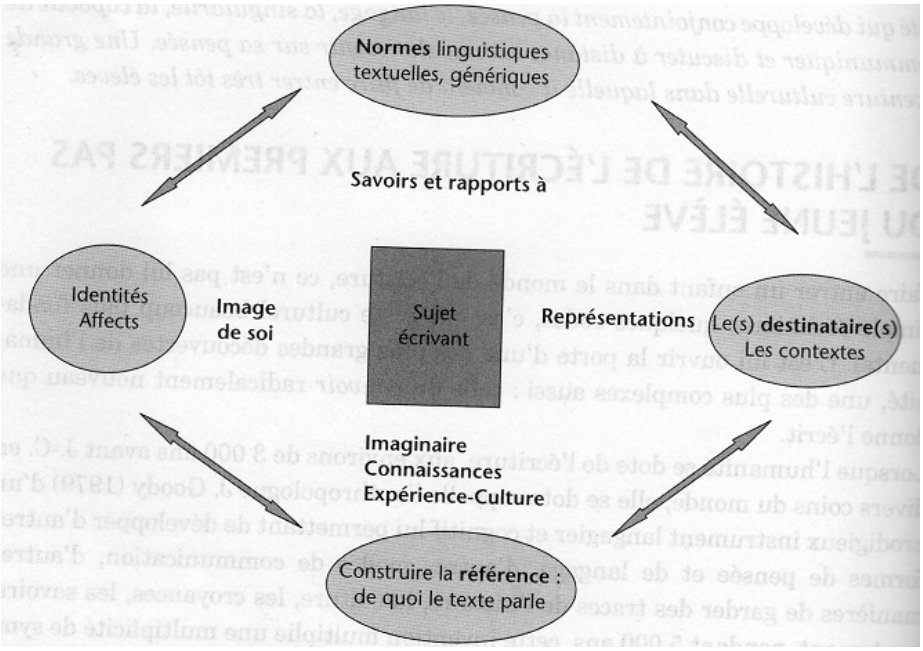


Figure 1- Les quatre grandes préoccupations du sujet écrivant selon Bucheton et Soulé (2009, p. 128)

D'après ce schéma, le sujet écrivant se trouve borné par quatre pôles qui sont : identités, destinataires, normes linguistiques et références. Ce schéma a des liens et des traits communs avec celui de Roman Jakobson (théorie de communication) et présente une conception d'enseignement de l'écriture issue des apports de la linguistique. Dans son écrit, le sujet écrivant (l'émetteur) va partir de soi-même, de ses affects et émotions, quel que soit son but d'écriture (se souvenir, inciter, argumenter…) et prend en compte les représentations et particularités de son (ses) destinataire(s) tout en adaptant son message en fonction du contexte. En outre, on voit que la communication n'est pas à sens unique mais les rôles des deux pôles essentiels de ce schéma (l'émetteur/sujet écrivant et le destinataire) peuvent s'échanger ; on est, donc, devant un schéma de communication bidirectionnelle qui met en évidence différentes fonctions langagières :

- La fonction référentielle : de qui le sujet écrivant (émetteur) parle ? Quel est l'objet de son écrit : inviter un ami, expliquer sa thèse…

- La fonction métalinguistique : dans son écrit, l'émetteur explique le code utilisé.

- La fonction esthétique : il peut mettre l'accent sur ses idées, ses émotions et affects en ajoutant des images, des jeux de mots…

Dans le cadre de ce schéma, aussi, l'enseignement-apprentissage de l'écriture à l'école peut s'effectuer à partir des situations réelles relevant de la vie quotidienne et scolaire de l'apprenant. Ainsi, selon cette conception, la vie de la classe est suffisamment riche de situations qui se présentent à la production d'écrits divers. L'enseignant, alors, peut travailler l'écriture avec les élèves en partant des tâches variées : correspondances entre

classes, les recettes de cuisine, articles de journal de classe ou de l'école, album de photos avec commentaires, réalisation des BD… parce que le pari est de faire "écrire de vrais textes, même modestes, ancrés dans de vraies situations de travail scolaire ou de communication" (Bucheton et Soulé., 2009, p. 130). Cette nouvelle conception est contre l'enseignement traditionnel de l'écriture qui était caractérisé par la rédaction avec des stéréotypes et fonctionnalisation du vécu de l'élève, c'est-à-dire l'enseignement de l'écriture à partir de situations de communication artificielles et complexes (Reuter, 1996, p 16).

2.2 La dictée à l'adulte et l'entrée dans l'écriture pour les jeunes enfants

Selon Emilia Ferreiro même ″chez des enfants qui ne maitrisent pas encore le code orthographique, il est bon d'utiliser des tâches qui permettent de différencier deux activités reliées quoique distinctes : la construction du texte en tant que phénomène langagier et la construction du texte en tant qu'activité graphique″ (Emilia Ferreiro, 1993, p 41). A partir de cette idée, dès l'école maternelle, on peut avoir un aspect de la culture écrite (en sens de production écrite originale) même si l'élève ne maitrise pas encore le code, à travers la dictée à l'adulte et les situations de l'écriture inventée. Concernant la dictée à l'adulte, elle est l'un des moyens recommandés par les chercheurs et préconisés par les programmes pour faire entrer les élèves dans le monde de l'écrit ; en devenant la main écrite de l'élève, l'enseignant permet à l'enfant non scripteur de produire un texte cohérent (Adad et Richard-Principalli P., 2007, p 103-104). Mais ″pour entrer dans le dispositif de dictée de textes à l'adulte, il faut que l'élève commence à maitriser le langage oral de récit, qu'il soit capable de comprendre des récits complets lus plusieurs fois par le maître et qu'il commence à rappeler oralement un récit bien connu″[2]. Pour bien illustrer ce type d'activités de production écrite, il convient de faire référence à certaines pratiques de la dictée à l'adulte : c'est le cas, par exemple, des activités de la lecture feuilleton et la restitution de récit, où après avoir travaillé oralement avec les élèves sur des textes (personnages, chronologie d'évènements, idées principales…) l'enseignant aide ses élèves à élaborer ou restituer un texte cohérent. Alors, dans ces activités, il y a une communication bidirectionnelle car pendant la lecture de textes ou l'écoute d'histoires l'élève est récepteur et lors de la production / restitution du récit il devient émetteur, ce qui fait référence au schéma de la communication. En outre, dans ce type d'activités en travaillant sur l'élaboration d'un texte cohérent, l'enseignant respecte les énoncés des élèves mais suscite des formulations acceptables et fait apprendre aux élèves les marques de ponctuation les plus importantes (le point, les guillemets…) ; ce qui permet de présenter la langue / textes comme un système (travaux de Saussure). On constate, donc, que dans le cadre de la dictée à l'adulte (individuelle et collective) l'enseignant conduit les élèves à transformer leur langage oral en écrit ; il les aide, aussi, à élaborer un trame écrit en lien avec une situation de communication en tenant compte de leurs connaissances, leurs affects … A titre d'exemple, il peut travailler avec des élèves de la grande section d'école maternelle sur la production d'une lettre pour inviter les parents à la kermesse de l'école ou une affiche pour inviter un public au carnaval de l'école. Dans ces deux exemples, tout en déterminant le destinataire, la forme et l'objet de l'écrit, l'enseignant fait apprendre aux élèves (de manière implicite) que leurs productions dépendent aussi du statut de destinataires.

[2] Le document d'accompagnement « Le langage à l'école maternelle», CNDP, mai 2011, p. 73.

2.3 L'interdisciplinarité dans l'apprentissage de l'écriture à l'école et au collège

Plusieurs recherches sous l'angle co-disciplinaire ou transdisciplinaire ont été faites sur le développement des compétences langagières des élèves. Ainsi, Martine Jaubert et Patricia Scheeberger (2006) ont travaillé avec des collégiens (3°) sur la nature héréditaire ou non- héréditaire d'un caractère dans deux disciplines scolaires différentes : SVT et le français. Leur dispositif pédagogique vise à développer la compétence d'argumenter à travers un modèle contenant 6 séances réparties sur les deux disciplines. En conclusion, les chercheuses ont constaté que ce travail transdisciplinaire a permis de *« faire prendre conscience aux élèves de l'importance de la maîtrise de la langue en sciences et de l'usage de l'écrit pour réfléchir, comparer, critiquer et classer »* ; et elles ont remarqué, aussi, que *«à plusieurs reprises, des élèves se sont rendu compte de la nécessité d'utiliser des outils langagiers pour être compris par les autres »* (p.209). Dans le même cadre de la mise en application des dispositifs interdisciplinaires, Gérard Bécousse (2006) a travaillé avec des élèves de la 6° sur le développement de la compétence descriptive à travers un dispositif liant 3 disciplines scolaires ; le français, l'histoire et les mathématiques. Dans ce dispositif qui porte sur le thème de l'habitat, on a demandé aux élèves d'attribuer des textes à une discipline scolaire.

3 Résolution de problèmes mathématiques et développement de la compétence scripturale

Ici nous abordons les relations entre la question de la résolution de problèmes de mathématiques et celle de la compétence scripturale.

3.1 Du rapport des mathématiques à la langue naturelle

Les activités de la résolution problèmes mathématiques constituent une réelle occasion de mettre en connexion différentes sortes de connaissances, de savoir-faire et de savoir-être à condition de partir de situations ayant sens pour l'élève. Ainsi, dans un premier moment, l'élève lit l'énoncé du problème et l'analyse pour le comprendre en se servant de connaissances acquises dans des disciplines linguistiques (langues enseignées et/ou d'enseignement) mais aussi dans les autres disciplines scolaires (scientifiques, artistiques, humanités …). Après la compréhension, la recherche d'une solution se base, principalement, sur des concepts et des techniques mathématiques (formules, opérations arithmétiques, figures géométriques, graphes …) acquis dans les cours des mathématiques mais développés et enrichis dans d'autres disciplines. Dans un troisième temps, l'élève, seul ou en coopérant avec ses pairs, doit formuler la solution trouvée en rédigeant une phrase réponse (ou un texte) pour communiquer avec le groupe-classe ou l'enseignant. Ces trois moments correspondent aux trois premières phases de la résolution d'une situation-problème décrites par Guy Brousseau : action, formulation et validation (Fabre, 1999, p. 88 et 92 ; Régnier. 2016, p. 77-79). En outre, lors de la phase d'institutionnalisation ou d'identification des savoirs construits, l'usage de la langue naturelle est important surtout à l'école primaire et au collège. Il semble que dans trois étapes, au moins, l'élève se trouve en rapport à l'écrit et l'écriture où il doit se servir de ses compétences langagières dans une discipline non linguistique à savoir les mathématiques. Ce qui implique que, même les sciences des concepts et de signes comme les mathématiques passent aussi par la langue. Nous avançons cette idée en citant J.-M. Lévy-Leblond (1996, p.233) qui a précisé que *«non seulement on ne peut se dispenser du*

recours à la langue, mais la tentation d'en faire l'économie se solde souvent par l'apparition et la persistance de redoutables obstacles épistémologiques ». Et en citant le problème de l'âge du capitaine, Lévy-Leblond a conclu « *qu'il n'y a pas de compréhension sans entendement –pas de sciences sans langue. Ou plutôt : pas de sciences sans langues »* (Ibid., p. 251).

3.2 Narration de recherche et changement de destinataire dans la résolution de problèmes mathématiques : un dispositif à caractère interdisciplinaire

Du point de vue de leur fonction didactique, les problèmes scolaires peuvent être répartis en plusieurs catégories. Il s'agit des exercices d'application qui suivent la leçon, des problèmes de découverte qui servent à aborder une nouvelle notion, des évaluations ou tests qui permettent l'évaluation des apprentissages et des problèmes de modélisation qui visent à mathématiser une situation concrète. Toutefois, cette panoplie de problèmes scolaires se complète par le problème ouvert et la situation-problème (Fabre M., 1999, p.86-87). Ces deux dernières ont un rôle très important dans l'apprentissage parce qu'ils constituent une occasion d'acquérir de l'autonomie et la confiance en soi et d'éveiller la curiosité de rechercher et d'apprendre. En plus de ces rôles, on peut penser des dispositifs qui orientent la résolution des problèmes mathématiques vers le développement des compétences langagières des élèves. C'est les cas de la narration de recherche et du changement de destinataire. Dans ce sens, les travaux de Bonafé F. et Al. (2002) au sein l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (IREM) de Montpellier ont montré que la narration de recherche puisse être une pratique efficace dans l'enseignement des mathématiques. Ils ont précisé que cette pratique permet l'amélioration du langage mathématique et de contribuer à sa maîtrise ainsi que la capacité de démontrer parce qu'elle valorise non seulement la recherche proprement dite d'une solution mais surtout la démonstration et la rédaction des solutions. En fait, en demandant à l'élève de raconter les étapes de sa recherche, de façon chronologique et avec le plus de précision possible, *"la narration de recherche lui permet de faire état de ses réflexions, de ses doutes, de ses essais, de ses erreurs ; même s'il ne parvient pas à la solution, il apporte ainsi la preuve de son travail"* (Banofé F. et al., 2002, p. 15). En outre, le changement de destinataire dans la résolution de problème peut avoir des effets sur la manière dont l'élève présente sa solution. Dans ce type d'activité, on demande aux élèves d'un niveau scolaire de rédiger la solution d'un problème pour des élèves d'un niveau scolaire inférieur. Pour illustrer, Il nous semble important de citer la recherche de Aimé Hachelouf, Dominique Dourojeanni et Christiane Serret (2006) portant sur la résolution des problèmes mathématiques. Dans leur dispositif didactique, ces chercheurs ont demandé aux élèves de la 3°, dans un premier temps, de résoudre des problèmes mathématiques et, dans un second temps, ils ont demandé aux mêmes élèves une nouvelle rédaction de la solution pour les élèves de 4°. Après l'analyse des deux copies de chaque élève, ils ont constaté que :

- Les premières copies se caractérisent par leur brièveté et se résument à des suites de calculs parfois éclairées par des phrases intermédiaires.
- Les copies s'adressant aux élèves de 4° sont nettement plus longues et les calculs sont moins importants en quantité que les discours qui les accompagnent. Elles sont aussi caractérisées par l'organisation en paragraphes avec usage des connecteurs logiques et chronologiques.

Ils ont conclu qu'en changeant le destinataire, « l'approche psychosociale de l'activité cognitive oblige chaque élève s'adressant à un élève plus jeune à objectiver par l'écrit les éléments de méthode discutés avec l'enseignant » (Hachelouf, Dourojeanni et Serret, 2006, p.248). A la lumière de ces pratiques, nous avons élaboré une expérimentation que nous menons simultanément au Maroc et en France, dans le cadre d'une thèse en sciences de l'éducation sous la direction du professeur Jean-Claude Régnier. Il s'agit d'une recherche visant à étudier les effets potentiels d'une pratique enseignante combinant la narration de recherche et le changement de destinataire sur l'amélioration des attitudes scripturales des élèves lors de la résolution de problèmes mathématiques. Pourtant, nous ne présentons dans cet article qu'une partie des données collectées avec des élèves scolarisés en France.

4 Approches méthodologiques

Nous traitons dans cette section la question de la construction des données et de leur traitement en relation à notre problématique.

4.1 Terrain, échantillon et outil de construction de données

Les données traitées dans cet article ont été construites à partir d'un test et d'un questionnaire. En janvier et février 2017, un test appliqué sous deux modalités (situations-problèmes), intitulées « Balance » et « Sac »[3] a été proposé aux élèves des classes de la fin de l'école primaire et au collège (de CM2 à la 4°), âgés de 10 à 14 ans et scolarisés dans l'académie de Grenoble (département de la Drôme). Le test comporte 2 consignes. La tâche de la première consigne est de type mathématique car on demande à l'élève de résoudre le problème proposé. Dans la seconde consigne, on lui demande de « communiquer » avec des élèves d'un niveau inférieur en leur réexpliquant l'énoncé du problème et sa manière de trouver sa réponse (voir annexe 1). En mars 2017, nous avons adressé aux élèves qui ont passé ces tests un questionnaire contenant 18 questions. Au total, l'enquête a porté sur 23 élèves : 14 filles et 9 garçons.

4.2 Une hypothèse de travail

Nous avançons comme hypothèse selon laquelle les attitudes scripturales des élèves lors de la résolution de problèmes mathématiques ne reflètent pas leur compétence scripturale générale mais elles sont une adaptation de cette dernière au contexte scolaire spécifique caractérisant l'enseignement des mathématiques.

4.3 Explicitation et modélisation des variables et description statistique

Pour vérifier la validité de cette hypothèse, nous avons travaillé avec 30 variables (V01 à V30) se rapportant à 30 items. Dans les variables V03 et V04, nous avons demandé à l'élève de préciser son niveau, en mathématiques et français, sur une échelle de 5 grades : très bien (TB), bien (B), moyen (M), faible (F), très faible(TF) .La réponse à chacun des items sera par « oui » ou « non ». Les réponses par « oui » seront codées « 1 » et celles par « non » le seront par « 0 ». En outre et dans le but de bien traiter notre sujet d'étude, nous avons fait le choix d'ajouter à ces variables des informations tirées des réponses des

[3] Ces deux problèmes sont extraits du manuel scolaire de l'élève, *La tribu des maths CE2*, 2008, Paris : Magnard.

élèves à un problème mathématique. Il s'agit d'une partie de l'analyse de quelques aspects des réponses - des mêmes élèves enquêtés – au problème intitulé « balance ». Ainsi, nous avons décidé de coder les variables V25 à V30 d'une manière binaire.

Les variables sont les suivantes :

V01	**Sexe : Homme / Femme**
V02	**Vous aimez les mathématiques**
V03TB	**Vous avez un niveau « très bien » en mathématiques**
V03B	**Vous avez un niveau « bien » en mathématiques**
V03M	**Vous avez un niveau « moyen » en mathématiques**
V03F	**Vous avez un niveau « faible » en mathématiques**
V03TF	**Vous avez un niveau « très faible » en mathématiques**
V04	**Vous aimez les activités de la résolution de problèmes mathématiques**
V05	**Lors de la résolution de problèmes mathématiques, quand vous écrivez, vous cherchez plutôt à faire des phrases courtes**
V06	**Lors de la résolution de problèmes, quand vous écrivez, vous cherchez plutôt à faire des phrases longues**
V07J	**Quand vous résolvez un problème mathématique, vous ne relisez « jamais » votre réponse**
V07R	**Quand vous résolvez un problème mathématique, vous relisez « rarement » votre réponse**
V07P	**Quand vous résolvez un problème mathématique, vous relisez « parfois » votre réponse**
V07S	**Quand vous résolvez un problème mathématique, vous relisez « souvent » votre réponse**
V07CF	**Quand vous résolvez un problème mathématique, vous relisez «à chaque fois » votre réponse**
V08	**Quand vous relisez votre réponse à un problème mathématique, vous vous intéressez plus à vérifier que la réponse soit correcte**
V09	**Quand vous relisez votre réponse à un problème mathématique, vous vous intéressez plus à corriger les fautes de la langue**
V10	**Quand vous relisez votre réponse à un problème mathématique, vous vous intéressez plus à faire un texte cohérent avec des idées claires**
V11	**Vous pensez que le professeur des maths s'intéresse à la manière dont vous exposez votre réponse**
V12TB	**Vous avez un niveau « très bien » en français**
V12B	**Vous avez un niveau « bien » en français**
V12M	**Vous avez un niveau « moyen » en français**
V12F	**Vous avez un niveau « faible » en français**
V12TF	**Vous avez un niveau « très faible » en français**
V13	**Vous aimez les activités de la production écrite en français**
V14	**Lors des activités de la production écrite en français, quand vous écrivez, vous cherchez plutôt à faire des phrases courtes**
V15	**Lors des activités de la production écrite en français, quand vous écrivez, vous cherchez plutôt à faire des phrases longues**
V16J	**Quand vous répondez à un exercice de production écrite en français, vous ne relisez « jamais » votre réponse**
V16R	**Quand vous répondez à un exercice de production écrite en français, vous relisez « rarement » votre réponse**
V16P	**Quand vous répondez à un exercice de production écrite en français, vous relisez « parfois » votre réponse**
V16S	**Quand vous répondez à un exercice de production écrite en français, vous relisez « souvent » votre réponse**
V16CF	**Quand vous répondez à un exercice de production écrite en français, vous relisez «à chaque fois » votre réponse**
V17	**Quand vous relisez votre réponse à un exercice de production écrite en français, vous vous intéressez plus à vérifier que la réponse soit correcte**
V18	**Quand vous relisez votre réponse à un exercice de production écrite en français, vous vous intéressez plus à corriger les fautes de la langue**

V19 Quand vous relisez votre réponse à un exercice de production écrite en français, vous vous intéressez plus à faire un texte cohérent avec des idées claires
V20 Vous pensez que le professeur du français s'intéresse à la manière dont vous exposez votre réponse
V21 Vous donnez plus d'importance à la qualité de votre écrit dans la résolution de problèmes mathématiques
V22 Vous donnez plus d'importance à la qualité de votre écrit dans la production écrite en français
V23 Vous pensez que le professeur accorde plus d'importance à la qualité de votre écrit dans la production écrite en français
V24 Vous pensez que le professeur accorde plus d'importance à la qualité de votre écrit dans la résolution de problèmes mathématiques
V25 Vous avez répondu correctement au problème « balance » (la consigne mathématique (A))
V26 Vous avez répondu à la consigne mathématique A par un texte
V27 Vous avez réexpliqué correctement le problème « balance » (consigne B 1)
V28 Vous avez répondu à la consigne B 1 par un texte
V29 Vous avez expliqué par texte votre manière de répondre à la consigne A
V30 Vous avez utilisé des connecteurs logiques et chronologiques dans votre dernier écrit (la consigne B 2)

Les résultats figurent dans les tableaux situés en annexe 2.

5 Interprétation des résultats issus des traitements et discussions

Avant d'exposer les résultats obtenus par l'usage du logiciel C.H.I.C[4], nous présentons brièvement quelques éléments sur les performances des élèves dans les deux tests mathématiques.

5.1 Résultats issus des traitements des données construites avec les deux modalités du test

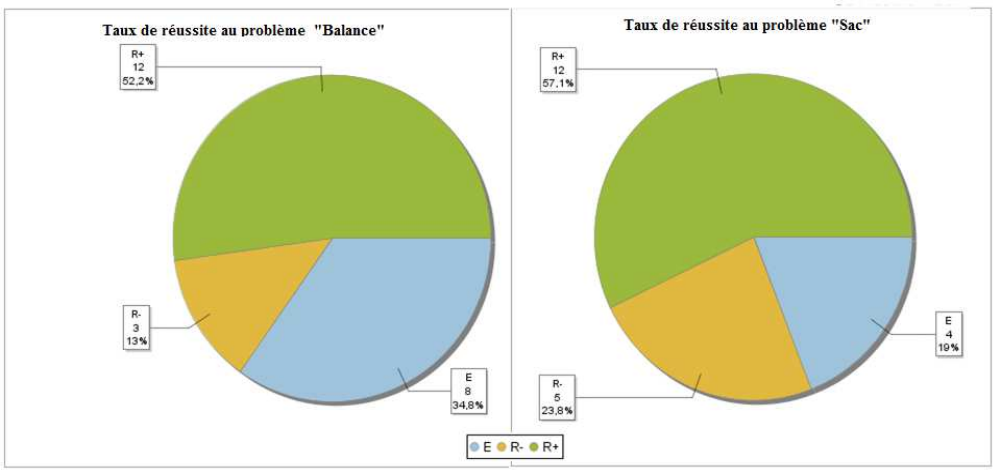


Figure 2- Performances des élèves dans la résolution des deux problèmes

Dans le premier problème (Balance), 52.2% des élèves ont réussi fortement à trouver la bonne réponse (R+), 13% ont réussi partiellement à le résoudre (R-) et 34.8% d'eux ont échoué. Pourtant, 80.9% des élèves ont réussi à résoudre le second problème avec un taux

[4] C.H.I.C : Classification Hiérarchique Implicative et Cohésitive (Gras R., 2015, p. 19).

de 57.1% de réussite forte (R+) et 23.8% de réussite faible (R-) et seulement 19% n'ont pas trouvé une réponse correcte.

Concernant la qualité rédactionnelle des réponses des élèves aux deux problèmes, nous les présentons dans le graphique suivant :

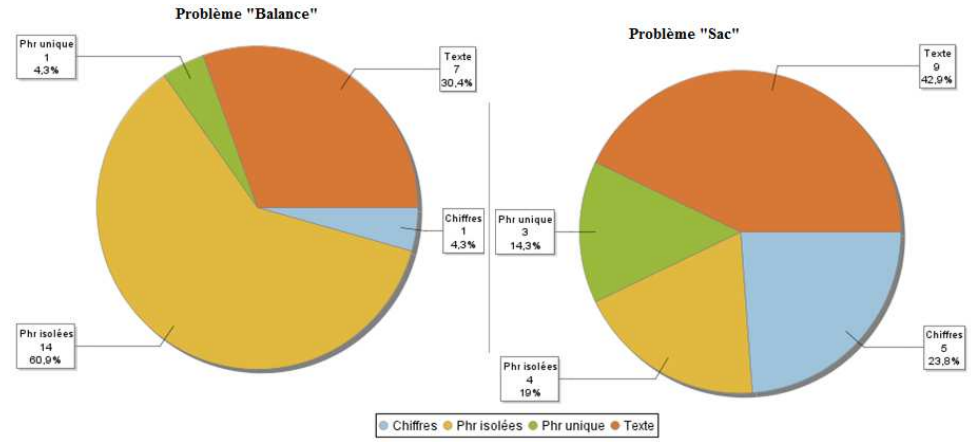


Figure 3 - Qualité rédactionnelle des réponses aux deux problèmes mathématiques

Dans les deux problèmes, nous remarquons la faible portion des élèves qui ont rédigé un texte cohérent pour « communiquer » leur réponse. Elle est de 42.9% dans le deuxième problème (Sac) et seulement de 30.4% dans le premier (Balance). Pourtant, dans ce dernier, nous observons que 60.9% des élèves ont répondu avec des phrases isolées (2 à 4 phrases) ou une phrase unique. En outre, dans le problème « Sac », les réponses de presque un quart des élèves (23.8%) ne contiennent que des chiffres sans formulation de phrases intermédiaires.

Concernant la question demandant aux élèves de réexpliquer l'énoncé du problème aux apprenants d'un niveau scolaire inférieur (CM1), on présente les résultats de deux problèmes dans le tableau suivant :

Tableau 1- Résultats des réponses des élèves à la consigne de ré-explication de la consigne (changement de destinataire)

	Qualité de réponse			Type de réponse				Recopie d'énoncé de départ
	Correcte	Fausse	Non Rép	Texte	Phrases isolées	Phrase unique	Non rép	
Problème « Balance »	82.8%	8.7%	8.7%	30.4%	0	60.9%	8.7%	4.3%
Problème « Sac »	81%	9.5%	9.5%	71.4%	0	19%	9.5%	0

Dans les deux problèmes, la majorité des élèves ont réexpliqué correctement ce qui y est demandé et dans leurs productions ils n'ont pas recopié les phrases proposées dans l'énoncé de départ. Par contre, les types de réponse ne sont pas les mêmes. Ainsi, si le taux des élèves ayant produit un texte est de 30.4% dans le premier problème (Balance), il a passé à 71.4% dans le deuxième problème (Sac). Nous trouvons cette "amélioration", à la fois, très significative et importante : sa significativité est due à l'écart qui est de 41 points et son importance est liée à l'étude que nous menons actuellement sur ce sujet dans le contexte plurilingue marocain. Nous pensons que cette dernière étalant sur deux années et 8 situations-problèmes va nous permettre d'expliquer la stabilité et les causes d'une telle amélioration. Par rapport à la consigne 3 portant sur « la narration de recherche », l'élève doit raconter les étapes qu'il a suivies pour résoudre le problème. Ainsi, dans le

problème « Balance », 15 élèves (65.2%) ont écrit un texte pour répondre à cette question contre seulement 12 (57.1%) dans le deuxième problème. Aussi, pour raconter chronologiquement les différentes étapes de leur recherche, ceux-ci ont utilisé des connecteurs logiques et chronologiques et ils ont attiré l'attention de leurs lecteurs (les élèves du niveau scolaire inférieur) sur la complémentarité entre les différentes représentations sémiotiques[5] contenues dans l'énoncé des problèmes (le texte en langue naturelle, les informations contenues dans les images des balances et des sacs …).

5.2 Usage du logiciel CHIC pour le traitement de données construites

Nous exposerons les résultats obtenus grâce à la méthode Analyse Statistique Implicative (ASI) afin de voir si des liens existent entre les divers items préalablement explicités (§ 4.3). Grâce à la méthode ASI, nos 30 variables seront traitées comme variables binaires et nous étudierons successivement le graphe implicatif et l'arbre cohésitif. D'abord, exposons les données de l'arbre cohésitif qui nous renseigne quant aux tendances entre les différentes variables.

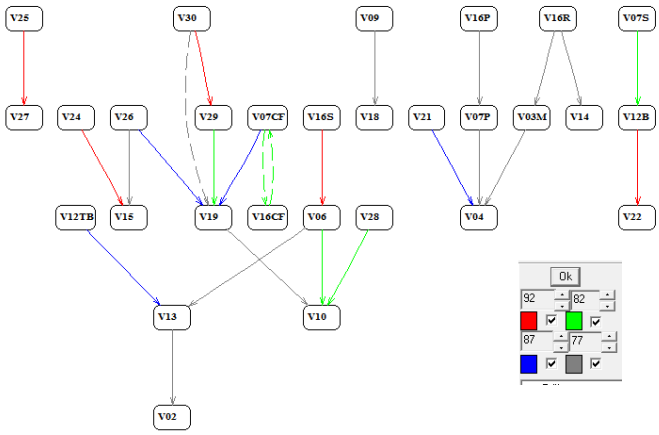


Figure 4 - Graphe implicatif

A un niveau de confiance de 0.92 (flèche rouge) une quasi-implication s'avère nette entre le fait d'avoir répondu correctement au problème « mathématique » et le fait d'avoir réexpliqué correctement l'énoncé de ce même problème aux élèves d'un niveau scolaire inférieur (V25 → V27). Autrement dit, si on a expliqué correctement ce qui est demandé dans un problème mathématique c'est qu'on a résolu correctement ce dernier. **Ce constat nous apparaît important dans le travail didactique, car il montre l'impact de la phase lecture-compréhension d'un problème mathématique sur la réussite de l'élève à trouver une solution correcte.** A ce propos, dans notre questionnaire de recherche, nous avons posé une question visant à savoir comment l'élève se comporte s'il n'a pas compris l'énoncé d'un problème :

« Lorsque tu trouves des difficultés à comprendre ce qui est demandé dans un problème mathématique :

□ Tu t'engages dans la recherche d'une solution (A)

[5] Nous faisons référence aux travaux de Raymond Duval sur l'usage de registres des représentations sémiotiques dans l'enseignement – apprentissage des mathématiques.

□ Tu penses qu'il suffit d'appliquer une ou des opérations arithmétiques aux chiffres donnés dans l'énoncé pour trouver la solution (B)

□ Tu ne cherches pas à le résoudre (C) »

La figure suivante montre les réponses des élèves interrogés.

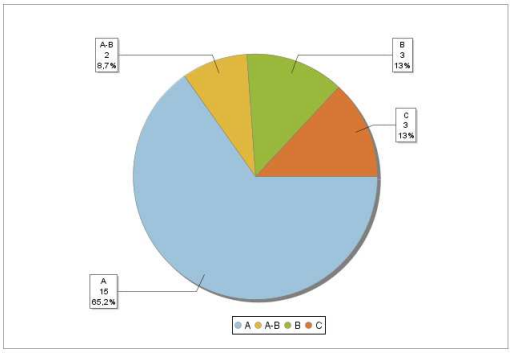


Figure 5 - Ce que font les élèves en cas de l'incompréhension de l'énoncé d'un problème mathématique

Nous constatons que la majorité des élèves (65.2% + 8.7%) s'engagent dans la recherche d'une solution d'un problème même s'ils n'ont pas compris son énoncé ni la tâche demandée. En outre, 21.8% d'eux réduisent la recherche d'une solution à l'application des opérations arithmétiques aux chiffres donnés dans l'énoncé. Ainsi, pour ces élèves, comme il a écrit Jean-Claude Duperret (2002, p.6) : *« résoudre un problème c'est faire des opérations »*. Revenons à notre graphe implicatif, au même niveau de confiance de 0,9, nous remarquons que les élèves qui cherchent plus à écrire des phrases longues lors d'une activité de production écrite en français pensent que le professeur accorde plus d'importance à la qualité de leur écrit dans la résolution de problème mathématique (V24 → V15). Tout en tenant compte de la limite de notre échantillon d'étude, nous osons dire, à ce niveau de confiance, que « l'effet enseignant » influence les attitudes scripturales des élèves. En d'autres termes, on peut supposer que le processus de développement de la compétence scripturale de ceux-ci dépend de la nature du contrat didactique dominant en classe. En descendant aux niveaux plus bas et en se centrant sur la variable V19 (Quand vous relisez votre réponse à un exercice de production écrite en français, vous vous intéressez plus à faire un texte cohérent avec des idées claires), nous obtenons le cône implicatif suivant :

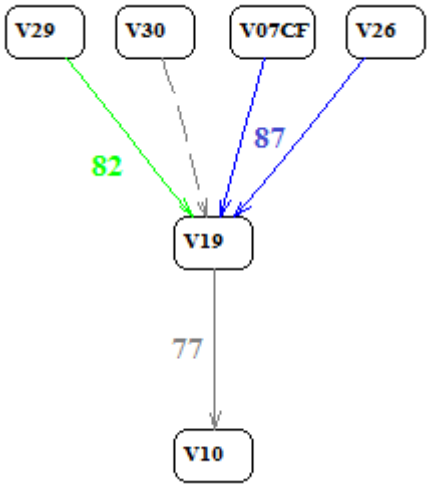


Figure 6 - Cône implicatif au seuil de 0.77 centré sur la variable V19

Nous constatons que :

- ✓ les élèves qui ont déclaré avoir l'habitude de relire, à chaque fois, leur réponse à un problème mathématique (V07CF) s'intéressent plus à écrire des textes cohérents avec des idées claires. Ces mêmes élèves ont répondu au problème mathématique « Balance » par un texte (V26) et ils ont expliqué par texte leur manière de répondre (V29) tout en utilisant des connecteurs logiques et chronologiques (V30).
- ✓ Le fait d'avoir l'habitude de chercher à écrire des textes cohérents avec des idées claires en français implique d'adopter la même attitude lors de la résolution d'un problème mathématique. En effet, l'indice entre ces deux variables (V19 et V10) est de 0.79. Tout en tenant compte de cet indice et de la limite de notre échantillon, nous avançons l'idée d'un transfert de cette attitude d'une discipline littéraire à une autre dite scientifique. Dans le but de clarifier cette idée, nous étudions maintenant les liaisons entre les variables V07 et V16[6]. L'analyse statistique implicative nous donne les cônes implicatifs suivants :

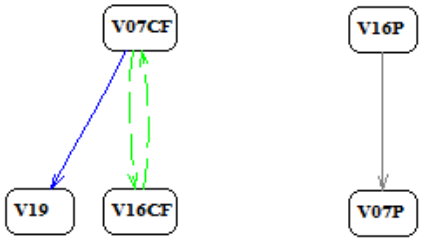


Figure 7 - Cônes implicatifs centrés sur les variables V07 et V16

Ainsi, nous constatons une implication en deux sens entre les variables V07CF et V16CF à un niveau de confiance de 0.82. Ce qui veut dire que les élèves qui relisent « à chaque fois » leur réponse à un problème mathématique relisent aussi « à chaque fois » leur réponse à une activité de production écrite en français avec l'intention de produire un texte cohérent et des idées claires (V19). Dans le même sens, en baissant le niveau de confiance à 0.79, une quasi-implication s'avère entre les variables V16P et V07P : les élèves qui relisent « parfois » leur production écrite en français relisent « parfois » aussi leur réponse à un problème mathématique. En nous centrant sur la variable V26 (les élèves qui ont répondu au problème mathématique « Balance » par texte), nous obtenons le cône implicatif suivant :

[6] Dans le questionnaire destiné aux élèves, nous avons formulé ces variables comme suit : V07 Quand tu résous un problème mathématique, est-ce que tu relis ta réponse : □ Jamais □ rarement □ parfois □ souvent □ à chaque fois V16 Quand tu réponds à un exercice de production écrite de français, est-ce que tu relis ta réponse : □ Jamais □ rarement □ parfois □ souvent □ à chaque fois

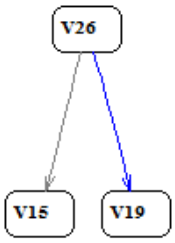


Figure 8 - Cône implicatif centré sur la variable V19

Il apparaît évident que les élèves qui ont rédigé un texte en résolvant le problème mathématique « Balance » ont l'habitude, lors d'une activité de production écrite en français, de s'intéresser à écrire des textes cohérents avec des idées claires (V19) avec l'intention de produire des phrases longues (V15). **Ce qui montre les liens de dépendances existant entre ces deux activités relevant de deux champs disciplinaires différents. En effet, les pratiques scripturales acquises et développées dans les activités de langue influencent la qualité rédactionnelle de la réponse à un problème mathématique.** Ce qui plaide en faveur de notre hypothèse de départ**.**

Enfin, voyons ce que nous rapporte l'arbre cohésitif comme résultats, sachant qu'il nous renseigne sur le degré de cohésion entre les différentes variables et que plus le degré de cohésion est proche de 1, plus la cohésion entre les variables est forte.

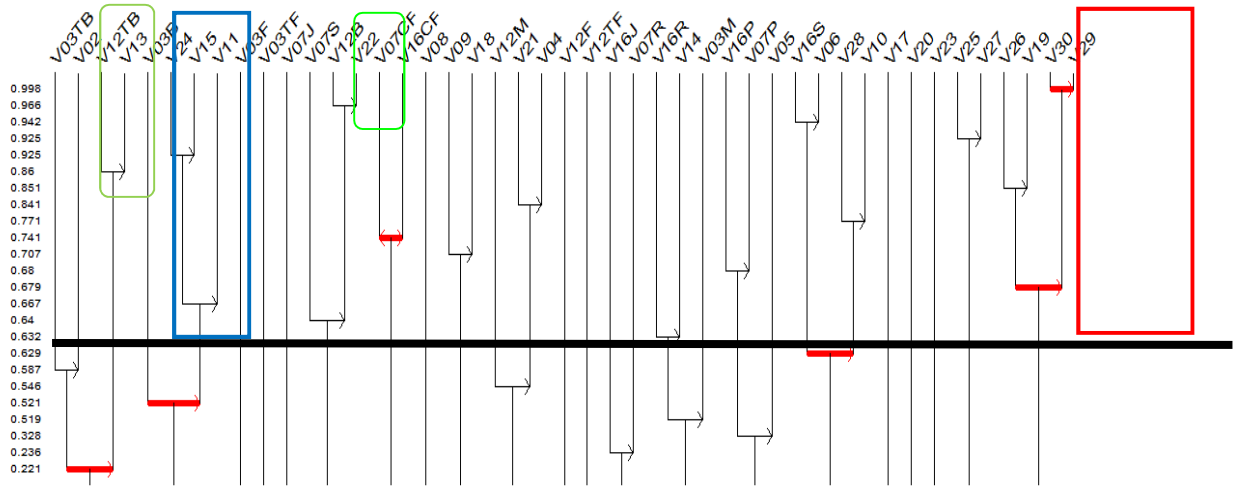


Figure 9 - Classification hiérarchique orientée (arbre cohésitif)

A partir de l'arbre cohésitif et par rapport à notre hypothèse de recherche, nous voyons la constitution de deux grandes classes, à savoir :

- La première classe : V26, V19, V30, V29 (1, 7,13)

Groupe optimal : card 13

E009 E019 E021 E001 E008 E013 E014 E023 E002 E005 E007 E012 E015

La variable Homme contribue à cette classe avec un risque de : 0.657

La variable Femme contribue à cette classe avec un risque de : 0.198

La variable qui contribue le plus à cette classe est Femme avec un risque de : 0.198

Cette classe montre que les élèves de sexe féminin qui ont résolu le problème mathématique (la consigne A) en produisant un texte (V26) ont l'habitude de s'intéresser à écrire des textes cohérents avec des idées claires lors des exercices de production écrite en français (V19). Les mêmes apprenants ont utilisé des connecteurs logiques et chronologiques (V30) en rédigeant un texte pour expliquer leurs démarches de recherche (V29). Nous remarquons, alors, que l'élève se sert de ses compétences développées lors des activités de langue (production écrite) pour répondre à une question mathématique. Ce qui vient appuyer les avantages de l'approche interdisciplinaire dans les pratiques d'enseignement.

- La deuxième classe : V24, V15, V11 (5,14)

Groupe optimal : card 11

E019 E020 E021 E023 E022 E001 E010 E013 E006 E003 E002

La variable Homme contribue à cette classe avec un risque de : 0.447

La variable Femme contribue à cette classe avec un risque de : 0.333

La variable qui contribue le plus à cette classe est Femme avec un risque de : 0.333

Les élèves de sexe féminin qui pensent que l'enseignant accorde plus d'importance à la qualité de leur écrit dans la résolution des problèmes mathématiques cherchent lors de la production écrite en français à écrire des phrases longues. D'autre part, ils ont aussi l'impression que leur enseignant des mathématiques s'intéresse à la manière dont ils exposent leur réponse à un problème de maths. **Ce qui nous amène à penser que « les attentes de l'enseignant » influencent l'attitude scripturale des élèves ; et que si ces derniers cherchent à écrire d'une façon coute ou longue c'est pour se conformer aux engagements du contrat didactique.** Ce qui apparaît en accord avec notre hypothèse de recherche. Avant de conclure, il nous semble important de signaler que l'arbre cohésitif nous montre aussi plusieurs propriétés. Une forte cohésion (0.966) entre la variable V12B (avoir un bon niveau en français) et la variable V22 (Vous donnez plus d'importance à la qualité de votre écrit dans la production écrite en français). Encore, une forte cohésion (0.86) est décelable entre V12TB (avoir un très bon niveau en français) et V13 (Vous aimez les activités de la production écrite en français). Un degré de cohésion de (0.841) est visible entre V21 (Vous donnez plus d'importance à la qualité de votre écrit dans la résolution de problèmes mathématiques) et V04 (Vous aimez les activités de la résolution de problèmes mathématiques). Il apparaît que plus l'élève se sent plus performant dans la langue d'enseignement (le français dans ce cas) plus il accorde plus d'importance à la qualité de ses écrits en cette langue. Aussi, un très éclair est apparaît entre le fait d'aimer une discipline scolaire (le français ou la résolution de problèmes mathématiques) et celui de prendre soin de la qualité de son écriture dans cette discipline.

6 Conclusion générale

A partir de ces résultats, on voit que, dans leurs réponses à des problèmes mathématiques, les élèves n'ont pas l'habitude d'écrire des textes cohérents pour communiquer les solutions et les démarches de recherches. Pourtant, quand leur demande de réécrire ces dernières à des apprenants d'un autre niveau scolaire, ils ont tendances à donner plus d'importance à la qualité de leurs écrits. D'autre part, nous avons constaté que les

attitudes scripturales des élèves lors de la réponse à un problème mathématique dépendent de leurs acquis dans les activités de production écrite de la langue d'enseignement des mathématiques. Autrement dit, les savoirs et savoir-faire acquis et développés lors de l'écriture dans les activités langagières influencent la manière dont l'élève expose sa réponse à un problème mathématique. En effet, plus l'élève a des attitudes scripturales correctes (relecture de la réponse, production de textes cohérents, recherche des idées claires …) dans les activités de la production écrite en français, plus il adopte les mêmes attitudes lors de la résolution de problème mathématiques. Aussi, l'analyse des données obtenues montre que celles-ci tendent à satisfaire aux attentes des enseignants. D'où l'importance des pratiques enseignantes qui donnent de l'importance à la qualité rédactionnelle des écrits des élèves dans toutes les disciplinaires scolaires y compris dans les mathématiques. Des pratiques qui ne limitent pas l'évaluation des productions écrites, dans les matières non langagières, aux simples fautes de l'orthographe, mais qui encouragent et favorisent la production de textes cohérents et compréhensibles pour communiquer avec les autres.

Références

[1] Adad, D. et Richard-Principalli, P. (2007). Lire pour écrire, écrire pour grandir : mener des projets d'écriture avec des enfants de 3 à 11 ans. Lyon : Chronique sociale.

[2] Barré-de Miniac, C. (2000). *Le rapport à l'écriture : aspects théoriques et didactiques*. Villeneuve-d'Ascq : Presses universitaires du Septentrion.

[3] Barré-De-Miniac, C. (2008). Le rapport à l'écriture : une notion à valeur euristique. Dans *Le rapport à l'écrit : un outil pour enseigner de l'école à l'université* (p. 11-23). Namur : Presses universitaires de Namur

[4] Bucheton, B. et Soulé, Y. (2009). L'atelier dirigé d'écriture au CP : une réponse à l'hétérogénéité des élèves. Paris : Delagrave.

[5] Duperret, J.-C. (2002) dans Bonafé, F. et al. *Les narrations de recherche de l'école primaire au lycée*. IREM de Montpellier, Brochure APMEP, n° 151

[6] Ferreiro, E. (1993). L'entrée dans l'écrit : construction et représentation. Dans *Parole, écrit, image : actes III* (p. 33-49). Paris : Nathan.

[7] Bécousse, G. (2006). L'habitat : écrire une description en français, en histoire et en mathématiques avec deux classes de 6e. Dans *Apprendre à écrire au collège dans les différentes disciplines* (p. 107-138). Lyon : Institut National de Recherche Pédagogique.

[8] Vecchi de, G. (2014). *Aider les élèves à apprendre* (Nouvelle édition). Paris : Hachette éducation.

[9] Gras, R. (2015). Un survol paradigmatique de l'analyse statistique implicative. *Quaderni Di Ricerca in Didattica – G.R.I.M Palermo*. 25 (1), 11-23. Récupéré du site de la revue http://math.unipa.it/~grim/QRDM_25_suppl_1_ActesASI8_2015

[10] Hachelouf, A., Dourojeanni, D. et Serret, C. (2006). Expliquer et faire la preuve en mathématiques. Effets de dispositifs didactiques. Dans *Apprendre à écrire au collège dans les différentes disciplines* (p. 239-262). Lyon : Institut National de Recherche Pédagogique.

[11] Lahanier-Reuter, D. et Reuter, Y. (2006). Discours de collégiens sur l'écriture et les disciplines scolaires. Dans *Apprendre à écrire au collège dans les différentes disciplines* (p. 23-58). Lyon : Institut National de Recherche Pédagogique.

[12] Lenoir, Y. (2015). *Quelle interdisciplinarité à l'école* ? Les Cahiers pédagogiques, juillet 2015.

[13] Lévy-Leblond, J.-M. (1996). *La pierre de touche : la science à l'épreuve.* Paris : Gallimard.

[14] Michel Fabre. (1999). *Situations-problèmes et savoir scolaire*. Paris : Presses universitaires de France.

[15] Moffet, J.-D. (1992). Développer la conscience d'écrire : vers un modèle d'enseignement intégré et d'aide à la rédaction au collégial. Dans *La lecture et l'écriture : enseignement et apprentissage actes du Colloque Stratégies d'enseignement et d'apprentissage en lecture/écriture* (p. 83-103). Montréal : Ed. Logiques.

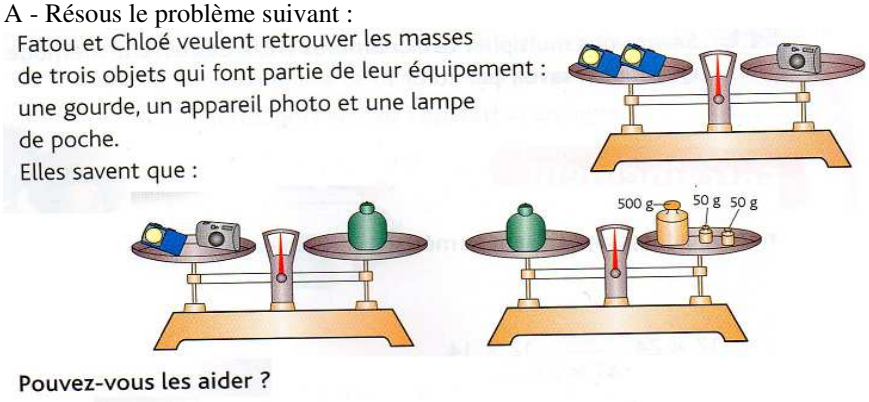
[16] Pagoni, M. et Bécousse, G. (2016). Les fonctions didactiques de contraintes de vocabulaire dans la production de textes descriptifs en histoire et en géographie. Dans *Apprendre à écrire au collège dans les différentes disciplines* (p. 89-106). Lyon : Institut National de Recherche Pédagogique.

[17] Reuter, Y. (1996). Enseigner et apprendre à écrire : construire une didactique de l'écriture. Paris : ESF éd.

Annexe 1 : les tests proposés aux élèves

Problème « Balance »

A - Résous le problème suivant :



B - En donnant ce problème à des élèves de CM2, certains d'eux non pas compris l'énoncé de problème et d'autres n'ont pas réussi à trouver la bonne réponse.

1- Réexplique aux élèves de CM2 ce qui est demandé dans ce problème.

2- Réexplique à ces élèves comment tu as trouvé ta réponse.

Problème « Sac »

A - Résous le problème suivant :

Patrick vient de faire ses courses.

Comment va-t-il s'organiser pour les transporter dans ses deux sacs vert et rouge ?

B - En donnant ce problème à des élèves de CM2, certains d'eux non pas compris l'énoncé de problème et d'autres n'ont pas réussi à trouver la bonne réponse.

1- Réexplique aux élèves de CM2 ce qui est demandé dans ce problème.

2- Réexplique à ces élèves comment tu as trouvé ta réponse.

Annexe 2 : Résultats des variables étudiées

	Hs	Fs	V02	V03TE	V03B	V03M	V03F	V03TF	V04	V05	V06	V07J	V07R	V07P	V07S	V07CI	V08	V09	V10	V11	V12TE	V12B	V12M	V12F	V12TF	V13	V14	V15
E001	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1
E002	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1
E003	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1
E004	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0
E005	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
E006	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1
E007	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1
E008	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1
E009	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1
E010	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1
E011	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0
E012	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1
E013	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1
E014	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0
E015	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1
E016	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0
E017	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0
E018	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1
E019	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1
E020	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1
E021	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1
E022	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1
E023	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1

	Hs	Fs	V16J	V16R	V16P	V16S	V16CI	V17	V18	V19	V20	V21	V22	V23	V24	V25	V26	V27	V28	V29	V30
E001	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1
E002	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1
E003	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0
E004	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1
E005	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1
E006	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0
E007	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1
E008	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1
E009	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
E010	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0
E011	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0
E012	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1
E013	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1
E014	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1
E015	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
E016	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0
E017	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1
E018	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
E019	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1
E020	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
E021	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1
E022	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0
E023	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1

USAGES DE DOCUMENTS AUTOCORRECTIFS ET AUTO-ÉVALUATIFS D'APPUI AU COURS DE STATISTIQUE EN SCIENCES DE L'ÉDUCATION

Daniel SANTOS GONÇALVES[1], Bianca FRAGA MENEZES[2], Jean-Claude RÉGNIER[3]

ANALYSIS ON SELF-CORRECTION AND SELF-EVALUATION SUPPORT DOCUMENTS FOR STATISTICAL COURSES IN SCIENCES OF EDUCATION

RÉSUMÉ

Ce travail visait à analyser l'importance accordée aux documents autocorrectifs et auto-évaluatifs d'appui au cours de statistique par les étudiants de licence (L3) et master (M1) de l'Institut des Sciences et des Pratiques d'Éducation et de Formation (ISPEF) à l'Université Lumière Lyon 2. Avec leur utilité reconnue par les étudiants, les documents susmentionnés constituent un important dispositif pour la préparation au long du semestre, surtout avant les examens terminaux. Les relations implicatives entre les éléments tels que l'organisation, l'utilité et l'efficacité, et l'utilisation des documents, et aussi la relation entre l'utilisation des documents et d'autres sources d'appui au cours utilisées au long du semestre étaient vérifiées.

Mots-clés : *analyse statistique implicative, cours de statistique, documents autocorrectifs et auto-évaluatifs, niveaux de compréhension.*

ABSTRACT

This work aimed analyzing the self-corrective and self-evaluative support documents to the course of statistics by undergraduated (L3) and master (M1)'s students at Institut des Sciences et des Pratiques d'Éducation et de Formation (ISPEF) in the Université Lumière Lyon 2. The aforementioned documents constitute important support tools being used by the students throughout the semester, mainly before the final examinations. The implicative relationships among organization, usefulness and effectiveness, the use of documents, as well as the relationship between the use of documents and other support sources were verified.

Keywords: *implicative statistical analysis, statistical courses, self-correction and self-evaluation documents, comprehension level.*

1 Introduction

La recherche était consacrée à analyser l'importance des documents autocorrectifs et auto-évaluatifs dans l'apprentissage des contenus de statistique en licence 3 (L3) et master 1 (M1) à partir de l'évaluation des étudiants au sein de l'ISPEF à l'Université Lyon Lumière 2, dans l'objectif de prendre du recul sur la manière dont les deux groupes regardent ces outils. L'autocorrection et l'auto-évaluation ont un poids significatif dans le processus d'apprentissage. Cette méthode est systématiquement utilisée par le

[1]Université Lumière Lyon 2, 18 quai Claude Bernard 69365 Lyon Cedex 07, dsanves87@gmail.com
[2]Université Claude Bernard Lyon 1, 43 boulevard du 11 novembre 1918 69622 Villeurbanne Cedex, menezesbf@gmail.com
[3]UMR 5191 ICAR - Université de Lyon - Lumière Lyon 2, jean-claude.regnier@univ-lyon2.fr National Research Tomsk State University (Russie)

Professeur Jean-Claude Régnier dans ses cours de statistique donnés au sein de l'Institut des Sciences et des Pratiques d'Éducation et de Formation (ISPEF) à l'Université Lyon Lumière 2. Il était donc important de mener une recherche ayant pour but l'analyse et la discussion de cette pédagogie. Dans ce cadre, les notions d'autocorrection et auto-évaluation ont été retenues pour déterminer en quoi celles-ci contribuent au développement de compétences et jusqu'à quel niveau elles sont bien acceptées par les étudiants. Pour l'enquête de terrain auprès des étudiants en Sciences d'éducation en L3 et M1, il a été construit une méthode de recherche ayant mis en place un questionnaire élaboré pour recueillir les données nécessaires afin de bien répondre aux questions centrales du travail. L'intention était de mettre en évidence la relation entre les étudiants et les outils d'aide à l'apprentissage utilisés par l'enseignant, soit les documents vus en cours, soit les matériaux disponibles sur ses pages sur Internet. En s'appuyant sur les résultats issus de l'analyse des données collectées, plusieurs réponses ont été formulées à propos du type d'utilisation, l'utilité et l'efficacité accordées aux documents. Dans cet article nous voulons montrer la relation entre les différentes variables concernant les objets de la recherche. Deux questionnements ont été élaborés pour la conduit du travail : quelles étaient les relations de type quasi-implicatif entre les éléments telles que l'organisation, l'utilité et l'efficacité, et l'utilisation des documents, et aussi quelle était la relation entre l'utilisation des documents et d'autres sources d'appui au cours utilisées au long du semestre.

2 Les documents autocorrectifs et auto-évaluatifs comme socle du travail

Cette recherche avait pour but d'identifier et expliciter l'utilisation des documents autocorrectifs et auto-évaluatifs d'appui au cours de statistique en licence dernière année (L3) et master 1 SEF, organisés dans l'Institut des Sciences et des Pratiques d'Éducation et de Formation, par l'enseignant. Nous avons voulu mener une analyse sur les différentes manières d'utilisation des documents entre ces deux groupes d'étudiants. Ces types de documents sont décrits comme des instruments techniques dont leur usage s'intègre à une activité d'apprentissage de concepts scientifiques de mathématiques et de statistique dans le cadre d'un enseignement scolaire ou universitaire. Cet usage amène le sujet apprenant à activer les processus même de planification, d'autocorrection et d'auto-évaluation et à les intérioriser comme des instruments psychologiques participant de son développement psychique (Régnier, 2000). Encore selon Régnier (2000), d'un point de vue téléologique et axiologique, nous maintenons notre conviction philosophique que la formation à l'auto-évaluation est souhaitable, même dans le cadre de l'enseignement des mathématiques. Rendre un sujet apprenant et capable de s'auto-évaluer, c'est lui donner des moyens de développer son autonomie mentale et intellectuelle. La communauté de recherche est également régie par la logique formelle et informelle, afin d'établir certains principes directeurs qui rendent possible le dialogue, le questionnement et la recherche, ainsi que les règles de conduite qui sont discutées et expérimentées dans le processus. (Fávero et Tonieto, 2009). Dans ce travail il a été analysé de quelle manière les documents autocorrectifs et auto-évaluatifs d'appui au cours de statistique contribuent au développement des étudiants qui composent les cours de licence et master en Sciences de l'éducation à l'ISPEF.

2.1 Les bénéfices et l'importance de la méthode autocorrective et auto-évaluative

Grâce à l'utilisation des principes d'autocorrection et d'auto-évaluation, les étudiants deviennent plus capables de réfléchir sur leur propre production, ce qui favorise la manière de résoudre eux-mêmes leurs problématiques et aussi donne la confiance dans leur capacité pour réussir face aux difficultés du parcours académique. (Lara, 1993). Outre les informations précédentes, l'autocorrection et l'auto-évaluation apparaissent comme des alternatives vers une nouvelle action pédagogique, basée sur le stimulus à la réflexion, à la critique, voire auto-critique, pour que l'étudiant ait une pleine capacité de décision, ce qui contribuerait à la prise de conscience soi-même, sa place dans la société et les tensions du contexte où il vit. (Lara, 1993). Arredondo et Diago (2009) définissent l'autocorrection comme une action de corriger en soi-même les fautes, les erreurs ou les défauts. C'est une procédure didactique qui permet aux élèves réviser et corriger eux-mêmes leurs propres exercices et activités scolaires. La valeur de l'autocorrection se trouve où l'élève participe activement de l'apprentissage, et la connaissance et le contrôle immédiats des résultats augmentent sa motivation. L'importance de cette pratique devient remarquable et dans ce sens, encore selon Lara (1993), la pratique de la correction et de l'évaluation ne serait plus un simple exercice d'autorité ou d'autoritarisme mais une activité dialogique qui permettrait l'interaction entre l'enseignant et l'apprenant. De cette façon nous constatons l'importance d'analyser et identifier les impressions des étudiants sur cette thématique dans cette recherche.

2.2 Les contributions pédagogiques de l'autocorrection et de l'auto-évaluation

L'importance de l'autocorrection et de l'auto-évaluation pour le développement de l'élève est bien répandue dans le monde académique. Selon un ouvrage de Landure et Boulton (2010), les apprenants peuvent se servir d'un corpus pour une autocorrection sans l'intervention de l'enseignant. De cette façon, les étudiants ne sont plus passifs face à leurs erreurs lorsqu'ils s'entraînent activement à repérer les éléments à revoir pour ensuite essayer de les corriger. Régnier (2002) dit que l'autocorrection est un processus cognitif intégré dans le processus auto-évaluatif, une conduite consciente adoptée par l'étudiant dans le désir de se débarrasser de l'enseignant, en cherchant les moyens appropriés pour rassurer par lui-même un résultat et le raisonnement avec lequel celui-là a été produit ou même la méthode choisie pour conduire le raisonnement et produire le résultat, et de cette façon aussi rectifier, améliorer ou renforcer ses connaissances. Il constate aussi que l'auto-évaluation joue un rôle d'évaluation diagnostique et apporte les informations qui permettent à l'étudiant de se préparer d'une certaine façon à l'hétéro-évaluation d'ordre didactique séquentiel ou de la fin du cycle d'études. Sa proposition pour une première définition d'auto-évaluation parle d'un processus pour lequel un individu évalue lui-même et habituellement pour lui-même, une production, une action, une conduite de laquelle il est l'auteur, ou même ses capacités, ses goûts, ses performances et ses compétences. D'ailleurs, il dit que nous ne pouvons pas oublier que le terme auto-évaluation évoque autant le résultat que le processus. À partir de ces énoncés, nous pouvons en déduire que la réalisation de l'autocorrection dans les moments où l'apprentissage des élèves est produit peut-être utile dans leur développement de l'autonomie, ce qui entraîne une réflexion et une analyse des méthodes, du raisonnement et des résultats d'une activité proposée par l'enseignant (dos Santos Costa, 2012).

2.3 L'épanouissement de la pensée critique induit par l'autocorrection

Les résultats d'un tel processus, ainsi que les règles établies, sont toujours provisoires, faillibles et sont constamment en processus de construction, puisque pour Lipman (2001), l'autocorrection est l'un des piliers de la pensée d'ordre supérieur et par conséquent, du processus de recherche. Nous pourrions même nous demander quelles sont les implications, dans un contexte d'une classe avec les étudiants, de l'approche de la communauté de recherche guidée par la pratique dialogique, et toujours selon les mots de Lipman (1990) nous comprendrions que quand une classe se déplace pour devenir une communauté de recherche, elle accepte la discipline de la logique et la méthode scientifique, elle pratique le fait d'entendre les autres, elle apprend les uns avec les autres, construit sur les idées des autres, et même exige que les affirmations soient appuyées par des preuves et la raison. Une fois que la classe dans sa totalité fonctionne de cette façon, il devient possible pour chaque membre d'intérioriser les habitudes et les procédures des autres, de sorte que sa propre pensée devient autocorrective et se déplace vers l'impartialité et l'objectivité. En 2010, Lipman et collaborateurs ont dit que la pensée est naturelle, mais peut aussi être considérée comme une compétence qui peut être améliorée. Il y a des façons de penser plus efficaces et moins efficaces. Nous pouvons assurer telle affirmation parce que nous avons des critères qui nous permettent de distinguer la pensée habile de la pensée inhabile. Cela ne signifie pas transformer les enfants en philosophes, mais plutôt les aider à penser plus, les aider à être des individus plus réfléchissants, les aider à avoir plus de considération et d'être plus raisonnables. Les enfants qui peuvent avoir ce type d'apprentissage au cours de son processus formatif seraient plus perspicaces dans les prises de décisions et auront une meilleure idée de la façon dont ils devraient agir face à certaines situations en utilisant plus de clartés pour résoudre les problèmes auxquels ils seront confrontés. (Fávero et Tonieto, 2009). D'après la conception Lipman (2001), les étudiants qui n'ont pas appris à utiliser des critères de manière sensible au contexte et en même temps autocorrective ne peuvent pas apprendre à penser de façon critique. La pensée critique est également autocorrective, autrement dit, au cours du processus de recherche les membres de la communauté commencent à chercher des faiblesses et corriger ce qui est défectueux, soit dans les procédures soit dans les méthodes des autres. L'une des principales préoccupations de la pensée critique est la vérité, cherchant à éviter l'erreur et le mensonge. Ainsi, dans la mesure où les sujets vont intérioriser les méthodes et les procédures de la pensée critique, ils peuvent s'autocorriger.

Dans un ouvrage de Grühn et Cheng (2014), nous avons pu constater qu'ils ont comparé une classe qui utilisait la méthode classique et une autre avec des examens d'autocorrection. Les étudiants bénéficiant d'une approche autocorrectrice avaient de meilleurs résultats à l'examen final. De plus, les élèves qui s'autocorrigeaient avaient des résultats significativement plus élevés à l'examen final en comparaison à leur performance habituelle. Ainsi, cette méthode peut être tout particulièrement utile au sein de classes à effectif important car elle favorise l'implication et l'apprentissage. Cette étude leur a permis de tirer trois conclusions majeures. Tout d'abord, les résultats des étudiants se sont améliorés grâce à l'autocorrection, notamment pour les élèves dont les résultats étaient bas initialement. Deuxièmement, la connaissance et la maîtrise du domaine de l'examen étaient meilleures grâce à cette méthode. Et finalement cet outil permettait d'impliquer et de motiver les élèves de façon efficace, même si le nombre d'élèves dans chaque classe rendait cela difficile auparavant.

Montepare (2005, cité par Dessus, 2014) présente dans ses travaux que la maîtrise du contenu semblait s'améliorer chez les étudiants qui ont exécuté les exercices d'autocorrection. Il a mis au point une intéressante méthode d'autocorrection des QCM (questionnaire à choix multiples). Les QCM sont passés en utilisant des stylos d'une couleur donnée et, au lieu d'être corrigés tout de suite, les élèves s'engagent (seul ou collaborativement, le cas échéant avec le recours aux notes de cours et/ou manuels) dans une phase d'autocorrection où ils reprennent chaque item et déterminent si leur réponse était bien la bonne. S'ils estiment que non, ils signalent leur nouveau choix d'une autre couleur. Ensuite, l'enseignant corrige les QCM en attribuant le score de 1 si le choix initial était correct, de 0,5 si c'est le second choix qui était le bon, et de 0 dans les autres cas. Avec ce type de méthode il était possible pour l'auteur de remarquer un meilleur engagement du côté de ses élèves. Il faut toujours remarquer qu'une expérimentation contrôlée sur les effets de cette méthode a été réalisée et donne des résultats mitigés. Francis et Barnett (2012) ont étudié la procédure d'autocorrection de Montepare avec les QCM et les résultats liés à la mémoire suggèrent que cette procédure devrait conduire à une meilleure rétention en encourageant les élèves à distribuer le temps passé en révisant le matériel. Les résultats d'une classe de psychologie générale indiquent que les avantages ne sont pas aussi définitifs que prévu. Pourtant la performance des étudiants de Montepare dans les examens finaux nous a montré que la procédure était efficace une fois que les résultats étaient significativement plus élevés pour la condition d'autocorrection en comparaison à la performance initiale du quiz. Les résultats soulignent l'importance d'utiliser le modèle scientifique-éducateur pour évaluer les décisions pédagogiques tout en tenant compte des implications pratiques et le retour sur l'investissement.

2.4 Les évolutions pédagogiques à partir du processus de l'auto-évaluation

Campanale (1997) nous montre que l'intégration de l'auto-évaluation à la formation provoque des évolutions et des transformations des conceptions de l'évaluation et plus largement des évolutions et des transformations des conceptions pédagogiques. Les modifications de conceptions sont susceptibles de provoquer des modifications de pratiques significatives et durables. Le processus d'auto-évaluation est modélisé. Son rôle dans la formation est exploré, notamment à travers l'étude d'une action de formation concernant une équipe d'enseignants expérimentés. Des analyses transversales et longitudinales de leurs discours mettent en évidence des évolutions des conceptions et manifestations d'auto-évaluation. Il en ressort que les enseignants qui changent de paradigme pédagogique sont ceux qui ont délibérément engagé un processus d'auto-évaluation de leurs pratiques et ont ainsi transformé leurs représentations sur le rôle de l'enseignant. Le fait d'évaluer les propres actions peut également être utile dans le développement de l'apprentissage scolaire comme nous montre Boas (2008), lorsqu'elle nous introduit au concept d'auto-évaluation comme une composante importante de l'évaluation formative. L'auteure décrit le processus par lequel l'étudiant lui-même analyse en continu les activités développées et en voie de développement, enregistre ses perceptions et sentiments et identifie les actions futures, pour qu'il y ait des progrès dans l'apprentissage.

Les chercheurs spécialisés mettent en évidence la nécessité d'aborder l'évaluation dans le cadre du processus d'enseignement-apprentissage, en recherchant l'aperçu de l'étudiant dans sa totalité (les aspects cognitifs et comportementaux). Dans ce sens, l'évaluation devient un instrument qui aide l'enseignant à réfléchir sur toute la production de

connaissances de l'étudiant, en créant ainsi dans la salle de classe un espace où la créativité et la curiosité ont la tâche d'être les outils de construction de nouveaux savoirs avec les étudiants, en ajoutant du sens et en corrigeant tous les écarts dans le processus d'apprentissage. Il est possible de constater que l'une des manières pour envisager l'évaluation comme forme d'apprentissage est l'adoption de l'auto-évaluation et l'autocorrection dans l'organisation du travail pédagogique, puisque ces stratégies permettent que l'élève devienne protagoniste de son processus d'apprentissage, et lui permettent aussi une interaction plus forte avec son environnement scolaire, familial et social (dos Santos Costa, 2012).

3 La méthodologie de la recherche

Cette partie vise à expliquer les étapes de production de données dès la préparation du questionnaire et le traitement des réponses obtenues jusqu'aux analyses statistiques utilisées.

3.1 Construction, mise en ligne et diffusion du questionnaire

Le questionnaire a été construit avec l'intention d'aborder la plupart des sujets concernant les outils utilisés dans les cours de statistique pendant le premier semestre de l'année de 2015-2016. C'est-à-dire que les documents autocorrectifs et auto-évaluatifs ayant aidé les élèves à travers les cours sont la base des questions posées dans l'enquête, mais aussi il y a des éléments qui touchent les matériaux mis en ligne dans le site web de l'enseignant[2]

L'ensemble de treize questions étaient enregistrées en ligne après quelques versions pilotes. La première partie du questionnaire était consacrée aux informations personnelles afin d'établir un profil par rapport à l'âge, le sexe et la formation suivie par les étudiants qui lui répondraient. Ensuite deux questions posées sur le contenu en ligne disponible sur Internet dans le site web cité ci-dessus. À partir de la sixième et jusqu'à la douzième variable le questionnaire était dirigé vers les documents vus pendant les séances de cours. La treizième et dernière question s'agissait d'une auto-évaluation des étudiants par rapport à leur niveau de connaissance vis-à-vis les sujets vus dans les documents autocorrectifs et auto-évaluatifs. Le questionnaire complet se trouve dans l'annexe I. Le questionnaire était mis en ligne avec l'utilisation de l'application Google Docs à partir d'un compte personnel chez Google. Après l'élaboration du questionnaire dans la plateforme numérique et son ouverture aux réponses publiques, deux tests ont été réalisés à titre de vérification et analyse et, une fois que le résultat était bon, tout était effacé de l'historique et l'étape suivante de diffusion était atteinte. Les étudiants ont été avertis sur le questionnaire dans les couloirs de l'ISPEF dans un premier instant. Après cela le lien produit a été envoyé par plusieurs médias : les listes de mails pour les étudiants inscrits dans le séminaire d'Apprentissages, Didactiques et Interactions (qui avait pour but l'accompagnement des mémoires des étudiants de master 1 à l'ISPEF), les groupes fermés d'étudiants de master 1 et licence 3 à l'ISPEF sur Facebook, et même par mail personnel (pour ceux qui n'étaient pas inclus dans les cas précédents). Tout cet effort pour essayer d'augmenter le maximum possible la quantité de données collectées et avoir des analyses les plus précises possible.

[2] http://www.icar.cnrs.fr/membre/jcregnier/enseignements/

3.2 Traitement des données construites

Cette partie aborde comment les données obtenues ont été traitées à partir des logiciels Excel (Microsoft Home and Student 2010) et CHIC (Classification Hiérarchique Implicative et Cohésitive, version 6.0). Premièrement un fichier Excel était établi avec toutes les réponses prises par l'application Google Docs. Dans ce document toute la statistique basique a été faite en analysant chaque variable pour la construction des tableaux et des graphiques. Ensuite un fichier « .csv » a été produit à partir du fichier Excel. Les variables ont été traitées afin d'être présentées sous la forme de variables binaires et modales afin qu'elles puissent être utilisées dans le logiciel CHIC (Couturier, 2001) et ainsi poursuivre l'analyse statistique implicative.

3.3 Analyse des données

Deux méthodologies d'analyses ont été adoptées afin de mieux expliquer les données recueillies. Dans un premier moment les variables étaient traitées d'une manière descriptive pour la statistique basique du travail et ensuite analysées dans le cadre méthodologique préalablement établi en utilisant le logiciel CHIC. Toutes les variables étaient directement traitées sur Excel pour la statistique descriptive et la construction des tableaux et graphiques de la première partie des résultats (voire le chapitre 1 concernant les résultats dans la partie III du travail). Dans ce contexte il est possible de dire que la variable V07 constitue une exception à cette règle puisque ses données ont été traitées directement avec le logiciel SPAD pour l'analyse textuelle. À partir des analyses sur CHIC nous avons obtenu des arbres de similarité et des graphes implicatifs, suivi de la vérification de la relation entre l'organisation (V10), l'utilité (V11) et l'efficacité (V12), avec l'utilisation des documents (V06 et V08). Également la relation entre l'utilisation des documents (V06 et V08) et d'autres sources d'appui au cours utilisées au long du semestre (V09) était analysée.

4 Résultats et discussion

Dans cette partie les résultats obtenus à partir des statistiques basiques et de l'analyse statistique implicative seront présentés et discutés. Nous avons la présentation de la statistique basique avec la description des données, et les analyses statistiques concernant les tests effectués avec le logiciel CHIC.

4.1 Description statistique de base des données construites

Le premier sous-chapitre va servir à montrer indépendamment toutes les données à partir des 60 réponses obtenues.

4.2 Le profil de l'échantillon

Les premières questions traitées (V01, V02 et V03) nous ont donné l'information à propos de l'âge, le sexe et le grade universitaire. La figure 1 montre la distribution d'étudiants par tranches d'âge. Les tranches d'âge établies sont les suivantes : de 19 à 23 ans, de 23 à 27 ans, de 27 à 31 ans, de 31 à 35 ans, de 35 à 39 ans et de 39 à 42 ans. La plupart des étudiants ayant répondu le questionnaire se situe entre 23 et 27 ans. La figure 2 montre la distribution d'étudiants par sexe. Le sexe féminin est prédominant à l'ISPEF, avec un pourcentage de 88,3% contre les 11,7% du côté masculin. La figure 3 montre la

distribution d'étudiants par grade universitaire. La majorité des réponses au questionnaire viennent du master 1, soit 76,7%, pendant que la licence 3 a été représentée par seulement 23,3%.

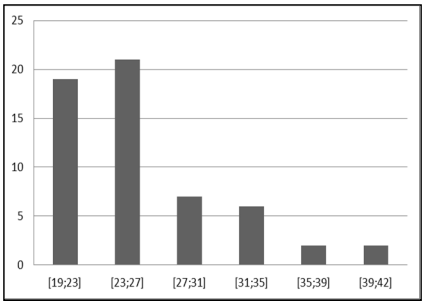


Figure 1. La distribution des étudiants par rapport à la tranche d'âge (V01).

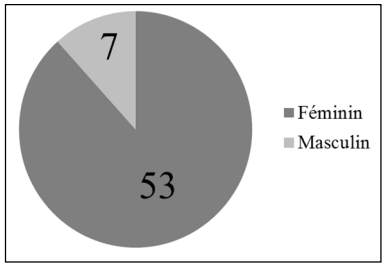


Figure 2 La distribution des étudiants par rapport au sexe (V02).

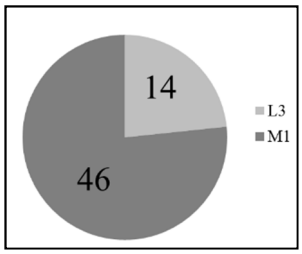


Figure 3. La distribution des étudiants par rapport au grade universitaire (V03).

4.3 Les documents en ligne

Dans une échelle de zéro à dix où le zéro indiquait le moins possible et le dix le plus possible, l'organisation des documents en ligne disponibles par l'enseignant et leur utilité ont été mesurées (V04 et V05). La figure 4 montre la distribution d'étudiants par les notes sur l'organisation des documents en ligne (V04). La moyenne pondérée accordée par les étudiants était 4,85. La figure 5 montre la distribution d'étudiants par les notes sur l'utilité des documents en ligne (V05). La moyenne pondérée accordée par les étudiants était 5,5.

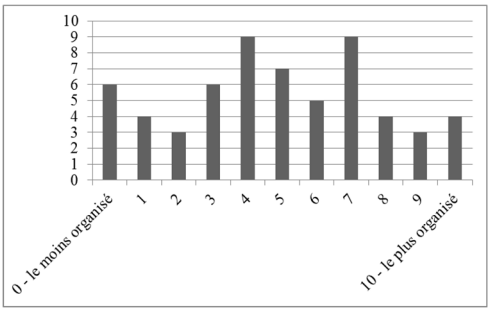


Figure 4. La notion d'organisation des documents en ligne (V04).

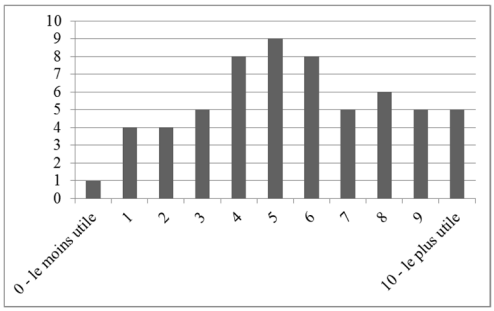


Figure 5. La notion d'utilité des documents en ligne (V05).

4.4 Les documents d'appui aux cours

De la sixième variable jusqu'à la douzième les documents et leurs usages ont été examinés. Nous avons analysé l'utilisation des documents, ce que les étudiants attendaient, les matériaux d'appui aux documents utilisés pendant les révisions et pour conclure l'organisation, utilité et efficacité accordées par les étudiants aux documents. Les variables V06 et V08 ont demandé de quelle manière les étudiants ont utilisé les documents autocorrectifs et auto-évaluatifs pendant le semestre et s'ils les ont utilisés pour réviser avant les exams. La figure 6 montre la distribution d'étudiants par les façons d'utiliser les documents (V06).

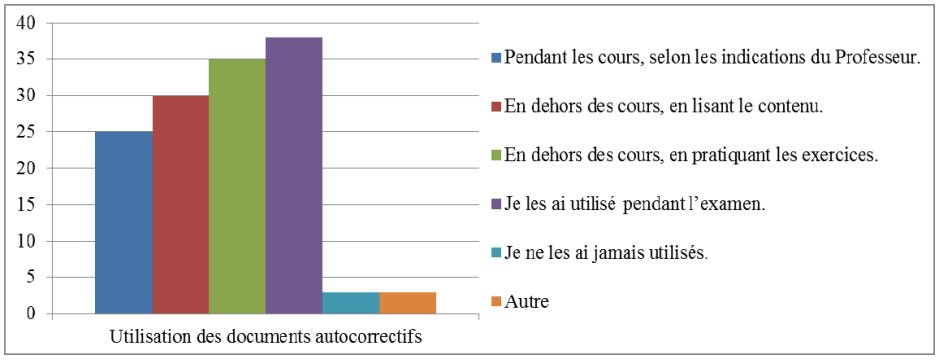


Figure 6. L'utilisation des documents pendant le semestre (V06).

La figure 7 montre la distribution d'étudiants par l'utilisation ou non des documents autocorrectifs et auto-évaluatifs pendant les révisions avant les examens terminaux (V08).

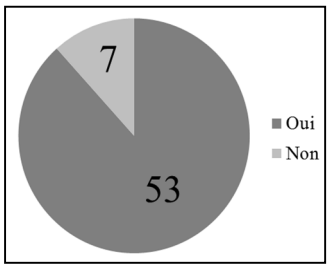


Figure 7. L'utilisation des documents pendant les révisions avant les examens terminaux (V08).

Ces résultats montrent l'importance des documents, soit pour les révisions avant les examens, soit par son utilisation dans la pratique des exercices en autonomie. La question V07 s'agissait d'une variable textuelle. Le tableau 1 montre les mots les plus utilisés. Elle avait pour but d'analyser ce que les étudiants attendaient avec l'usage des documents. Après certaines délétions et équivalences, les mots les plus apparus dans les réponses étaient « comprendre », « exercices » et « cours ». Les tableaux complets pour cette variable se trouvent dans l'annexe II, avec les délétions et équivalences effectuées inclues.

Tableau 2. Les mots les plus fréquents utilisés par les étudiants pour exprimer leurs pensées (V07).

Mots	Fréquence
comprendre	15
exercices	9
cours	7
aide	5
explications	5
rien	5

La figure 8 montre la distribution d'étudiants par les matériaux utilisés pendant les révisions avant les examens terminaux, en dehors des documents autocorrectifs et auto-évaluatifs. C'est à remarquer la fréquence d'utilisation des notes obtenues à partir des cours et aussi des documents mis en ligne par le Professeur Régnier.

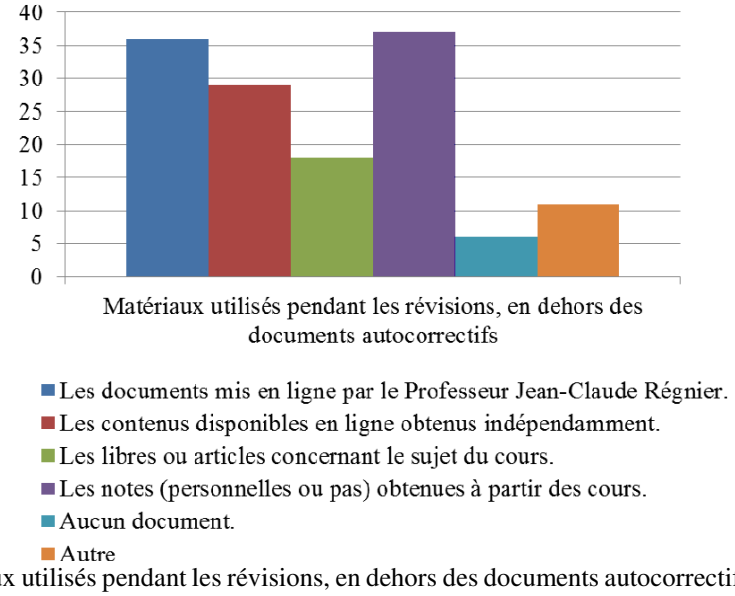


Figure 8. Matériaux utilisés pendant les révisions, en dehors des documents autocorrectifs et auto-évaluatifs (V09).

Les figures 9, 10 et 11 montrent la distribution d'étudiants par les notes accordées à chacun des trois éléments analysés sur les documents autocorrectifs et auto-évaluatifs. Les étudiants ont évalué l'organisation dans laquelle le contenu des documents est présenté (V10), l'utilité de l'ensemble d'exercices présents dans les documents comme outil pour appréhender le contenu proposé (V11) et l'efficacité des documents pour l'accompagnement du cours de statistique (V12).

Pour la notion d'organisation de contenu (V10), la moyenne pondérée accordée par les étudiants était 5,1333.

Pour la notion d'utilité des exercices présents dans les documents comme un outil pour appréhender le contenu proposé (V11), la moyenne pondérée accordée par les étudiants était 5,9667.

Pour la notion d'efficacité des documents pour l'accompagnement du cours de statistique (V12), la moyenne pondérée accordée par les étudiants était 5,7667.

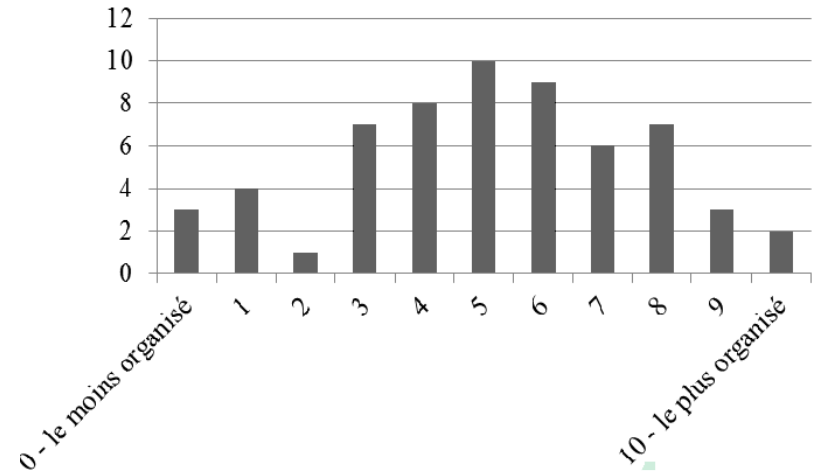


Figure 9. L'organisation dans laquelle le contenu des documents est présenté (V10).

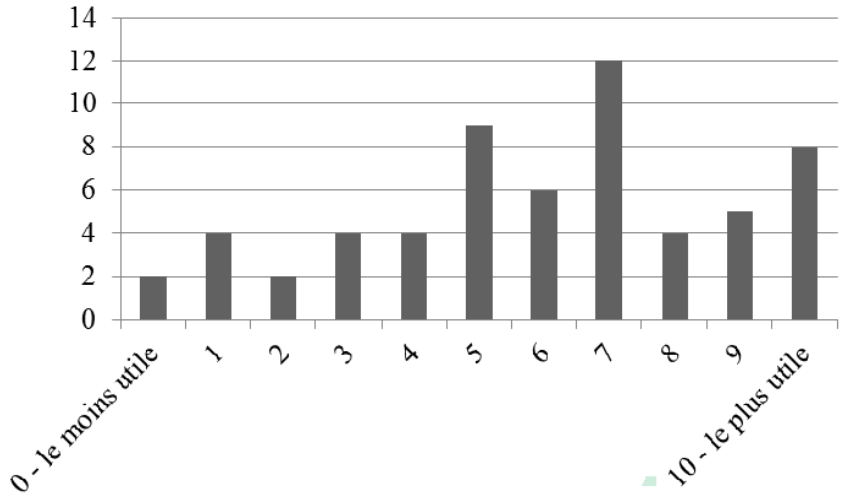


Figure 10. L'utilité de l'ensemble d'exercices présents dans les documents comme outil pour appréhender le contenu proposé (V11).

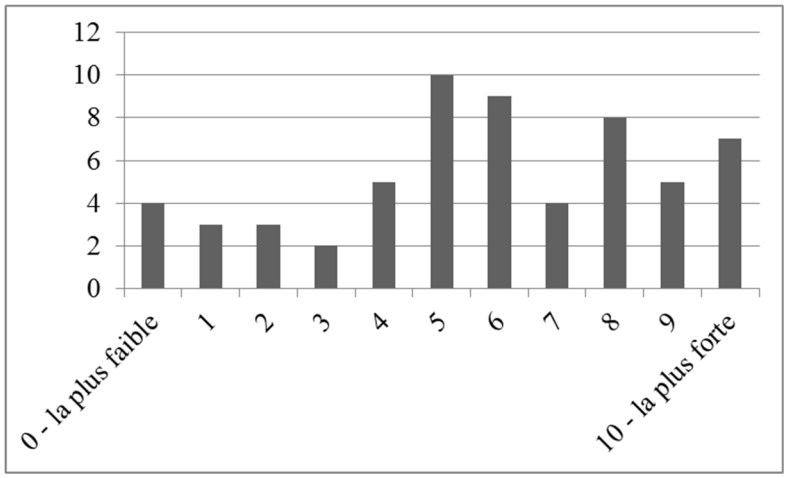


Figure 11. L'efficacité des documents pour l'accompagnement du cours de statistique (V12).

4.5 L'auto-évaluation des étudiants par rapport aux objets du cours

La treizième et dernière question demandait aux étudiants quel était leur niveau de compréhension envers vingt-et-un points mis en relief à partir du contenu présent dans les documents autocorrectifs et auto-évaluatifs. La variable V13 était donc divisée en vingt-et-une sous-questions, intitulées comme « V13a » jusqu'à « V13u ». Le tableau 2 montre le comptage de chaque niveau de compréhension choisi entre L3 et M1.

Tableau 3. Somme des niveaux de compréhension saisis par les étudiants de licence 3 et master 1 prenant en compte les vingt-et-une sous-questions de la variable treize (V13).

Niveaux de compréhension	L3	M1	Total
Pas du tout compris	67	197	264
Plutôt pas compris	57	246	303
Plutôt bien compris	80	294	374
Tout à fait bien compris	53	206	259
Je ne connais pas du tout	37	16	53
Autre	0	7	7
Total	294	966	1260

La figure 12 montre le comptage de chaque niveau de compréhension choisi globalement et séparément entre L3 et M1.

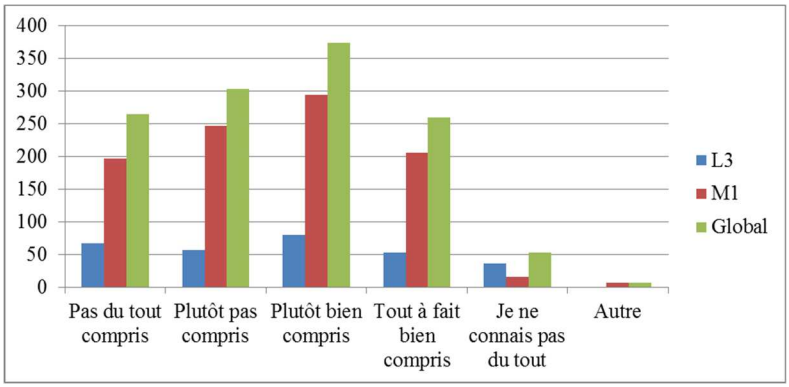


Figure 12. Représentation des niveaux de compréhension des étudiants de master 1 et licence 3 prenant en compte toutes les variables présentes dans la question treize.

4.6 Traitement des données dans le cadre théorique de l'Analyse statistique implicative

Couturier et Almouloud (2009) disent que l'analyse statistique implicative (ASI) a été développée par Régis Gras et ses collaborateurs. Elle permet d'établir des règles d'association à partir d'un ensemble de données croisant sujets et variables.

Les analyses suivantes ont visé à éclairer les éléments concernant la relation entre les éléments tels que l'organisation, l'utilité et l'efficacité, et l'utilisation des documents autocorrectifs et auto-évaluatifs, et aussi la relation entre l'utilisation de ces documents et d'autres sources d'appui au cours utilisées au long du semestre. De cette manière, seulement les questions liées à ces questionnements ont été prises en compte en tant que variables principales pour l'analyse implicative, ce qui nous a donné un total de 9 variables utilisées (principales et supplémentaires) dans les analyses. Les variables supplémentaires choisies étaient l'âge (V01), le sexe (V02) et le grade scolaire (V03). Tous ces éléments sont présentés dans le tableau 3.

Tableau 3a. Les données analysées sur CHIC.

Variable	Type/statut	Code	Description du code
Âge	Supplémentaire	âge_g1	Première tranche d'âge – entre 19 et 23 ans.
		âge_g2	Deuxième tranche d'âge – entre 23 et 27 ans.
		âge_g3	Troisième tranche d'âge – entre 27 et 31 ans.
		âge_g4	Quatrième tranche d'âge – entre 31 et 35 ans.
		âge_g5	Cinquième tranche d'âge – entre 35 et 39 ans.
		âge_g6	Sixième tranche d'âge – entre 39 et 43 ans.
Sexe	Supplémentaire	Sexe_féminin	Sexe féminin.
		Sexe_masculin	Sexe masculin.
Grade scolaire	Supplémentaire	V03_L3	Étudiants de la troisième année de la licence.
		V03_M1	Étudiants de la première année du master.

Tableau 3b. Les données analysées sur CHIC.

Variable	Type/statut	Code	Description du code
Façon d'utiliser les documents autocorrectifs et auto-évaluatifs	Principale	V06_PIP	Utilisation des documents pendant les cours, selon les indications du Professeur.

		V06_DLC	Utilisation des documents en dehors des cours, en lisant le contenu.
		V06_DPE	Utilisation des documents en dehors des cours, en pratiquant les exercices.
		V06_UPE	Utilisation des documents pendant l'examen.
		V06_JJU	N'avoir jamais utilisé les documents.
Pendant les révisions avant les examens terminaux	Principale	V08_Oui	Avoir utilisé les documents autocorrectifs et auto-évaluatifs pendant les révisions avant les examens terminaux.
		V08_Non	Ne pas avoir utilisé les documents autocorrectifs et auto-évaluatifs pendant les révisions avant les examens terminaux.
Documents utilisés pendant les révisions avant les examens terminaux, en dehors des documents autocorrectifs et auto-évaluatifs	Principale	V09_DEL	Utilisation des documents mis en ligne par le Professeur Jean-Claude Régnier pendant les révisions, en dehors des documents.
		V09_COI	Utilisation des contenus disponibles en ligne obtenus indépendamment pendant les révisions, en dehors des documents.
		V09_LAS	Utilisation des livres ou articles concernant le sujet du cours pendant les révisions, en dehors des documents.
		V09_NOC	Utilisation des notes (personnelles ou pas) obtenues à partir des cours pendant les révisions, en dehors des documents.
		V09_AD	Aucun autre document utilisé pendant les révisions.
Organisation	Principale	V10	Le niveau d'organisation attribué aux documents autocorrectifs et auto-évaluatifs.
Utilité	Principale	V11	Le niveau d'utilité attribué aux documents autocorrectifs et auto-évaluatifs.
Efficacité	Principale	V12	Le niveau d'efficacité attribué aux documents autocorrectifs et auto-évaluatifs.

4.7 Relations entre les variables organisation, utilité, efficacité, utilisation des documents

Dans cette analyse les variables utilisées étaient la V06 (les modes d'utilisation des documents autocorrectifs et auto-évaluatifs), la V08 (l'utilisation ou non des documents autocorrectifs et auto-évaluatifs pendant les révisions avant les examens terminaux) et le

groupe de variables V10, V11 et V12 (respectivement l'organisation, l'utilité et l'efficacité des documents autocorrectifs et auto-évaluatifs). La figure 13 nous montre l'arbre de similarité dans ce qui concerne les éléments mentionnés ci-dessus. Avec un niveau de similarité minimum de 0,75 nous avons trouvé quatre classifications importantes à souligner. Dans le premier niveau de similarité, nous trouvons une relation de similarité entre les variables V06_JJU et V08_Non (0,864), ce qui montre logiquement que les étudiants que n'utilisent jamais les documents ne les ont pas non plus utilisés pour les révisions à la fin du semestre. Le deuxième niveau (0,814) indique la relation entre V06_DPE et V12, ce qui renforce l'idée que pour les étudiants qui pratiquent les exercices en dehors des cours, les documents représentent un outil plutôt efficace. L'organisation et l'utilité apparaissent au troisième niveau (V10 et V11 : 0,77) ce qui montre une forte association entre ce deux importants éléments traités au long du travail. Le fait de, dans le quatrième niveau, apparaître la relation entre l'utilisation des documents pendant les cours et dehors les cours, en lisant le contenu (V06_PIP et V06_DLC - similarité : 0,76) nous permet d'analyser l'importance de l'utilisation des documents avec le professeur pour pouvoir exercer une autonomie dans les moments des révisions. Le nœud le plus significatif est au niveau 1. Nous pouvons aussi voir un autre nœud significatif au niveau 7.

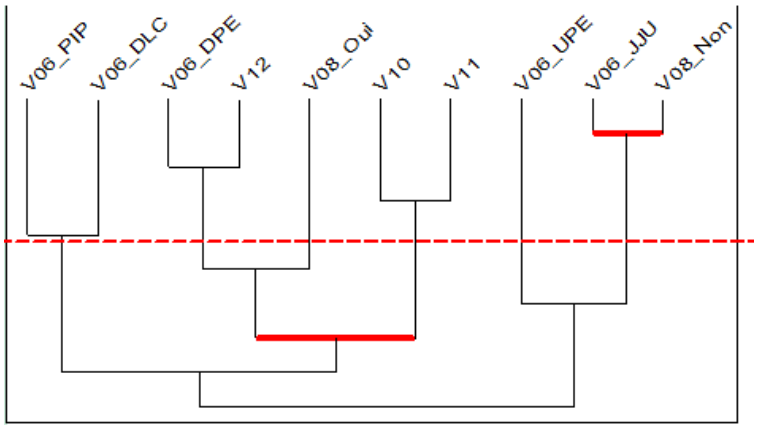


Figure 13. L'arbre de similarité de la relation entre les éléments tels que l'organisation, l'utilité et l'efficacité, avec les différentes façons d'utiliser les documents.

Aussi nous pouvons identifier une autre situation (niveau 6) qui se présente avec les groupes de variables du premier niveau (V06_JJU et V08_Non) et la variable V06_UPE. Nous pourrions admettre qu'il existe une tendance des étudiants n'ayant pas travaillé avec les documents pendant le semestre à penser que les réponses aux questions seront facilement trouvées grâce au fait d'apporter les documents pendant les examens (V06_UPE). Dans ce qui concerne les variables supplémentaires, la variable âge_g6 est celle qui contribue le plus à ces quatre classes décrites ci-dessus, avec un risque de 0 (zéro). Ensuite nous pouvons aussi mettre en relief les contributions des variables Sexe_masculin (risque de 0,153) et V03_M1 (risque de 0,164). La figure 14 montre le graphe implicative, construit à partir des 7 variables binaires (V06_PIP, V06_DLC, V06_DPEV, 06_UPE, V06_JJU, V08_Oui et V08_Non) et 3 variables modales (V10, V11 et V12). Trois chemins implicatifs ont été établis avec des niveaux de confiance illustrés par la flèche rouge, les flèches bleues, la flèche verte et la flèche grise montrant respectivement des niveaux de confiance de 0,95, 0,9, 0,85 et 0,8.

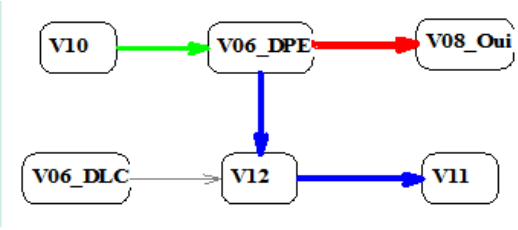


Figure 14. Le graphe implicatif de la relation entre les éléments tels que l'organisation, l'utilité et l'efficacité, et l'utilisation des documents par les étudiants.

D'abord nous voyons un chemin implicatif formé par les éléments V10, V06_DPE, V12 et V11, ce qui nous montre que l'organisation, l'utilité et l'efficacité associés aux documents impliquent dans l'utilisation de ce matériel en dehors du cours, en pratiquant les exercices. Ensuite nous pouvons aussi analyser le chemin formé par les variables V10, V06_DPE et V08_Oui, où l'organisation des documents influence leur utilisation en dehors du cours et aussi en tant qu'instrument de révision pendant les examens.

Le troisième chemin implicatif (V06_DLC-V12-V11) indique que les étudiants qui utilisent les documents en dehors du cours, en lisant le contenu, le font influencés par les sentiments d'efficacité et utilité attribués à ces outils. Le tableau 4 montre les contributions les plus importantes des variables supplémentaires pour chaque chemin implicatif.

Tableau 4. Les contributions des variables supplémentaires dans les chemins implicatifs.

Chemin implicatif	Variables supplémentaires	Risque
V10-V06_DPE-V12- V11	âge_g6	0,04
	âge_g1	0,068
	Sexe_masculin	0,148
V10-V06_DPE-V08_Oui	âge_g6	0
	Sexe_masculin	0,138
	V03_M1	0,172
V06_DLC-V12-V11	âge_g3	0,119
	Sexe_masculin	0,119
	âge_g1	0,213

4.8 Relations entre utilisation des documents et autres sources d'appui au cours utilisées au long du semestre

Dans cette analyse les variables utilisées étaient la V06 (seulement les indications qui affirmaient utiliser les documents autocorrectifs et auto-évaluatifs : V06_PIP, V06_DLC, V06_DPE, V06_UPE), la V08 (seulement l'utilisation des documents pendant les révisions avant les examens terminaux – V08_Oui) et la V09 (les matériaux utilisés pendant les révisions avant les examens terminaux, en dehors des documents autocorrectifs et auto-évaluatifs). L'objectif était d'utiliser les éléments des variables V06 et V08 qui portait sur l'effective utilisation des documents. La figure 15 nous montre l'arbre de similarité dans ce qui concerne les éléments mentionnés ci-dessus. Avec un niveau de similarité minimum de 0,75 nous avons identifié quatre classifications importantes à discuter. Dans le premier niveau de similarité, nous trouvons une relation logique de similarité entre les variables V09_COI et V09_LAS (0,984), puisque ceux qui cherchent les contenus disponibles en ligne obtenus indépendamment présente aussi la tendance à chercher les livres ou articles concernant le sujet du cours. Le deuxième niveau (0,921) indique la relation entre V06_DLC et V09_DEL, ce qui démontre que les

étudiants qui ont l'habitude de lire le contenu des documents vont aussi chercher les documents en ligne offerts par le professeur. Le troisième niveau nous montre que lire le contenu et utiliser le contenu disponible en ligne par le professeur ont un rapport avec le fait de chercher d'autres documents en ligne et même version papier pour le moment des révisions. Finalement le quatrième niveau présente la relation logique entre la pratique des exercices des documents en dehors des cours et leur utilisation dans le moment de l'examen.Le nœud le plus significatif est au niveau 1, mais nous en voyons aussi au niveau 3 et au niveau 7.

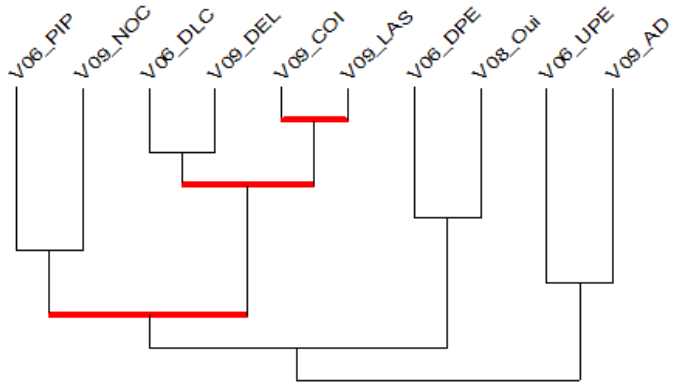


Figure 15. L'arbre de similarité de la relation entre les éléments tels l'utilisation des documents par les étudiants et d'autres sources d'appui au cours utilisées au long du semestre.

Dans ce qui concerne les variables supplémentaires, la variable âge_g6 est celle qui contribue le plus à ces quatre classes décrites ci-dessus, avec un risque de 0 (zéro). Ensuite nous pouvons aussi mettre en relief les contributions des variables âge_g2 (risque de 0,065) et V03_M1 (risque de 0,284). La figure 16 montre le graphe implicative, construit à partir des 10 variables binaires (V06_PIP, V06_DLC, V06_DPEV, 06_UPE, V08_Oui, V09_DEL, V09_COI, V09_LAS, V09_NOC et V09_AD). Quatre chemins implicatifs ont été établis avec des niveaux de confiance illustrés par les flèches rouges, la flèche verte et les flèches grises montrant respectivement des niveaux de confiance de 0,95, 0,85 et 0,8.

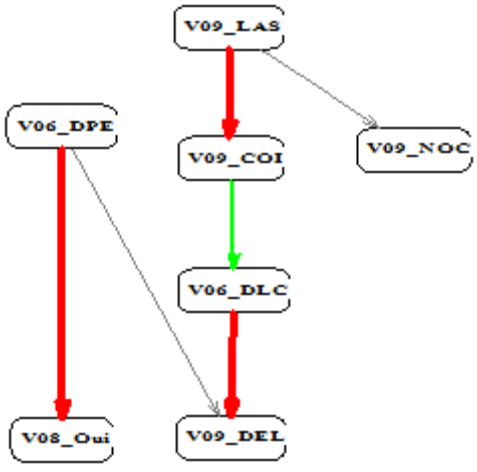


Figure 16. Le graphe implicatif de la relation entre les éléments tels que l'utilisation des documents par les étudiants et les matériaux utilisés pendant les révisions avant les examens terminaux, en dehors des documents autocorrectifs et auto-évaluatifs.

Le premier chemin implicatif à discuter est formé par les éléments V09_LAS, V09_COI, V06_DLC et V09_DEL, ce qui nous montre que les articles et livres à propos du sujet du

cours influencent la recherche de matériel en ligne, ce qui dirige vers les lectures mises à déposition en dehors du cours par le professeur, notamment les documents et le contenu du site web. Ensuite nous pouvons aussi analyser le chemin formé par les variables V09_LAS et V09_NOC où les articles et livres à propos du sujet du cours présentent une relation avec l'utilisation des notes personnelles obtenues pendant les cours. Le troisième chemin implicatif (V06_DPE et V08_Oui) indique que les étudiants qui utilisent les documents en dehors du cours, en pratiquant les exercices ont tendance à utiliser ces documents pendant les révisions. Le quatrième et dernier chemin implicatif composé par les variables V06_DPE et V09_DEL montre que les étudiants qui utilisent les documents en dehors du cours, en pratiquant les exercices, ils vont aussi chercher le matériel disponible dans le site web du professeur. Le tableau 5 montre les contributions les plus importantes des variables supplémentaires pour chaque chemin implicatif.

Tableau 5. Les contributions des variables supplémentaires dans les chemins implicatifs.

Chemin implicatif	Variables supplémentaires	Risque
V09_LAS-V09_COI-V06_DLC-V09_DEL	âge_g6	0,08
	âge_g2	0,111
V09_LAS-V09_NOC	âge_g6	0
	V03_L3	0,085
	âge_g2	0,2
	Sexe_masculin	0,21
V06_DPE-V08_Oui	âge_g6	0
	Sexe_masculin	0,138
	V03_M1	0,172
V06_DPE-V09_DEL	âge_g6	0
	âge_g2	0,218

5 Conclusion

Cette recherche avait pour objectif d'analyser l'utilisation des documents autocorrectifs et auto-évaluatifs d'appui au cours de statistique auprès des étudiants de L3 et M1 au sein de l'ISPEF à l'Université Lumière Lyon 2. En analysant tout ce qui était exposé au long du travail et surtout après la discussion, il est possible d'en tirer certaines conclusions et principalement présenter les perspectives pour la suite. Premièrement les documents autocorrectifs et auto-évaluatifs d'appui au cours de statistique représentent un outil important au long du semestre, avec leur utilité reconnue par les étudiants. Aussi ces documents constituent un important dispositif pour la préparation avant les examens terminaux. Pour ce qui concerne la maîtrise de contenu, malgré la compréhension des sujets les plus basiques du cours, la plupart des étudiants ne pense pas avoir retenu les compétences les plus avancées vues en cours. Les documents en ligne, c'est-à-dire les supports offerts sur le site du Professeur Régnier, ils sont bien utilisés au long du semestre et sont ressentis comme des outils efficaces. Pourtant l'organisation dans laquelle ce matériel virtuel est présenté n'accompagne pas le niveau accordé à son utilité. Grâce aux outils de l'analyse statistique implicative nous avons pu mettre en lumière que les documents ont une place très importante dans la formation académique. Ces outils sensibilisent les étudiants à se mettre en travail et créent une ambiance dirigée à l'apprentissage des contenus vus en cours. La relation entre les éléments tels que l'organisation, l'utilité et l'efficacité, et l'utilisation des documents nous montre que la présentation et la clarté dont le contenu est proposé favorisent l'engagement de l'étudiants

au long du semestre. Aussi nous apercevons que l'utilisation des documents autocorrectifs et auto-évaluatifs se révèle comme un facteur qui encourage les étudiants à chercher d'autres sources d'information à propos du contenu du cours. Les réponses obtenues nous ouvrent d'autres questions surtout dans ce qui concerne les problèmes à propos de la statistique dans le parcours académique des étudiants en Sciences de l'éducation. Est-ce que les documents autocorrectifs et auto-évaluatifs peuvent fournir une formule idéale pour faire face à ces obstacles ? Les documents en ligne pourront-ils être utilisés comme des éléments contribuant au processus ? Quels seraient les résultats en étendant cette recherche à tous les grades universitaires à l'ISPEF ? Ce sont des perspectives pour une possible prolongation du travail afin d'établir un cadre plus détaillé et plus informatif sur la situation des connaissances statistiques au sein de notre Institut, bien comme pour proposer des solutions visant toujours sensibiliser la communauté universitaire sur l'importance de la statistique en n'importe quel domaine d'action lié à la recherche, à la production de connaissance.

Références

[1] Arredondo, S. C. et Diago, J. C. (2009). *Avaliação educacional e promoção escolar.* São Paulo : Unesp.
[2] Boas, B. M. J. V. (2008). *Virando a escola do avesso por meio da avaliação.* São Paulo : Papirus.
[3] Campanale, F. (1997). Autoévaluation et transformations de pratiques pédagogiques. *Revue mesure et évaluation en éducation.* 20(1), 1-24.
[4] Couturier, R., & Ag Almouloud, S. (2009). Historique et fonctionnalités de CHIC. *Analyse Statistique Implicative. Une méthode d'analyse de données pour la recherche de causalités.* R. Gras, J-C Régnier, F. Guillet (Eds). Toulouse : Cépaduès, 279-294.
[5] Couturier, R. (2001). Traitement de l'Analyse Statistique dans CHIC. Actes des Journées sur la Fouille dans les données par la méthode d'analyse implicative, 33-50.
[6] Dessus, P. (2014). *Evaluer l'apprentissage par ordinateur: Tâches et rétroactions*. Rouen : Cours de séminaire TICE du MARDIF, CNED.
[7] dos Santos Costa, D. (2012). A Autoavaliação e Autocorreção na Prática Avaliativa em Matemática. *Trilhas Pedagógicas.* 2(2), 105-119.
[8] Fávero, A. A. et Tonieto, M. C. (2009). Política educacional de inserção da filosofia no ensino fundamental. *Revista Pragmateia Filosófica.* 4, 1-12.
[9] Francis, A. L., et Barnett, J. (2012). The effect and implications of a "self-correcting" assessment procedure. *Teaching of Psychology*. 39(1), 38-41.
[10] Grühn, D. et Cheng, Y. (2014). A self correcting approach to multiplechoice exams improves learning. *Teaching of Psychology.* 41, 335-339.
[11] Landure, C. et Boulton, A. (2010). Corpus et autocorrection pour l'apprentissage des langues. *ASp. la revue du GERAS.* 57, 11-30.
[12] Lara, G. M. P. (1993). Autocorreção e auto-avaliação na produção de textos escolares: relato de uma experiência. Dissertação de Mestrado, UFMG.
[13] Lipman, M. (1990). *A filosofia vai à escola.* São Paulo : Summus.
[14] Lipman, M. (2001). *O pensar na educação*. Petrópolis : Vozes.
[15] Lipman, M., Sharp, A. M., & Oscanyan, F. S. (2010). *Philosophy in the classroom.* Philadelphia : Temple University Press.
[16] Régnier, J. C. (2000). Auto-évaluation et autocorrection dans l'enseignement des mathématiques et de la statistique Entre praxéologie et épistémologie scolaire. Note de synthèse HDR, Université Marc Bloch-Strasbourg II.
[17] Régnier, J. C. (2002). A auto-avaliação na prática pedagógica. *Revista Diálogo Educacional.* 3(6), 53-68.

Annexe : questionnaire

1) Date de naissance:
2) Sexe : ●Féminin ●Masculin
3) Je suis étudiant/étudiante en: ●Licence 3 ●Master 1
4) Que pensez-vous sur l'accessibilité aux documents en ligne disponibilisés par le Professeur Jean-Claude Régnier?
●0 - le moins organisé ●1 ●2 ●3 ●4 ●5 ●6 ●7 ●8 ●9 ●10 - le plus organisé
5) Que pensez-vous sur l'efficacité des documents en ligne disponibilisés par le Professeur Jean-Claude Régnier?
●0 - le moins utile ●1 ●2 ●3 ●4 ●5 ●6 ●7 ●8 ●9 ●10 - le plus utile
6) Comment avez-vous utilisé les documents autocorrectifs et auto-évaluatifs ?

- Pendant les cours, selon les indications du Professeur.
- En dehors des cours, en lisant le contenu.
- En dehors des cours, en pratiquant les exercices.
- Je les ai utilisés pendant l'examen.
- Je ne les ai jamais utilisés.
- Autre

7) Qu'est-ce que vous attendiez en utilisant les documents autocorrectifs et auto-évaluatifs ?
8) Pendant vos révisions avant l'examen avez-vous utilisé les documents autocorrectifs et auto-évaluatifs? ● Oui ● Non
9) Quels matériaux avez-vous utilisés pendant les révisions, en dehors des documents autocorrectifs et auto-évaluatifs ?

- Les documents mis en ligne par le Professeur Jean-Claude Régnier.
- Les contenus disponibles en ligne obtenus indépendamment.
- Les livres ou articles concernant le sujet du cours.
- Les notes (personnelles ou pas) obtenues à partir des cours.
- Aucun document.
- Autre

10) Que pensez-vous sur l'organisation dans laquelle le contenu des documents autocorrectifs et auto-évaluatifs est présenté?
●0 - le moins oraganisé ●1 ●2 ●3 ●4 ●5 ●6 ●7 ●8 ●9 ●10 - le plus organisé
11) Que pensez-vous sur l'utilité de l'ensemble d'exercices présents dans les documents autocorrectifs et auto-évaluatifs pour appréhender le contenu proposé?
●0 - le moins utile ●1 ●2 ●3 ●4 ●5 ●6 ●7 ●8 ●9 ●10 - le plus utile
12) Que pensez-vous sur l'efficacité des documents autocorrectifs et auto-évaluatifs pour l'accompagnement du cours de statistique?
●0 - la plus faible ●1 ●2 ●3 ●4 ●5 ●6 ●7 ●8 ●9 ●10 - la plus forte
13) En utilisant ou non les documents d'appui, à ce jour comment auto-évaluez-vous votre niveau de compréhension envers les points suivants?
●Pas du tout compris ●Plutôt pas compris ●Plutôt bien compris ●Tout à fait bien compris ●Je ne connais pas du tout ●Autre

a) Caractérisation de population, échantillon, individu et variable
b) Les types de variables (quantitatives, qualitatives et textuelles)
c) La construction de la moyenne d'une variable quantitative continue
d) La construction de la moyenne d'une variable quantitative discrète
e) La variance et l'écart-type
f) La fréquence et la densité de fréquence
g) La construction de l'histogramme, le mode et la médiane
h) L'estimation par l'intervalle de confiance
i) Tableau de rangs et le test W de Kendall
j) Le tableau de contingence
k) La construction du profil ligne d'un tableau de contingence
l) Le test de Khi-deux
m) Le coefficient "Phi"
n) Le coefficient "Rhô" de Spearmann
o) Le test de Khi-deux d'indépendance ou d'homogénéité
p) Le test de Khi-deux d'adéquation
q) Le test de Khi-deux d'adéquation à une distribution de la Laplace-Gauss
r) Le test de Khi-deux d'adéquation à la distribution de fréquences uniformes
s) Le test de Khi-Deux de Mac Nemar
t) Le test U de Mann et Whitney
u) Déterminer une valeur critique, analyser les hypothèses et donner une conclusion

CONTRIBUTIONS D'UNE APPLICATION DES RÉSEAUX SOCIAUX À L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES : LE CAS DE PERISCOPE

Tolga TEKIN[1]

THE CONTRIBUTIONS OF AN APPLICATION OF SOCIAL MEDIA LIKE PERISCOPE IN THE TEACHING OF MATHEMATICS

RÉSUMÉ

L'éducation et la technologie peuvent et devraient évoluer ensemble et de façon solidaire. Depuis des décennies, les Technologies de l'Information et de la Communication (TIC) sont de plus en plus utilisées de façon variable par les réseaux sociaux à travers le monde. Elles sont intégrées autant dans les pratiques pédagogiques que comme un enseignement à distance et accessible au public. En raison de l'utilisation de ces outils par un large public et la facilité d'accès à l'information, l'intégration de ces outils au domaine de l'éducation serait grandement bénéfique. Notre recherche ciblait des utilisateurs d'une application de streaming vidéo en direct dénommée « Periscope » et de quatre différentes classes qui ont suivi les cours de mathématiques. La totalité des élèves interrogés ont répondu à ce questionnaire avec un total de 498 réponses reçues dont 389 constituent notre échantillon de recherche, composé de 220 filles et 169 garçons. Pour cela, une enquête par questionnaire a été réalisée en utilisant des méthodes quantitatives et qualitatives de l'analyse. Les résultats ont permis d'identifier que Periscope offre la possibilité d'interaction entre les participants. À travers la présente étude, nous nous sommes fixés comme objectif de recherche de connaitre les sources de motivation et les raisons d'utilisation chez les élèves, le mode d'interaction et le changement de la conception des élèves face à l'enseignement de cette discipline. Selon les résultats les étudiants qui disent la méthode d'apprentissage des mathématiques via Periscope réponde leurs attentes et utilisation de cet outil facilite l'apprentissage des mathématiques. Les notes en mathématiques des étudiants se sont-elles pas améliorées après les cours de mathématiques via Periscope et parallèlement ces cours n'ont pas changé leur conception de mathématiques. Education, réseaux sociaux, Periscope, mathématiques, pédagogie, analyse statistique implicative.

Mots-clés : *Education, réseaux sociaux, Periscope, mathématiques, pédagogie, analyse statistique implicative.*

ABSTRACT

Education and technology can and should evolve together and in solidarity. For decades, Information and Communication Technologies have been increasingly used by social networks around the world. They are integrated as much in pedagogical practices as in distance education and accessible to the public. Due to the widespread use of these tools and the ease of access to information, the integration of these tools into the field of education would be highly beneficial.Our research targeted users of a live video streaming application called "Periscope" and four different classes that took mathematics courses. All of the students surveyed responded to this questionnaire with a total of 498 responses received, of which 389 are our research sample of 220 girls and 169 boys. For this purpose, a questionnaire survey was carried out using quantitative and qualitative methods of analysis. The results identified that Periscope offers the possibility of interaction between the participants. Through this study, we have set ourselves the objective of researching the sources of motivation and reasons for use among pupils, the mode of interaction and the

[1] Université de Lyon 2, ISPEF, Master ERE - tolgaatkin@gmail.com

change in the students' conception of the teaching of this subject. disciplined. According to the results the students who say the method of learning mathematics via Periscope meets their expectations and use of this tool facilitates learning mathematics. Did the mathematics scores of the students not improve after the courses of mathematics via Periscope and parallel these courses did not change their conception of mathematics. Education, social networks, Periscope, mathematics, pedagogy, implicative statistical analysis.

1 Introduction

Récemment, la popularité des réseaux sociaux suscite l'intérêt du monde de l'éducation. En effet, les outils de réseaux sociaux, tels que Facebook et Instagram, Twitter et Periscope sont de plus en plus envahissants et prend une importance dans le quotidien des gens, encore plus dans celui des jeunes. Selon les statistiques fournies par la recherche « We are Social (2017)», le temps passé sur les réseaux sociaux est de 1h20 par jour en France. Compte tenu de cette réalité, il importe de se pencher sur les caractéristiques propres de ces outils afin de les mieux comprendre et d'explorer son potentiel dans l'enseignement et l'apprentissage. Les outils technologiques utilisés pour l'enseignement viennent ajouter une variable importante au comportement de l'apprenant et à l'impact des technologies dans l'apprentissage. L'on assimilerait ces outils en technologie de l'information et de l'apprentissage à la seule fonction d'assister les apprenants et les formateurs dans leur enseignements et apprentissages. Or, ces outils technologiques basés sur les technologies de l'information et de l'apprentissage favorisent plusieurs utilisations dans le domaine de l'enseignement. Les technologies de l'information et de l'apprentissage apportent plusieurs outils hybrides tels que les aides technologiques, les mémoires virtuelles, les outils de téléprésence ou de participation à distance. L'utilisation de ces outils technologiques de l'information et de l'apprentissage crée de nouveaux modèles d'apprentissage comme l'offre des cours ouverts gratuitement au public. De tout évidence, l'utilisation de ces outils de technologies de l'information et de l'apprentissage présente de nouveaux enjeux dans l'accompagnement des apprenants selon leur défi d'apprentissage (Ngouem, 2015, p.11). La disponibilité des ressources éducatives ouvertes gratuites, combinée au réseautage social, habilite un grand nombre d'apprenants à accéder aux connaissances sans qu'il soit nécessaire de satisfaire aux exigences préalables d'admission établis par les établissements d'enseignement, de suivre un ensemble de cours ou d'avoir leur instructeur personnel. La correction informatisée, les discussions entre les apprenants et l'évaluation procurent aux apprenants un soutien et des rétroactions sur leur développement (ibid. p.12). Il est désormais convenu d'affirmer que le développement du numérique, et la multiplication des outils en particulier du Web 2.0, ouvrent des potentialités inédites dans le domaine de l'éducation et de la formation. Dans ce cadre, les usages pédagogiques des réseaux sociaux sont expérimentés et leur plus-value éducative très discutée (ASBL Fondation Travail-Université, 2013). Selon l'étude, les outils de type web 2.0 permettent de construire des environnements d'apprentissage plus personnalisés et plus motivants. Ils développent aussi de nouvelles compétences comme la capacité à collaborer et communiquer, le multi taches, la capacité à s'auto organiser et à réfléchir sur son apprentissage (Jarraud, 2009). Periscope est un exemple d'outil web 2.0, initialement conçu dans le but de partager des vidéos en temps réel, il présente cependant de grands potentiels en matière d'enseignement et d'apprentissage. Dans ce dossier, on présente des affordances de Periscope dans des perspectives pédagogique et technologique. En termes d'allocation pédagogique,

Periscope soutient des approches novatrices d'apprentissage, il peut permettre des échanges, le partage d'informations, de l'entraide et la possibilité de mettre en place des groupes de travail. Ces outils permettent ainsi aux utilisateurs d'obtenir des informations rapidement. Ces caractéristiques de Périscope nous ont amené à questionner les apports éducatifs de cet outil dans le cadre de l'éducation. Quels sont les apports d'une application de réseaux sociaux comme Periscope dans l'enseignement de mathématiques ?

2 Utilisation des réseaux sociaux dans l'éducation

Les réseaux sociaux font désormais partie de notre vie quotidienne. Les étudiants/élèves, les professeurs et tous les membres de l'éducation profitent des avantages de l'échange, du partage d'information, de l'entraide et de la possibilité de mettre en place des groupes de travail. Ces outils permettent ainsi aux utilisateurs d'obtenir des informations rapidement. L'utilisation des réseaux en classe en appui de l'apprentissage d'une matière. Il offre la possibilité aux enseignants de découvrir un répertoire de bonnes pratiques, des témoignages et retours d'expériences pédagogiques susceptibles de les inspirer positivement. Les centaines d'expériences décrites viennent de Belgique ou d'autres pays francophones tels la Suisse, la France ou le Québec. Elles intègrent divers médias : Twitter, Facebook, Instagram, Scoop.it, Netvibes, Pinterest… et bien d'autres. Selon le rapport de l'enseignement en fédération Wallonie-Bruxelles (2015), l'usage des réseaux sociaux peut en outre enrichir la connaissance des professeurs en même temps ainsi qu'élargir leurs perspectives pédagogiques. Ils peuvent donner aux enseignants l'occasion d'améliorer leurs méthodes d'enseignement, de développer de nouvelles stratégies, de modifier leurs pratiques pédagogiques ou d'échanger au sujet de leur discipline. Shirky critique les réseaux sociaux en constatant que, la plupart du *contenu généré par les usagers* n'est nullement du contenu, mais de la communication privée qui a lieu sur un canal de communication public. Les bavardages, les petites nouvelles privées et les pensées personnelles coexistent dans le même canal public que le matériel produit professionnellement. Une des raisons pour la grande quantité du *contenu généré par les usagers* est le fait que la communication privée ne se déroule plus seulement à l'abri des lignes téléphoniques, mais publiquement (2008, p.85).

3 Enseignement avec les applications mobiles

Notre recherche s'intéresse à l'usage d'une application mobile comme Periscope dans l'enseignement des mathématiques. Une application mobile est un logiciel développé pour s'exécuter sur un terminal mobile (smartphones et tablettes tactiles). (Ministre de finance et des comptes public. France, 2015). L'application doit être téléchargée par l'utilisateur pour devenir exécutable à partir du système d'exploitation du téléphone exactement comme un logiciel ordinaire s'installe sur un ordinateur classique. Les applications mobiles et les fonctions varient selon l'usage. Ainsi, existe-t-il des applications payantes et d'autres gratuites. De nos jours, il est possible de trouver des applications dans tous les domaines de la vie quotidienne : les journaux, les magazines, les institutions gouvernementales, les banques, les magasins, les marchés etc. Nous pouvons dire qu'il existe une application pour chaque usage. Des applications sont d'ailleurs utilisées dans le domaine de l'éducation ; le ministère de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche a notamment préparé un dossier dénommé

« éduscol » relatif à des applications dédiées à l'éducation. Certains enseignants et leurs élèves utilisent déjà des applications et travaillent sur des tablettes en classe. (Ministre de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur). Bien entendu, les applications varient selon la tâche concernée. L'enseignant doit donc bien connaître les services proposés par l'application utilisée.

4 Periscope et son usage pédagogique

"Voir le monde à travers les yeux d'autrui"

Periscope est une application de streaming vidéo qui permet diffuser et de partager une vidéo en temps réel (en direct) dans le monde, à l'aide de son appareil mobile. Il fonctionne sous le système d'exploitation iOS et Android. Periscope, associée à un compte Twitter, permet à son utilisateur de retransmettre en direct dans le monde entier ce qu'il est en train de filmer. Les abonnés peuvent visionner la vidéo à travers l'application et y ajouter des commentaires ou une appréciation (avec les cœurs).

4.1 Un outil pour la rétroaction et l'interactivité entre l'enseignant et les élèves en situation réelle de communication

Periscope est une application de réseau social caractéristique du web 2.0. Elle a le potentiel de permettre un apprentissage interactif, personnalisé et qui s'adapte au rythme de chaque étudiant/élève. Periscope contribue à l'échange d'informations et au partage. Alexandre Gagné (2015) et Benoit Petit (2015), conseillers pédagogiques, ont remarqué le potentiel pédagogique de Periscope. Avec cette application, enseignants et étudiants deviennent tour à tour et ensemble, une communauté de reporters avec la possibilité de capter, de partager un moment d'intérêt (événement, activité pédagogique, etc.) et de recevoir immédiatement une rétroaction ; que ce soit de la part de l'enseignant ou des autres étudiants.L'utilisation de Periscope dans l'enseignement offre aux élèves utilisateurs la possibilité d'interagir avec des options supplémentaires pour générer un ou des éléments incontournables de l'apprentissage : la rétroaction. De plus, elle met en lumière la démarche active de l'élève dans sa propre démarche d'apprentissage en offrant des possibilités de collaboration, d'entraide et de partage dans un double objectif : favoriser la réussite des élèves et approfondir leurs perspectives d'apprentissage (Girard, 2015). Il faut en outre souligner le rôle prépondérant de l'enseignant et sa capacité à enseigner en direct, de manière claire, interactive et rétroactive, en suscitant ainsi l'intérêt des élèves, afin que ces derniers puissent poser des questions s'ils n'ont pas compris, obtenir des réponses en direct, revenir en arrière afin de combler leurs lacunes, ou tout simplement réviser. Ainsi avec le choix d'accès facile, Periscope représente un outil pédagogique très intéressant pour faciliter la rétroaction et consolider les connexions qui s'établissent au sein d'une communauté d'apprentissage dans laquelle sont impliqués élèves et enseignants (Elouardani, 2016).

4.2 Un outil pour la collaboration et l'entraide

L'application offre des options pour favoriser la rétroaction et permet d'inscrire l'élève dans une démarche active de son apprentissage. Periscope offre ainsi des possibilités de collaboration, d'entraide et de partage pour favoriser la réussite des élèves et approfondir leurs perspectives d'apprentissage. Les jeunes se la sont appropriée pour se distraire.

Alors, aux enseignants d'adapter les usages pour des fins plus utiles afin d'ajouter de l'interactivité à l'apprentissage à l'intérieur et à l'extérieur des heures de cours (Roberge, 2016). Periscope offre ainsi des possibilités de collaboration, d'entraide et de partage pour favoriser la réussite des élèves et approfondir leurs perspectives d'apprentissage. Selon l'article de « Comment utiliser Periscope dans l'éducation ?», Periscope peut apporter des avantages aux enseignants tel que, par exemple, diffuser un compte rendu hebdomadaire des activités de la classe pour accroître l'implication des parents dans la scolarité de leurs enfants. Ils peuvent aussi diffuser chaque semaine un compte rendu de tout ce qui s'est passé en classe. Les parents peuvent suivre en direct, regarder le replay (rejouer) ou tout simplement visionner l'enregistrement sur une plateforme de partage de vidéos (Roberge, 2016).

4.3 La co-construction de savoirs – approche socioconstructiviste

Les discussions internes à la communauté d'apprentissage peuvent se déplacer au début de l'acte d'apprendre alors que les élèves utilisent Periscope pour construire et édifier collectivement les savoirs visés par le programme de formation. Cette variation du socioconstructivisme prend une tournure virtuelle et s'inscrit dans le prolongement des activités scolaires. L'apprentissage devient un phénomène continu qui éclate complètement les murs de la classe pour ainsi s'ancrer dans le quotidien de l'élève (Girard,2015). Cela représente en effet une variation du socioconstructivisme qui prend une tournure virtuelle et s'inscrit dans le prolongement des activités scolaires. Avec Periscope, l'enseignement dévient continu et fait tomber les murs de la classe pour s'inscrire dans le quotidien des élèves.

4.4 Utilisabilité de Periscope hors de l'Ecole

Il est possible d'utiliser Periscope hors de l'école. Il peut ainsi y avoir une aide pour les devoirs, un tutorat ou une discussion animée par les apprenants eux-mêmes (Elouardani, 2016). De plus, bien évidemment l'application permet également d'intégrer les parents dans la communauté en leur permettant de s'abonner au Periscope de la classe et de suivre le parcours pédagogique de leurs enfants (Girard, 2015). Dans un article publié par Jennifer « Vous avez dit « faire tomber les murs de la classe » ? Periscope ! L'utilisation de Periscope dans l'éducation ressemble à la pédagogie de Freinet. « *La pédagogie Freinet, qui caractérise cette école, place l'enfant au centre de ses apprentissages, mise sur le plaisir d'apprendre et croit au potentiel de chacun. Pour ce faire, le personnel préconise une approche naturelle et humaine tout en faisant une place active aux parents dans leur rôle de partenaires à tous les niveaux. Quoi de mieux comme fondements pour vivre une expérience de vidéoconférence avec les parents* ! » (Poirier, 2015).

Pourtant, avec cette même application et le smartphone des élèves, on pourrait faire un tout autre usage, bénéfique à l'apprentissage. Par exemple, Periscope pourrait être utilisé sous la conduite de l'enseignant pour diffuser en direct un cours, un exposé, un spectacle ou un événement sportif. Cette application pourrait aussi être utilisée pour mettre en place une situation de communication avec une classe d'une autre aire linguistique. Ou encore, un expert pourrait être interviewé dans son laboratoire par un élève ; la classe interagissant en temps réel. Si cette personne s'exprime en anglais ou en allemand, l'activité se transformera en apprentissage d'une langue étrangère par immersion (Collaboration spéciale, 2016). Mettre en place des heures de cours « virtuels » : lorsqu'un enseignant traite un sujet particulièrement complexe, ou tout simplement qu'il

souhaite réserver du temps en classe pour des activités pratiques ou des expérimentations, il peut diffuser un cours théorique via Periscope, en dehors des heures de classe. Ainsi, ses élèves peuvent découvrir le concept de manière plus interactive en posant des questions et en interagissant lors de la diffusion. En pensant à enregistrer et télécharger le contenu afin de le stocker sur une application de partage de vidéos pour que les élèves qui n'ont pas pu suivre le direct puissent le visualiser plus tard.

5 Le professeur de mathématiques et sa méthode avec Periscope

Mustafa Mete Ekol (Ekol Hoca) est professeur, il enseigne les mathématiques depuis vingt ans. Depuis 2006, il donne des cours gratuits de mathématiques sur son site internet et a une large audience d'étudiants grâce au partage de ses cours via internet. Durant l'année scolaire 2015-2016, j'ai observé ses cours via Periscope. J'ai bien constaté qu'Ekol Hoca dispensait ses cours 6 jour par semaine via Periscope. Parallèlement, il a préparé des étudiants qui le demandaient à leurs examens. En parallèle de ses cours de mathématiques via Periscope, Ekol Hoca organise de nombreuses autres activités sur les réseaux sociaux comme la présentation de divers métiers pour les étudiants au baccalauréat ; il motive les étudiants avant les examens, fait des reportages avec des enseignants, anime des débats avec des célébrités, organise des séances de lecture quotidienne. Après les cours via Periscope, il est possible de revoir les cours ultérieurement, la plupart des étudiants continuent leurs discussions sur les sujets venant d'être traités ou sur leurs devoirs. Les étudiants peuvent avoir accès aux cours d'Ekol Hoca sur la chaine de periscope.tv/ekolhoca. Avant de commencer les cours, Ekol Hoca fait une annonce sur Twitter. Il mène parfois une petite enquête sur Twitter afin de préparer le cours à venir. À chaque séance, de nombreux élèves participent aux cours d'Ekol Hoca. Malgré le nombre élevé de participants, il exige que ses cours soient interactifs. Il demande ainsi à ses « élèves » de se manifester par des pouces levés ou baissés s'ils ont compris ou pas ses explications.

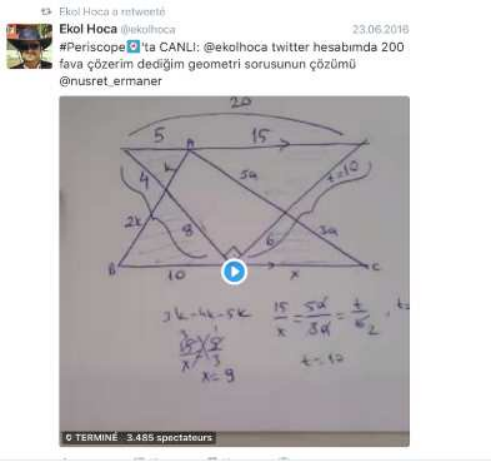


Figure 4 : Fin de cours : 3 485 participants (écran de Periscope)

6 Les principes fondamentaux et les procédures méthodologiques

Dans cette section, nous présentons le système méthodologique adoptée dans cette étude. Pour cela, nous discutons les fondements méthodologiques de la recherche, qui

comprennent la conception philosophique, la stratégie de recherche et méthode de recherche ; ainsi que les procédures méthodologiques relatives à la source, la collecte et l'analyse des données. Les objectifs poursuivis dans notre recherche sont, c'est-à-dire les apports d'une application de réseau social comme Periscope dans l'enseignement, plus particulièrement dans les cours de mathématiques, l'étude des ressources des motivations, l'interaction par l'usage d'une telle méthode et le changement de la conception des élevés.

Variable	Type	Code	Description de la variable Codé
Sexe	Supplémentaire	Masculin s	Sexe : Masculin
		Féminin s	Sexe : Féminin
Niveau d'enseignement	Supplémentaire	L2 s	Lycée 2éme année
		L3 s	Lycée 3éme année
		L4 s	Lycée 4éme année
		Me s	Diplômé
Fréquence d'utilisation	Principal	Fre	A quelle fréquence utiliser vous les cours de Periscope ?
Satisfaction d'utilisation	Principal	satis	Pensez-vous qu'à côté des cours donnés à école, l'utilisation de Periscope est
	Principal	coursmatE	Comment vous trouvez les cours de mathématiques à l'école ?
	Principal	CoursP	Comment vous trouvez les cours mathématiques via Periscope?
Progrès des notes	Principal	progres oui	Vos notes en mathématiques se sont-elles améliorées après ces cours sur Periscope?
		progres non	
Changement de conception de l'app	Principal	chan oui	Est-ce que les cours d'Ekol Hoca ont changé votre conception de l'apprentissage vous des maths ?
		chan non	
	Principal	niv_av_pe	Notez votre niveau d'intérêt de mathématiques avant Periscope
	Principal	niv_ap_pe	Notez votre niveau d'intérêt de mathématiques après Periscope
	Principal	facil_comp	Utilisation de Periscope facilite l'apprentissage des mathématiques
	Principal	facil_interact	L'utilisation de Periscope favorise l'interaction enseignant-élèves.
	Principal	pose_ques	Vous posez des questions pendant les cours ?

Tableau 1 Présentation des variables

Pour l'analyse, nous avons utilisé le cadre théorique de A.S.I. (Gras, Regnier, Marinică, Guillet, 2013), (Gras, Regnier, Guillet, 2009) en utilisant le CHIC (Couturier, Bodin, Gras, 2003). L'A.S.I. a été appliqué dans le cadre du concept d'implication statistique ou plus précisément sur le concept de presque implication, différente compréhension de l'implication logique de la nature mathématique et logique. En ce sens, le CHIC a été utilisé dans cette étude pour mieux caractériser l'analyse statistique implicative par les ressources offertes par ce logiciel. En outre, comme les données disposées sous forme binaire, nous avons utilisé le logiciel CHIC pour le traitement et la disponibilité des éléments clés pour l'analyse et la discussion des résultats.

6.1 Analyse de l'arbre des similarités

Après le formatage des données, nous pouvons lancer les différents traitements proposés par CHIC. Figure 2 - Graphique similarité - exprime l'arbre de similarité, un modèle de classification établie en fonction de C. I. Lerman (1981)[2] qui sont utilisés indices de

[2] Lerman, I. (1981). Classification et analyse ordinale des données. Dunod.

probabilité. Ainsi l'arbre des similarités, figure 1, calcule pour chaque couple de variables la similarité entre celles-ci. Nous notons la séparation des variables binaires une classe qui est divisée en deux autres sous-classes. Ensuite, il agrège des classes constituées elles-mêmes d'autres classes. Les niveaux identifiés par un trait rouge (en gras sur la figure) sont des niveaux significatifs dans la mesure où ceux-ci ont plus de signification classifiant que les autres niveaux. Nous trouvons 12 niveaux de similarité entre 1 et 5.52014e-06. Mettre en place un indice de similarité minimum de 0,75 à développer notre analyse et a trouvé six niveaux. Nous trouvons quatre significatif : 1,6,8,11 et plus significatif est le niveau 1. L'arbre des similarités ci-dessous fait nettement apparaître une répartition en deux grandes familles, l'une constituée de huit variables (sousclasse 1.1) et l'autre constituée cinq variables (sousclasse 1.2). À gauche se regroupent majoritairement, la sousclasse 1.1, des variables spécifiques de parler l'outil de Periscope. fre, poses_ques, coursP, interact-facil, satis, facil_comp, progres_oui, chan_oui avec un indice de similarité : 0.345175. À droit, la sousclasse 1.2, caractéristique de parler les cours de mathématiques, coursmathE, progres_non, chan_non, niv_av_pe, niv_ap_pe. Avec un indice de similarité :5.52014e-06.

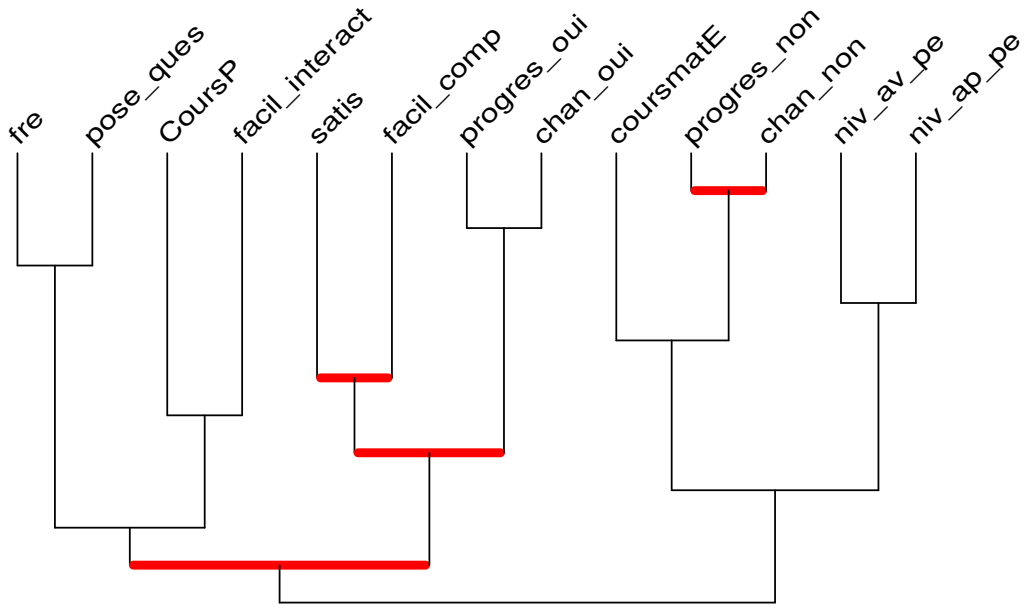


Figure 10 : Arbre de similarité

Sur la droite de l'arbre se dessine une similarité significative, de premier niveau, entre progres_non et chan_non avec un indice de similarité 1, ce qui indique une forte probabilité les étudiants qui répondent partiellement ; les notes en mathématiques se sont-elles pas améliorées après les cours de mathématiques via Periscope progres_non et parallèlement ces cours n'ont pas changé leur conception de mathématiques. Puis avec un degré d'inferieur les cours de mathématiques à l'école coursmatE, cette variable montre une ressemblance entre les réponses adéquates et celles qui le sont partiellement.

Dans le second degré de similarité avec l'indice 0.919834, nous avons des variables progres_oui et chan_oui. En d'autres termes, il y a une analogie entre les réponses. Il existe changement de conception vis-à-vis aux cours de mathématiques et les notes en mathématiques se sont-elles améliorées après les cours via Periscope.

Sur la gauche de l'arbre, Classification au niveau 3 : (fre pose_ques) similarité : 0.888731. Il semble intéressant de noter une ressemblance entre les réponses fre et poses_que, ce qui signifie que les étudiants qui fréquente plus les cours des mathématiques ces eux posent des questions.

Dans le quatrième degré de similarité avec l'indice 0.882687, nous avons des variables niv_av_pe, niv_ap_pe, les élèves évaluent leur niveau d'intérêt vis-à-vis des mathématiques avant les cours via Periscope et après les cours via Periscope. Il semble assez cohérent que l'outil de Periscope n'influence pas sur les intérêts des élèves.

Dans le cinquième niveau de similarité avec l'indice 0.78103, il montre que les cours de mathématiques à l'école chez les étudiants chez les étudiants il n'y a pas de changement de conception en même temps il n'y a pas de progrès en notes de mathématiques dans les cours à l'école.

Dans le sixième degré de similarité avec l'indice 0.767096, nous avons des variables satis et facil_comp, se dessine une similarité significative. Ce qui signifie que les étudiants qui disent la méthode d'apprentissage des mathématiques via Periscope réponde nous attentes et utilisation de cet outil facilite l'apprentissage des mathématiques.

Pour le logiciel C.H.I.C., toute variable s'identifie par défaut comme principale. Pour faire intervenir des variables descriptives qui ne contribuent qu'aux calculs, il est alors nécessaire de les repérer comme supplémentaires. Pour observer les contributions démographiques dans la participation des cours via Periscope deux variables supplémentaires sont ajoutées. L'une correspond au sexe et l'autre le niveau d'étude des étudiants.

La variable féminine contribue à cette classe avec un risque de 0.435 et la variable me (diplômé) contribue à cette classe avec un risque de : 0.303. C'est la variable qui contribue le plus à cette classe.

6.2 Exploration des chemins implicatifs

Les implications des indices, selon la théorie classique, calculé selon la loi binomiale sont présentés dans la figure ci-dessous. Nous avons exploré le graphique implicatif (figure 2) construit à partir de 13 variables (11 principal et 2 supplémentaire) portant sur un échantillon total de 387 individus. L'étude des relations de quasi-implication entre les variables est illustrée à la figure 3. Il a été adopté pour les niveaux de confiance de 0,999 (rouge - tirée avec une intensité très forte) ; 0,99 (bleu - course intensive) ; 0,95 (vert - avec une trace d'intensité régulière) et 0,90 (gris - course de faible intensité).

Nous avons trois chemins implicatifs. Concernant le chemin 1 : pose_ques-fre-satis-chan_oui-niv_ap_pe-progres_oui-CoursP-facil_interact-facil_comp, les étudiants féminins contribuent avec risque de 0.105. C'est-à-dire, qu'elles ont un intérêt fort avec les cours de mathématiques via Periscope. Ainsi les étudiants diplômés ont un fort contribution (risque de 0.0526) à ce chemin. C'est la variable qui contribue le plus à ce chemin

En ce qui concerne la contribution au chemin 2 : progres_non-chan_non. La variable masculine contribue avec un risque de 0.0762 et la variable l4 contribue avec un risque de 0.0441. C'est-à-dire que les étudiants de sexe masculin de lycées 4eme années montrent qu'ils n'ont pas amélioré les notes en mathématiques après les cours via

Periscope et cette variable très lies avec le changement de leur conception de l'apprentissage pour les mathématiques.

Dans le chemin 3 : progres_non-coursmatE-niv_av_pe-niv_ap_pe-progres_oui-CoursP-facil_interact-facil_comp, la variable féminine contribue avec un risque de 0.337 et la variable me contribue avec un risque de : 0.033. Ce qui signifie les étudiants féminins diplômées montrent que dans les cours de mathématiques à l'école il n'y a pas de progresse en mathématiques par contre après les cours de mathématiques via l'outil de Periscope il y'a un progresse chez les étudiants. Ainsi selon eux les cours de Periscope facilitent interaction entre l'enseignant et élève. Ces cours facilitent de compréhension de mathématiques.

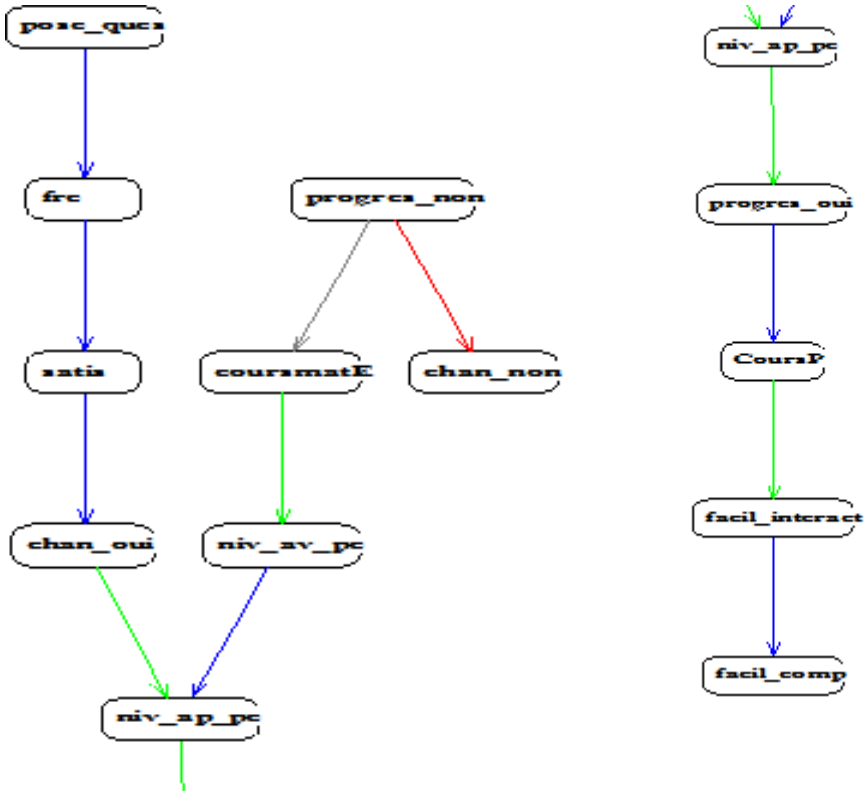


Figura 5 : Graphique implicatif

7 Réflexion finale

Notre recherche nous a amené à la conclusion que l'utilisation des réseaux sociaux était un avantage pour l'éducation. En effet, du fait de leur potentialité didactique, les réseaux sociaux peuvent-ils être un outil éducatif accessible à tous. Dans la vision socioconstructiviste-interactionniste de l'enseignement-apprentissage, nous considérons que les interactions des apprenants dans leur environnement sont très importantes. Ainsi, les données quantitatives et qualitatives de notre recherche amènent au constat que l'enseignement, avec l'aide cette application, induit un changement de perception des élèves vis-à-vis d'une matière et suscite leur intérêt partiellement. S'ajoute à cela la facilité d'accès de Periscope qui constitue un autre facteur prépondérant dans le choix de l'utilisation de ce réseau social d'après l'avis des élèves utilisateurs. D'autre part, réalisé par l'analyse statistique implicative et avec l'aide du logiciel CHIC, les relations

hiérarchiques existant entre les variables implicatives entre progres_non et chan_non ce qui suggère une compréhension que la s'il n'y a pas de changement de conception il n'y a pas de progresse en notes des mathématiques. Or, nous constatons que le changement de conception vis-à vis dans matière des mathématiques chez les élèves influence le progrès des élèves en notes des mathématiques. D'autre relation hiérarchique existant entre les deux variables telles que CoursP-facil_interact-facil_comp, ce qui suggère une compréhension que Periscope favorisait une interaction pertinente entre les étudiants et le professeur, cette caractéristique permet aux étudiants de comprendre les contenus plus facilement.

Références

[1] Ngouem, Alain Claude. (2015). Les nouvelles technologies dans l'enseignement et l'apprentissage - Besoins, utilisations et rentabilités. Academia/Harmattan

[2] Nathan Blaison. (2017). Digital, Social, Mobile : Les Chiffres 2017. Repéré à : https://wearesocial.com/fr/blog/2017/01/digital-social-mobile-les-chiffres-2017 (Consulté le 25/08/2017)

[3] ASBL Fondation Travail-Université (2013). Les réseaux sociaux : quels apports éducatifs pour l'éducation permanente ? Note d'éducation permanente de l'ASBL Fondation Travail-Université (FTU) N° 2013 – 7

[4] Benoit Petit. (2015). Periscope en éducation. Repéré à : https://www.youtube.com/watch?v=5JfIs-6-m0Y (Consulté le 25/08/2017)

[5] Couturier, R., Bodin, A., & Gras, R. (2004). La classification hiérarchique implicatif et cohérente. Cours Manuel Version CHIC 2.

[6] Creswell, J. W. (2010) Conception de la recherche : qualitative, quantitative et méthodes mixtes. Porto Alegre: Artmed

[7] Shirky, Clay (2008). Here comes everybody: the power of organizing without organizations. London : The Penguin Press.

[8] Gagné, A. (2015). Périscope et l'éducation http://www.alexandregagne.info/2015/04/periscope-et-leducation.html (Consulté le 25/08/2017)

[9] Gras, R., Régnier, J-C., Marinica, C. Guillet, F. (Eds). (2013). L'analyse statistique implicative. Toulouse : Cépaduès-Éditions.

[10] Lerman, I. (1981). Classification et analyse ordinale des données. Dunod.

[11] Jarraud, F. Apprendre avec le Web 2.0. Repéré à : http://www.cafepedagogique.net/lemensuel/laclasse/Pages/2009/106_Apprendre avecleWeb2 .aspx (Consulté le 25/08/2017)

[12] Ministre de finance et des comptes public. France. (2015). Les applications mobiles pour smartphones ou tablettes. Repéré à : http://www.economie.gouv.fr/dgccrf/Publications/Vie-pratique/Fiches-pratiques/applications-mobiles-pour-smartphones-tablettes?language=fr (Consulté le 25/08/2017)

[13] Poirier, J. (2015). Vous avez dit « faire tomber les murs de la classe » ? Periscope!
Repéré à : http://recit.qc.ca/article/vous-avez-dit-%C2%AB-faire-tomber-les-murs-de-la classe%C2%BB-periscope (Consulté le 25/08/2017)

[14] Roberge A. (2016). Periscope : du cauchemar aux usages pédagogiques. Repéré à : http://cursus.edu/dossiers-articles/articles/27207/periscope-cauchemar-aux-usages-pedagogiques/#. V2kVANKLTbj (Consulté le 25/08/2017)

Annexe

	fre	satis	coursmatE	CoursP	progres_oui	progres_non	chan_oui	chan_non	niv_av_pe	niv_ap_pe	facil_comp	facil_interact	pose_ques
fre	0	98	56	77	98	20	91	28	55	96	97	90	95
satis	88	0	42	97	100	16	99	15	38	87	100	98	74
coursmatE	59	29	0	51	6	72	36	56	93	71	41	50	47
CoursP	62	93	50	0	95	27	91	28	46	89	98	94	66
progres_oui	83	98	33	95	0	0	100	8	43	91	99	93	76
progres_non	0	0	88	0	0	0	0	100	68	0	0	0	3
chan_oui	76	99	45	95	100	8	0	0	41	93	100	97	78
chan_non	6	0	61	0	0	100	0	0	70	0	0	0	4
niv_av_pe	56	25	88	39	31	57	29	60	0	100	38	37	52
niv_ap_pe	83	86	57	93	94	27	93	25	93	0	98	92	78
facil_comp	74	95	48	93	97	24	98	18	47	91	0	96	66
facil_interact	70	93	50	92	90	31	93	26	46	86	99	0	71
pose_ques	98	92	48	89	98	22	96	21	52	96	94	96	0

Tableau 11 : Tableau des intensités d'implication

DOMAINE DE DÉFINITION D'UNE FONCTION COMPOSÉE POUR DES ÉTUDIANTS NON SCIENTIFIQUES. EXEMPLE DE LA FONCTION LN(U(X)) EN IUT AU DÉPARTEMENT QLIO

Philippe HOPPENOT[1], Alain KUZNIAK[2], Laurent VIVIER[3]

DEFINITION SET OF A COMPOSITE FUNCTION FOR NON SCIENTIFIC STUDIENT. EXAMPLE OF LN(F(X)) FUNCTION IN IUT IN QLIO DEPARTMENT

RÉSUMÉ

Cette étude porte sur la détermination du domaine de définition d'une fonction composée par des étudiants en IUT QLIO (tertiaire). Les expérimentations ont été menées sur deux années (2014-2015 et 2015-2016) avec 40 étudiants par an dans le cas d'une fonction de type ln(u(x)). Les étudiants ont travaillé dans différents registres de représentation (algébrique, graphique et tableau de valeur) afin de leur permettre de progresser dans l'apprentissage de cette notion difficile. Le logiciel CHIC nous a permis de mener une analyse précise à l'aide des arbres de similarité et des arbres cohésitifs.

Mots-clés : *Fonction composée de type ln(u(x)), domaine de définition d'une fonction, registres de représentation, analyse CHIC.*

ABSTRACT

This study deals with the determination of the domain of a composite function by students in IUT QLIO (quality and logistics). Experimentations have been done during two years (2014-2015 and 2015-2016) with 40 students each year and in the case of a function like ln(u(x)). Students have worked in different representation registers (algebraic, graphical and table of values) to let them improving there learning process for this difficult notion. Thanks to CHIC software, we have precisely analysed our data, using similarity tree and cohesive tree.

Keywords: *Composite function like ln(u(x)), domain of a function, representation registers, CHIC analyse.*

1 Introduction

On constate souvent des difficultés chez des élèves de lycée et des étudiants en début d'université à définir avec certitude le domaine de définition de fonctions composées. La composition des fonctions est une notion difficile faisant intervenir plusieurs notions mathématiques elles-mêmes pas toujours très claires pour les élèves : la notion de fonction, le domaine de définition, le domaine de valeurs. Il faut y ajouter les manipulations algébriques qui sont souvent bien loin d'être naturelles ni même totalement maîtrisées.

[1] UEVE-Paris VII Diderot, LDAR, Bureau 8021 Bâtiment Sophie Germain, 8 place FM/13, 8e étage 75013 Paris, p.hoppenot@iut.univ-evry.fr
[2] Paris VII Diderot, LDAR, Bureau 8003 Bâtiment Sophie Germain, 8 place FM/13, 8e étage 75013 Paris., alain.kuzniak@univ-paris-diderot.fr
[3] Paris VII Diderot, LDAR, Bureau 8003 Bâtiment Sophie Germain, 8 place FM/13, 8e étage 75013 Paris., laurent.vivier@univ-paris-diderot.fr

Les étudiants se lancent bien souvent dans l'étude d'une fonction par le calcul de sa dérivée. Est-ce par anticipation de l'énergie que ce calcul va demander ? Ou par simple habitude de ne travailler que sur des fonctions définies sur IR ? Ils ne pensent que rarement à se poser la question du domaine de définition de la fonction. Et quand elle leur est soumise, la réponse fournie est bien souvent lapidaire.

Les étudiants qui s'inscrivent dans un département QLIO (Qualité Logistique Industrielle et Organisation) ont obtenu un bac général S ou ES, un bac technologique STMG ou STI et parfois un bac professionnel. En 1ère année, lors de l'étude d'une fonction logarithme népérien d'une fraction rationnelle, à la question "quel est le domaine de définition de la fonction $x \mapsto ln\left(\frac{x^2+2x-4}{x+2}\right)$", la réponse est bien souvent $0; +\infty$. Simple raccourci ou obstacle plus profond, la conception, erronée, selon laquelle le logarithme est associé à *x* positif reste prégnante. Après la présentation du cadre théorique et de la méthodologie suivie dans ce travail (section 2), une première activité est proposée aux étudiants (section 3) afin de les confronter à cet obstacle pour de leur permettre de l'identifier et de le surmonter. Les résultats obtenus nous ont amenés à définir une seconde activité (§ 4), plus ciblée. L'objectif est d'amener les étudiants à la conclusion que le domaine de définition de ln(f(x)) correspond à l'ensemble des valeurs des x telles que f(x)>0, en fait l'image réciproque de $0; +\infty$ par *f*. L'analyse des données recueillies lors de cette seconde expérimentation a été réalisée grâce au logiciel CHIC (Couturier & Gras, 2005).

2 Cadre théorique et méthodologie

2.1 Quelques fondements

En 1999, David Meel (1999) s'est interrogé sur la compréhension qu'avaient des étudiants, se préparant à l'enseignement et suivant le cours de Advanced Mathematics for Elementary Teachers, des notions de fonction et fonction composée. Il montre d'abord que la définition formelle de Dirichlet-Bourbaki n'est ni clairement admise ni clairement comprise par les étudiants : "ils [les étudiants] acceptent la définition de fonction de Dirichlet-Bourbaki mais, lors de tâches de classification, les étudiants s'appuient sur leur expérience personnelle qui est très proche des définitions historiques de fonction". Sur la composition, il montre que le symbolisme de la composition est parfois confondu avec le produit. Dans le cas contraire, il pointe que non seulement l'expression algébrique d'une fonction composée à partir des expressions de deux fonctions n'est obtenue que par peu d'étudiants, mais que la recherche de solutions de f(4z)=0 sachant que f(x)=0 a deux uniques solutions 4 et 1 est aussi bien difficile. Il attribue ces difficultés à la faible connaissance de la définition formelle de Dirichlet-Bourbaki mais note que la notion de fonction n'est présentée dans le curriculum de l'enseignement secondaire que comme des "explorations concrètes de situations". David Meel termine son papier en se demandant si une approche théorique plus tôt dans le curriculum serait de nature à permettre aux étudiants d'avoir une meilleure conception de cette notion ou non.

Dans leur article de 2004 (Cantoral & Farfán, 2004), Ricardo Cantoral et Rosa María Farfán ont confronté des étudiants mexicains ,agés de 18 à 26 ans de premier cycle scientifique universitaire (mathématique et physique) et n'ayant jamais rencontré les nombres complexes, ainsi que des professeurs en lycée n'ayant jamais donné de cours sur les variables complexes et deux didacticiens, à "des situations nécessitant l'extension de

la fonction logarithme aux nombres négatifs et [qui] se trouvent donc obligés d'accepter les nombres et les variables complexes". Les correspondances au XVIIIème siècle entre Leibniz et Bernoulli d'une part et celles entre Euler et Bernoulli d'autre part ont nourri les consignes données allant dans le sens d'une sorte de reconstitution du débat de l'époque. Les auteurs montrent que les étudiants ont du mal à remettre en cause des connaissances antérieures à savoir que la fonction logarithme n'est définie que sur $0;+\infty$. Beaucoup n'accèdent pas à l'idée d'envisager un tel prolongement, ce que les auteurs interprètent comme une forme d'assujettissement à des règles sociales et culturelles que l'on ne prend pas assez en compte dans l'enseignement des mathématiques.

Ce travail ayant été réalisé avec des étudiants d'IUT QLIO, l'approche des mathématiques est guidée par sa dimension outil au sens de Douady (1986). La dialectique avec la dimension objet, développée par Douady, n'est dans ce cadre utilisée que pour permettre une mise en place opérationnelle de la dimension outil. Cette dialectique s'appuie sur des changements de cadre. Les frontières de ces cadres ne sont pas toujours faciles à déterminer avec précision. Nous avons choisi de nous appuyer sur la notion de registre de représentation de Duval (1995). Les contours nous paraissent plus clairement définis : Système sémiotique permettant de représenter un objet. Il repose sur la triade Signifiant – Objet – Signifié. Duval définit deux types de transformations d'une expression : le *traitement* (interne à un registre de représentation donné) et la *conversion* (externe au registre de représentation initial), en fait un changement de registre.

Le cadre général de ce travail est la TSD[4] de Brousseau dont les fondements sont donnés dans sa thèse d'état (Brousseau, 1986). Sans prétendre résumer la TSD et quelques lignes, il est important d'en donner quelques principes constitutifs. Brousseau développe une conception constructiviste des apprentissages dans laquelle un individu apprend en s'adaptant à un *milieu* qui lui est problématique. Les systèmes didactiques sont modélisés sous la forme de jeux, appelés *situations didactiques*, dans lesquelles se manifeste directement ou indirectement une volonté d'enseigner. Une partie de la situation didactique est *dévolue* à l'élève. Le professeur s'efforce alors d'exclure de ces interventions ce qui a trait à la solution. C'est ce que Brousseau a appelé la *situation a-didactique*. L'élève interagit alors avec un milieu presque non didactique, qui comporte des éléments matériels et symboliques, où il peut et doit ignorer les intentions didactiques du professeur. Les actions de l'élève sur le milieu engendrent des rétroactions du milieu sur l'élève. C'est de cette interaction que naît l'apprentissage. Plus précisément, la confrontation de conceptions (savoirs locaux, corrects ou non, opérant dans une situation donnée) avec le milieu révèle leurs insuffisances et est susceptible d'induire un apprentissage. L'objectif de l'apprentissage est de permettre à l'élève d'accéder à des concepts, objets résolvant de façon optimale une situation didactique donnée. Parfois, au cours de son apprentissage; l'élève acquiert des connaissances qui donne des résultats corrects ou des avantages appréciables dans un certain domaine mais qui se révèle fausse ou tout à fait inadaptée dans un domaine nouveau ou plus vaste. Ce sont les *obstacles didactiques*. Un obstacle didactique oppose une résistance à l'acquisition d'une nouvelle connaissance, à sa compréhension. Il subsiste à l'état latent et réapparaît de façon inopinée, en particulier sur son ancien domaine, lorsque les circonstances le lui permettent. Par conséquent il est vain d'ignorer un obstacle. Il faut intégrer sa négation dans l'apprentissage de la nouvelle connaissance, notamment sous forme de contre-exemples. En un sens, il est constitutif du savoir. Afin de rendre la situation la plus propice

[4] Théorie des Situations Didactiques

possible au dépassement de certains obstacles et à l'apprentissage souhaité, le professeur joue sur des caractéristiques de la situation didactique pour modifier les stratégies de l'élève : ce sont les *variables didactiques*.

Dans leur article de 1981, David Tall et Shlomo Vinner (1981) interprètent les difficultés des élèves en termes de représentation des concepts auxquels ils sont confrontés. Ils définissent la notion de concept-image comme la "structure cognitive complète associée au concept qui inclut toutes les images mentales et les propriétés et processus associés" et celle de concept-définition comme "l'ensemble de mots utilisés pour spécifier le concept". Ils définissent ensuite des facteurs de conflit potentiels comme une "partie de l'image ou de la définition du concept qui peut être en conflit avec une autre partie de l'image ou de la définition du concept". Ainsi des images ne représentant qu'une partie d'un concept ou des définitions incomplètes peuvent-elles conduire à un conflit cognitif chez l'élève.

On peut tirer une première analyse de cette courte bibliographie. Tall et Vinner (1981) montrent que les images que l'on se fait des concepts que l'on manipule sont susceptibles de provoquer des conflits cognitifs, obstacles à une bonne compréhension de ces concepts. Meel montre que les notions de fonction et de composition de fonctions ne sont pas clairement perçues par de nombreux étudiants qui se destinent à l'enseignement. Chez les étudiants de QLIO, nous avons remarqué par exemple que le domaine de définition de fonctions du type $f: x \mapsto ln\big(u(x)\big)$ pouvait être simplement associé à l'intervalle $]0; +\infty[$. Cette conception erronée est un obstacle pour de nombreux élèves et étudiants qui empêche une utilisation correcte de la fonction logarithme en dehors de la situation de référence ln(x). A la décharge des étudiants, dans les programmes de l'enseignement des mathématiques, "toute définition générale de la notion de fonction et la notion d'ensemble de définition sont hors programme" (BO 2008, programme de troisième). En seconde, l'ensemble de définition est donné, en particulier lorsqu'il ne correspond pas à $]-\infty; +\infty[$, En première et terminale, les élèves (surtout des sections scientifiques) déterminent des ensembles de définition de fonctions composées, mais "la composée de deux fonctions est rencontrée à cette occasion, mais sans théorie générale sans que cette dernière notion ne soit abordée de façon théorique" (BO 2011, programme de terminale scientifique). L'étude de Meel porte sur l'étude générale de la composition de fonctions par de futurs enseignants. Nous avons choisi de nous limiter à une question plus réduite en considérant les fonctions du type $f: x \mapsto ln\big(u(x)\big)$.

2.2 Problématique et méthodologie

Nous cherchons donc à déterminer comment aider des étudiants à bien saisir la notion de domaine de définition d'une fonction composée. Les étudiants concernés sont engagés dans un cursus d'études technologiques courtes, les mathématiques étant un conçues comme un outil. Nous nous attacherons à un l'exemple de la composition de la fonction logarithme avec une autre fonction. Nous émettons trois hypothèses dans cette étude :

H1. Pour une fonction définie par $f: x \mapsto ln\big(u(x)\big)$, u donnée, plusieurs étudiants donnent $]0; +\infty[$comme domaine de définition.

H2. Pour une fonction définie par $f: x \mapsto ln\big(u(x)\big)$, u quelconque, plusieurs étudiants, ayant su donner un domaine de définition correct dans le cadre de H1 (u donnée), donnent $]0; +\infty[$comme domaine de définition.

H3. L'utilisation de divers registres de représentation (au sens de Duval), aide les étudiants à mieux comprendre la notion de domaine de définition d'une fonction composée.

Nous avons développé plusieurs situations didactiques dans lesquelles les rétroactions du milieu s'appuient sur différents registres de représentation :

R1. Algébrique	R2. Graphique	R3. Tableau de valeurs	R4. Tableau de signes

Dans ces situations, nous avons défini trois variables didactiques afin d'orienter les apprentissages des étudiants :

V1. La complexité de la fonction u

V2. Les racines des expressions algébriques entières ou non

V3. L'utilisation de la calculatrice

En nous inspirant de Cantoral et Frafàn (2004), nous avons fourni à des étudiants dans une première phase de l'expérimentation, en mars-avril 2016, une consigne sous la forme d'un scénario à commenter (section 3). Dans une seconde phase, en mars-avril 2017, en s'appuyant sur nos premiers résultats, nous avons proposé aux étudiants une activité différente (section 4) cherchant à évaluer l'impact de deux registres de représentation différents, le registre de la représentation graphique et celui du tableau de valeurs. Avant d'entrer dans le détail de chacune des phases de l'expérimentation, voici quelques informations sur le contexte de l'étude. Le département QLIO de l'IUT accueille des étudiants issus de bacs généraux ES (35%) et S (25%) ainsi que de bacs technologiques STMG (15%) et STI2D (25%). Ces proportions sont comparables d'une année sur l'autre. Chaque année, deux groupes d'une vingtaine d'étudiants ont participé à cette expérimentation. Ils travaillaient en groupes de quatre la première année (soit 10 groupes) et de deux la seconde année (soit 18 groupes, répartis en deux sous-groupes). La constitution des groupes étaient libres. Certains étaient assez homogènes, d'autres étaient plus hétérogènes, au regard de l'évaluation diagnostique en algèbre réalisée en début d'année. Elle utilise le travail de Chenevotot et al (2012). Cette évaluation d'algèbre élémentaire porte sur le contenu du programme de troisième et donne une synthèse d'évaluation sur une échelle allant de A+ à C-, les catégories A- et C+ n'étant pas représentées. La répartition des étudiants dans les catégories était à peu près identique les deux années : 21% en A+, 16% en B+, 38% en B- et 25% en C-. Le choix de la complexité de la fonction étudiée en a tenu compte, en particulier pour les fonctions les plus simples et les plus difficiles. Ainsi, dans chaque TD, un groupe d'étudiants faibles (C- et B-) s'est vu proposé la fonction basée sur l'expression affine, et un groupe de bons étudiants a travaillé sur la fonction définie à l'aide d'une fraction rationnelle constituée d'un trinôme au numérateur et d'un trinôme au dénominateur. Les moyens utilisés pour récupérer l'information sont de deux types : un rendu sur papier du travail des groupes et des enregistrements audio des groupes de travail.

3 Première expérimentation

Lors de cette première expérience, la consigne est fournie aux étudiants sous la forme d'un dialogue imaginaire entre un enseignant (Nicolas) et un élève (Frédéric). On souhaite

laisser un temps suffisant aux étudiants afin qu'ils soient en mesure de proposer une solution avec une argumentation solide. Ce temps est estimé *a priori* entre 15 et 30 minutes. Le texte de la consigne est donné en annexe 1.

3.1 Eléments d'analyse *a priori*

L'affirmation de l'élève Frédéric est en fait double : (i) le domaine de définition est $0; +\infty$ (à cause du logarithme) et (ii) il (le logarithme) est toujours positif. Dans l'optique du travail sur des fonctions composées du type f(x) = ln(u(x)), c'est la première affirmation qui nous intéresse. Le fort potentiel d'a-didacticité de cette situation donne une grande liberté aux étudiants quant au choix de leurs arguments en faveur de leur position et éventuellement contre des positions alternatives qui surviendraient dans le groupe. Elle peut générer les trois types de dialectiques :

- Argumentation empirique. Elle peut s'exprimer par la représentation de courbes à l'aide de la calculatrice, celle de f(x) et/ou celle de u(x). On peut aussi voir apparaitre des tableaux de valeur contenant x et f(x) ou x, u(x) et f(x). Là encore, la calculatrice sera utilisée soit de façon basique en calculant des valeurs de f(x) et/ou de u(x) une par une ou en utilisant la fonctionnalité tableau de valeurs.

- Argumentation sémiotique inachevée. On peut s'attendre à des argumentations du type :

Ce n'est pas x qui doit être positif, c'est $u(x)$.

On ne veut pas ln(x) mais ln(u(x))).

Si u(x) est négatif, on ne peut pas calculer son logarithme.

Je te parie que pour un x tel que u(x) on arrivera toujours à calculer ln(u(x)).

Ce n'est pas x>0 : ce serait trop simple.

- Argumentation discursive achevée. Certains étudiants parmi les plus à l'aise en viendront peut-être à des formulations plus complètes, par exemple sous la forme : le domaine de définition de la fonction ln étant IR+*, pour toutes les valeurs de x telles que $u(x) > 0$, l'image de x par f existe.

En cherchant à énoncer des arguments ou en entendant ceux des autres, chaque étudiant pourra prendre conscience de ses incohérences (si elles existent) et y remédier. Nous avons joué sur les variables didactiques présentées ci-dessus (section 2.2). Afin de tenir compte du niveau des élèves, nous avons utilisé V1 en proposant des fonctions de complexité croissante (de 1 à 5). Chaque groupe d'étudiants a travaillé sur une seule des fonctions dont voici la liste :

1. $f: x \mapsto ln(-x+3)$ $\quad$ $f: x \mapsto ln(-2x+3)$
2. $f: x \mapsto ln(-x^2-2x+3)$ $\quad$ $f: x \mapsto ln(-x^2+2x+3)$
3. $f: x \mapsto ln\left(\frac{1-x}{x+2}\right)$ $\quad$ $f: x \mapsto ln\left(\frac{1+x}{-x+2}\right)$
4. $f: x \mapsto ln\left(\frac{x^2+2x-3}{-x+2}\right)$ $\quad$ $f: x \mapsto ln\left(\frac{-x^2+2x+3}{x+2}\right)$
5. $f: x \mapsto ln\left(\frac{-x^2+2x+3}{x^2+x-2}\right)$ $\quad$ $f: x \mapsto ln\left(\frac{-x^2-2x+3}{x^2-x-2}\right)$

Afin de faciliter les calculs pour les étudiants, nous avons choisi pour V2 de prendre des expressions algébriques comportant des racines entières. La constitution des groupes et l'utilisation de la calculatrice (V3) était laissés libres. Les étudiants pouvaient appréhender la question en utilisant plusieurs registres de représentation au sens de Raymond Duval (1995) :

1. la résolution d'une inéquation dans le registre des écritures algébriques (R1)

2. la résolution d'une inéquation dans le registre de la représentation graphique (R2) d'une fonction

3. l'utilisation d'un tableau de valeurs (R3)

Le passage d'un registre à l'autre, soit au sein de chaque groupe d'étudiants soit pendant la phase d'institutionnalisation, pourrait permettre aux étudiants de saisir plus clairement le sens du domaine de définition d'une fonction. L'utilisation ou non de la calculatrice ainsi que son mode d'utilisation (mode classique, mode graphique, mode table) peut ici avoir un rôle important. Il est laissé au libre choix des étudiants.

3.2 Bilan et proposition d'une seconde expérimentation

Nous avons pu identifier trois types de groupes en fonction du résultat obtenu. Dans le premier type on trouve quatre groupes ayant répondu sans réelle réflexion IR^{+*}. La présence du logarithme a suffi à emporter la décision. Dans le second type, on trouve deux groupes ayant poussé plus loin leurs investigations, sans pour autant aboutir au résultat attendu, mais donnant des éléments pertinents de réflexion. Enfin, quatre des dix groupes, au terme d'une réflexion aboutie, parviennent à déterminer correctement de domaine de définition de la fonction qui leur est proposée. Le potentiel d'a-didacticité (Brousseau, 1986, p 297) de cette situation s'est révélé à travers divers types d'argumentations, d'empirique à discursive achevée en passant par sémiotique inachevée. Hormis les groupes ayant évacué le problème tout de suite ("x est positif, comme dans le cours"), on note que les groupes se limitant à de simples arguments empiriques n'arrivent pas à un résultat satisfaisant. A l'opposé, seul le groupe des meilleurs étudiants propose une argumentation discursive achevée. Malgré une erreur de calcul, on voit qu'elle est bien en place. Les groupes intermédiaires ont recours à des arguments sémiotiques, inachevée, pour faire avancer leur problème et arrivent à des formulations qui, sans être toutes correctes, comportent néanmoins des éléments pertinents.

On a aussi repéré différents changements de registres :

- De la formule (R1) à la représentation graphique (R2)

- De l'analyse (registre fonctionnel) à l'algèbre (R1- résolution d'inéquation)

- De la résolution d'inéquations (R1) au tableau de signe, (R4)

Parmi les variables didactiques relevées, celle portant sur la complexité (V1) a eu des effets particulièrement intéressants. Bien ajustée, elle a permis aux quatre groupes ayant mené une réflexion aboutie d'être confrontés à un problème de complexité adaptée à leur niveau. Dans ces groupes, même les étudiants qui n'ont pas été les plus moteurs ont néanmoins été réceptifs lors de la mise en commun. Il en va de même pour les deux groupes ayant fournis des éléments pertinents de réflexion. Pour les quatre autres groupes, on peut imaginer que, confrontés à des fonctions de complexité moindre, ils auraient pu mener une réflexion plus riche et aboutir à un résultat correct. La complexité les a

probablement empêchés de se poser des questions qui pouvaient sembler impossibles à traiter. L'utilisation de la calculatrice (V4) a clairement été un élément d'avancée pour au moins un groupe. Le fait que les racines des expressions étaient entières (V2) a permis à un étudiant de tomber sur u(x)=0 en utilisant sa calculatrice. S'il n'avait pas trouvé de telle valeur, aurait-il trouvé des valeurs de x pour lesquelles u(x) était négative ? Ou aurait-il admis $0;+\infty$ comme domaine de définition ? La constitution des groupes de travail n'a pas été pilotée et nous n'en avons pas tiré d'information. Dans cette première expérimentation, l'erreur typique $]0;+\infty[$ n'a pas été relevée systématiquement : on ne peut donc rien dire sur les hypothèses H1 et H2. Quant à H3 elle a été posée à l'issue de cette expérimentation. Il nous a semblé utile de prolonger cette étude par une seconde portant plus précisément sur les registres de représentation introduits pas Duval (1995). En effet, c'est en constatant qu'une valeur de u(x) pour un x positif était négative que certains ont revu leur jugement sur le domaine de définition de de ln(u(x)). D'autres se sont appuyés sur la représentation graphique de cette fonction pour invalider leur hypothèse et trouver une solution cohérente.

4 Seconde expérimentation

Par cette seconde expérimentation nous cherchons donc à mesurer l'impact de deux registres de représentation différents, le registre graphique (R2) et le registre du tableau de valeurs (R3), sur la détermination de domaine de définition de ln(u(x)), la fonction étant exprimée dans le registre algébrique (R1). Afin de créer un conflit entre une réponse trop rapide ($]0;+\infty[$) et l'un des deux registres de représentation étudiés, il semble intéressant de donner des fonctions qui ont "un trou" dans leur domaine de définition pour des valeurs de x positives. On peut aussi prévoir des fonctions définies pour $x > \frac{5}{2}$ ou bien $x > \frac{7}{2}$ par exemple. Les changements de signe de l'expression correspondant à f(x) se feront pour des valeurs non entières (V2) et positives (en fait comprises entre 0 et 10 afin que ces changements soient visibles sur la courbe sans adaptation particulière des paramètres de la calculatrice graphique). L'objectif de prendre des racines non entières (V2), rationnelles ou non, pour les expressions algébriques est de pousser les étudiants vers les registres R2 et R3 (avec des valeurs approchées). Les racines sont choisies positives afin que certaines valeurs de x positives amènent à des valeurs de u(x) négatives. De même, nous avons veillé à ce que des valeurs de x négatives amènent à des valeurs de u(x) positives. Concernant la complexité des expressions (V1), on prendra principalement des expressions algébriques du second degré, quelques expressions affines et quelques fractions rationnelles pour les étudiants les plus performants. Après la présentation des conditions expérimentales (4.1), nous donnons les résultats de notre analyse (4.2) avant de dresser un bilan complet de cette seconde expérience (4.5).

4.1 Conditions expérimentales, recueil et traitement de données

Afin d'orienter certains étudiants vers le mode graphique et d'autres vers un tableau de valeurs, nous avons autorisé dans le premier groupe l'utilisation d'une calculatrice graphique et dans le second groupe non. Chaque groupe comporte une vingtaine d'étudiants travaillant en binômes (avec quelques trinômes) : 10 binômes ont travaillé dans le registre des représentations graphiques et 8 dans le registre des tableaux de valeurs. Chaque binôme travaille en deux temps sur un énoncé du type :

On donne la fonction suivante : $x \mapsto ln(x^2 - 10x + 20)$

1. Donner son domaine de définition.

2. Tracer sa courbe sur votre calculatrice.

(ou 2. Construire un tableau de valeurs)

La réponse à la question 1 correspond en fait à celle attendue lors l'expérience précédente. On attend à ce stade que les étudiants ayant répondu trop vite $0; +\infty$ à la première question réagissent à la vue du tracé de la courbe (ou du tableau de valeurs) et reviennent sur leur première réponse. Une troisième question 3, plus générale, du domaine de définition de ln(u(x)) n'a été posée qu'après, à l'oral :

3. Quel est le domaine de définition de ln(u(x)) ?

On attend ici que le travail réalisé lors de la résolution des deux premières questions induise une réflexion conduisant à dépasser la réponse erronée $]0; +\infty[$.

Nous avons joué sur les variables didactiques présentées ci-dessus (section 2.2). Afin de tenir compte du niveau des élèves, nous avons utilisé V1 en proposant des fonctions de complexité croissante :

$x \mapsto ln(-2x + 7)$	$x \mapsto ln(-3x + 13)$	$x \mapsto ln(x^2 - 10x + 20)$
$x \mapsto ln(x^2 - 11x + 19)$		$x \mapsto ln\left(\frac{1}{2}x^2 - 6x + 13\right)$
$x \mapsto ln\left(\frac{1}{3}x^2 - 5x + 17\right)$		$x \mapsto ln\left(\frac{1}{2}x^2 - 7x + 21\right)$
$x \mapsto ln\left(\frac{2x-7}{3x-17}\right)$	$x \mapsto ln\left(\frac{2x-5}{3x-13}\right)$	$x \mapsto ln\left(\frac{1}{3}x^2 - 4x + 8\right)$

Nous avons utilisé le logiciel CHIC (Gras, 1999) pour le traitement de ces données afin d'expliciter les rôles respectifs des deux registres, en particulier leur lien d'implication éventuel vers une argumentation, correcte ou non, et la proposition d'une réponse, correcte ou non. Nous avons commencé par analyser les traces écrites produites par les étudiants selon différents critères répartis par question. Nous avons complété les résultats avec les enregistrements vocaux des échanges entre les étudiants. Pour la première question, nous avons retenu les quatre critères suivants (avec l'acronyme utilisé par la suite) :

- la correction des calculs algébriques (CalcAlgOK)

- l'apparition de l'erreur typique de domaine de définition $]0; +\infty[$ (ErrTyp)

- une argumentation correcte (ArgOK)

- un domaine de définition correct (DfOK)

Pour la deuxième question, les critères sont différents en fonction des groupes. Pour le groupe travaillant sur les tableaux de valeurs, nous avons retenu 4 critères :

- la visibilité des bornes du domaine de définition (TVBV)

- le démarrage du tableau à la valeur 0 de x (TVDeb0)

- la correction du tableau de valeurs (TVOK)

- le lien entre le tableau de valeurs et le domaine de définition (LiensTVDf)

Pour le groupe travaillant avec la représentation graphique, nous avons retenu un seul critère. En effet, sachant que nous avons choisi les fonctions de façon à ce que les éléments clés de la courbe se situent entre les abscisses -10 et +10, la calculatrice fournit directement la courbe dans la bonne fenêtre. Le critère est donc :

- le lien entre la courbe et le domaine de définition (LiensCDf)

Enfin, pour la troisième question, nous avons défini 5 critères :

- l'existence d'un argumentaire justifiant la réponse (LnFDfArg)

- la correction de l'argumentaire avancé (LnFDfArgOK)

- la présence d'une proposition de domaine de définition (LnFDf)

- la correction du domaine de définition proposé (LnFDfOK)

- l'apparition de l'erreur typique de domaine de définition $0; +\infty$ (LnFErrTyp)

4.2 Analyse des données

Nous avons d'abord tiré un certain nombre de résultats globaux (4.3) indépendant de la condition liée au registre de représentation, R2 ou R3, imposé aux étudiants. Puis nous exposons des résultats différents suivant les conditions R2 et R3 (4.4).

4.3 Résultats généraux

Avant d'entrer dans les résultats de cette seconde expérience, on peut noter que les étudiants ont un bon taux de réponse pour la question 1 (27/40, meilleur que l'année précédente 4/10). Cela n'influence pas directement les résultats donnés ci-après. Le premier résultat notable correspond au taux de l'erreur typique. Il est de 5/38 pour la question 1 (H1) et de 19/38 pour la question 3 (H2). Il apparait donc clairement que la généralisation d'une fonction donnée au cas général ln(u(x)) n'est pas évidente. Si l'on compare les deux groupes (R2 registre graphique et R3 registre tableau de valeurs), le profil est différent. Ceux qui ont travaillé dans R2 ont de meilleurs résultats à la question 1 (15 bonnes réponses sur 18) que ceux qui ont travaillé dans R3 (12 bonnes réponses sur 20). Mais l'écart se retrouve dans la proportion d'erreurs typiques : de 1/18 à la question 1 à 5/18 à la question 3 pour le groupe R2 et de 4/20 à la question 1 à 14/20 à la question 3 pour le groupe R3. L'hypothèse H1 est donc faiblement vérifiée lors de cette seconde expérimentation même si le nombre d'étudiants concernés est très faible. Concernant H2, le cas général, le résultat est bien plus probant : la moitié des étudiants commettent ce que nous avons appelé l'erreur typique. Pour obtenir des résultats plus fins, nous avons utilisés le logiciel CHIC pour chacune des deux conditions de l'expérimentation (R2 et R3). Le nombre d'étudiants étant faibles, nous avons utilisé la loi de Poisson et des implications selon la théorie classique. La Figure 12 montre une implication entre une argumentation correcte et un domaine de définition correct pour la question 1, qui est même une équivalence dans le cas de R2, avec un indice de cohésion significatif. Les étudiants justifient leur réponse pour une fonction donnée. Ce résultat va dans le même sens qu'au paragraphe précédent : la capacité des étudiants à argumenter en réponse à la question 1leur permet d'éviter l'erreur typique. Nous verrons par la suite que cette capacité d'argumentation n'est pas également transférée pour la réponse à la question 3 en fonction des conditions R2 et R3. On note aussi une absence d'implication de la qualité du calcul algébrique sur le résultat.

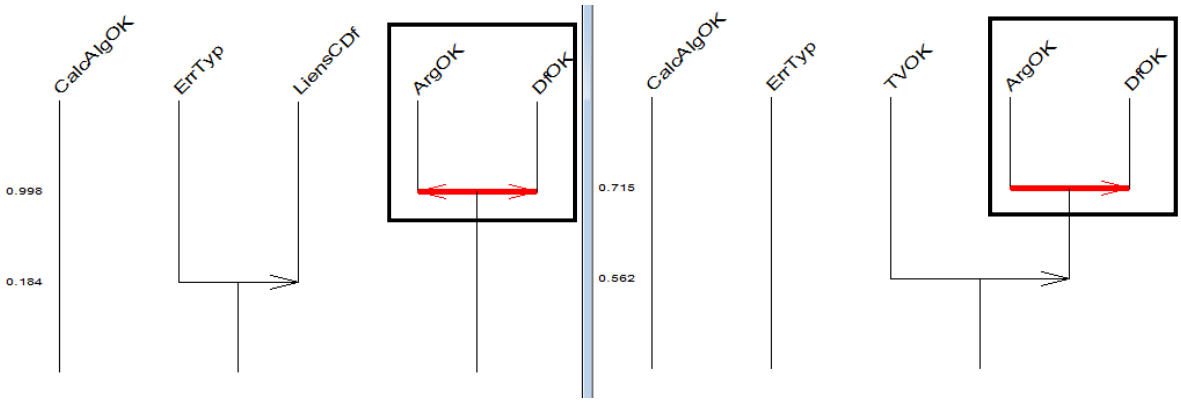


Figure 12. Arbre cohésitif pour les conditions R2 et R3.

La Figure 13 montre un autre résultat intéressant. Pour la question 3, l'arbre de similarité montre une similarité entre la proposition d'un domaine de définition et l'apparition de l'erreur typique. La similarité n'est pas significative dans la condition R2 mais l'est dans la condition R3. En fait, même si plusieurs étudiants ont donné un argument correct pour la réponse à la question 3 (par exemple formulé u(x) doit être positif), seuls 4 étudiants y ont réellement répondu correctement en spécifiant que le domaine était "l'ensemble des x tels que f(x) est positif". Sur les 16 autres étudiants ayant donné un argument correct, 6 donnent $0; +\infty$ comme domaine de définition (les 10 autres s'arrêtent). Il semble y avoir là une difficulté due à la rédaction habituellement utilisée lors des exercices demandant un domaine de définition : on ne donne généralement qu'un intervalle (ou une union d'intervalles), l'information que x doit appartenir à cet ensemble restant implicite. Ainsi, lorsque le domaine ne peut pas être explicité, certains étudiants s'arrêtent à l'argument, sans que l'on sache s'ils auraient pu expliciter mieux leur réponse, et d'autres formulent un domaine sous la forme habituelle d'un intervalle (là où ce n'est pas possible) et ils tombent dans l'erreur typique. L'arbre cohésitif correspondant à la condition R3 montre même que l'erreur typique (LnuErrTyp) en réponse à la question 3 implique (significativement) l'existence d'une réponse (lnuDf), incorrecte bien entendue. Les 4 étudiants ayant donné une réponse correcte à la question 3 se trouvent dans la condition R2. Dans cette condition, la cohésion entre LnuDf et LnuErrTyp n'est pas significative.

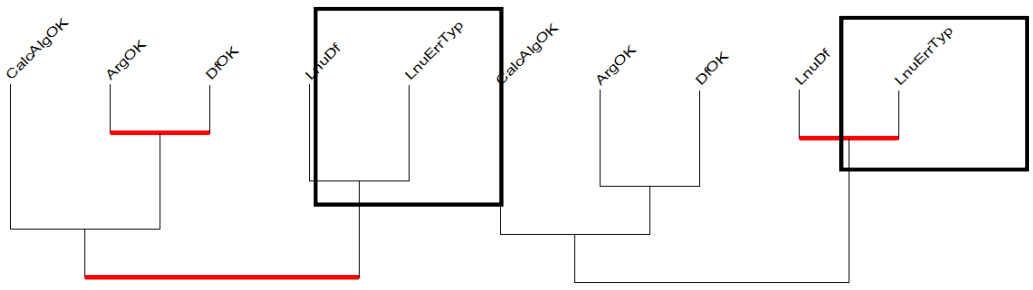


Figure 13. Arbre de similarité pour les conditions R2 et R3.

Enfin, il faut signaler que les étudiants effacent beaucoup d'information lorsqu'ils avancent dans la résolution de leur problème. Cela rend difficile de voir si la question 2 a induit un questionnement à propos de leur réponse à la question 1. Une solution serait de répéter l'expérience avec une seconde puis une troisième fonction en récupérant les productions entre chaque changement de fonction.

4.4 Résultats dépendant des conditions

Les deux groupes ont un taux d'argumentation correcte non significativement différent pour la question 3 (9/20 et 11/18). Cependant, ils avaient un taux de réponse correct différent à la première question. Le transfert entre une fonction spécifique et l'énoncé général n'est pas clair même pour ceux qui réussissent bien la question 1. Mais curieusement, il semble que les étudiants de la condition R3 (les moins bons sur la question 1) établissent un lien entre leur argumentation pour cette question et l'argument pour la question générale (Figure 14). Ce lien provient-il de la condition R2 / R3 ? du niveau initial des groupes ? ou d'une autre raison ? Nous n'avons pas suffisamment d'éléments pour le dire à ce stade de notre étude.

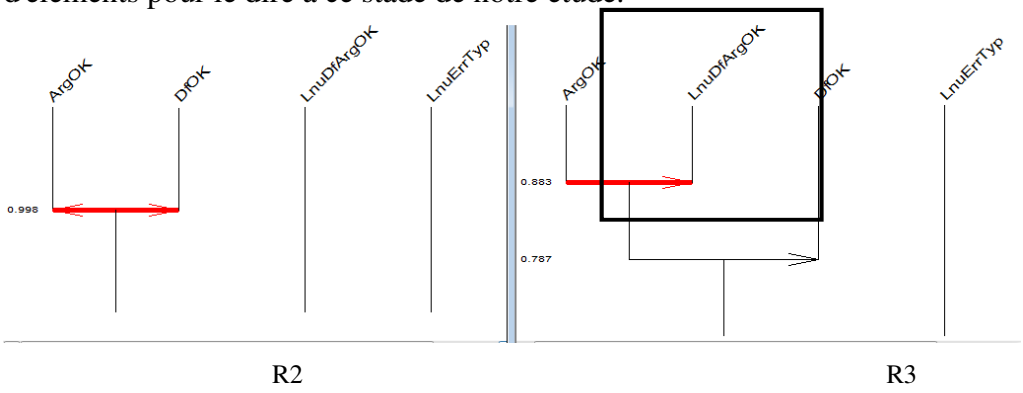


Figure 14. Arbre cohésitif pour les conditions R2 et R3.

Enfin, nous avons obtenu plusieurs résultats avec les tableaux de valeurs que nous n'avons pas retrouvés avec les courbes. Avant de les présenter, il est utile de préciser que les courbes étant le plus souvent tracées sur les calculatrices graphiques, nous n'avons que peu de traces, ce qui explique la difficulté à analyser en détail cette condition R2. Concernant les tableaux, le critère "démarrage du tableau à la valeur 0 de x" n'a pas de lien avec les autres critères. Nous avions pensé qu'il serait en lien avec l'erreur typique. Le résultat important pour ce critère est le lien entre la correction du tableau de valeur et la qualité de l'argumentation et la correction du domaine de définition donné à la question 1 (Figure 15). On voit ici que le fait de produire un tableau de valeurs correct induit la capacité à bien argumenter pour aboutir à un bon résultat. Si l'on pousse plus loin les investigations, on trouve que le fait que produire un tableau de valeurs correct induit qu'une argumentation sur le cas particulier implique une argumentation correcte dans le cas général (Figure 16). En définitive, amener les étudiants à remplir correctement un tableau de valeurs est un moyen de les aider à transférer leur capacité à raisonner dans un cas particulier vers le cas général associé. On obtient ici un argument en faveur de l'hypothèse H3.

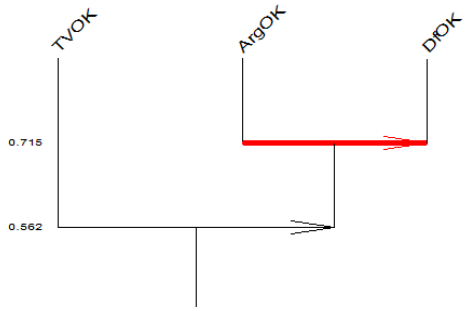


Figure 15. Arbre cohésitif montrant les implications de de TVOK avec l'argumentation et la réponse à la question 1.

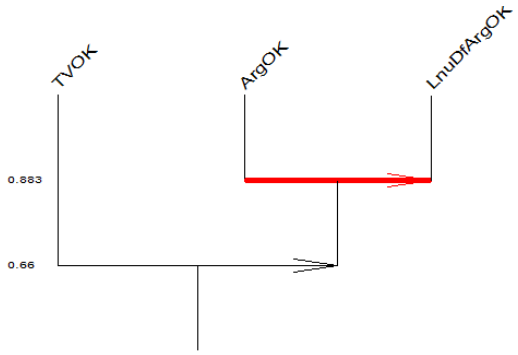


Figure 16. Arbre cohésitif montrant les implications de de TVOK avec l'argumentation.

4.5 Bilan de l'expérience

Pour résumer cette seconde expérience on peut retenir plusieurs résultats. Le premier est que certains critères choisis n'ont pas d'influence : c'est le cas du "démarrage du tableau à la valeur 0 de x" et de la "correction des calculs algébriques". Le deuxième résultat concerne l'hypothèse H1. Elle est peu vérifiée dans cette expérience : sur les 13 étudiants ne donnant pas une réponse correcte à la question 1, seuls 2 donnent $]0;+\infty[$. 3 autres étudiants évoquent ce domaine mais corrigent leur première idée (l'analyse des enregistrements donne accès à cette chronologie). On peut néanmoins souligner que dans l'expérience de l'année précédente, même si cette hypothèse n'était pas testée a priori, 4 groupes sur 10 posent $0;+\infty$ comme réponse et ne vont pas plus loin. On a peu de données, mais on peut penser que la rétroaction forcée par la question 2 permet à certains étudiants de corriger leur erreur. C'est un premier argument en faveur de H3. Un troisième résultat concerne l'hypothèse H2. On voit que 19 étudiants sur 38 ont donné $0;+\infty$ comme domaine de définition pour ln(u(x)). Enfin, la section 4.4 montre que la réalisation d'un tableau de valeurs correct permet aux étudiants d'argumenter correctement pour le domaine de définition tant pour la question 1 que la question 3. C'est un argument fort en faveur de l'hypothèse H3. On n'a pas pu trouver ce lien pour les courbes, mais la faible quantité de donnée sur cette condition permet d'espérer qu'une nouvelle expérimentation en pensant mieux la prise d'information pourrait amener à une conclusion identique.

5 Conclusion et perspectives

Cette étude a porté sur la détermination du domaine définition d'une fonction de type ln(u(x)) par des étudiants de première année en IUT QLIO (tertiaire). Une première

expérience a permis de montrer que le choix de la complexité de la fonction u (V1) permet d'adapter la difficulté au niveau des étudiants et donc les amener à une réflexion féconde. Elle a aussi montré que le fait de choisir des racines entières pour les expressions algébriques, pour limiter l'impact du niveau en calcul algébrique des étudiants, pouvait amener les étudiants à s'arrêter au test avec des valeurs entières. La constitution des groupes de travail a été laissée libre et son influence n'a pas été étudiée. Pour trouver des arguments liés à notre hypothèse H3, nous avons mené une seconde expérience en jouant sur la variable V4 pour imposer à certains étudiants l'usage du registre R2 (graphique) ou du registre R3 (Tableau de valeurs). Cette étude nous permet de donner des arguments en faveur de nos trois hypothèses, les arguments pour H1 étant moins forts : leur apprentissage de la notion de domaine de définition d'une fonction composée leur permet d'obtenir un taux de réponse satisfaisant pour une fonction spécifique, la généralisation pour ln(u(x)) étant encore difficile. L'utilisation de différents registres de représentation (R1 et R2 dans un cas et R1 et R3 dans l'autre) semblent permettre aux étudiants de progresser (H3), même si le registre R2 semble moins propice à ces progrès. Nous allons poursuivre ce travail dans deux directions. La première serait de mesurer si le travail dans R2 et R3, pour cette question particulière du domaine de définition d'une fonction de type ln(u(x)), par les mêmes étudiants renforce leur apprentissage. La seconde, qui lui est liée, serait de travailler dans ces deux registres sur les autres points abordés dans le cours tout au long de l'année, en particulier le registre R2 qui est peut-être moins bien maitrisé par les étudiants. Par exemple, nous avons déjà noté que demander à des étudiants de proposer une courbe possible pour une fonction de type polynôme du second degré ayant 2 et 5 comme racines correspond à une question jugée difficile.

Références

[1] Brousseau, G. (1986) Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques. Thèse d'état,.

[2] Cantoral R., Farfán R. M. (2004) La sensibilité à la contradiction : logarithmes de nombres négatifs et origine de la variable complexe - *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 24, n° 2.3, pp. 137-168, 2004

[3] Chenevotot, F., Grugeon, B., Pilet, J., & Delozanne, E. (2012) De la conception à l'usage d'un diagnostic dans une base d'exercices en ligne. In J.-L. Dorier (Ed.), *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone, Enseignement et contrat social : Enjeux et défis pour le 21ème siècle*, EMF 2012, Genève, p. 808-823 Disponible sur http://www.emf2012.unige.ch/index.php?option=com_content&view=article&id=57

[4] Couturier, R. Gras, R. (2005) CHIC: Traitement de données avec l'analyse implicative" - *Revue des nouvelles technologies de l'information*, n°3, 679-684.

[5] Douady R. (1986) Jeux de cadres et dialectique outil-objet" – *RDM,* 7 2, p.5 -31

[6] Duval, R. (1995) Sémiosis et pensée humaine : Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels Bern. Peter Lang.

[7] Meel, David E (1999) Prospective Teachers' Understandings: Function and Composite Function" Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of SchoolTeachers: *The Journal*; vl Oct 1999

[8] Gras Régis (1999) Présentation du logiciel CHIC sur des données du questionnaire portant sur l'expérimentation d'épreuves de mathématiques en classe de Première" - *Actes de l'Université d'été de Marseille* 1999, Brochure n 133-2001, ISBN 2-912846-09-9, pp 65-74

[9] Tall David and Vinner Shlomo (1981) Concept-image et Concept-definition in mathematics with particular reference to limits and continuity" – *Educational Studies in Mathematics*, 12, p.151-169.

[10] Programme de troisième, BO spécial n° 6 du 28 août 2008

[11] Programme de terminale scientifique, BO spécial n° 8 du 13 octobre 2011

Annexe

Nicolas travaille avec ses étudiants sur l'étude de fonctions, dont la fonction logarithme. Ils ont compris que son domaine de définition est ├]0;+∞┤[. Ils en connaissent même la dérivée… Nicolas souhaite maintenant aller un peu plus loin et composer cette fonction avec d'autres. Voilà le dialogue introductif de cette séance entre Nicolas et Frédéric, un élève attentif et travailleur :

Nicolas : Je vous propose d'étudier la fonction suivante :

$$f: x \mapsto ln\left(\frac{x^2+2x-4}{x+2}\right)$$

Frédéric : On a vu que la dérivée était $\frac{U'}{U}$. Et comme ici U est un quotient sa dérivée est $\frac{u'v-uv'}{v^2}$…

Nicolas : C'est vrai, mais par quoi commence-t-on lorsqu'on veut étudier une fonction ?

Frédéric : On cherche le domaine de définition. Ici c'est facile, c'est ├]0;+∞┤[à cause du logarithme : il est toujours positif…

Que pensez-vous de l'affirmation de Frédéric ? Vous tenterez d'aboutir à une position commune. Vous étayerez cette position par des arguments que vous serez amenés à défendre devant l'ensemble de vos camarades.

ASI, UN INSTRUMENTO DE DIAGNÓSTICO DE LAS OPERACIONES LÓGICAS BÁSICAS EN ALUMNOS DE 11-16 AÑOS

Irene PITARCH[1] , Pilar ORÚS[2] y Pablo GREGORI[3]

ASI, UN INSTRUMENT DE DIAGNOSTIC DES OPÉRATIONS LOGIQUES BASIQUES CHEZ DES ÉLÈVES DE 11-16 ANS

ASI, AN INSTRUMENT FOR DIAGNOSTICS OF BASIC LOGIC OPERATIONS FOR 11-16 YEAR OLD LEARNERS

RESUMEN

El objetivo de esta comunicación es profundizar en la utilización del Análisis Estadístico Implicativo, para el diagnóstico del control de las operaciones lógicas básicas, tales como la negación, disyunción, conjunción y condicional, en alumnos de 1º a 4º de la ESO. Se utilizarán como datos, los obtenidos en los análisis (tanto a priori, como a posteriori) de los cuestionarios elaborados en el DEA y tesis de Pitarch (2002, 2016). Así mismo, se pretende mostrar los efectos de control y manejo de estas operaciones lógicas, en alumnos 1º de la ESO, comparando los resultados obtenidos en la experimentación de una de las lecciones, con respecto al cuestionario inicial.

Palabras clave : *operaciones básicas de lógica, educación secundaria, análisis implicativo.*

RÉSUMÉ

L'objectif de cette communication est d'approfondir dans l'utilisation de l'Analyse Statistique Implicative pour le diagnostic de la maîtrise des opérations logiques de base tels que la négation, disjonction, conjonction et conditionnelle, à des étudiants du 1er au 4ème de l'Enseignement Secondaire. Ils seront utilisés comme données, obtenues dans les analyses (à la fois a priori et a posteriori) des questionnaires établis dans le travail de recherche du DEA et la thèse doctorale de Pitarch (2002, 2016). De même, il vise à montrer les effets de l'apprentissage et de la gestion de ces opérations logiques, chez les étudiants 1er ES, en comparant les résultats obtenus en testant l'une des leçons du questionnaire initial.

Mots-clés : *opérations logiques de base, l'enseignement secondaire, l'analyse implicative.*

ABSTRACT

The purpose of this communication is to delve into the diagnosis of the mastering of basic logical operations, such as negation, disjunction, conjunction and conditional, in Secondary School students from 1st to 4th year, through the use of Statistical Implicative Analysis. The obtained data shall be used in the analysis (both a priori and a posteriori) of the questionnaires set up in the research work of the DEA and doctoral thesis Pitarch (2002, 2016). Likewise, we intend to show the effects of learning and management of these logical operations, in SS

[1] Cooperativa de Ensenyament Grans i Menuts, Quadra La Torta s/n, E-12006, Castellón, Spain, irenep@gransimenuts.org

[2] Instituto Universitario de Matemáticas y Aplicaciones de Castellón, Universitat Jaume I de Castellón, Campus Riu Sec, E-12071 Castellón, Spain, orus@uji.es

[3] Instituto Universitario de Matemáticas y Aplicaciones de Castellón, Departamento de Matemáticas, Universitat Jaume I de Castellón, Campus Riu Sec, E-12071 Castellón, Spain, gregori@uji.es

students from 1st year, by comparing the results obtained in the experimentation of one of the lessons, with respect to the first questionnaire.

Keywords : *basic operations of logic, secondary education, implicative analysis.*

1 Introdución

Esta comunicación expone una parte de los resultados de la tesis doctoral Pitarch (2016). Se presentarán dos experimentaciones realizadas con alumnos de la etapa de secundaria obligatoria y la comparativa de ambas experimentaciones. La primera experimentación corresponde a la pasación de un cuestionario (Q), en la que los alumnos deben responder a unas cuestiones que versan sobre actividades lógico-matemáticas, mediante la utilización de una tabla de valores binarios, y la segunda consiste en la observación de una lección didáctica, llamada "Juego de la agencia de viajes" (L), en la que los alumnos deben realizar unas actividades con contenido homólogo (a nivel de dificultad y a nivel de operaciones lógicas) al que tenían algunas de las cuestiones del primer cuestionario, concretamente en las que los alumnos manifestaron mayor dificultad. Así mismo, presentamos aplicaciones del Análisis Estadístico Implicativo en los diferentes análisis presentados: en el análisis a priori del cuestionario, en el análisis de los resultados obtenidos en la corrección de dicho cuestionario y en la comparativa que se ha realizado entre la corrección del cuestionario y de la observación de la lección didáctica. Todas ellas han servido para corroborar otros estudios realizados en el plano cualitativo.En Gregori *et al.* (2009) y Orús *et al.* (2009), ya se presentó la pertinencia de la aplicación de las técnicas del Análisis Estadístico Implicativo para realizar con profundidad el análisis a priori de cuestionarios sobre tratamiento de la información. En esta nueva comunicación hemos podido mostrar también su utilidad, al aplicarlo en la comparativa de distintos cuestionarios que versan sobre un mismo tipo de actividad matemática en alumnos de 11-16 años, concretamente en el manejo de operaciones lógicas básicas (conjunción, disyunción, negación y condicional).

2 Presentación del cuestionario Q y su análisis a priori

El cuestionario "Q" presentado en la tesis Pitarch (2016) y que utilizamos en esta comunicación es el resultado de distintas modificaciones realizadas sobre otros cuestionarios (Orús, 1986; Orús, 1992; Pitarch, 2002). Este cuestionario Q, no es un cuestionario al uso: consta de unas preguntas y una tabla, T, de valores binarios (0 y 1). Para contestar a las cuestiones los alumnos deben utilizar la tabla T, siguiendo unas indicaciones que se les presentan en "la consigna"[4]. Para realizar el análisis a priori del cuestionario, se caracterizan cada una de las cuestiones teniendo en cuenta distintos tipos de operaciones lógico-matemáticas que deben realizar los alumnos al responderlas. Esta identificación queda plasmada en una matriz booleana, que denominaremos "matriz a priori" (MAP)[5] (estudio semejante al realizado en anteriores investigaciones Orús, 1986 y 1992; Pitarch, 2002). Cabe señalar que esta matriz es un útil didáctico que nos permite analizar a priori cuál puede ser el comportamiento esperado en las respuestas dadas por los alumnos. Por lo que, se podrá hacer una comparativa entre la caracterización previa

[4]ver Anexo 1.
[5]ver Anexo 2.

de las cuestiones y las respuestas reales de los estudiantes tras la pasación y corrección del cuestionario (análisis a posteriori). Ésta proporcionará información acerca del trabajo matemáticamente "esperado" respecto del trabajo realizado por los alumnos de la experimentación (Lógica y tratamiento de datos, en el caso de 1º y 2º de la ESO, y añadiendo la Estadística descriptiva, en el caso de 3º y 4º de la ESO). Utilizamos el recurso estadístico del software CHIC aplicándolo sobre la matriz a priori, con el objetivo de clasificar las cuestiones según su proximidad o distancia, clasificación jerárquica e implicativa mediante los cálculos e índices estadísticos que aporta este programa: frecuencias, porcentajes, medias aritméticas, índices de proximidad o distancia de Lerman (Lerman, 1981), índices de correlación, índices de cohesión implicativa (Lerman *et al.*, 1981). El análisis a priori de este cuestionario se presenta con más detalle en Pitarch (2016) tal y como ya se realizó en Gregori *et al.* (2009). En esta comunicación presentamos los aspectos fundamentales que se pueden concluir de dicho análisis, a partir de los siguientes árboles y grafos.

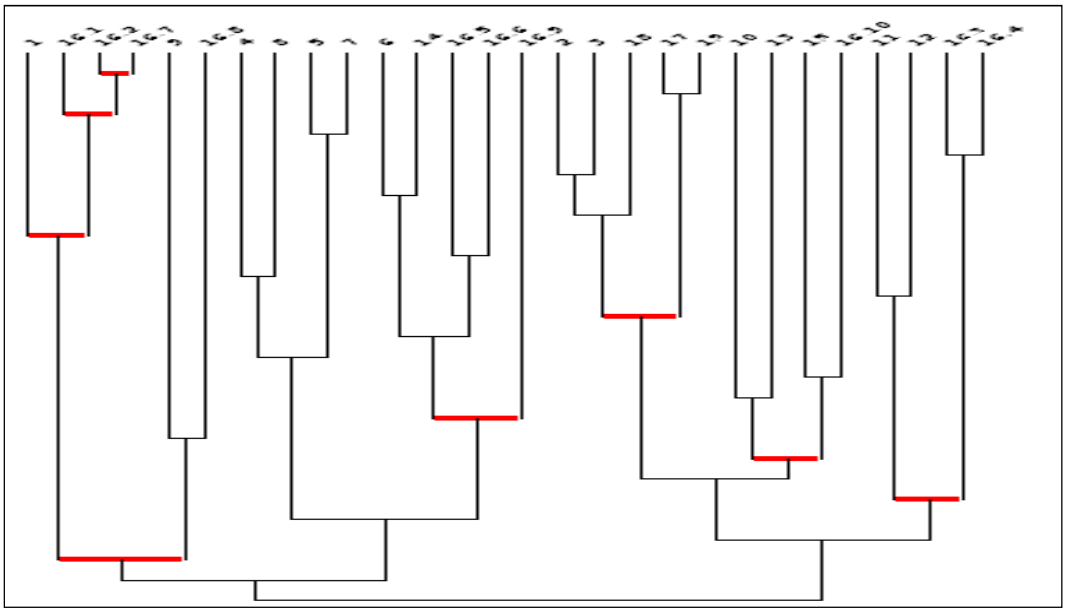


Figura 1 – Árbol de similaridad entre las cuestiones de Q, aplicando CHIC a la matriz MAP.

A partir de este árbol podemos observar que las cuestiones quedan agrupadas a priori en tres clases de cuasi-equivalencia, distinguiendo dentro de cada una de ellas distintas subclases:

C_1 = {Q1, Q16.1, Q16.2, Q16.7, Q9, Q16.8}

C_2 = {Q4, Q8, Q5, Q7, Q6, Q14, Q16.5, Q16.6, Q16.9}

C_3 = {Q2, Q3, Q18, Q17, Q19, Q10, Q13, Q15, Q16.10, Q11, Q12, Q16.3, Q16.4}

La primera subclase de **C_1** está formada por las cuestiones **{Q1, Q16.1, Q16.2, Q16.7},** determinada por los tres primeros nudos significativos del árbol de similaridad (nivel 1, 2 y 9 sobre un total de 27 nudos en todo el árbol). La caracterización de estas cuatro cuestiones coincide en que todas ellas versan sobre la **verificación de que un sujeto** (joven) **cumpla o no un criterio** (le guste una actividad) de la tabla T.

La segunda subclase de C_1 la constituyen las cuestiones **Q9 y Q16.8**; ambas tratan sobre las **coincidencias positivas** (copresencias) que pueden tener **parejas de sujetos**

(jóvenes). Esta segunda subclase se une a la anterior en el nudo significativo nº 25 (índice de proximidad de 0,624058). La relación entre ambas subclases, aunque débil, puede ser debida a que todas estas cuestiones tratan de la verificación de sujetos sobre unas actividades concretas.

La segunda clase $\mathbf{C_2}$ se puede subdividir en otras dos: **{Q4, Q8, Q5, Q7}** y {Q6, Q14, Q16.5, Q16.6, Q16.9}. La primera subdivisión corresponde a cuatro cuestiones que tratan todas ellas fundamentalmente sobre los **cuantificadores universal y existencial.** La otra subclase de C_2 está formada por cinco cuestiones en las se exige la comparación de dos o más filas o la observación de una sola, para comprobar si predomina "la elección" de ese criterio ("el gusto" sobre esa actividad).

Y por último la clase $\mathbf{C_3}$ = {Q2, Q3, Q18, Q17, Q19, Q10, Q13, Q15, Q16.10, Q11, Q12, Q16.3, Q16.4} se puede subdividir en tres subclases. Una de ellas está formada por las cuestiones **{Q2, Q3, Q18, Q17, Q19}** unidas por el nudo significativo nº 13 (con índice de similaridad 0,997824). Todas estas **cuestiones exigen un recuento** de las presencias de una fila o una columna (cardinal de "1") y concretamente las Q17, Q18 y Q19 se formulan en términos de contenidos de Estadística elemental (porcentaje, frecuencia relativa y absoluta).

La segunda subclase de C_3 está formada por **{Q10, Q13, Q15, Q16.10}** (nudo significativo nº 20; 0,946681). En estas cuatro preguntas se exige la **comprobación de la proximidad** (utilización de las diferencias o coincidencias -positivas y negativas- entre dos o más columnas de la tabla) que existe **entre una o dos parejas de sujetos** de la tabla (jóvenes). Y la tercera subclase de C_3 está formada por las cuestiones **{Q11, Q12, Q16.3, Q16.4},** en las que se trabaja respectivamente la conjunción, la combinación de conjunción y negación, y en las dos últimas la condicional lógica (directa e inversa respectivamente). Las cuatro cuestiones se caracterizan por **operaciones lógicas más complejas**. Las cuestiones de esta última subclase quedan relacionadas en el nivel significativo de similaridad nº 20 (0,885137).

Si aplicamos sobre la misma matriz a priori del cuestionario Q, un análisis de cohesión implicativa, se obtienen el árbol jerárquico y el grafo implicativo (figuras 2 y la figura 3). Analizando dichos grafos podremos comprobar que aparecen implicaciones entre cuestiones que en el árbol de similaridad de la figura 1 ya estaban relacionadas mediante proximidad estadística.

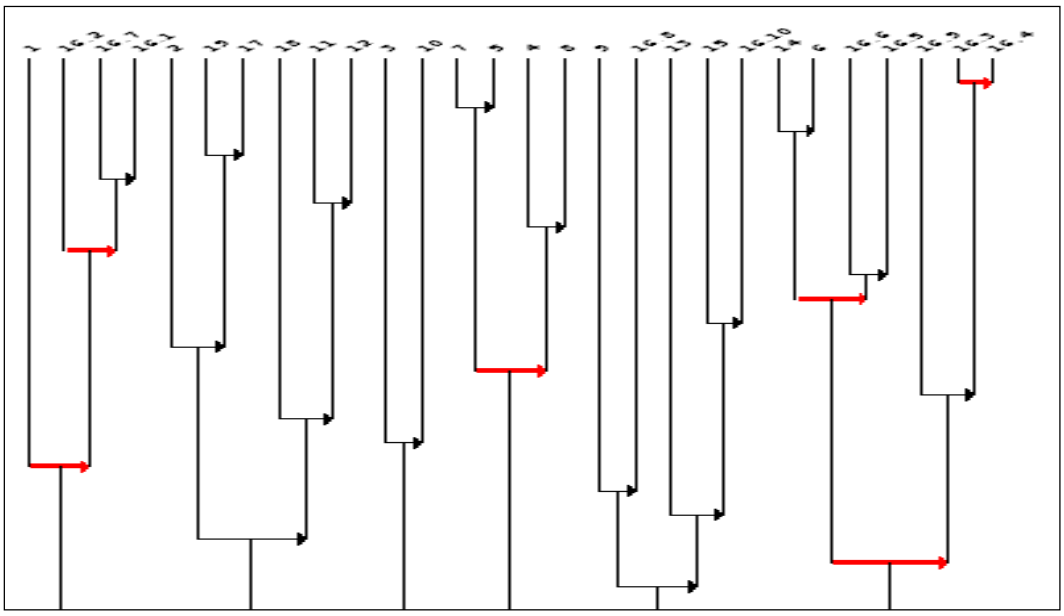


Figura 2 – Árbol jerárquico de cohesión implicativa entre las cuestiones de Q, aplicando CHIC a MAP.

Las cuestiones Q1, Q16.1, Q16.2, Q16.7, que forman la primera subclase de **C_1** en la figura 1, se mantienen agrupadas en el árbol jerárquico implicativo (figura 2) con índices de cohesión significativos (**nivel 8** -0.984- y **nivel 17** -0.892-) y en el grafo implicativo forman una cadena implicativa a un grado significativo equivalente al 0.95 y 0.85 (ver figura 3). Las cuestiones Q9 y Q16.8 de la clase de cuasi-equivalencia **C_1** de la figura 1, se mantienen agrupadas tanto en el árbol jerárquico como en el grafo implicativo, aunque no forman cadena con las anteriores cuestiones (ver figuras 2 y 3).

Las cuestiones de la clase **C_2** de la figura 1 también aparecen agrupadas en el árbol jerárquico de cohesión implicativa (figura 2) y forman cadenas implicativas en el grafo implicativo (figura 3). Por una parte, las cuestiones Q6, Q14, Q16.5 y Q16.6 se unen en un nivel significativo (**nudo significativo 10** sobre 22) con un índice de cohesión del 0.97 (figura 2) y en el grafo implicativo a un grado significativo equivalente al 0.95 (figura 3). Y por otra parte las cuestiones Q4, Q8, Q5 y Q7, se mantienen agrupadas en el árbol jerárquico de cohesión implicativa, formando el **nudo significativo nº 13** con índice de cohesión 0.918 (figura 2) y en el grafo implicativo forman una cadena implicativa a un grado significativo equivalente al 0.99 y 0.95 (figura 3).

Las cuestiones Q16.3 y Q16.4 de la clase **C_3** en el árbol de similaridad (figura 1), aparecen implicadas en el árbol jerárquico de cohesión implicativa en el nudo más significativo, **nudo 1** (índice de cohesión 1, figura 2) y en el grafo implicativo forman parte de una cadena implicativa con grado de implicación del 0.99. Las cuestiones Q2, Q17, Q19, Q18, Q11 y Q12 están relacionadas en el árbol jerárquico cohesitivo, sin formar nudo significativo (figura 2) y en el grafo implicativo se implican en diferentes cadenas con distintos grados de implicación (0.85, 0.90 y 0.95). Por otra parte, las cuestiones Q3 y Q10 se implican de forma débil en el árbol jerárquico cohesitivo (figura 2) y en el grafo implicativo en un grado equivalente al 0.90. Las cuestiones Q13, Q15 y Q16.10 quedan relacionadas en el árbol jerárquico de cohesión implicativa sin formar ningún nudo significativo y en el grafo implicativo al 0.95 y 0.90.

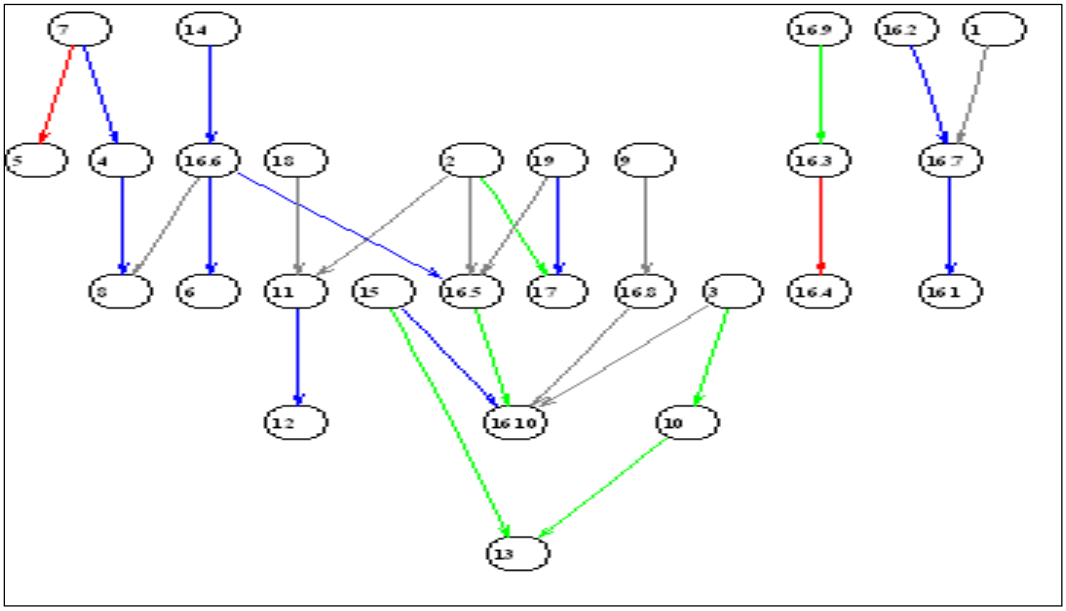


Figura 3 – Grafo implicativo entre las cuestiones de Q, aplicando CHIC a la matriz MAP 0.99, 0.95, 0.90, 0.85.

Resumimos la comparativa en la tabla 1.

Árbol de similaridad Clases de cuasi-equivalencia (figura 1)	Subclases de las clases de cuasi-equivalencia	Árbol jerárquico de cohesión implicativa (figura 2)	Grafo implicativo (figura 3)
C_1={Q1, Q16.1, Q16.2, Q16.7, Q9, Q16.8}	{Q1, Q16.1, Q16.2, Q16.7} verificación de que un sujeto (joven) cumpla o no un criterio Los tres primeros nudos significativos **(nivel 1, 2 y 9)**	Cuestiones agrupadas con índices de cohesión significativos **nivel 8** (0.984) y **nivel 17** (0.892)	Forman una cadena implicativa a un grado significativo equivalente al 0.95 y 0.85
	{Q9 y Q16.8} coincidencias positivas (copresencias) entre parejas de sujetos (jóvenes) nudo significativo nº 25 (índice 0,624058)	Cuestiones agrupadas con índices de cohesión nivel 18, no significativo	Forman una cadena implicativa a un grado significativo equivalente al 0.85
C_2={Q4, Q8, Q5, Q7, Q6, Q14, Q16.5, Q16.6, Q16.9}	{Q4, Q8, Q5, Q7} cuantificadores universal y existencial	Agrupadas en el **nudo significativo nº 13** con índice de cohesión 0.918	Forman una cadena implicativa a un grado significativo equivalente al 0.99 y 0.95
	{Q6, Q14, Q16.5, Q16.6, Q16.9} comparación de dos o más filas ver la preferencia de un criterio nudo significativo nº18 (0,978426)	Se unen en un nivel significativo (**nudo significativo 10** sobre 22) con un índice de cohesión del 0.97	Forman una cadena implicativaa un grado significativo equivalente al 0.95

Tabla 1a – Relaciones a priori entre las cuestiones del cuestionario Q a partir del análisis ASI

Árbol de similaridad Clases de cuasi-equivalencia (figura 1)	Subclases de las clases de cuasi-equivalencia	Árbol jerárquico de cohesión implicativa (figura 2)	Grafo implicativo (figura 3)
C_3 = { Q2, Q3, Q18, Q17, Q19, Q10, Q13, Q15, Q16.10, Q11, Q12, Q16.3, Q16.4}	{Q2, Q3, Q18, Q17, Q19} **cuestiones exigen un recuento** de las presencias de una fila o una columna (cardinal de "1") nudo significativo nº 13 (0,997824)	**Q2, Q17, Q19, Q18,** Q11 y Q12 (*) están relacionadas sin formar nudo significativo	En diferentes cadenas con distintos grados de implicación (0.85, 0.90 y 0.95)
	{Q10, Q13, Q15, Q16.10} comprobación de la proximidad entre una o dos parejas de sujetos nudo significativo nº 20 (0,946681)	**Q13, Q15 y Q16.10** relacionadas sin formar ningún nudo significativo y	**Q13, Q15 y Q16.10** cadena implicativa al 0.95 y 0.90.
	{Q11, Q12, Q16.3, Q16.4}, operaciones lógicas máscomplejas. nivel significativo de similaridad nº 20 (0,885137)	**Q16.3 y Q16.4** con cohesión implicativa en el nudo más significativo, **nudo 1** (índice cohesión 1) Q11 y Q 12 se relacionan con cuestiones de la primera subclase de similaridad (*)	Q16.3 y Q16.4 forman parte de una cadena implicativa con grado de implicación del 0.99.

Tabla 1b – Relaciones a priori entre las cuestiones del cuestionario Q a partir del análisis ASI

3 Análisis de las respuestas de los alumnos al cuestionario Q

3.1 Tasas de éxito de las respuestas de los alumnos de la ESO (12-16 años) al cuestionario Q

La experimentación se desarrolló en un grupo de cada uno de los cuatro niveles de la ESO del centro educativo "Grans i menuts" de Castellón y en un grupo del nivel 1º ESO del "IES Politécnico" de Castellón de la Plana. La muestra de los alumnos que realizaron esta experimentación está formada por 118 alumnos en total. La corrección de los cuestionarios contestados por los 118 alumnos que participaron en la experimentación, se ha traducido en una matriz binaria de tamaño 118x77, denominada matriz a posteriori MP. Las 118 filas corresponden a los alumnos que individualmente han respondido a Q. Y las 77 columnas constituyen la caracterización de las respuestas a cada una de las 19 preguntas del cuestionario Q (para los alumnos de 1º y 2º de ESO sólo 16). La respuesta a cada una de estas preguntas se desdobla en más de una característica, según la operación y criterio que se observa en la misma (por esta razón se obtienen 77 columnas). No presentamos la matriz a posteriori en esta comunicación, debido a su extensión (tamaño 118x77). Mostramos los resultados de las respuestas correctas que han dado los alumnos a cada una de las cuestiones del cuestionario Q (ver figura 4), sin tener en cuenta el razonamiento que se exigía en alguna de ellas. Entendemos por respuesta correcta que el alumno haya realizado correctamente la operación esperada al contestar a la cuestión.

Esta gráfica ofrece una visión global de los primeros resultados de la corrección del cuestionario a nivel de etapa (observando conjuntamente los cuatro niveles de la ESO).

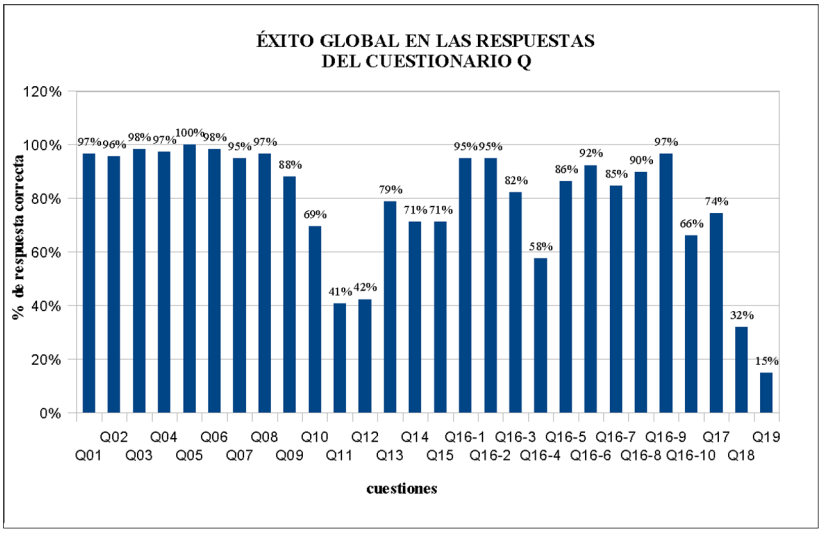


Figura 4 – Porcentaje de respuesta correcta a Q de todos los grupos.

A partir de esta gráfica se puede deducir que:

el porcentaje de éxito oscila entre el 15% y el 100%, sabiendo que las tres últimas cuestiones sobre Estadística, sólo se les plantea a los alumnos de 3º y 4º de ESO. Entre los alumnos de 1º y 2º de ESO el intervalo de éxito oscila entre un 41% y 100%.

el grupo de cuestiones con un porcentaje de éxito comprendido entre un 15% y un 79%, corresponde a las que están caracterizadas por trabajo lógico, proximidad/distancia entre criterios y cálculo de Estadística elemental.

A continuación presentamos otras dos gráficas que muestran los resultados obtenidos en la experimentación diferenciando los cuatro niveles de la etapa de secundaria. Una de ellas representa las cuestiones desde Q1 a Q15 (figura 5) y la otra el resto de cuestiones (figura 6) que son las que corresponden a dar una respuesta con una atribución de verdad. En ambas gráficas, se puede observar que los alumnos del primer ciclo obtienen un porcentaje de éxito más bajo que los del segundo ciclo en aquellas cuestiones a las que hacemos referencia en la figura 4 cuyo éxito global oscila entre el 41% y 79%.

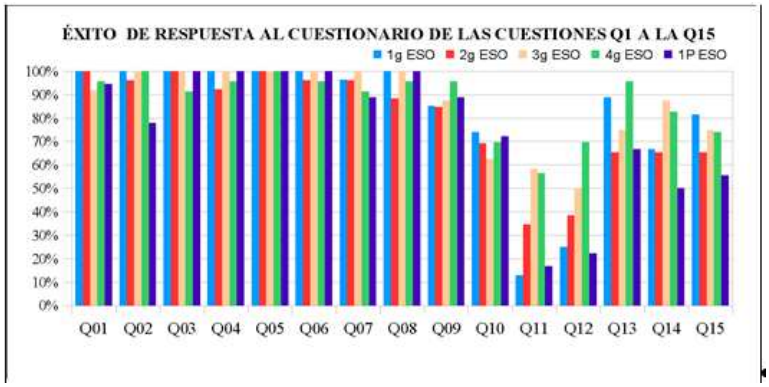


Figura 5 – Porcentaje de respuesta correcta a las cuestiones desde Q1 a Q15 de cada nivel.

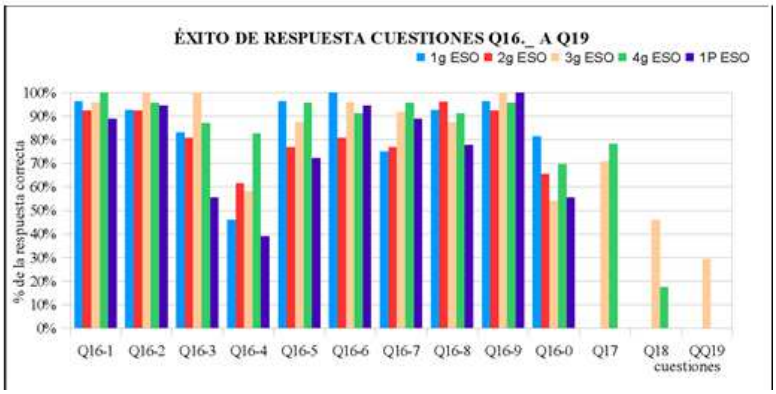


Figura 6 – Porcentaje de respuesta correcta a las cuestiones desde Q16 a Q19 de cada nivel.

3.2 Contribución del programa CHIC al análisis de las respuestas

Para complementar el análisis de la experimentación del cuestionario Q, aplicamos el programa CHIC sobre la submatriz de MP en la que sólo se considera la respuesta correcta o incorrecta a la cuestión; sin tener en cuenta el análisis detallado del tipo de respuesta que han realizado los alumnos. En este primer gráfico (figura 7) podemos observar que las cuestiones que se agrupan en la segunda y última clase de cuasi-equivalencia, mediante nudos significativos, corresponden a las cuestiones que han tenido, como media, un porcentaje de éxito inferior al 80% (excepto Q2, Q16.5 y Q16.8). Estas agrupaciones confirman el estudio a priori que se realizó con detalle en Pitarch (2016) con respecto a los resultados esperados y marcados por la caracterización a priori de las cuestiones y que hemos presentado de forma resumida en la sección 2 de esta comunicación.

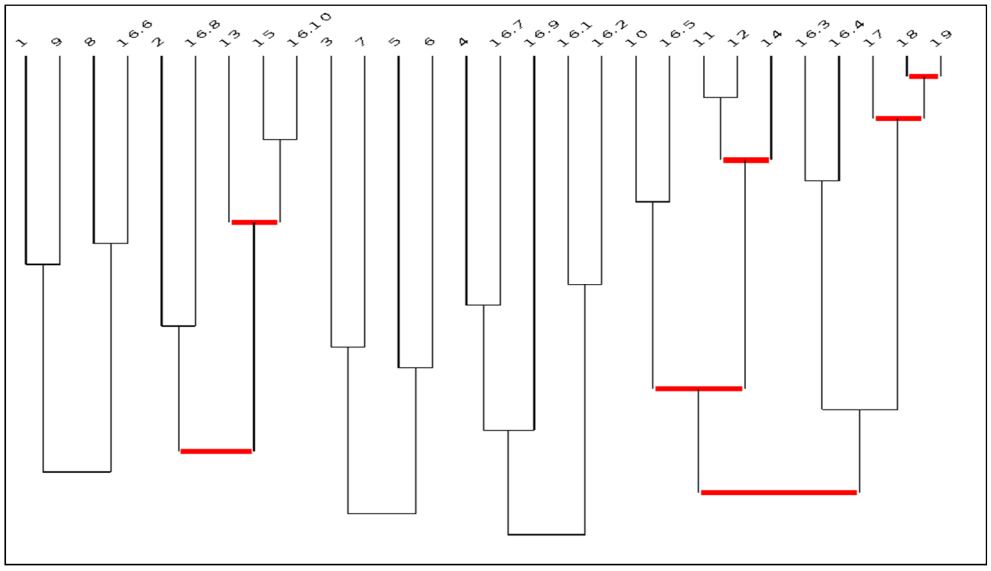


Figura 7 – Árbol de similaridad entre las respuestas correctas a Q, aplicando CHIC a una submatriz de MP (correcto/incorrecto).

Las dos clases referidas están formadas por las siguientes preguntas:

R_2 = {Q2, Q16.8, Q13, Q15, Q16.10} y

R_5= {{Q10, Q16.5, Q11, Q12, Q14} U {Q16.3, Q16.4, Q17, Q18, Q19}}

Las preguntas de la primera clase, excepto Q2, son las que conllevan comparación de columnas combinado con el recuento de proximidad/distancia entre los valores de los sujetos de la tabla T. En concreto, Q13, Q15 y Q16.10 (coincidencias entre columnas) han tenido éxito en sus respuestas entre un 67% y un 79% de media.

La clase R_5 la podemos subdividir en dos subclases; la primera se caracteriza por cuestiones con las operaciones lógicas disyunción, conjunción y negación; cuyo éxito de respuesta oscila entre el 41% y el 71% (excepto Q16.5 con un 86%) y la segunda por dos cuestiones con implicación lógica y tres de conceptos estadísticos; que tienen una media de éxito más baja: desde un 15% hasta un 82%; con diferencias significativas entre los niveles de la etapa y sabiendo que las preguntas relacionadas con la Estadística, sólo se han preguntado a los del segundo ciclo de ESO.

Las otras tres clases del árbol de similaridad corresponden a las cuestiones que han tenido un éxito igual o superior al 92% (excepto Q9 con un 88%), ya que corresponden a las preguntas que no han supuesto un obstáculo para el alumnado (Pitarch, 2016).

Si observamos el árbol jerárquico de cohesión implicativa y el grafo implicativo (figuras 8 y 9), volvemos a constatar que las mismas cuestiones destacadas en el árbol de similaridad (figura 7), quedan agrupadas mediante la implicación estadística con niveles significativos de cohesión y mediante cadenas implicativas con nivel de significación alto (0,99 o 0,95).

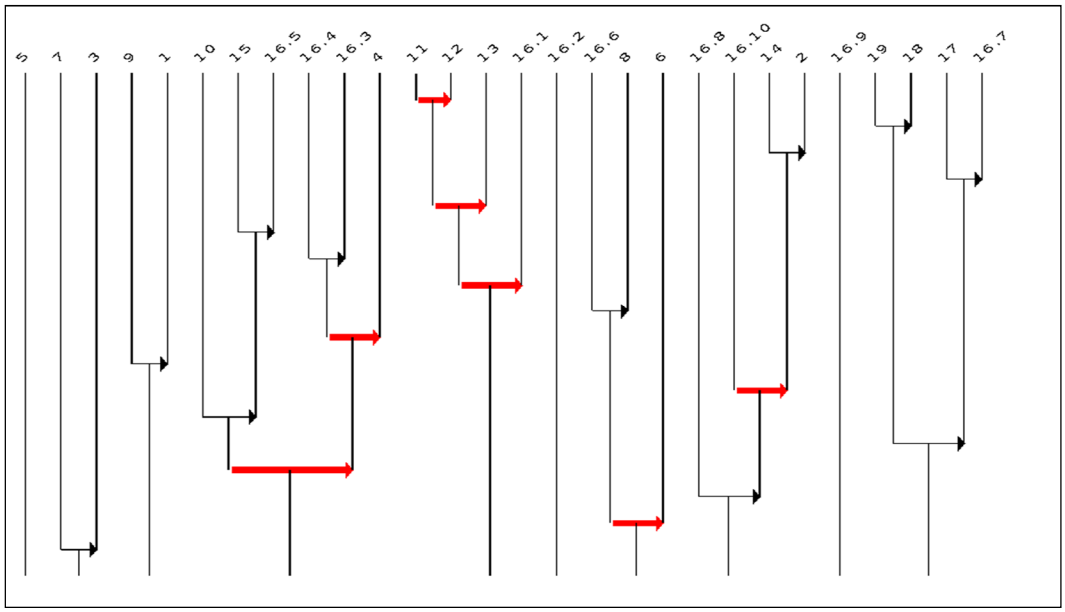


Figura 8 – Árbol jerárquico de cohesión implicativa entre las respuestas correctas a Q, aplicando CHIC a una submatriz de MP (correcto/incorrecto).

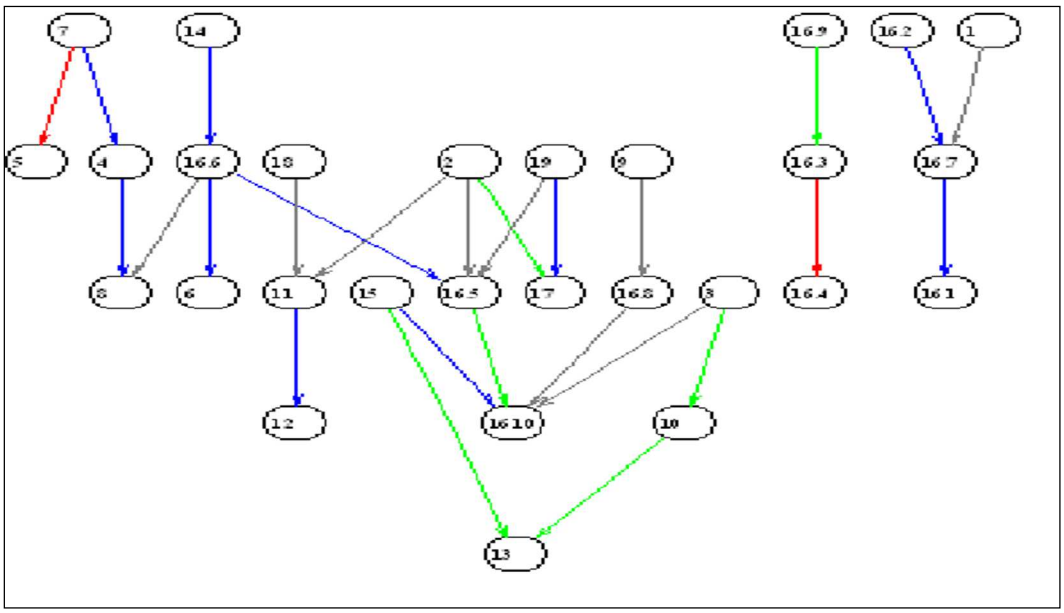


Figura 9 – Grafo implicativo entre las respuestas correctas a Q, apliando CHIC a una submatriz de MP (correcto/incorrecto) 0.99, 0.95, 0.90, 0.85.

La aplicación de CHIC a la submatriz de MP (respuestas correctas del alumnado), corrobora el estudio de los resultados globales obtenidos en la experimentación y a su vez los resultados esperados en las respuestas de los alumnos según los criterios pautados por la caracterización a priori del cuestionario Q (Pitarch, 2016).

4 Control de conocimientos de las operaciones básicas de lógica en los alumnos de 11-12 años

4.1 Comparaciones entre las tasas de éxito en las cuestiones de la fase individual de la lección (L) con las del cuestionario (Q)

En el mismo curso escolar (2014-15) en el que se realizó la experimentación del cuestionario Q, también se planteó una lección didáctica, el "Juego de la Agencia de Viajes" (L). En esta lección se plantea el trabajo lógico-matemático centrado en las operaciones lógicas básicas: disyunción, la negación, la negación de la disyunción y la condicional (directa e inversa). La decisión de elaborar esta lección fue precisamente porque el alumnado de toda la etapa educativa manifestó mayor dificultad en estas operaciones lógicas, ya planteadas en el cuestionario Q. La observación-experimentación del "Juego de la Agencia de Viajes" (L) sólo se realizó en los alumnos de 1º de ESO que ya realizaron el cuestionario Q en el mismo curso escolar (primer y tercer trimestre respectivamente). La lección está estructurada en cuatro fases: la primera individual, la segunda en grupo, la tercera como actividad de intercambio de grupos y la cuarta como trabajo en grupo-clase. Los alumnos deben responder a seis cuestiones (todas iguales en las distintas fases) a partir de una consigna y una tabla de valores binarios (la tabla T del cuestionario Q, ver anexo 3). Seis de las cuestiones del cuestionario Q, presentado en la sección 1, (Q11, Q12, Q16.3, Q16.4 y Q16.7), son homólogas a las cuestiones de esta lección (homólogas tanto en el contenido matemático que se pone en juego como la complejidad de la cuestión). La tabla 2 nos muestra la comparativa de cada una de las actividades de la lección L y sus cuestiones homólogas del cuestionario Q, relacionando

el tipo de actividad matemática que exige en cada cuestión y las pequeñas diferencias que existen entre ellas.

Cuestiones de la lección (L) "Juego de la agencia de viajes"	Operación lógica	homóloga de Q	Diferencia de Q_i respecto a L_i
L01: ¿**A qué** jóvenes les gusta C_i y C_j ?	conjunción	Q11	Q11: ¿A cuántos...
L02: ¿**A cuántos** jóvenes no les gusta C_i , ni C_j?	conjunción de la negación de dos criterios	Q12	idénticas
L03: ¿**A qué** jóvenes no les gusta C_i , ni C_j?	igual que L02	Q12	Q12: ¿A cuántos...
L04: ¿A todos los jóvenes que les gusta C_i , les gusta C_j?	condicional	Q16-3	idénticas
L05: ¿A todos los jóvenes que les gusta C_j, les gustaC_i?	condicional, recíproca L04	Q16-4	idénticas
L06: No es cierto que al joven S_k le guste C_i.¿Verdadero o falso?	atribución de verdad, con enunciado con una negación	Q16-7	respuesta en Q16-7: NO y en L06 : S

Tabla 2 – Semejanzas y diferencias entre las actividades de la lección L y el cuestionario Q.

Entre la pasación del cuestionario y la observación de la lección no hubo corrección del mismo, por lo que en esta primera fase de la lección (respuestas individuales) los alumnos estaban en situación a-didáctica sin saber si sus respuestas a las cuestiones homólogas del cuestionario eran correctas o no. La figura 10 nos muestra la comparativa de los resultados de éxito (en %) que obtuvieron los alumnos en sus respuestas a las preguntas de la lección "Juego de la Agencia de Viajes", en su fase individual, y a sus homólogas del cuestionario Q.

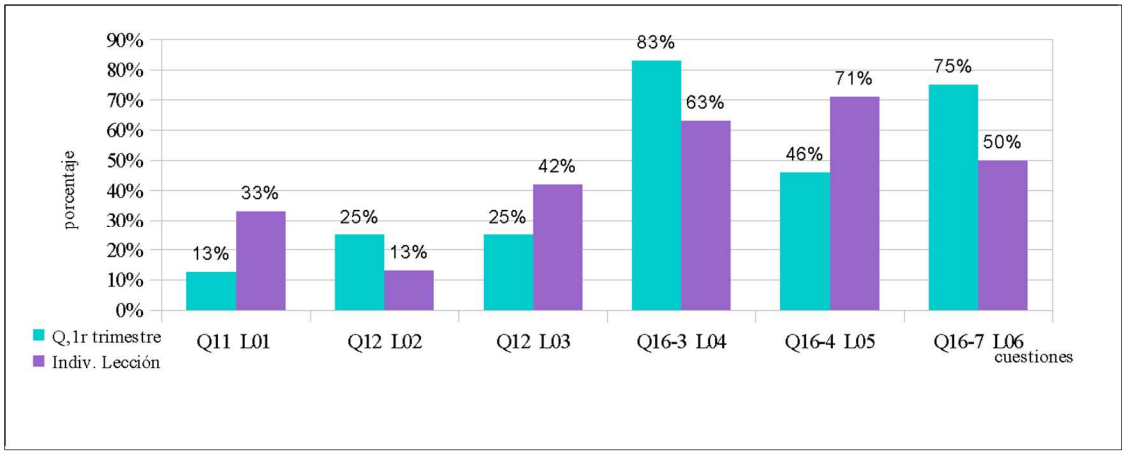


Figura 10 – Éxito en las respuestas a las cuestiones de la lección L y sus homólogas de Q.

Como se puede observar en los resultados según la figura 10, no hay una mejoría en las respuestas de todas las cuestiones de la lección del Juego de la Agencia de Viajes, con respecto a las del cuestionario Q. Analizando con detalle las respuestas del alumnado podemos resumir las siguientes observaciones (ver con más detalle en Pitarch, 2016):

- El éxito de la respuesta de la primera cuestión tiene **una mejoría en la lección** respecto al cuestionario, ya que pasa de un 13% en Q a un 33% en la lección (L). En general el error que cometen los alumnos es el mismo que en el cuestionario Q, ya que en la cuestión Q11, del 87% de los alumnos (de 1º ESO) que cometieron error en esta cuestión, el 41% correspondía a los que habían calculado por separado la frecuencia absoluta de cada actividad (lo confunden con una disyunción) y el 19% suman estas dos frecuencias calculadas (doble error por la

confusión con la disyunción y del trabajo numérico con el trabajo lógico). El 27% restante, cometieron otro tipo de error (conteo, etc.). En la cuestión L01 de la lección, homóloga a Q11, los alumnos del mismo grupo, cometen un error del 67% de los cuales el 54% vuelven a calcular por separado las frecuencias absolutas de cada criterio y el 8% las suman después. Se repite de nuevo el mismo error al trabajar el contenido matemático de la conjunción. Estos resultados muestran que los alumnos de este nivel educativo confunden la conjunción de dos criterios con la disyunción de éstos; de ahí que consideran por separado las dos actividades y hacen el recuento de cada una de ellas (y otros además suman ambos resultados).

- La segunda y tercera cuestión tratan ambas de los mismos conectores lógicos, con la diferencia que en L02 sólo se pide el cardinal del conjunto de jóvenes que cumplen unas condiciones y en L03 se exige la enumeración de los jóvenes que cumplen una condición con la misma operación matemática que la anterior -la combinación de una conjunción y la negación de dos criterios-. Podemos observar que **en la lección L los alumnos han tenido mejor resultado en la cuestión L03 que en la L02**, incluso en esta misma aumenta el porcentaje de éxito respecto al que obtuvieron en la cuestión homóloga del cuestionario Q (es decir, en Q12). Aun así, el porcentaje de error es alto en las dos experimentaciones; en el cuestionario Q es de un 75% y en la lección (L) un 87% en la L02 y un 58% de error en la L03. En este tipo de pregunta aumenta la dificultad por tratarse de la conjunción de la negación de dos criterios en la que el alumnado vuelve a tender a contabilizar por separado la frecuencia absoluta negativa de cada criterio y en algunos casos a sumarlo después del recuento. El tipo de error es similar al que cometen en la primera cuestión, pero en este caso la confusión reside en la disyunción de dos negaciones. Confunden la búsqueda de las coausencias en una operación aritmética de cálculo de frecuencias.
- Las cuestiones L04 y L05 están planteadas para que el alumno pueda trabajar la condicional en ambos sentidos. En ambas se utilizan las mismas actividades o criterios de la tabla T; la actividad que actúa como antecedente en la L04, después es el consecuente en la L05 y viceversa. En la figura 7 podemos observar variabilidad en los aciertos de estas dos cuestiones. En la L05 disminuye el porcentaje de éxito en la lección con respecto al cuestionario Q. Sin embargo, en la L05 -que plantea la condicional de forma inversa a la anterior- el alumnado aumenta el porcentaje de éxito en la lección.
- La cuestión L06 decidimos proponerla en esta segunda ocasión, porque al analizar los resultados de Q, ésta tenía un 75% de éxito. En el cuestionario Q, la pregunta trataba de la atribución de verdad de un enunciado formulado por una negación cuya respuesta correcta era “Falso” (NO). Queríamos comprobar si el alumnado acertó en la respuesta entendiéndola según el correspondiente contenido matemático o tal vez contestaron correctamente, por tratarse de una cuestión que contiene una **negación en su formulación** y a su vez su **respuesta correcta es una negación**. Nuestra sospecha era comprobar de alguna manera si el éxito de esta cuestión corresponde a la consolidación de la atribución de verdad de una negación o a la inercia de contestar NO por la analogía existente entre la formulación de la cuestión y su respuesta correcta (formulación con negación parece conducir a contestar también en negativa -falso-). Una forma de

comprobarlo es volver a formular dicha cuestión haciendo un cambio de variable (la respuesta). Por lo tanto, en esta ocasión hemos mantenido la formulación de la cuestión, pero cambiando la respuesta correcta a VERDADERO (sí). Postulamos que para contestar bien a la cuestión deben entenderla, por el contrario, si se contesta según la analogía explicada, el alumno cometerá error. Una vez realizada la observación de esta lección hemos podido constatar que el porcentaje de éxito en este tipo de operación lógica es más bajo en la lección que en cuestionario Q, pasa de un 75% a un 50%. Creemos que el cambio de variable en la respuesta al mismo tipo de cuestión ha sido pertinente y nos ha posibilitado comparar los resultados de Q con los de la lección.

4.2 ASI como instrumento de diagnóstico en el control de las operaciones lógicas

A partir de las respuestas de los alumnos de 1º de ESO tanto a las cuestiones de la lección, como a sus homólogas del cuestionario Q y teniendo en cuenta los distintos tipos de errores que cometen en dichas respuestas, obtenemos la matriz C (anexo 4). Ésta nos permitirá comparar ambas experimentaciones. Aplicamos CHIC a la submatriz de C en la que se consideran las respuestas incorrectas a las cuestiones de L y Q y los distintos tipos de errores en dichas respuestas, obteniendo los resultados de la figura 11.

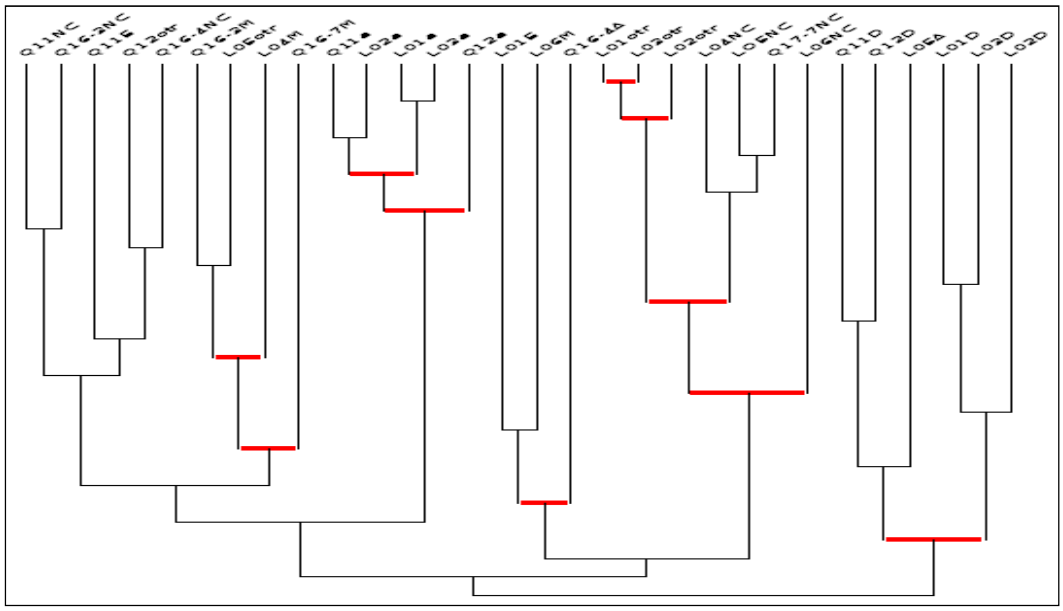


Figura 11 – Árbol de similaridad entre las respuestas incorrectas a Q y L, aplicando CHIC a una submatriz de C (correcto/incorrecto, con identificación de tipos de errores).

En ella podemos observar que las respuestas incorrectas de los alumnos, teniendo en cuenta los distintos tipos de errores, se agrupan distintas clases de cuasi-equivalencia con nudos significativos a distintos niveles. En la primera, tercera y cuarta clases se agrupan todas las respuestas incorrectas por no saber contestar (codificado con NC), error de conteo en algún cardinal (E) y otros errores no identificados (otr). En la primera básicamente aparecen las cuestiones del cuestionario Q y en la tercera y cuarta de la lección L. La segunda clase está formada por todas aquellas cuestiones que han sido contestadas cometiendo el error de sumar las frecuencias absolutas calculadas por separado (codificado con una "a"), al confundir la conjunción de dos criterios con la disyunción de éstos (tal y como se detalla en la interpretación de la figura 10 de la sección

4.1.). Y en la última clase se agrupan las cuestiones identificadas por el error de contestar directamente como una disyunción y no una conjunción (sin sumar los cardinales calculados de cada criterio).

Por otra parte, obtenemos el árbol jerárquico de cohesión implicativa (figura 12), en el que se mantienen agrupadas las mismas clases que aparecen en el árbol de similaridad (figura 11), quedando identificados los mismos tipos de errores que hemos indicado en dicho árbol.

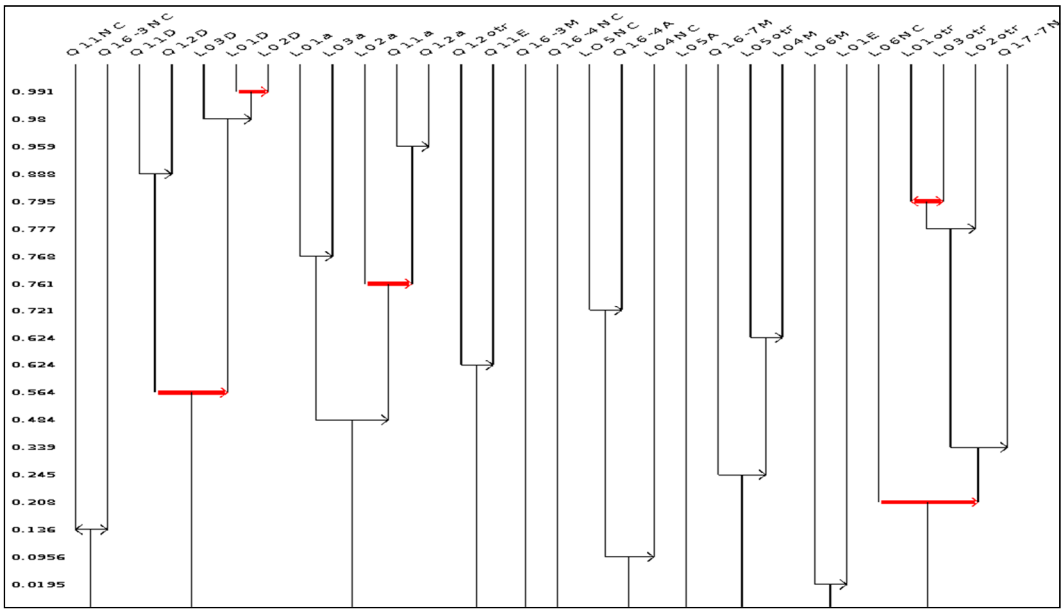


Figura 12 – Árbol jerárquico de cohesión implicativa entre las respuestas correctas a Q, aplicando CHIC a una submatriz de C (correcto/incorrecto, con identificación de tipos de errores).

Y en el grafo implicativo (figura 13), aparecen con mayor significación, tres cadenas implicativas, relacionando de nuevo las mismas cuestiones que en los anteriores árboles, quedando identificados sobre todo los errores cometidos en la conjunción y conjunción de negación.

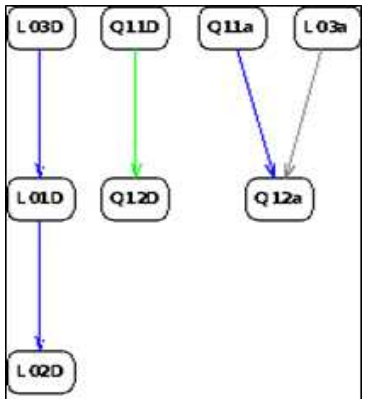


Figura 13 – Grafo implicativo entre las respuestas correctas a Q, aplicando CHIC a una submatriz de C (correcto/incorrecto, con identificación de tipos de errores) 0.99, 0.95, 0.90, 0.85)

Por último, aplicamos CHIC a la submatriz de C que corresponde a las respuestas correctas a Q y L. En el árbol de similaridad (figura 14) podemos observar que hay dos clases de cuasi-equivalencia; en la primera aparecen las cuestiones de Q y L correspondientes a las operaciones conjunción y negación de la conjunción, y la segunda clase viene marcada por las cuestiones que corresponden a la condicional (directa e inversa).

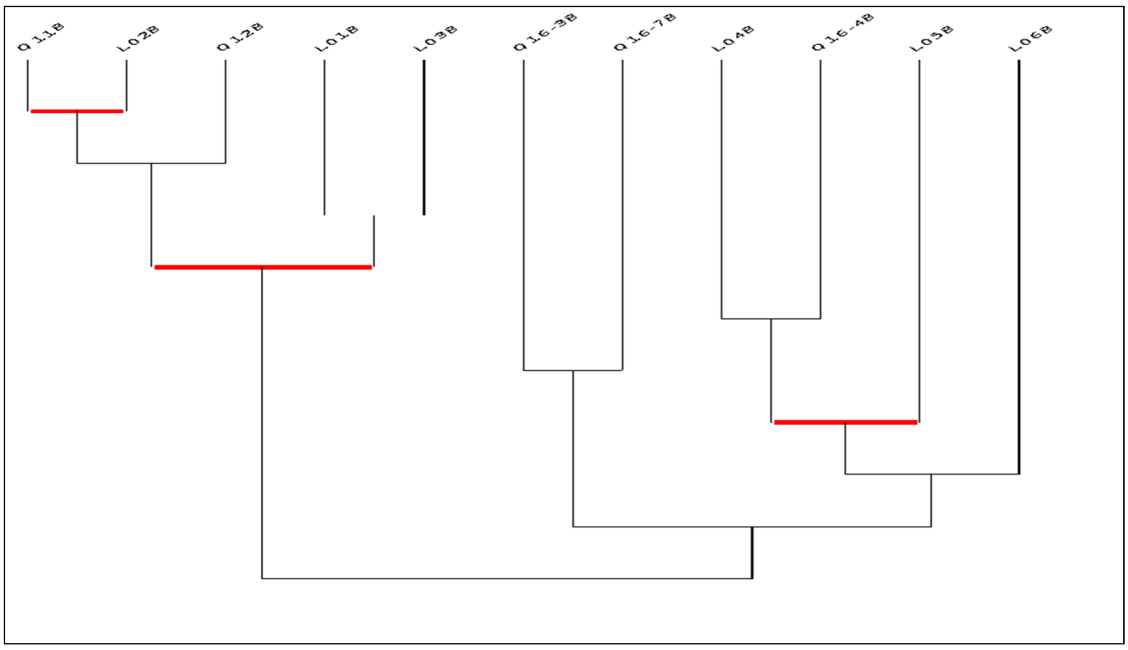


Figura 14 – Árbol de similaridad entre las respuestas incorrectas a Q y L, aplicando CHIC a una ubmatriz de C (respuesta correcta).

Tanto en el árbol jerárquico de cohesión implicativo (figura 15) como en el grafo implicativo (figura 16), también podemos observar que los alumnos que responden correctamente a la cuestión correspondiente a la conjunción de la negación, también lo hacen correctamente a la cuestión con sólo la conjunción. Y en la segunda clase del árbol cohesitivo (figura 15) se observa que la respuesta correcta a la condicional inversa es la que caracteriza dicha clase a nivel de implicación estadística con el segundo nivel significativo (también se puede observar esta misma característica en la segunda clase de cuasi-equivalencia en la figura 14).

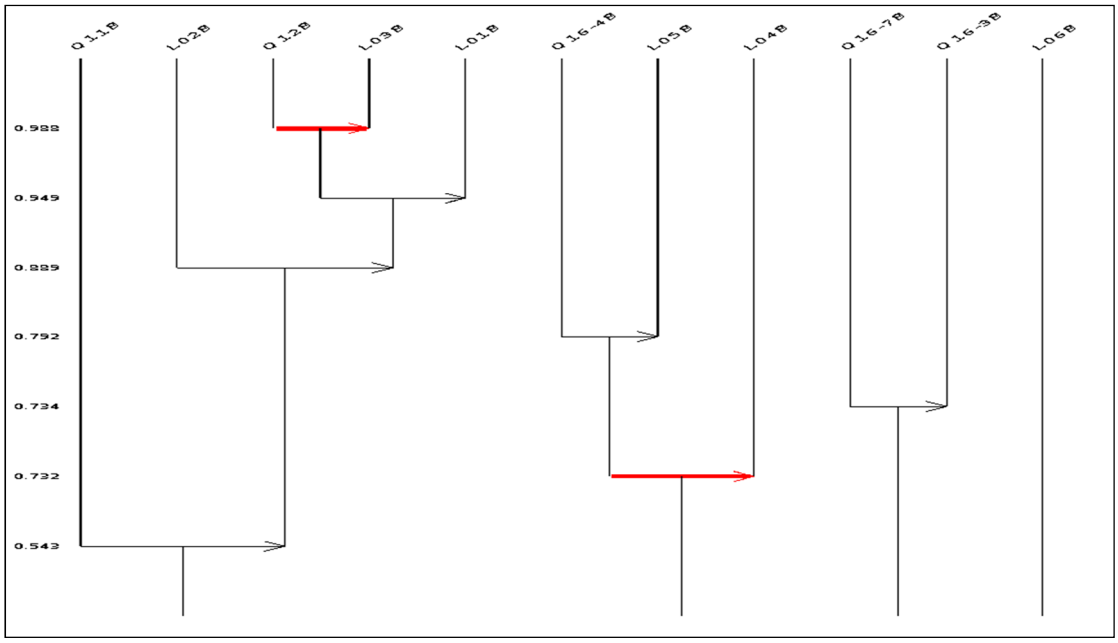


Figura 15 – Árbol jerárquico de cohesión implicativa entre las respuestas correctas a Q, aplicando CHIC a una submatriz de C (respuesta correcta).

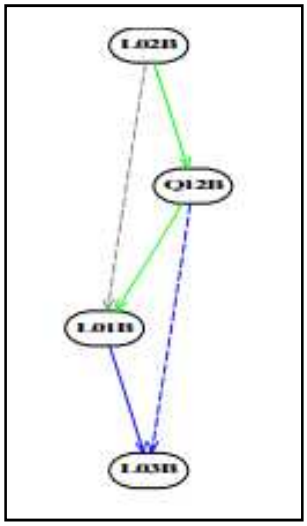


Figura 16 – Grafo implicativo entre las respuestas correctas a Q, aplicando CHIC a una submatriz de C (respuesta correcta) 0.99, 0.95, 0.90, 0.85.

Los resultados de aplicar CHIC a la submatriz de C, nos confirma la coherencia del tipo de errores que han cometido los alumnos en el cuestionario Q y en la lección L, ya que hay una persistencia en la confusión de actividad matemática que tienen que aplicar los alumnos en este tipo de operación lógica (conjunción, negación y conjunción de negación). Esto se puede explicar por una parte porque no hubo una corrección del cuestionario previa a la observación de la lección y por otra, la fundamental, porque estas operaciones no se trabajan a nivel curricular (ya que no aparecen como contenidos en el diseño curricular de la escolaridad obligatoria primaria y secundaria).

5 Conclusiones

Las conclusiones que presentamos, a partir de lo expuesto en esta comunicación, son las siguientes. La aplicación del software CHIC a la matriz a priori del cuestionario Q (MAP), que identifica el trabajo lógico-matemático de las posibles respuestas de los alumnos, ha permitido analizar la relación que existe a priori entre dichas cuestiones: su similaridad y su implicación (Pitarch, I. 2016). Las cuestiones han quedado clasificadas en tres grupos de clases de cuasi-equivalencia: en el primero aparecen las que conllevan trabajo sobre la tabla para comprobar verificación de criterios, en el segundo grupo las que tratan cuantificadores (universal y existencial) y en el tercero se agrupan las cuestiones que exigen recuentos y operaciones lógicas más complejas (conjunción, combinación de conjunción y negación y la condicional). Así mismo, los diversos análisis que permite CHIC complementan la corrección del cuestionario Q en todos los niveles de la educación secundaria (ESO); tratando una submatriz de MP que contiene como datos los resultados de las respuestas correctas de los alumnos a todas las preguntas del cuestionario. Estos análisis han facilitado la obtención de conclusiones, basándonos en la información del estudio a priori mencionado anteriormente: las dos clases de cuasi-equivalencia de los niveles significativos en el árbol de similaridad son las que corresponden a las cuestiones con menor tasa de éxito en sus respuestas: cuestiones que exigen comparación de columnas de la tabla con recuentos de proximidad/distancia y operaciones lógicas como disyunción, negación, conjunción y negación.La comparativa realizada entre los resultados de la lección L y las cuestiones homólogas del cuestionario Q, con la ayuda

del programa informático CHIC, ha confirmado que el tipo de error que cometen los alumnos en las operaciones lógicas básicas persiste en las distintas experimentaciones realizadas, una al principio y otra al final de curso. Esto muestra que el trabajo curricular a lo largo del curso no ha modificado las deficiencias iniciales de los alumnos respecto a las operaciones lógicas. Parece que la carencia existente en el aprendizaje de los contenidos de lógica en diversos niveles educativos, puesta de manifiesto en nuestros trabajos (Orús, 1986, 1992; Orús *et al*., 2005, 2009; Peydró, 2016; Pitarch, 2002, 2016; Pitarch y Orús, 2003, 2005) y la ausencia de estos contenidos a nivel curricular, no es suplida por otros contenidos curriculares; por lo se debería insistir para su introducción en el currículum oficial. En Pitarch (2016) se presenta una propuesta didáctica que permite trabajar los aspectos mencionados.

Bibliografía

[1] Gregori, P., P. Orús e I. Pitarch (2009), Reflexiones sobre el análisis a priori de los cuestionarios basado en técnicas del Análisis Estadístico Implicativo. *Teoría y aplicaciones del ASI: primera aproximación en lengua hispana. ISBN: 978-84-692-3925-4 ed. Universitat Jaume I. Castellón, 159-190.*

[2] Lerman, I. (1981), Classification et analyse ordinale des données. París: Dunod.

[3] Lerman, I., R. Gras y H. Rostam (1981), Elaboration et évaluation d'un indice d'implication pour des données binaires. *I et II, Mathématiques et Sciences Humaines nº 74, 5-35 et nº 75, 5-47.*

[4] Orús, P. (1986), L'ensignement des méthodes de classification. Proposition d'une ingénierie pour le cours moyen. *Coll. Études en Didactiques des Mathématiques. Université de Bordeaux-I. Ed: IREM de Bordeaux.*

[5] Orús, P. (1992), Le raisonnement des élèves dans la relation didactique; effets d'une iniciation à l'analyse classificatoire dans la scolarité obligatoire. Thése presentée à l'Université de Bordeaux.I. Ed: IREM de Bordeaux.

[6] Orús, P. y P. Gregori (2005), Des variables suplémentaires et des eleves "fictifs" dans la fouille des données avec CHIC. *Quaderni di Ricerca in Didattica. Supplemento n.2 al n. 15, Ed. GRIM, Palermo (pp. 279- 293)*

[7] Orús, P., L. Zamora, I. Alonso, A. Gorina y M. Álvarez (2009), Tratamiento de datos, lógica y estadística en la enseñanza preuniversitaria. Un estudio mediante la aplicación del CHIC. Teoría y aplicaciones del ASI: primera aproximación en lengua hispana*. Ed. U. Jaume I Castellón. ISBN: 978-84-692-3925-4, (pp. 279-298)*

[8] Peydró, L. (2016), *La lógica en Formación de Maestros: necesaria e insuficiente.* Tesis doctoral, dirigida por Pilar Orús Báguena. Universitat Jaume I. Castellón.

[9] Pitarch, I. y P. Orús (2003), Logic and data handling in secondary education. CERME 3: Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education. Bellaria, Italy.

[10] Pitarch, I. (2002), *Estudio sobre la viabilidad y el interés didáctico del tratamiento de la información en la ESO*. Trabajo de investigación de tercer ciclo dirigido por P. Orús. (DEA 2004). Universitat Jaume I de Castellón.

[11] Pitarch, I. y P. Orús (2005), Análisis didáctico de un cuestionario en el marco de la teoría de las situaciones didácticas. *Actas del VIII Simposio de investigación en Educación Matemática. Ed. U. Coruña, (pp 1-20).*

[12] Pitarch, I. (2016), Desarrollo de la competencia "tratamiento de la información en la ESO, a través de la lógica y del análisis estadístico de los datos. Tesis doctoral dirigida por P. Orús. (DEA 2004). Universitat Jaume I de Castellón.

Anexo 1. Consigna, tabla y actividades del *Cuestionario Q*

LA CONSIGNA

"Se ha hecho una encuesta a jóvenes entre 15 y 20 años, para que una Agencia pueda organizarles un viaje teniendo en cuenta sus preferencias.

A continuación se presenta una tabla que contiene las respuestas de los jóvenes a la encuesta realizada:

- A la izquierda está el listado de las actividades o lugares que puede tener el viaje, sobre los que se pide la opinión a cada uno de los jóvenes; por ejemplo: "¿te gusta hacer visitas con guía?"
- La letra mayúscula de cada una de las columnas, representa el nombre de uno de los jóvenes; por ejemplo: "el joven K"
- Los jóvenes entrevistados sólo podían contestar un SI o un NO. En la tabla de valores (T) el 1 representa el SI y 0 el NO.

Para ayudar a la Agencia de viajes a obtener información a partir de estos datos, puedes contestar el cuestionario (Q) que se te ofrece a continuación utilizando la Tabla T.

LA TABLA T

¿Te gusta...	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	Z
C1. ir a un museo?	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1
C2. ir a competiciones deportivas?	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1
C3. jugar a tenis?	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1
C4. bañarte?	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
C5. los cruceros por el Caribe?	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
C6. ir a Francia a aprender francés?	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
C7. la montaña?	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
C8. hacer visitas con guía?	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
C9. probar especialidad del lugar?	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0
C10. jugar a las cartas?	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1
C11. ir en bici?	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
C12. las marchas por la montaña?	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1
C13. ir a Italia a visitar museos?	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
C14. pernoctar en un castillo?	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

CUESTIONARIO Q

Q1. ¿Al joven H le gustan las actividades de competición deportiva? .....
Q2. ¿A cuántos jóvenes les gusta hacer visitas con guía? .....
Q3. ¿Cuántas actividades le gustan al joven Q? .....
Q4. ¿Existe algún tipo de actividad que les guste a todos los jóvenes? ..... ¿Hay otras? Dí cuáles .....
Q5. ¿Existe algún joven a quien no le guste ningún tipo de actividad?.....En caso afirmativo, indica su nombre.....
Q6. Los jóvenes, ¿prefieren ir a competiciones deportivas o ir a Francia a aprender francés?.....
Q7. ¿Existe algún joven a quien le gusten todas las actividades? .....Si encuentras alguno, escribe su nombre .....
Q8. ¿Hay algún tipo de actividad que guste más que la de pernoctar en un castillo? .....
Q9. ¿Qué pareja de jóvenes tiene más posibilidades de encontrarse en la montaña, H-I o R-S? ..... ¿Por qué? .....
Q10. ¿Cuántas diferencias hay entre las respuestas de los jóvenes C y E? .....
Q11. ¿Cuántos jóvenes prefieren probar las especialidades del lugar y bañarse?.....
Q12. ¿A cuántos jóvenes no les gusta ir a competiciones deportivas, ni jugar a tenis? .....
Q13. Por sus elecciones, las jóvenes J y L se parecen: -nada -un poco -bastante -mucho
Explica cómo has llegado a tu conclusión .....
Q14. Si la Agencia de viajes quisiera programar sólo tres actividades, escribe los tipos de actividades que tú le ayudarías a elegir .....¿Por qué? .....
Q15. Las respuestas del joven I, ¿se parecen más a las del joven F o a las del joven J?.....Razona tu respuesta .....

Q16. Dí si es verdadera o falsa, cada una de las siguientes frases:

	V	F	NS
Q16.1) Al joven F no le gusta jugar al tenis			
Q16.2) Al joven B le gusta ir a Francia a aprender francés			
Q16.3) A todos los jóvenes que les gusta ir en bici, también les gusta la montaña			
Q16.4) A todos los jóvenes que les gusta la montaña, también les gusta ir en bici			
Q16.5) Los jóvenes prefieren más las visitas con guía, que ir a Italia a visitar museos			
Q16.6) Los jóvenes prefieren más los cruceros por el Caribe, que ir en bici			
Q16.7) No es verdad que a G le guste probar las especialidades del lugar			
Q16.8) A los jóvenes H y O les gustan el mismo tipo de actividades			
Q16.9) A todos los jóvenes les gustan las marchas en la montaña			
Q16.10) Los jóvenes L y N están de acuerdo en diez cuestiones de la encuesta			

Q17) ¿A qué porcentaje de los jóvenes les gusta jugar a las cartas? .....
Q18) Si consideramos -jugar a tenis- como una variable estadística, ¿qué frecuencia absoluta dirías que tiene en esta distribución estadística? .....
Q19) ¿Qué frecuencia relativa tendría la variable estadística de la pregunta anterior?.....

Estas tres preguntas sólo se les plantea a los alumnos de 3º y 4º de ESO (14-16 años), junto al resto de cuestiones presentadas anteriormente. La razón es porque éstos están más familiarizados con estos conceptos elementales de Estadística descriptiva.

Anexo 2. Matriz a priori del cuestionario Q (MAP)

	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	9.1	Q10	Q11	Q12	Q13	13.1	Q14	14.1	Q15	15.1	16.1	16.2	16.3	16.4	16.5	16.6	16.7	16.8	16.9	16.10	Q17	Q18	Q19
TABL	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
TFIL	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1
TCOL	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0
ROBL	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1
RALT	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
RCAR	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
CFIL	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
CCOL	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
CSEM	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0
CCAR	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0
FDIF	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
FCOI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
FPRE	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0
FAUS	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
LIMP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
LEXI	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
LUNI	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
LCON	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
LDIS	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
LNEG	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
LRSN	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
LRSI	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
LAVV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
LRVE	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0
EFIM	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1
EFEX	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
Efre	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
EPER	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
EMIM	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ARGU	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Anexo 3. Consigna, tabla y actividades de la lección “Juego de la agencia de viajes” (L)

LA CONSIGNA

“Se ha hecho una encuesta a jóvenes entre 15 y 20 años, para que una Agencia pueda organizarles un viaje teniendo en cuenta sus preferencias.

A continuación se presenta una tabla que contiene las respuestas de los jóvenes a la encuesta realizada:

- A la izquierda está el listado de las actividades o lugares que puede tener el viaje, sobre los que se pide la opinión a cada uno de los jóvenes; por ejemplo: “¿te gusta hacer visitas con guía?”
- La letra mayúscula de cada una de las columnas, representa el nombre de uno de los jóvenes; por ejemplo: “el joven K”
- Los jóvenes entrevistados sólo podían contestar un SI o un NO. En la tabla de valores (T) el 1 representa el SI y 0 el NO”.

La tabla T es la misma que la del cuestionario Q.

CUESTIONES SEGÚN MODALIDAD DE VIAJE
Modalidad C: VIAJE "C" CON ACTIVIDADES CULTURALES Responde a las siguientes cuestiones, ayudándote de la tabla T. **CQ1:** ¿A qué jóvenes les gusta ir a Francia a aprender francés y a Italia a visitar museos? **CQ2:** ¿A cuántos jóvenes no les gusta pernoctar en un castillo, ni hacer visitas con guía**?.** **CQ3:** ¿A qué jóvenes no les gusta ir a un museo, ni hacer visitas con guía? **CQ4:** ¿A todos los jóvenes que les gusta ir a un museo, les gusta ir a Italia a visitar museos? **CQ5:** ¿A todos los jóvenes que les gusta ir a Italia a visitar museos, les gusta ir a un museo? **.....** **CQ6:** No es cierto que al joven M le guste ir a Francia a aprender francés. ¿Verdadero o falso?**....**
Modalidad D: VIAJE "D" CON ACTIVIDADES DEPORTIVAS Responde a las siguientes cuestiones, ayudándote de la tabla T. **DQ1:** ¿A qué jóvenes les gusta la montaña y las competiciones deportivas? **.....** **DQ2:** ¿A cuántos jóvenes no les gusta ir en bici, ni las competiciones deportivas?**.....** **DQ3:** ¿A qué jóvenes no les gusta jugar a tenis, ni las marchas por la montaña? **.....** **DQ4:** ¿A todos los jóvenes que les gusta ir en bici, les gusta jugar a tenis? **.....** **DQ5:** ¿A todos los jóvenes que les gusta jugar a tenis, les gusta ir en bici? **.....** **DQ6:** "No es cierto que al joven M le guste ir a la montaña". ¿Verdadero o falso?. **.....**
Modalidad O: VIAJE "O"CON ACTIVIDADES OCIO Responde a las siguientes cuestiones, ayudándote de la tabla T. **OQ1:** ¿A qué jóvenes les gusta jugar a cartas y bañarse? **.....** **OQ2:** ¿A cuántos jóvenes no les gusta bañarse, ni los cruceros por el Caribe? **.....** **OQ3:** ¿A qué jóvenes no les gusta jugar a cartas, ni las competiciones deportivas? **.....** **OQ4:** .¿A todos los jóvenes que les gusta jugar a cartas, les gusta pernoctar en un castillo? **...** **OQ5:** ¿A todos los jóvenes que les gusta pernoctar en un castillo, les gusta jugar a cartas? **.....** **OQ6:** "No es cierto que al joven R le guste jugar a cartas". ¿Verdadero o falso?**.....**

Anexo 4. Matriz C, comparación de los resultados de los alumnos en la lección L y en las cuestiones homólogas del cuestionario Q

	Q1LB	Q1L6NC	Q1LE	Q1LD	Q1La	L01B	L06E	L06D	L01a	Q12B	Q12D	Q12a	L02B	L02D	L02a	L05B	L03D	L03a	Q16-3B	Q16-3NC	L04B	L04NC	Q16-4B	Q16-6NC	Q16-4A	L05B	L05NC	L05A	Q16-7B	Q17-7NC	L06B	L06NC
tg01	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1
tg02	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0
tg03	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
tg04	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
tg05	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0
tg06	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0
tg08	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0
tg09	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0
tg10	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0
tg11	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0
tg12	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
tg13	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0
tg15	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
tg16	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0
tg17	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0
tg18	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0
tg19	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
tg21	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0
tg22	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
tg23	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0
tg24	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0
tg25	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0
tg26	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0
tg27	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1

ANÁLISIS DE LA AUTOIMAGEN DE JÓVENES DEPORTISTAS DE ÉLITE MEDIANTE GRAFOS IMPLICATIVOS

Vera FELIP[1], Pablo GREGORI[2] y Pilar ORÚS[3]

ANALYSE DE L'IMAGE DE SOI DE JEUNES SPORTIFS DE HAUT NIVEAU À TRAVERS LES GRAPHES IMPLICATIFS

ANALYSIS OF SELF-IMAGE IN YOUNG TALENTED SPORTGIRLS BY MEANS OF IMPLICATIVE GRAPHS

RESUMEN

Se presentan y analizan unos datos obtenidos en una experiencia educativa, en el Complejo Educativo de Cheste (Valencia, España) en el que residen jóvenes deportistas de élite que compaginan su entrenamiento y sus estudios de enseñanza secundaria (2016/17). Para poder abordar y debatir sobre algunas opiniones y prejuicios, observados por una educadora en dichas alumnas, se elaboró una situación didáctica basada en los datos obtenidos a partir de una encuesta E. Dicha encuesta recoge, por una parte, opiniones de las alumnas centradas en la imagen que tienen de sí mismas (autoimagen) y por otra parte, en la valoración que hacen sobre determinadas características de deportes. En esta comunicación, se analizarán los datos que hemos llamado de autoimagen, en relación tanto a sus propias características físicas, como al deporte que practican. En Felip *et al.* (2017) se presenta el análisis de las opiniones sobre los deportes a partir de determinadas características. Los análisis estadísticos que implementa CHIC, y en particular los grafos implicativos, nos han permitido presentar una mayor información sobre todas estas opiniones de alumnas (11-13 años) que la que se puede extraer de los estadísticos "clásicos" de análisis de estos mismos datos, que también se presentan.

Palabras clave : *opiniones, autoimagen adolescentes, deporte, análisis implicativo, experiencia educativa.*

RÉSUMÉ

Nous présentons et analysons des données obtenues lors d'une expérience éducative au Complexe Éducatif de Cheste (Valencia, España) dans lequel résident de jeunes sportifs de haut niveau qui concilient leurs entraînements avec leurs études d'enseignement secondaire (2016/2017). Pour pouvoir aborder et débattre sur certaines opinions et préjugés observés par une formatrice, nous avons élaboré une situation didactique à partir de certaines données obtenues grâce à un questionnaire E. Ce questionnaire recueille d'un côté les opinions des élèves centrées sur l'image qu'elles ont d'elles mêmes (image de soi), et d'un autre côté la valorisation qu'elles font sur certaines caractéristiques des sports. Cette communication analysera les données que nous avons dénommées comme image de soi, en relation tant avec leurs propres caractéristiques physiques, comme avec le sport qu'elles pratiquent. Chez Felip *et al.* (2017) nous présentons l'analyse des opinions sur les sports à partir de certaines caractéristiques. Les analyses statistiques implémentées par CHIC, et particulièrement les graphes implicatifs, nous ont permis de présenter une plus grande information relative aux

[1] Complejo Educativo de Cheste, Centro de Residencias, Ctra. CV-378, Km. 0,300 46380-Cheste (Valencia), Spain, verafelip@gmail.com

[2] Instituto Universitario de Matemáticas y Aplicaciones de Castellón, Departamento de Matemáticas, Universitat Jaume I de Castellón, Campus Riu Sec, E-12071 Castellón, Spain, gregori@uji.es

[3] Instituto Universitario de Matemáticas y Aplicaciones de Castellón, Universitat Jaume I de Castellón, Campus Riu Sec, E-12071 Castellón, Spain, orus@uji.es

opinions de ces élèves (11-13 ans), que celle que l'on peut extraire des statistiques "classiques" d'analyse de ces mêmes données, qui se présentent également.

Mots-clés : *opinions, image de soi, adolescents, sport, analyse implicative, expérience éducative.*

ABSTRACT

We present and analyse data obtained in an educational experience, in the Educational Complex of Cheste (Valencia, Spain) where some young talented sportgirls and sportboys combine their training with their High School Studies (2016/17). In order to tackle and debate about some opinions and prejudices, observed in these students by an educator, an educational situation was prepared starting from data obtained from a poll named E. This poll collects on the one hand students' opinions about the image they have of themselves (self-image), and on the other hand the assessment done about certain characteristics of sports. In Felip *et al.* (2017) we present the analysis of the opinions about sports based on certain characteristics. The statistical analysis implemented by CHIC, and specially the implicative graphs, allowed us to present more information about the opinions of these students (11-13 years old), than the one extracted from "classical" statistical analysis of these same data, also presented.

Keywords : *opinions, self-image, adolescents, sport, implicative analysis, educational experience.*

1 Introducción

Se presentan y analizan unos datos obtenidos en una experiencia educativa, en el Complejo Educativo (CE) de Cheste (Valencia, España) en el que residen jóvenes deportistas de élite que compaginan su entrenamiento y sus estudios de enseñanza secundaria http://intercentres.edu.gva.es/cecheste/. Las alumnas están internas de lunes a viernes, ya que al tratarse de alumnas de Planes de Especialización Deportiva disfrutan de una beca de sus respectivas Federaciones. Para poder abordar y debatir sobre algunas opiniones y prejuicios, observados por una educadora en dichas alumnas, en el curso escolar 2016/17, se elaboró una actividad educativa basada en las situaciones didácticas propuestas por Orús (1992) y Pitarch (2002, 2016) Dicha actividad educativa llevada a cabo durante el curso escolar 2016/17 tenía los siguientes objetivos:

Conocer y debatir las opiniones sobre diversos aspectos del deporte de jóvenes alumnas, deportistas de élite todas ellas, en diversas especialidades.

Realizar un Juego sobre tablas binarias, con los mismos objetivos de las situaciones didácticas propuestas por sus autoras en diversos trabajos (Orús, 1986, 1992; Pitarch, 2002, 2016; Pitarch y Orús, 2003; Orús *et al.*, 2009), como una actividad que desarrolla, la lógica y la capacidad de argumentar y razonar de las alumnas, a la vez que la competencia transversal "*Tratamiento de la información*" de la ESO (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2013 ; Guerrero, 1999).

En esta actividad, la argumentación y el debate se quería centrar sobre diversos aspectos y características del deporte y de los diferentes deportes que se practican en el CE de Cheste. Para ello se realizaron dos encuestas y dos situaciones de debate sobre ellas. Estas encuestas son:

una encuesta para conocer las opiniones de las alumnas sobre estos aspectos, que llamaremos "Encuesta E". Los datos que vamos a utilizar en esta comunicación, son parte de los obtenidos a partir de esta encuesta E;

y otra con un cuestionario similar al del "Juego del viaje" utilizado por Pitarch en sus experimentaciones con alumnos de educación secundaria obligatoria (ESO), con preguntas que debían responder con ayuda de una tabla T de datos binarios: el "Cuestionario Q". El análisis del trabajo lógico y de razonamiento que permiten realizar las tablas binarias (Orús, 1993; Orús y Pitarch, 2000) se presentan en la comunicación Pitarch *et al.* (2017).

Queremos señalar a continuación, las circunstancias de la realización de ambas encuestas, puesto que creemos que ayudan a contextualizar los resultados y conclusiones que puedan extraerse en este trabajo. Las encuestas se han pasado a un grupo de alumnas de 1º (22 niñas) y de 2º (15 niñas) de la ESO del Colegio Oso, en una residencia del CE de Cheste. Dichas encuestas y cuestionarios se pasaron en dos grupos, el jueves 15 y el 19 de diciembre de 2016, al finalizar el periodo de estudio obligatorio. Se eligieron dichas fechas ya que, al tratarse de final de trimestre, las alumnas no tenían demasiados deberes ni exámenes, por lo que se facilitaba su participación (se le dio a la actividad el carácter de obligatoria), si bien resultó que varias de ellas sí que tenían deberes. En cuanto a la motivación, muchas de las alumnas se quejaron por tener que rellenar varias encuestas con diferentes temáticas, ya que en días anteriores se les había pasado otras (un sociograma, unas fichas sobre su rendimiento académico, etc.); también preguntaron insistentemente, sobre el carácter obligatorio de la actividad. Coincidió el pase del día 19, con una climatología especialmente adversa y muchas de las niñas no acudieron al centro ese día por problemas en el transporte escolar que debía traerlas. Por todo ello, el cuestionario Q se les presentó a las alumnas como un juego en el que podían participar si así lo consideraban, sobre todo si no tenían deberes. Algunas de ellas no participaron en el Juego (rellenar el cuestionario y corregirlo colectivamente), pero lo contestaron posteriormente, por tanto se tiene la totalidad de respuestas en ambos casos, encuesta E y cuestionario Q (en Anexo 1).

2 Problemas de investigación planteados

Al inicio de la extracción de datos de la encuesta, nos encontramos con la complejidad de unas encuestas que habían sido elaboradas con fines educativos y no de investigación y que nos proporcionaban una abundante y caótica información que decidimos fragmentar y analizar separadamente, para poder abordarla más fácilmente y de manera más significativa: el alto número de variables posibles por una parte y una cantidad no muy grande de efectivos (37 alumnas) por otra, fue la razón determinante para ello. La variedad de los temas que se abordaban en la encuesta E, también nos ayudó en la decisión de abordar por separado el tema de la autoimagen de las alumnas, en esta comunicación y su opinión sobre los diferentes deportes, que se aborda en la comunicación "*Opiniones y prejuicios sobre el deporte de jóvenes deportistas de élite. El cono implicativo organizador de la información*" (Felip *et al.*, 2017). Como utilizadores del análisis estadístico implicativo (ASI) en el ámbito de la Didáctica de las Matemáticas (Orús, 2003; Orús y Pitarch, 2000; Gregori *et al.*, 2009), nos planteamos seguir profundizando en el potencial informativo que tiene el ASI (Gras *et al.*, 2008; Gras *et al.*, 2013) a través de

las gráficas y cálculos que las diferentes opciones del programa informático CHIC nos ofrece. Es decir, ver qué respuestas nos ofrece el ASI, a partir de nuestro corpus de datos:

"Disposant d'un corpus de données croisant sujets et variables, l'Analyse Statistique Implicative offre des réponses à certains objectifs du chercheur:

- Extraire de cet ensemble de données où les sujets sont éléments d'un ensemble discret E et les variables sont de natures diverses, des règles implicatives par exemple du type : « si la variable a est instanciée alors généralement la variable b l'est aussi », dans le cas de variables booléennes,

- Affecter à chaque règle une valeur numérique de [0,1] croissante avec la qualité prédictive de la règle,

- Représenter par un graphe dit implicatif, non symétrique, pondéré et sans cycle, l'ensemble des règles de qualité au moins égale à un certain seuil d'acceptabilité,

- Interpréter en donnant du sens aux arêtes du graphe, mais aussi aux structures connexes qui le constituent." (Lahanier-Reuter et al. 2015)

En ese sentido, buscamos respuestas a las siguientes preguntas:

¿El ASI permite completar la interpretación de los datos recogidos en la encuesta E por los estadísticos clásicos?, ¿qué nuevas informaciones nos ofrecen sobre los datos, los diversos grafos que nos proporciona CHIC?

Los conos implicativos, ¿son en este caso una opción, organizadora de nuestra información?

Para nuestro equipo, es importante encontrar respuestas a estas preguntas para poder mostrar esos resultados de la encuesta E no sólo a los autores de la experimentación sino también a sus compañeros y educadores interesados en la problemática y que desconocen el ASI. Consideramos contribuir en cierta manera a la "didáctica" del ASI.

3 La encuesta sobre sus opiniones: Encuesta E

La Encuesta E consta de preguntas que van a jugar un papel diferente en la experiencia educativa de debate posterior sobre los datos que se obtengan; por tanto también van a tener un trato diferenciado en ambas comunicaciones (ver figura 1).

A.- Qué deporte practicas: .....

B.- Respecto este deporte que tú practicas, responder SI o NO en cada casilla si tú misma te consideras:

(Se puede contestar NO a dos opciones contrapuestas)

Alta	Baja	Con sobrepeso	Demasiado delgada	Fuerte	Débil

C.- Mi deporte favorito es: .....

D.- Edad: ..... años Peso aprox.: ..... kg.

Marcar con una X si estas de acuerdo con el enunciado. (Se pueden marcar varias opciones)	AJEDREZ	ATLETISMO	BALONMANO	BEISBOL Y SOFBOL	ORIENTACIÓN	HOCKEY	KARATE	MOTOCICLISMO	NATACIÓN	RUGBY	TAEKWONDO	TENIS DE MESA	TRIATLON	VOLEIBOL
E1. Señala los deportes para los que tu consideras que es necesario tener una estatura alta														
E2. Señala los deportes para los que en tu opinión es muy importante el control del peso														
E3. Indica, según tu opinión, qué deportes requieren una mayor musculatura/fuerza														
E4. Indica qué deportes requieren dedicar más tiempo para un mayor nivel de entrenamiento														
E5. Señala los deportes para los que son muy importantes las normas y reglas														
E6. Señala , los deportes que consideres requieren una mayor resistencia física														
E7. Señala los deportes que consideres que son los más competitivos														

F.- Responde SI o NO según lo que tú misma consideres, es decir según cuál sea tu opinión personal sobre cada pregunta:

(Marcar con X la opción que tu eliges en cada pregunta)	SI	NO
1.- Practicar un deporte es un derecho de todas las personas.		
2.- Son necesarios los estiramientos posteriores a la práctica del deporte.		
3.- Tengo el peso adecuado para el deporte que practico.		
4.- Tener un buen rendimiento académico me ayuda a ser mejor deportista.		
5.- El ajedrez es un deporte.		
6.- Ducharse después de practicar deporte es suficiente para tener una buena higiene.		
7.- Eres una persona tímida.		
8.- Practicar un deporte me ayuda a mejorar mi relación con las otras personas.		
9.- El motociclismo es un deporte.		
10.- Ser buen deportista me ayuda a mejorar mi rendimiento académico.		
11.- Existen prejuicios sobre las mujeres que practican deporte.		
12.- El deporte que practicas es para el que tienes más cualidades.		
13.- Es suficiente el calentamiento previo para evitar lesiones.		
14.- El tiempo dedicado a entrenar es el adecuado.		
15.- Si no pudieras dedicarte a tu deporte querrías practicar otro.		
16.- Indica qué prejuicios consideras que existen sobre los deportistas de elite :		
16.- Indica qué otro deporte distinto del principal que practicas querrías practicar si tuvieras tiempo:		

Gracias por tu interés y colaboración respondiendo con sinceridad y atención.

Nombre y Apellidos: .....

Di las tres preguntas que menos te han gustado: .....

Si las elimináramos, ¿qué otras preguntas añadirías tú?:

Figura 1 – Encuesta E pasada a las alumnas del CE de Cheste.

Distinguiremos los siguientes bloques de preguntas:

Sobre datos objetivos, completados posteriormente (altura y el cálculo del IMC).

Preguntas de "autoimagen" sobre estos datos.

Preguntas de opinión sobre determinadas características físicas en todos los deportes que ellas practican, incluyendo además el ajedrez y el motociclismo.

Preguntas de respuesta binaria, que servirán de soporte a la Tabla T para la segunda sesión de debate con las alumnas, una vez realizado el juego con una Tabla T de datos ficticios; hay incluidas entre ellas algunas preguntas sobre otros aspectos de "autoimagen" (timidez, …).

En este trabajo abordamos los bloques 1, 2 y 4; mientras que en Felip *et al*. (2017), se analiza el bloque 3. ¿A qué hemos llamado autoimagen?

El autoconcepto es, según la Real Academia Española de la Lengua (RAE), "*la opinión que una persona tiene sobre sí misma, que lleva asociado un juicio de valor*". Este concepto se divide en tres componentes (Carl Rogers, 1959), dos de los cuales no aparecen recogidos como tal, en el diccionario de la RAE, sino que corresponden a su adaptación del inglés:

Autoimagen: Representación mental que tenemos de nosotros mismos (del inglés self-image).

Autoestima: Percepción evaluativa de nosotros mismos.

Autoideal: Imagen ideal que tenemos de nosotros mismos.

Por tanto se puede decir que "autoimagen" es la "representación mental que tenemos de nosotros mismos (del inglés *self-image*) y uno de los tres componentes del citado "autoconcepto" (junto a la autoestima y al autoideal). Por tanto, la autoimagen también lleva asociado un juicio de valor. Sin embargo, al hablar de autoimagen englobamos tres conceptos: cómo nos vemos a nosotros mismos, cómo nos ven los demás, y cómo percibimos lo que los demás ven de nosotros. En esta comunicación nos referiremos sólo al primer concepto que engloba la autoimagen, es decir a la manera en la que cada persona se ve a sí mismo, limitándonos además solamente al aspecto físico (peso, altura y fuerza). Este aspecto era el que más nos interesaba debido a algunos comportamientos observados por una educadora, sobre todo a la hora de alimentarse y en relación a la consideración de los diferentes deportes que practican. De hecho, algunos estudios descriptivos (Pérez Recio *et al*., 1992) afirman que en los deportes en los que se requiere control de peso, aparecen conductas alimentarias anormales y perturbaciones emocionales similares a las de anorexia y bulimia. Otros autores también sitúan a los adolescentes deportistas como grupo de riesgo en el aspecto nutricional (Eisenstein, 1994). En Kirkcaldy *et al*. (2002), se señala que los que practican deporte suelen tener una autoimagen más elevada.

3.1 Variables y datos: objetivos y de autoimagen

3.2 Variables retenidas

Variables retenidas y su codificación en los diferentes análisis sobre autoimagen:

Las **variables objetivas** (PESO, ALTUR e IMC) se les ha atribuido los valores de 0, 0.5 o 1 según que el valor original de la medida correspondiente pertenezca a uno de los tres

intervalos utilizados: PESO: [36, 45[- [45, 55] y]55, 67]; ALTUR: [148, 155[- [155, 165] y]165, 174]; e IMC: [15.4, 18] [18.2, 20.3] y [20.7, 22.4].

Las **variables de autoimagen** (I-Alt, I-Pes e I-Frz), representan la opinión de las alumnas sobre su altura, peso y fuerza. También se les ha atribuido valores 1 según que la opinión sobre su propia imagen sea que se consideran altas, con sobrepeso o fuertes para el deporte que practican, valores 0 cuando no se consideran, 0,5 cuando ns/nc. Estas respuestas corresponden a las preguntas del apartado B.

También hay **otras variables binarias de autoimagen (**F3Ip, F7It y F12I+c) que se corresponde con las respuestas a las preguntas del apartado F de la Encuesta E: F3 (Tengo el peso adecuado para el deporte que practico), F7 (Eres una persona tímida) y F12 (El deporte que practicas es para el que tienes más cualidades). Se incluyen por su contenido de autoimagen.

Las **variables curso** (1º y 2º.), son binarias e indican el curso que estudian las alumnas.

Las **variables deportes,** son binarias y se corresponden con los 11 deportes que se practican en el CE de Cheste; se han utilizado las tres primeras letras del deporte (Aje por ajedrez, Vol por vóley, etc.) para su codificación y el valor 1 indica que la alumna practica ese deporte. Se han incluido los 11 deportes que practican las alumnas, así como tenis de mesa (se practica en el CE, aunque no exista ninguna alumna de la Encuesta que lo practique) más ajedrez y motociclismo, añadidos por motivos didácticos y para el debate de la situación. En el apartado "datos objetivos", se detallan todas estas variables-deportes.

3.3 Datos objetivos

Población: 37 alumnas de 1º (22) y 2º (15) de la ESO. Deportes que se practican en el C.E. de Cheste y número de alumnas de nuestro trabajo, que los practican, entre paréntesis: **Atl**etismo (2), **Bal**onmano (4), **Béi**sbol (2), **Hoc**key (7), **Kar**ate (2), **Nat**ación (6), **Ori**entación (3), **Rug**by (1), **Tae**kwondo (4), **Tri**atlón (2) y **Vol**eibol (4). **Ten**is de mesa no tiene alumnas que lo practiquen, y **Aje**drez y **Mot**ociclismo no se practican en el centro (0). Para las variables objetivas ALTUR y PESO hemos preferido utilizar intervalos de peso y altura adaptados a las características especiales de nuestras alumnas deportistas de élite, teniendo en cuenta la media de cada una de estas variables, por considerarlos más adecuados a sus características. Todas las alumnas se encuentran dentro de los percentiles normales para su edad, por eso se han calculado los intervalos de manera que el intervalo central, en torno a la media de cada variable, pudiese contener más de la mitad de los efectivos.

La distribución del número de efectivos asignados a cada intervalo son los siguientes (indicados entre paréntesis):

Datos objetivos que se han considerado para la variable altura (ALTUR) en cm:

intervalo [148, 155[se encuentran 5 alumnas; valor variable ALTUR = 0.
intervalo [155, 165] se encuentran 19 alumnas, valor variable ALTUR = 0,5.
intervalo]165, 174] se encuentran 13 alumnas, valor variable ALTUR = 1.

Datos objetivos que se habían considerado para la variable peso (PESO):

intervalo [36, 45[Kg se encuentran 9 alumnas; valor variable PESO = 0.
intervalo [45, 55] se encuentran 20 alumnas; valor variable PESO = 0,5.
intervalo]55, 67] se encuentran 8 alumnas; valor variable PESO = 1.

Los datos objetivos de peso y altura de las alumnas se representan en la figura 2, diferenciando el curso (1º y 2º).

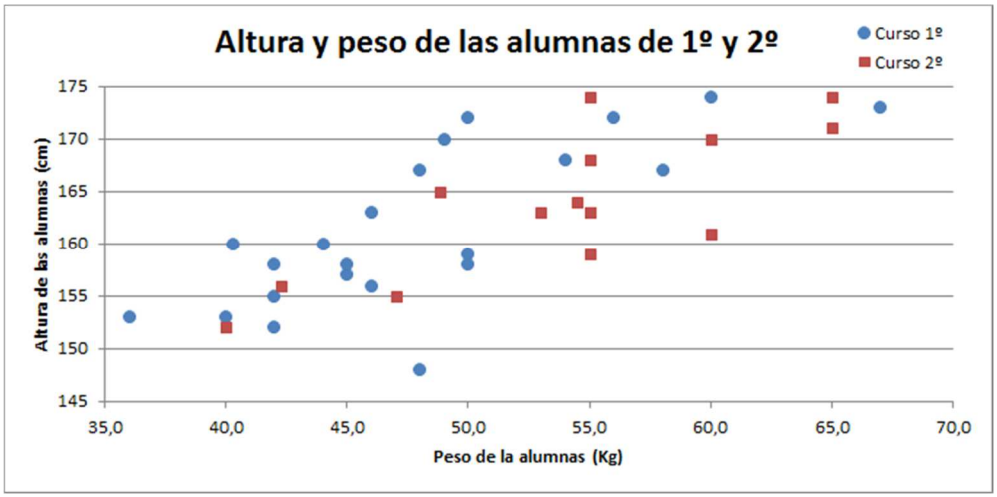


Figura 2 – Altura (cm.) y Peso (Kg.) de las alumnas.

La edad de las alumnas (entre 11 y 13 años) implica que se encuentran en la pubertad y por ello en un período muy cambiante de estas variables peso y altura (Burrows *et al.*, 2004). Por ello hemos calculado los IMC (Índice de masa corporal, BMI en inglés) como dato objetivo de relación entre peso y altura de cada alumna encuestada (IMC=Peso/Altura^2, en Kg y metros respectivamente). Para esta nueva variable IMC, utilizaremos los valores propuestos por las particiones óptimas obtenidas con CHIC (por el método de las nubes dinámicas): IMC1 de 15.4 a 18; IMC2 de 18.2 a 20.3 e IMC3 de 20.7 a 23.1; o en su caso los valores, simplificados para IMC1:0; IMC2:0,5 y para IMC3:1. En figura 3, los IMC de las alumnas, por curso.

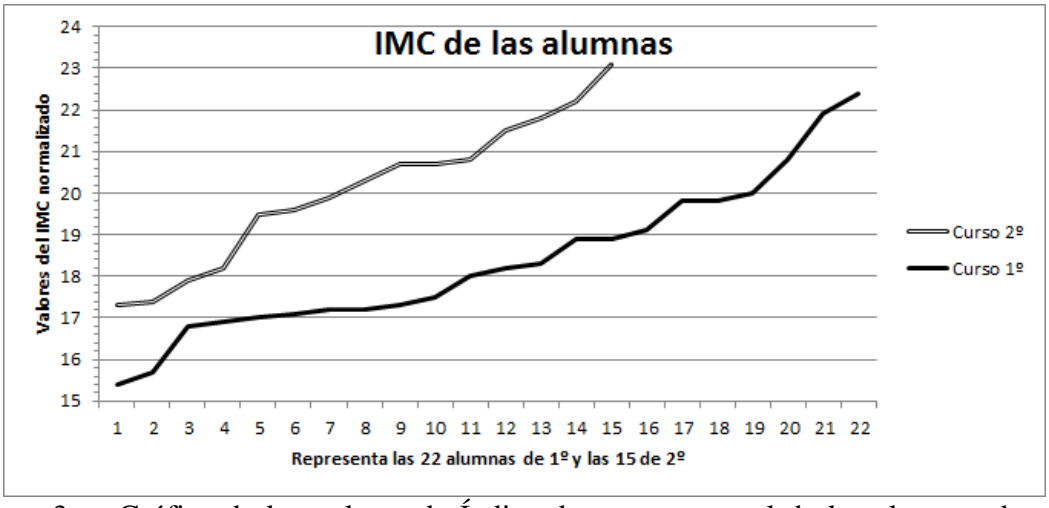


Figura 3 – Gráfica de los valores de Índice de masa corporal de las alumnas de cada curso.

3.4 Datos de autoimagen

Empezaremos analizando los datos de autoimagen correspondientes a los valores de las variables de autoimagen: imagen de altura (I-Alt), imagen del peso (I-Pes) e imagen de la fuerza (I-Frz). En la figura 4 se pueden observar los porcentajes de las respuestas de las alumnas sobre autoimagen, correspondientes a las preguntas del apartado B; es decir

cómo se consideran las alumnas respecto a su altura (I-Alt, en azul), su peso (I-Pes, en verde) y su fuerza (I-Fzr, en naranja).

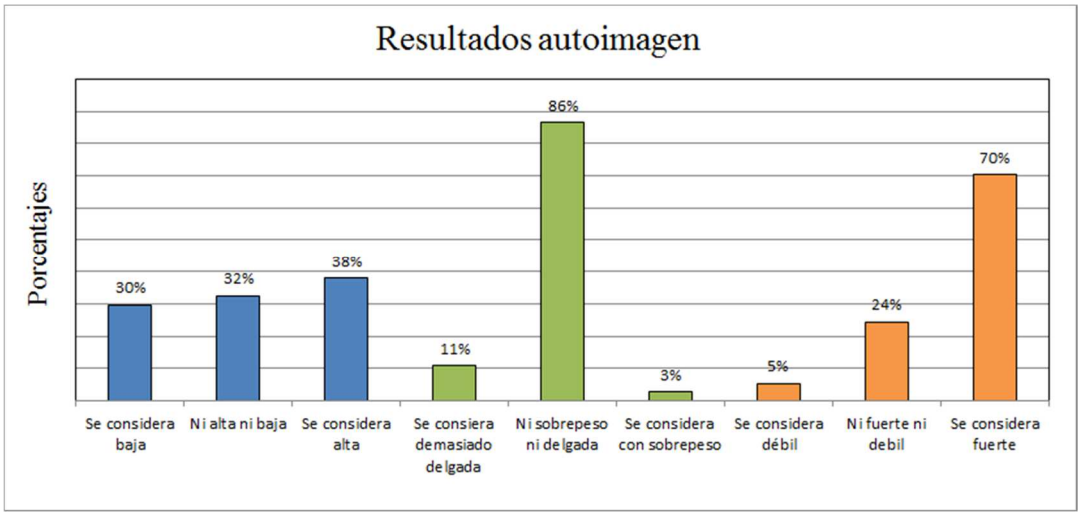


Figura 4 – Gráfica de los porcentajes de respuestas sobre su propia imagen (apartado B de la encuesta E).

3.5 Comparación entre datos objetivos de las alumnas y su autoimagen

A continuación vamos a realizar unas primeras comparaciones de porcentajes, entre los datos objetivos de las alumnas y la percepción que tienen de ellas, que hemos llamado autoimagen.

3.6 Para las variables ALTUR/I-Alt

Efectivos asignados a cada intervalo considerado para la variable altura (ALTUR), indicados entre paréntesis: intervalo [148, 155[(5), intervalo [155, 165] (19) e intervalo]165, 174] (13) La figura 5 compara los porcentajes de estos tres intervalos de la variable ALTUR, con la imagen que ellas tienen sobre su propia altura (I-Alt), según se consideren bajas (I-Alt=0), altas (I-Alt=1) o que no eligen ninguna de las dos opciones anteriores (I-Alt=0,5).

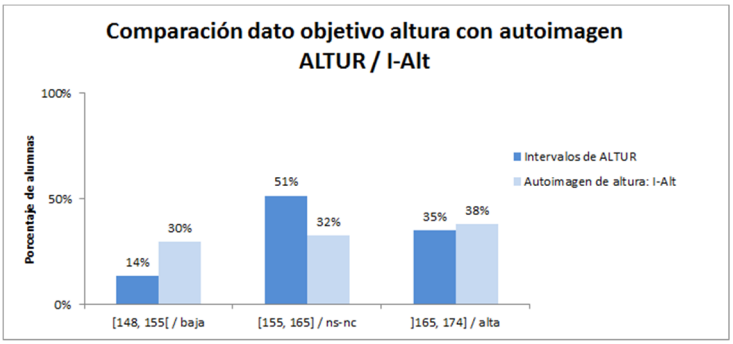


Figura 5 – Comparación entre las variables ALTUR (Altura efectivo) y la variable I-Alt (imagen de la altura que tienen las alumnas), en porcentajes.

La figura 6 representa una nueva variable: la diferencia entre los valores asignados a las variables I-Alt y ALTUR, en porcentajes.

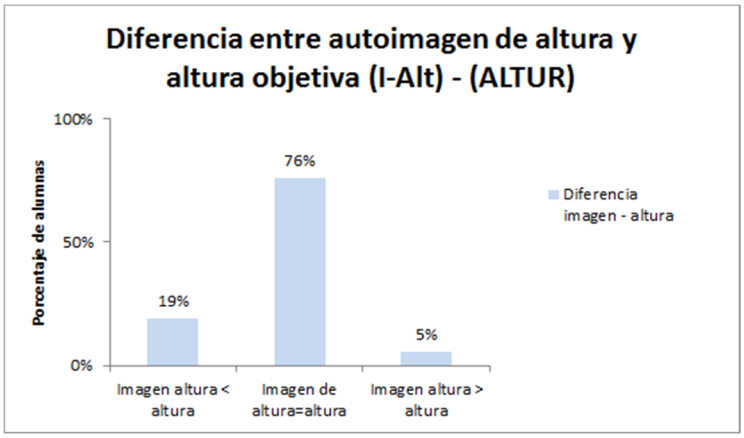


Figura 6 – Diferencia entre la imagen de la altura que tienen las alumnas y su altura, en porcentajes.

3.7 Para las variables PESO/I-Pes

Efectivos asignados a cada intervalo considerado para la variable (PESO): intervalo [36, 45[(9), intervalo [45, 55] (20) e intervalo]55, 67] (8). La figura 7 compara los porcentajes de estos tres intervalos de la variable PESO, con la imagen que ellas tienen sobre su propio peso (I-Pes), según se consideren delgadas (I-Pes=0), con sobrepeso (I-Pes=1) o que no eligen ninguna de las dos opciones anteriores (I-Pes=0,5).

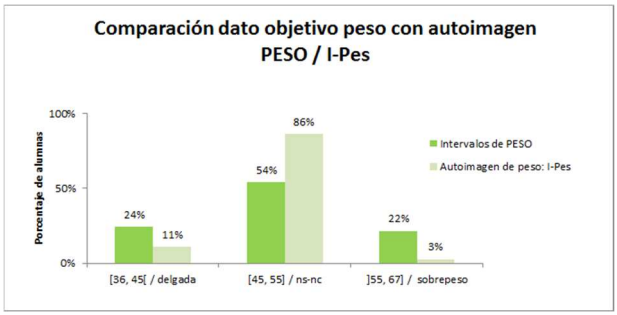


Figura 7 – Comparación entre las variables PESO (Peso efectivo) y la variable I-Pes (imagen del peso que tienen las alumnas), en porcentajes.

La figura 8 representa una nueva variable: la diferencia entre los valores asignados a las variables I-Pes y PESO, en porcentajes.

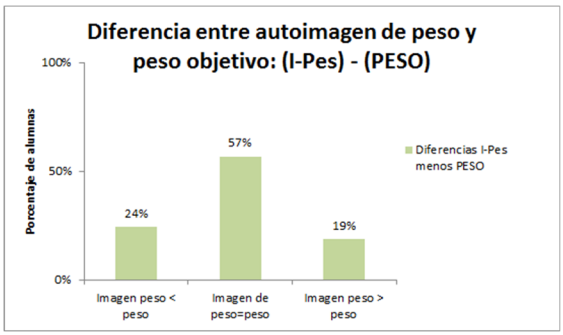


Figura 8 – Diferencia entre la imagen del peso que tienen las alumnas y su peso, en porcentajes.

3.8 Para las variables IMC/I-Frz

Efectivos asignados a cada intervalo considerado para la variable (IMC): - intervalo [15.4, 18] (7); intervalo [18.2, 20.3] (15); intervalo [20.7, 23.1] (15) La figura 9 compara los porcentajes de estos tres intervalos de la variable IMC, con la imagen que ellas tienen

sobre su propia fuerza (I-Frz), según se consideren débiles (I-Frz=0), fuertes (I-Frz=1) o que no eligen ninguna de las dos opciones anteriores (I-Frz=0,5).

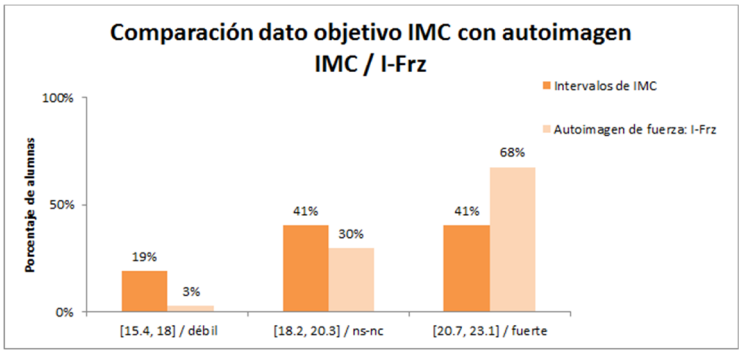


Figura 9 – Comparación entre las variables IMC (índice masa corporal) y la variable I-Frz (imagen de la fuerza que tienen las alumnas), en porcentajes.

Hemos de hacer constar que estas dos variables no son de misma magnitud, el IMC se mide en Kg m^{-2} y la imagen de la fuerza no tiene medida objetiva. La figura 10 representa una nueva variable: la diferencia entre los valores asignados a las variables I-Frz y IMC, en porcentajes.

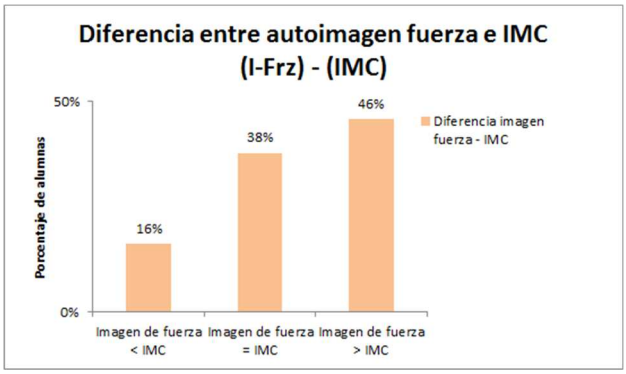


Figura 10 – Diferencia entre la imagen de la fuerza que tienen las alumnas y su IMC, en porcentajes.

4 Utilización del análisis estadístico implicativo (ASI)

Completamos la comparación entre los datos objetivos y los datos de autoimagen que acabamos de presentar, con las correlaciones entre variables que nos ofrece CHIC:

- Respecto a la altura: existe una alta correlación entre ALTUR y I-Alt (0.81).
- Respecto al peso: la correlación entre PESO y I-Pes es mucho más baja (0.32) y la correlación entre la variable de autoimagen I-Pes y la variable binaria IpF3 es similar a la anterior (0.35).
- Respecto al IMC: el IMC es independiente con la variable I-Frz, de autoimagen de la fuerza (-0.01).

4.1 Relación entre las variables objetivas, las de autoimagen y el deporte que practican

Hemos utilizado el software CHIC para ver qué aporta el ASI al estudio de todas estas variables de autoimagen, juntamente con los datos objetivos de las alumnas. También

incluye las tres variables de autoimagen del apartado F de la encuesta (IpF3, ItF7, I+cF12). El análisis del árbol de similaridad (figura 11) muestra :

- Respecto a la altura: el dato objetivo de la altura ALTUR y la variable de autoimagen I-Alt (altamente correlacionadas), aparecen como cuasi equivalentes (con un índice de similaridad de 0.77), compartiendo el nodo significativo 6, junto a las alumnas que practican el deporte de Balonmano (Bal).
- Respecto al peso: el dato objetivo PESO y la variable de autoimagen I-Pes no aparecen relacionados perteneciendo cada una de ellas a una de las dos clases en que se asocian las variables. Sin embargo, la variable de autoimagen I-Pes si aparece relacionada con la variable binaria IpF3: "tener el peso adecuado para el deporte que practica", compartiendo el nodo significativo 12 (índice de similaridad de 0.58).
- Respecto al IMC: el dato objetivo IMC aparece como cuasi equivalente con las alumnas que practican el deporte de Hockey (Hoc) (índice de similaridad, 0.73), añadiéndose a esta clase la variable de autoimagen I-Frz, formando un nuevo nodo significativo, el 14, (con un índice de similaridad de 0.38).

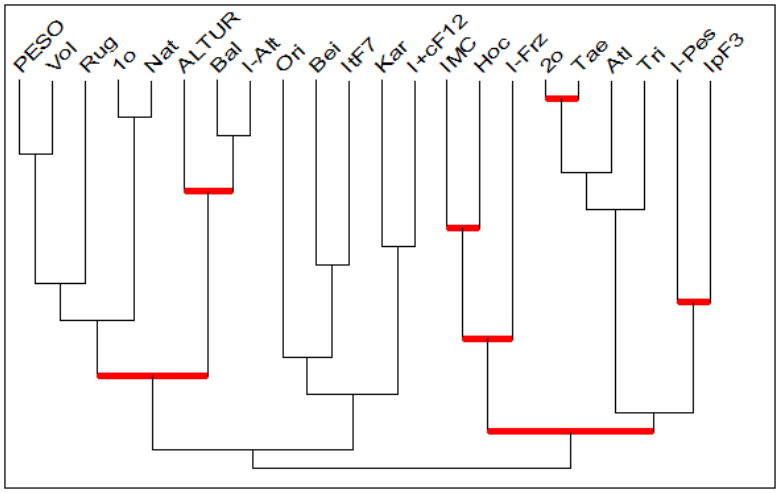


Figura 11 – Árbol de similaridad de datos objetivos, variables de autoimagen y deportes que practican.

El grafo implicativo (ver figura 12) refuerza las relaciones entre variables, mostrando en qué sentido se verifica la relación, permitiendo establecer las siguientes reglas:

R1- Las alumnas que se han considerado altas, son objetivamente altas para su edad. Son las que pertenecen al intervalo]165, 174] cm.

R2- Las alumnas que practican balonmano, se consideran fuertes.

R3- Las alumnas que practican vóley y las alumnas que practican balonmano tienen un peso generalmente más alto.

R4- Las alumnas que tienen el peso más elevado generalmente se consideran más altas y según R1 lo son.

Las reglas que marcan que "las alumnas que practican natación son de 1ª curso" y que "las alumnas que practican taekwondo son de 2º curso", son hechos que se pueden constatar en los efectivos, pero también hay otros deportes que se pueden relacionar con

un curso determinado y no han aparecido como variables relacionadas, considerando el total de variables que se han considerado en este grafo.

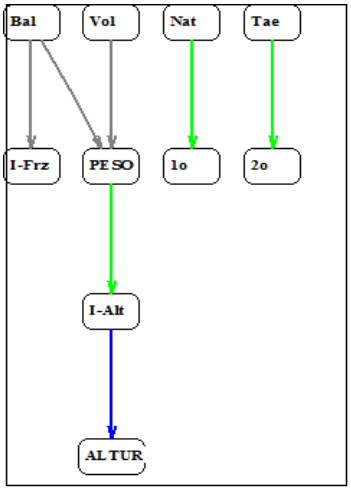


Figura 12 – Grafo implicativo de datos objetivos, variables de autoimagen y deportes que practican. (Con los siguientes umbrales de implicación: **0.95**, **0.90** y **0.85**).

4.2 Opiniones sobre el deporte. Apartado F de la encuesta E.

Recordemos que el Apartado F de la encuesta E, contiene las mismas preguntas que las de la Tabla T del Juego (ver Anexo 1). En el Juego dicha tabla representaba respuestas de alumnas ficticias, para que nuestras alumnas pudieran extraer información a través de las preguntas del cuestionario Q y argumentar sus respuestas. De hecho, el juego tenía como objetivo realizar tratamiento de la información y poder debatir sobre las opiniones más libremente, porque las "habían realizado otras alumnas", aunque ya se iban implicando subjetivamente en los razonamientos aportados. El Juego fue una situación de aprendizaje, para poder analizar y debatir posteriormente sobre sus propias respuestas. (Pitarch, 2016; Pitarch *et al.*, 2017). En Anexo 2 se presentan las tablas de respuestas binarias de los dos grupos de alumnas de la experimentación, a las 15 preguntas del apartado F de la encuesta E. Dichas preguntas versan sobre otros aspectos del deporte e incluyen las tres preguntas de autoimagen que ya hemos mencionado en la sección 3.1. Analizaremos estos aspectos mediante el árbol de similaridad (ver figura 13), donde comentamos los tres primeros niveles de clasificación y los niveles significativos:

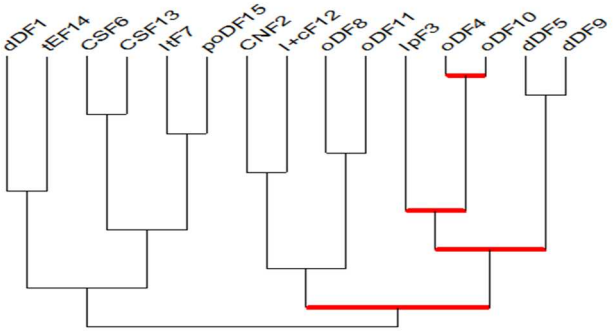


Figura 13 – Árbol de similaridad exclusivamente de las variables del apartado F de la encuesta E.

Nivel 1 (nodo más significativo, índice de similaridad 0.93): (oDF4 oDF10)

Este nivel marca como cuasi equivalentes la consideración de las alumnas de la variable (oDF4): "Tener buen rendimiento académico me ayuda a ser mejor Deportista"

(Rend.Acad => M.Dep) con la variable (oDF10). que es la inversa de esta proposición condicional (M.Dep => Rend.Acad) Creemos que esta similaridad se explica por las características especiales de nuestra población, alumnas deportistas de élite becadas por sus respectivas federaciones en el CE de Cheste, por lo que dicha cuasi equivalencia en el nodo más significativo y con un alto índice de similaridad entre sus respuestas, marca claramente una opinión a señalar, que no puede ser atribuida al azar. Esta clase (oDF4 oDF10) aparece asociada en el Nivel 8 (significativo), con una variable de autoimagen IpF3 "Tengo el peso adecuado para el deporte que practico". (IpF3 (oDF4 oDF10)) con un índice de similaridad de 0.526286.

Nivel 2 (0.74): (dDF5 dDF9). Este nivel marca la similaridad entre la consideración del **Aje**drez y del **Mot**ociclismo como deportes. Aunque no es un nodo significativo, hemos querido destacarlo por asociar las dos únicas actividades en las que no hay unanimidad en la sociedad para considerarlas como deporte; depende de la definición e institución que se considere (la RAE, el COI, etc.). Parece que nuestras alumnas presentan unas opiniones muy similares sobre ellas, aunque podría ser debido al azar. Sin embargo, el Nivel 10 (significativo) agrupa en una clase los niveles anteriores: ((IpF3 (oDF4 oDF10)) (dDF5 dDF9)), aunque con un índice bajo (0.25)

El último nivel significativo, el Nivel 13, continúa agregando variables al nivel 10: (((CNF2 I+cF12) (oDF8 oDF11)) ((IpF3 (oDF4 oDF10)) (dDF5 dDF9))), aunque con un nivel de similaridad ínfimo (0.00092). Lo que confirma que la estructuración del árbol de similaridad de nuestras variables, se realiza en torno al nudo 1, el nivel más significativo para nuestro análisis.

Queremos señalar también el Nivel 3: (CSF6 CSF13) Este nivel marca una similaridad bastante alta (0.72) aunque no significativa, entre dos preguntas que incluyen una condición suficiente en su enunciado.

Las preguntas del apartado F, más los datos objetivos de nuestras alumnas y las variables de autoimagen, nos ofrecen el árbol de similaridad de la figura 14.

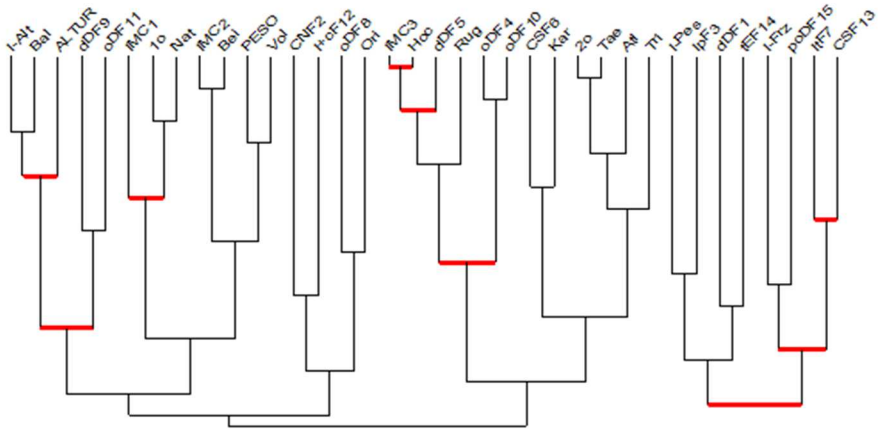


Figura 14 – Árbol de similaridad de las variables del apartado F de la encuesta junto a las variables objetivas y de autoimagen, así como deporte que practican.

Este árbol presenta relaciones entre nuestras variables ya comentadas anteriormente, por lo que sólo añadiremos que en este caso la variable IMC, se ha desdoblado en tres IMC1, IMC2 y IMC3, correspondiendo a los 3 intervalos que la variable partición de CHIC nos ha proporcionado. Y aparecen relacionadas cada una de ellos, con unos determinados deportes. La variable IMC3 (IMC más alto) aparece en el nivel 1, el más significativo,

asociado a las alumnas que practican **Hoc**key. La variable IMC1 (IMC más bajo) aparece también en un nivel significativo, el 13, agregado a la variable de 1º curso y a las alumnas que practican **Nat**ación. La variable IMC2 (IMC medio) aparece asociada en un nivel no significativo, con la variable PESO y a las alumnas que practican **Vól**ey. El árbol cohesitivo de la figura 15, muestra estas mismas relaciones entre las variables, pero marcando en qué sentido se produce la implicación entre variables, en el interior de las clases.

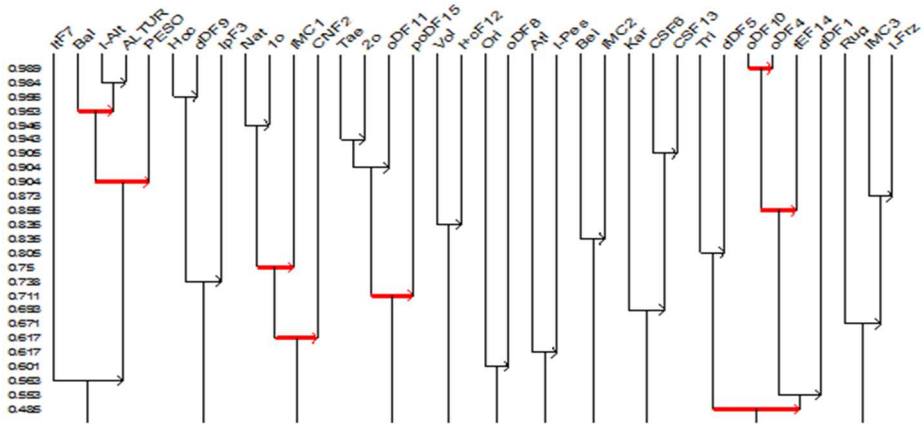


Figura 15 – Árbol cohesitivo de las variables del apartado F de la encuesta junto a las variables objetivas y de autoimagen, así como deporte que practican.

El grafo implicativo de la figura 16, nos permite completar estos análisis, mostrando las relaciones binarias implicativas entre las variables, algunas ya mencionadas en análisis anteriores.

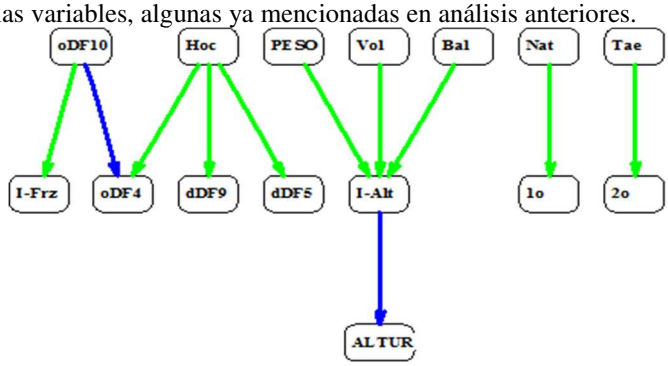


Figura 16 – Grafo implicativo de las variables del apartado F de la encuesta junto a las variables objetivas y de autoimagen, así como deporte que practican (con los umbrales **0.95** y **0.90**).

La autoimagen de la altura (I-Alt) aparece como un nodo "atractor" (Lahanier-Reuter *et al.*, 2015) del dato objetivo PESO y de las alumnas que practican **Vól**ey o **Bal**onmano (con umbral de implicación 0.90). Además, sigue implicando el dato objetivo de la altura (ALTUR) (con umbral de implicación 0.95), pese haber aumentado el número de variables consideradas (las del apartado F). Las alumnas que practican **Hoc**key, aparecen como "padres" de las respuestas a las preguntas oDF9 y oDF5 (consideran el motociclismo y el ajedrez como deportes) y de oDF4, que a su vez es un atractor de oDF10, las variables que consideran la implicación (directa e inversa) entre el rendimiento académico y el deporte, que eran cuasi equivalentes (en el árbol de similaridad) y ahora aparecen implicadas con una implicación de umbral 0.95:

(oDF10): (M.Dep => Rend.Acad) => (oDF4) : (Rend Acad => M.Dep)

La opción "modo cono" del grafo implicativo de la figura 16, con las variables nodales IpF3, ItF7, I+cF12 oDF11 (existen prejuicios sobre las mujeres que practican deporte) y las tres de autoimagen, I-Pes I-Alt I-Frz, se puede ver en la figura 17.

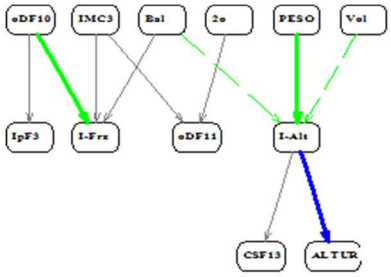


Figura 17. Modo cono del fichero Encuesta parte F con las variables datos objetivos y autoimagen y las F1-F15. (Con los siguientes umbrales: **0.95**, **0.90** y **0.85**).

Este grafo, modo cono, pone de manifiesto una nueva relación de implicación que queremos destacar entre las variable IMC3 y la oDF11, que se expresa con la siguiente regla (aunque con un umbral de implicación 0.85, más bajo que las cuatro reglas precedentes):

R5: Las alumnas que tienen un índice de masa corporal alto (IMC3) opinan que existen prejuicios contra las mujeres que practican deporte. Creemos que la interpretación semántica de dicha regla, nos permite aventurar que estas deportistas (digamos robustas, IMC elevado) piensan que existen prejuicios contra las mujeres, quizás porque ellas mismas los viven debido a su IMC.

4.3 Estudio de la matriz traspuesta de las opiniones sobre el deporte. Las respuestas en filas y las alumnas en columnas

Hemos querido analizar también este mismo fichero de datos, pero considerando la matriz **autoimagen traspuesta**; como sujetos (en filas): PESO, ALTUR, IMC, 1o, 2o, Hoc, Nat, Bal, Tae, Vol, Ori, Atl, Bei, Kar, Tri, Rug, I-Alt, I-Pes, I-Frz, IpF3, ItF7 e I+cF12, las variables consideradas anteriormente y como variables, las respuestas de cada alumna (en columnas). Su codificación indica el deporte que practican y el curso. La figura 18, muestra que los nodos significativos 34 y 16 incluyen la mayor parte de nodos significativos y por tanto la explicación de la estructura de las respuestas de las alumnas.

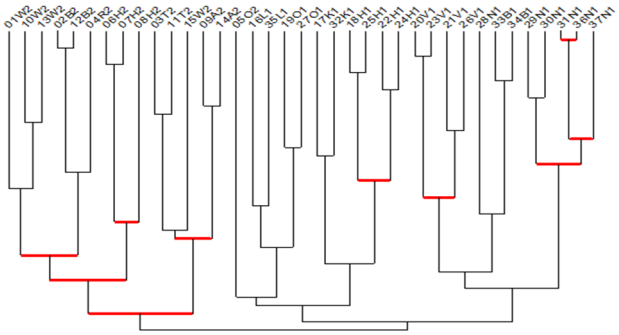


Figura 18. Árbol de similaridad de las alumnas (traspuesta de la matriz de las variables del apartado F de la encuesta, variables objetivas y de autoimagen, así como deporte que practican**.**

El nodo 16 se vertebra en torno al nivel 1, el más significativo, incluyendo también el nivel 13, y reúne todas las alumnas de **N**atación, que son de 1º curso. Mientras que el

nodo 34 agrupa los nodos 30 y 25 (alumnas de **A**tletismo, de **T**riatlón y una de Taek**w**ondo); a su vez el nodo 30 agrupa los nodos 27 (alumnas de Taek**w**ondo y **B**alonmano) y 23 (alumnas de **H**ockey), todas ellas de 2º curso. El grafo implicativo de la matriz de autoimagen traspuesta, se puede observar en la figura 19.

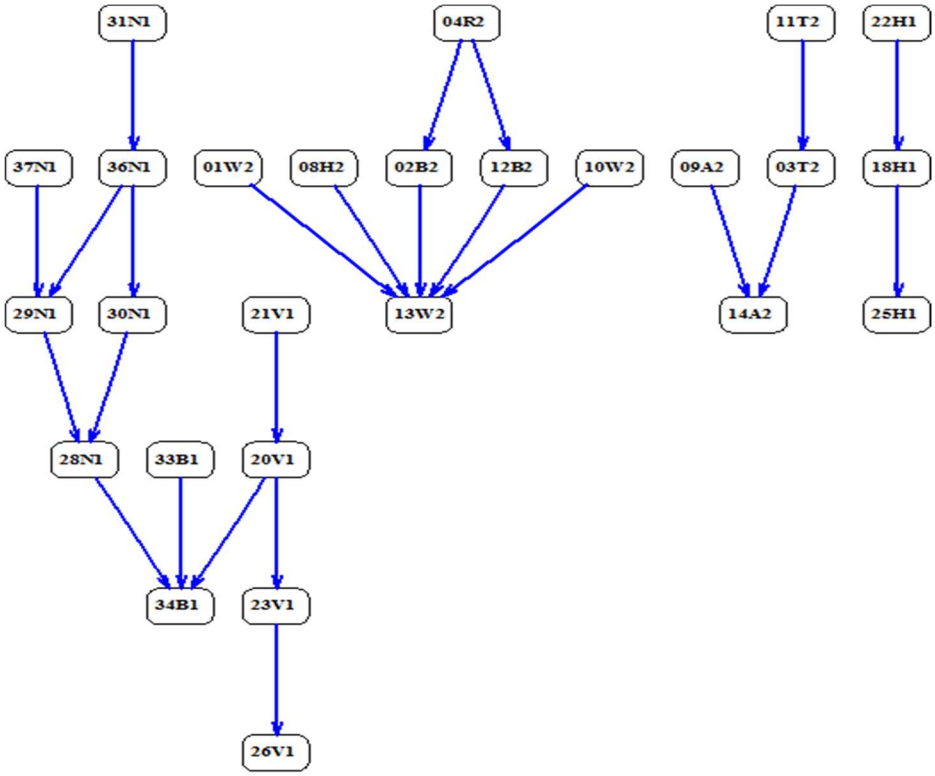


Figura 19. Grafo implicativo de las alumnas, al tratar la traspuesta de la matriz de autoimagen, que incluye los datos objetivos de las alumnas. Representamos sólo el umbral **0.95** para simplificar la imagen**.**

Los subgrafos resultantes muestran que sí que existen relaciones de implicación según sus respuestas entre alumnas que practican el mismo deporte, en el caso de **N**at, **V**ol, **H**oc y Tae (**W**), lo que nos permitiría decir que en nuestra población parece que las deportistas de estos deportes presentan una determinada opinión (diríamos de "grupo/equipo") sobre el deporte y sobre la imagen (autoimagen) que tienen de sí mismas. Las relaciones de estos con los datos objetivos ya se han analizado anteriormente. Puede ser interesante para los educadores del CE de Cheste comparar estos resultados con los del sociograma (ya realizado), y también para los investigadores, ya que podría añadir informaciones que explicaran algunas de las relaciones entre las respuestas de las alumnas puestas de manifiesto por los grafos de CHIC. Activando la opción "modo cono" del grafo implicativo de la figura 19, y eligiendo como variables nodales las alumnas de los deportes que ya aparecían relacionados, se pueden visualizar informaciones adicionales, sobre las relaciones más detalladas de las alumnas de cada deporte entre sí o con el resto (ver figura 20).

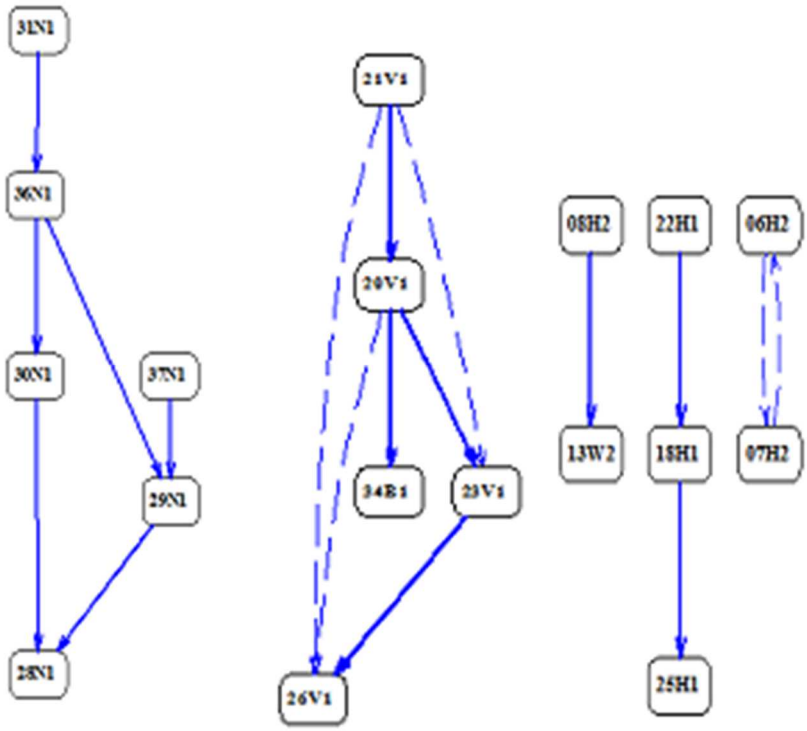


Figura 20. Conos implicativos de las alumnas, al elegir como variables nodales las alumnas que practican Natación, Vóley y Hockey (representamos sólo la intensidad **0.95** para simplificar la imagen)**.**

5 Conclusiones

Respecto a la problemática planteada, podemos afirmar que el ASI nos ha permitido completar los análisis estadísticos clásicos como hemos ido mostrando a lo largo de toda la comunicación. Los árboles jerárquicos, tanto de similaridad como de cohesión, nos han permitido mostrar cómo aparecen como cuasi equivalentes determinadas variables: para la altura, la autoimagen de las alumnas y el dato objetivo, mientras que para el peso, no lo son. Así mismo aparecen como cuasi equivalentes dos condicionales sobre el buen rendimiento académico y el ser mejor deportista, aunque formalmente, una es la inversa de la otra; dato muy relevante por las circunstancias de nuestras jóvenes deportistas, becadas por sus federaciones respectivas. También han permitido ver que los diferentes valores del IMC (bajo, medio, alto) aparece asociado cada uno de ellos, a un deporte determinado, natación, béisbol y hockey respectivamente. Los grafos implicativos han hecho emerger reglas, precisando más las relaciones entre las variables de autoimagen y la imagen; los conos implicativos han aumentado o mejorado la información sobre las relaciones de las variables nodales seleccionadas, con otras variables, haciendo aparecer una nueva regla no emergente en el grafo inicial: que las alumnas con un IMC elevado, piensan que existen prejuicios contra las mujeres que practican deporte. En Felip *et al.* (2017) se profundiza en este tipo de análisis mediante los conos implicativos, indispensable en nuestro caso para analizar un apartado de nuestra encuesta E.

Bibliografía

[1] Burrows, R., N. Díaz y S. Muzzo (2004), Variaciones del índice de masa corporal (IMC) de acuerdo al grado de desarrollo puberal alcanzado, *Rev Méd Chile*, 132, 1363-1368.

[2] Eisenstein, E. (1994), Nutrición y salud en la adolescencia. En Matilde Maddaleno et al. (eds.), *La salud del adolescente y del joven,* Organización Panamericana de la Salud (Publicación científica, 552), pp. 144-154.

[3] Felip, V., P. Gregori, P. Orús (2017), El cono implicativo organizador de las opiniones de jóvenes deportistas de élite, sobre el deporte, *Actes du IX Colloque International A.S.I. Analyse Statistique Implicative*, Belfort.

[4] Gras, R., E. Suzuki, F. Guillet y F. Spagnolo (eds) (2008), *Statistical Implicative Analysis, Theory and Applications*, Springer.

[5] Gras, R., J.-C. Régnier, C. Marinica et F. Guillet (2013), L'analyse statistique implicative, Méthode exploratoire et confirmatoire à la recherche de causalités, Cépaduès Editions, Toulouse.

[6] Guerrero, S. (1999), Tratamiento de la información. *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 20, 5-8.

[7] Kirkcaldy, B.D., R.J. Shephard y R.G. Siefen (2002), The relationship between physical activity and self-image and problem behaviour among adolescents. *Social Psychiatry and Psychiatric Epidemiology,* 37(11), 544-550.

[8] Lahanier-Reuter, D., R. Gras y M. Bailleul (2015), Variable nodale et cône implicatif. Actes du VIII Colloque International A.S.I. Analyse Statistique Implicative. http://sites.univ-lyon2.fr/ASI8/

[9] Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2013), *Guía para la formación en centros sobre las competencias básicas*. Ed. Secretaría General Técnica. Subdirección General de Documentación y Publicaciones. Disponible en https://sede.educacion.gob.es/publiventa/guia-para-la-formacion-en-centros-sobre-las-competencias-basicas/ensenanza-centros-de-ensenanza/16109

[10] Orús, P. (1986), L'ensignement des méthodes de classification. Proposition d'une ingénierie pour le cours moyen. DEA, Université de Bordeaux-I.

[11] Orús, P. (1992), Le raisonnement des élèves dans la relation didactique; effets d'une iniciation à l'analyse classificatoire dans la scolarité obligatoire. Thése presentée à l'Université de Bordeaux-I. Université de Bordeaux.

[12] Orús, P. (1993), Un champ commun de représentation de certaines connaissancces personelles, des raisonnements naturels, des connaissances officielles, mème des savoirs, dans la relation didactique: les tableaux des données de l'analyse typologique. *Actes du VIIème école d'été de didactique des mathématiques*. Ed. IREM De Clermont-Fd.

[13] Orús, P. e I. Pitarch (2000), Utilisation didactique des tableaux des données et du logiciel chic à l'école élémentaire. *Actes des journées sur la fouille*

dans les données par la méthode d'analyse statistique implicative. Caen. Ed: École Polytechnique de l'Université de Nantes, (pp. 85-98)

[14] Orús, P. (2003), *Tratamiento de datos, grafos, y didáctica de las matemáticas*. Ed. UNED, no 26 de la Colección Disertaciones del Seminario de Matemáticas Fundamentales. Madrid.

[15] Orús, P., L. Zamora, I. Alonso, A. Gorina y M. Álvarez (2009), Tratamiento de datos, lógica y estadística en la enseñanza preuniversitaria. Un estudio mediante la aplicación del CHIC. *Teoría y aplicaciones del ASI: primera aproximación en lengua hispana*. Ed. Universitat Jaume I Castellón. (pp. 279-298) Disponible en http://hdl.handle.net/10234/125568

[16] Pérez Recio, G., F. Rodríguez Guisado, E. Esteve, I. Larraburu, J. Font Cercós y V. Pons (1992), Prevalencia de trastornos de la conducta alimentaria en deportistas. *Revista de psicología del deporte*, 1(1), 0005-016.

[17] Pitarch, I. (2002), Estudio sobre la viabilidad y el interés didáctico del tratamiento de la información en la ESO. Trabajo de investigación de tercer ciclo. U. Jaume I de Castellón.

[18] Pitarch, I. y P. Orús (2003), Logic and data handling in secondary education. CERME3: Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education. Bellaria, Italy.

[19] Pitarch, I. (2016), Desarrollo de la competencia "Tratamiento de la información" en la ESO, a través de la lógica y del análisis estadístico de los datos. Tesis doctoral. Universitat Jaume I de Castellón.

[20] Pitarch, I., P. Orús y P. Gregori (2017), ASI, un instrumento de diagnóstico de las operaciones lógicas básicas en alumnos de 11-16 años, A*ctes du IX Colloque International A.S.I. Analyse Statistique Implicative*, Belfort.

[21] Rogers, C. R. (1959), A theory of therapy, personality, and interpersonal relationships: as developed in the client-centered framework. *S. Koch, Psychology: A Study of a Science. Vol. 3: Formulations of the Person and the Social Context*. New York: McGraw Hill.

Anexo 1 Particiones de CHIC, para las variables ALTURA y PESO

"Partitions optimales ALTURA :
Altura1 de 148 à 157
Altura2 de 158 à 165
Altura3 de 167 à 174

	Occurrence	Moyenne	Ecart type
Altura1 :	10.00	0.27	0.44
Altura2 :	14.00	0.38	0.48
Altura3 :	13.00	0.35	0.48
Alt :	20.00	0.54	0.41

Partitions optimales PESO :
Peso1 de 36 à 45
Peso2 de 46 à 53

Peso3 de 54 à 67

	Occurrence	Moyenne	Ecart type
Peso1 :	11.00	0.30	0.46
Peso2 :	11.00	0.30	0.46
Peso3 :	15.00	0.41	0.49
SP :	17.00	0.46	0.18 “

Anexo 1. “Juego sobre el Deporte” (Situación didáctica 1)

CONSIGNA: ¿Qué pensamos sobre el deporte?
Los entrenadores de planes deportivos de otro Complejo Educativo han realizado una encuesta a jóvenes de primeros cursos de la ESO para conocer su opinión sobre los deportes. Os presentamos las respuestas de los jóvenes a esta encuesta en la Tabla T (que tenéis al dorso de esta hoja).

- A la izquierda están las preguntas que han contestado los jóvenes, numeradas de la 1 a la 15; por ejemplo, la pregunta 11. Existen prejuicios sobre las mujeres que practican deporte?
- Cada letra mayúscula de una columna representa a uno de los jóvenes; por ejemplo, “el o la joven F”.
- Los jóvenes sólo podían responder “Si” o “No”. En la Tabla T el 1 representa el Sí y el 0 representa el No.

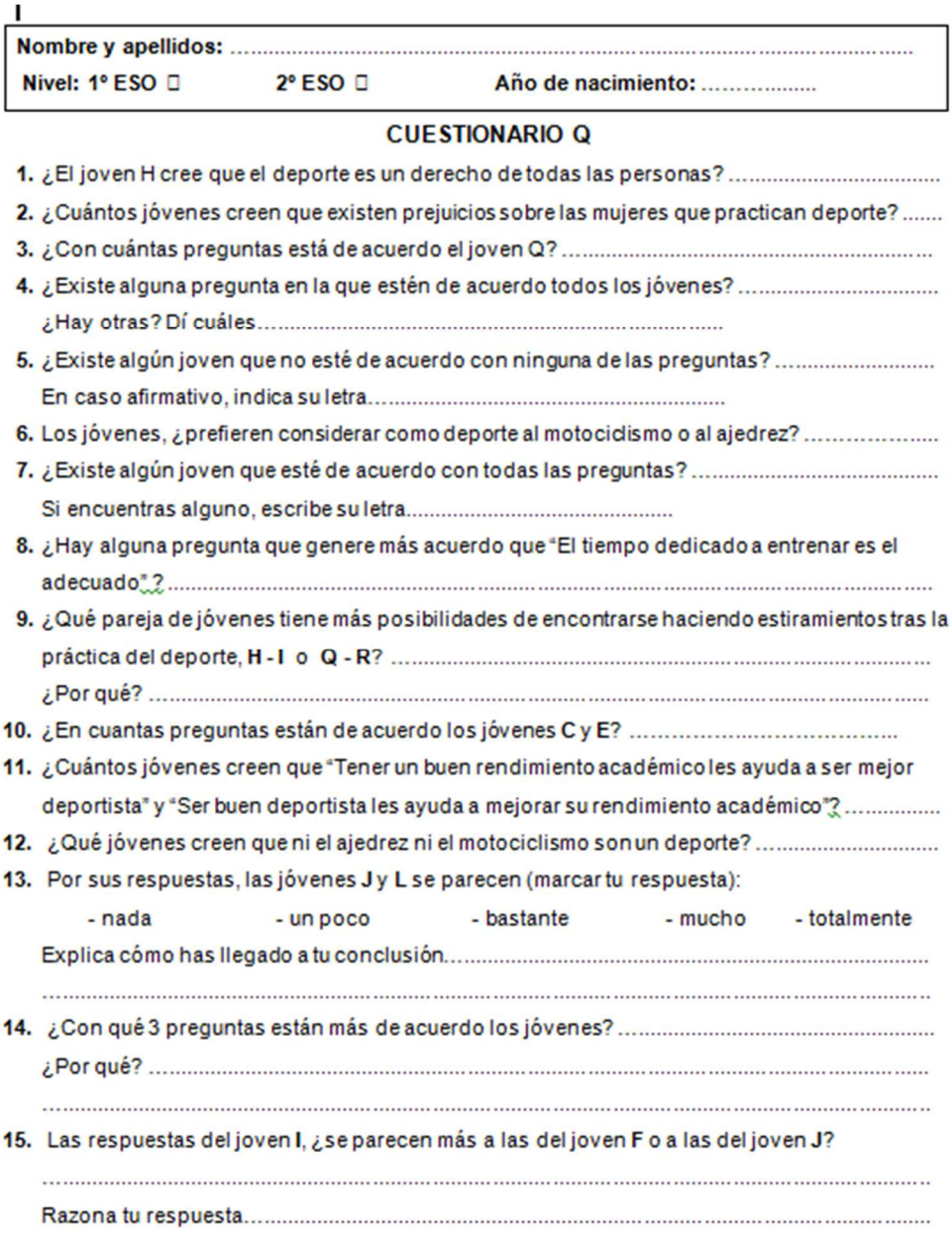
Vamos a jugar a ayudar a los entrenadores a obtener información a partir de estos datos, contestando vosotras al Cuestionario Q, que tenéis en la otra hoja, utilizando la tabla T.
TABLA T:

Tabla T

¿Consideras que ...	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	Z
1. Practicar un deporte es un derecho de todas las personas?	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	
2. Son necesarios los estiramientos posteriores a la práctica del deporte?	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1
3. Tienes el peso adecuado para el deporte que practicas?	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1
4. Tener un buen rendimiento académico te ayuda a ser mejor deportista?	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0
5. El ajedrez es un deporte?	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1
6. Ducharse después de practicar deporte, es suficiente para tener una buena higiene?	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
7. Eres una persona tímida?	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
8. Practicar un deporte me ayuda a mejorar mi relación con las otras personas?	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
9. El motociclismo es un deporte?	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
10. Ser buen deportista te ayuda a mejorar tu rendimiento académico?	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0
11. Existen prejuicios sobre las mujeres que practican deporte?	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1
12. El deporte que practicas es para el que tienes más cualidades?	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
13. Es suficiente el calentamiento previo para evitar lesiones?	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
14. El tiempo dedicado a entrenar es el adecuado?	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
15. Si no pudieras dedicarte a tu deporte querrías practicar otro?	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1

Figura I – Tabla T con datos ficticios de otras alumnas, con la que hay que trabajar para responder al cuestionario Q.

CUESTIONARIO Q (utilizado para “juego sobre Deporte”



I

Nombre y apellidos: .....

Nivel: 1º ESO □ **2º ESO** □ **Año de nacimiento:** .....

CUESTIONARIO Q

1. ¿El joven H cree que el deporte es un derecho de todas las personas? .....

2. ¿Cuántos jóvenes creen que existen prejuicios sobre las mujeres que practican deporte? .....

3. ¿Con cuántas preguntas está de acuerdo el joven Q? .....

4. ¿Existe alguna pregunta en la que estén de acuerdo todos los jóvenes? .....

¿Hay otras? Dí cuáles.....

5. ¿Existe algún joven que no esté de acuerdo con ninguna de las preguntas? .....

En caso afirmativo, indica su letra.....

6. Los jóvenes, ¿prefieren considerar como deporte al motociclismo o al ajedrez? .....

7. ¿Existe algún joven que esté de acuerdo con todas las preguntas? .....

Si encuentras alguno, escribe su letra.....

8. ¿Hay alguna pregunta que genere más acuerdo que "El tiempo dedicado a entrenar es el adecuado"? .....

9. ¿Qué pareja de jóvenes tiene más posibilidades de encontrarse haciendo estiramientos tras la práctica del deporte, **H - I** o **Q - R**? .....

¿Por qué? .....

10. ¿En cuantas preguntas están de acuerdo los jóvenes **C** y **E**? .....

11. ¿Cuántos jóvenes creen que "Tener un buen rendimiento académico les ayuda a ser mejor deportista" y "Ser buen deportista les ayuda a mejorar su rendimiento académico"? .....

12. ¿Qué jóvenes creen que ni el ajedrez ni el motociclismo son un deporte? .....

13. Por sus respuestas, las jóvenes **J** y **L** se parecen (marcar tu respuesta):

- nada - un poco - bastante - mucho - totalmente

Explica cómo has llegado a tu conclusión.....

.....

14. ¿Con qué 3 preguntas están más de acuerdo los jóvenes? .....

¿Por qué? .....

.....

15. Las respuestas del joven **I**, ¿se parecen más a las del joven **F** o a las del joven **J**?

.....

Razona tu respuesta.....

Figura II-1 – Cuestionario Q, página 1, pasado a las alumnas en la situación didáctica 1.

16. Dí si es verdadera o falsa, cada una de las siguientes frases:

	V	F	N/S
16.1) El joven **F** no cree que tenga el peso adecuado para el deporte que practica.			
16.2) El joven **B** cree que es suficiente ducharse después de practicar deporte para tener una buena higiene.			
16.3) Todos los jóvenes que creen que "ser buen deportista les ayude a mejorar su rendimiento académico", también creen que que "tener un buen rendimiento académico les ayuda a ser mejor deportista".			
16.4) Todos los jóvenes que creen que "tener un buen rendimiento académico les ayuda a ser mejor deportista", también creen que "ser buen deportista les ayude a mejorar su rendimiento académico".			
16.5) Más jóvenes se consideran tímidos que consideran que practicar deporte les ayuda a mejorar su relación con otras personas.			
16.6) Más jóvenes creen que "es suficiente ducharse después de practicar deporte para tener una buena higiene" que "el calentamiento previo sea suficiente para evitar lesiones".			
16.7) No es verdad que **G** se considere una persona tímida.			
16.8) Los jóvenes **H** y **O** opinan igual respecto a las preguntas de la encuesta.			
16.9) Todos los jóvenes creen que practicar un deporte les ayuda a mejorar su relación con las otras personas.			
16.10) Los jóvenes **L** y **N** están de acuerdo en diez cuestiones de la encuesta.			
16.11) Los jóvenes querrían practicar otro deporte si no pudieran dedicarse al suyo.			

Figura II-2 – Cuestionario Q, página 2, pasado a las alumnas en la situación didáctica 1.

Anexo 3. Apartado F de la Encuesta E utilizado para el debate sobre deporte (Situación didáctica 2).

El apartado F de la encuesta E contiene las mismas preguntas que las de la Tabla T del Juego. En el Juego dicha tabla representaba respuestas de alumnas ficticias, para que nuestras alumnas pudieran extraer información a través de las preguntas del cuestionario Q y argumentar sus respuestas. De hecho, el juego tenía como objetivo realizar tratamiento de la información y poder debatir sobre dichas informaciones más libremente, porque las "habían realizado otras alumnas", aunque ya se iban implicando subjetivamente en los razonamientos aportados. El Juego fue una situación de aprendizaje, para poder analizar y debatir posteriormente sobre sus propias respuestas. (Pitarch, 2016). Presentamos en dos figuras las tablas de

respuestas binarias de las alumnas a las 15 preguntas del apartado F de la encuesta E. Corresponden a los dos grupos de la experimentación realizada.

	A1	B1	C1	D1	E1	F1	G1	H1	I1	J1	K1	L1	M1	N1	O1	P1	Q1	R1
1.- Practicar un deporte es un derecho de todas las personas.	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
2.- Son necesarios los estiramientos posteriores a la práctica del deporte.	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3.- Tengo el peso adecuado para el deporte que practico.	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1
4.- Tener un buen rendimiento académico me ayuda a ser mejor deportista.	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0
5.- El ajedrez es un deporte.	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0
6.- Ducharse después de practicar deporte es suficiente para tener una buena higiene.	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1
7.- Eres una persona tímida.	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
8.- Practicar un deporte me ayuda a mejorar mi relación con las otras personas.	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0
9.- El motociclismo es un deporte.	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0
10.- Ser buen deportista me ayuda a mejorar mi rendimiento académico.	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0
11.- Existen prejuicios sobre las mujeres que practican deporte.	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
12.- El deporte que practicas es para el que tienes más cualidades.	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
13.- Es suficiente el calentamiento previo para evitar lesiones.	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1
14.- El tiempo dedicado a entrenar es el adecuado.	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
15.- Si no pudieras dedicarte a tu deporte querrías practicar otro.	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1

Figura III-1 –Tabla T de respuestas binarias del grupo 1, a las 15 preguntas del apartado F de la encuesta E. éstas son las mismas preguntas que las de la tabla T del Juego.

	A2	B2	C2	D2	E2	F2	G2	H2	I2	J2	K2	L2	M2	N2	O2	P2	Q2	R2	S2
1.- Practicar un deporte es un derecho de todas las personas.	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
2.- Son necesarios los estiramientos posteriores a la práctica del deporte.	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
3.- Tengo el peso adecuado para el deporte que practico.	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4.- Tener un buen rendimiento académico me ayuda a ser mejor deportista.	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1
5.- El ajedrez es un deporte.	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0
6.- Ducharse después de practicar deporte es suficiente para tener una buena higiene.	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1
7.- Eres una persona tímida.	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
8.- Practicar un deporte me ayuda a mejorar mi relación con las otras personas.	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
9.- El motociclismo es un deporte.	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1
10.- Ser buen deportista me ayuda a mejorar mi rendimiento académico.	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1
11.- Existen prejuicios sobre las mujeres que practican deporte.	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1
12.- El deporte que practicas es para el que tienes más cualidades.	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0
13.- Es suficiente el calentamiento previo para evitar lesiones.	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1
14.- El tiempo dedicado a entrenar es el adecuado.	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
15.- Si no pudieras dedicarte a tu deporte querrías practicar otro.	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1

Figura III-2 –Tabla T de respuestas binarias del grupo 2, a las 15 preguntas del apartado F de la encuesta E. éstas son las mismas preguntas que las de la tabla T del Juego.

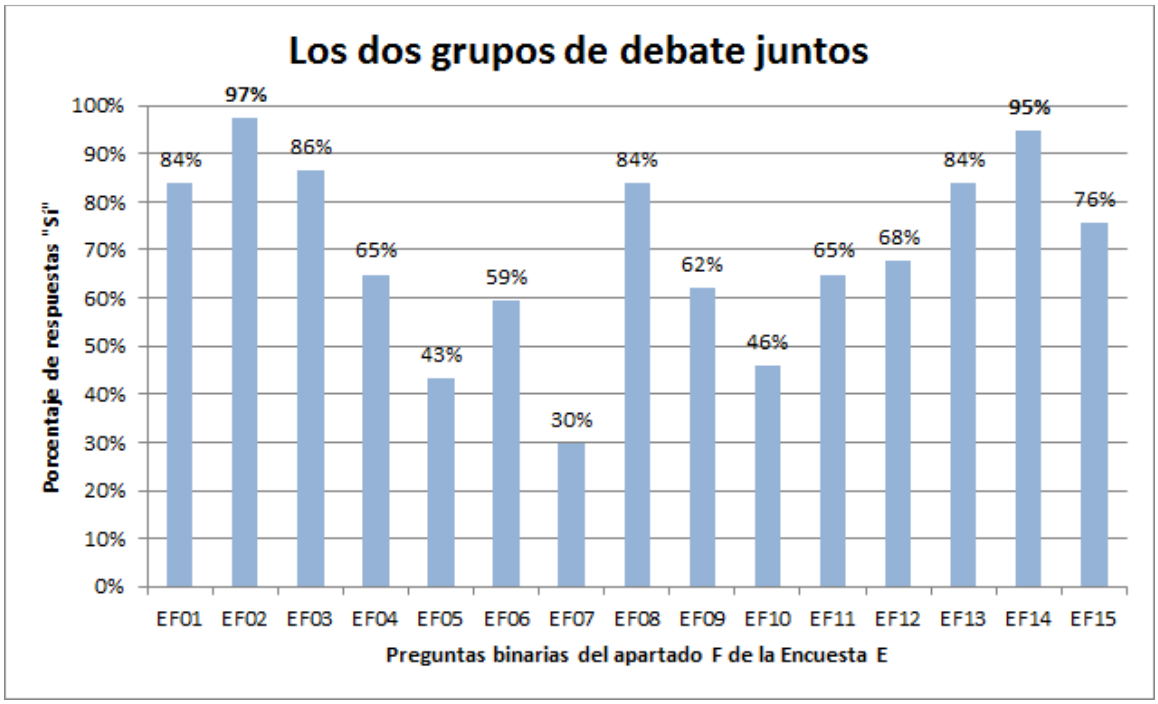


Figura IV – Porcentaje de respuestas afirmativas a las quince preguntas del apartado F de la encuesta E.

El debate posterior sobre estos resultados se articuló en dos grupos de alumnas (dos sesiones) por necesidades de organización y horarios escolares. Hay que considerar que se trata de alumnas que disfrutan de una beca anual para cada curso y que son elegidas por las Federaciones Deportivas correspondientes en función de varios criterios; el principal los resultados deportivos. En las renovaciones de la beca influyen también los resultados académicos.

MAPEAMENTO DE CONHECIMENTOS DE ESTUDANTES SOBRE A EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Cileda de Queiroz e Silva COUTINHO[1]; Saddo Ag ALMOULOUD[2] et Ricardo Antonio de SOUZA[3].

CARTOGRAPHIE DES CONNAISSANCES D´ETUDIANTS SUR L´EDUCATION FINANCIERE

MAPPING STUDENTS' KNOWLEDGE ON FINANCIAL EDUCATION

RESUMO

O artigo apresenta um estudo diagnóstico sobre conhecimentos sobre matemática financeira e educação financeira, junto a alunos de um curso de Administração de Empresas, egressos da disciplina Matemática Financeira. O objetivo do questionário utilizado na coleta de dados foi o de levantar elementos que fundamentassem a concepção de uma sequência didática com enfoque de modelagem matemática para a abordagem da Educação Financeira com esses alunos. A análise foi realizada à luz da Análise Estatística Implicativa e um dos principais resultados apontados foi a importância do contexto na apresentação das situações-problema, de forma a que este seja relacionado ao cotidiano do aluno, à realidade socioeconômica do aluno, favorecendo assim seu engajamento nas situações de aprendizagem propostas. Observamos que os resultados observados convergem para resultados de outras pesquisas desenvolvidas em nosso grupo de pesquisa.

Palavras-chave : *educação financeira, diagnóstico, ensino superior, análise estatística implicativa.*

RÉSUMÉ

Nous présentons dans cet article, une étude diagnostique sur les connaissances d´étudiants d´un cours d´administration des entreprises relatives aux mathématiques financières et l´éducation financière. L´objectif du questionnaire que nous avions utilisé est la collecte des éléments qui nous permettent d´appuyer la construction d´une séquence didactique mettant en jeu la modélisation mathématique pour une approche de l´éducation financière visant la formation de ces étudiants. L´analyse des données construites a été réalisée en s´appuyant sur l´Analyse Statistique Implicative. L´un des principaux résultats révélés par cette analyse est l´importance de la mise en jeu du contexte dans la présentation des situations-problèmes, qui permettent de mettre en rapport l´étudiant avec son quotidien, mais aussi avec sa réalité socio-économique, pour favoriser son engagement dans les situations d´apprentissage proposées. Nous avons aussi observé que ces résultats confirment les résultats de recherches que nous menons au sein de notre groupe.

Mots-clés : *éducation financière, enseignement supérieur, analyse statistique implicative.*

ABSTRACT

This paper presents a diagnostic study on knowledge about financial mathematics and financial education, mobilized by students of a Business' course, with graduates of a financial Mathematics discipline The purpose of the questionnaire used for data collection was to identify elements that would substantiate the design of a didactic sequence with mathematical

[1] PUC-SP, rua Marquês de Paranaguá, 111, São Paulo, SP, Brasil, cileda@pucsp.br
[2] PUC-SP, saddoag@pucsp.br
[3] PUC-SP, r.3009@hotmail.com

modeling approach for addressing financial education to these students. The analysis was conducted by using Statistical Analysis Implicative and one of the main results highlighted was the importance of context in the presentation of problem situations, so that this is related to the daily life, the socioeconomic reality of the student, thus favoring their engagement with the learning situations. We note that the observed results converge to the results of other research developed in our research group.

Keywords : *financial education, diagnosis, higher education, statistical analysis implicative.*

1 Introdução

Neste artigo, apresentamos uma parte dos resultados de um questionário que tem por objetivo identificar conhecimentos sobre a Matemática Financeira e indícios de Educação Financeira. Discutiremos a utilização da Análise Estatística Implicativa (A.S.I.), possibilitada pelo software CHIC, no diagnóstico de conhecimentos construídos por discentes de forma a que se construa uma sequência didática para a abordagem da Educação Financeira (desenvolvimento do letramento financeiro pelos alunos).

Lembramos que esse tipo de análise, desenvolvida por Gras (2014) e colaboradores, destina-se a identificar e a estruturar em forma de regras, um conjunto de dados, cruzando sujeitos (ou objetos) e variáveis por meio de uma modelagem estatística de quase-implicação: *se a variável ou uma combinação de variáveis a é observada na população, então, em geral, a variável b é também observada*. Essa problemática da A.S.I. pode ser traduzida como segue: **evidenciar estruturas implicativas no seguinte sentido**: um *comportamento* ***a*** *está acompanhado, de modo consequente ou não, de um comportamento* ***b****", dito de outra forma, "a maioria dos indivíduos que têm a modalidade* ***a*** *têm também a modalidade* ***b*** *". Esta expressão é semelhante a implicação* $\boldsymbol{a \Rightarrow b}$ *ou a inclusão do conjunto daqueles que têm* ***a*** *no conjunto daqueles que têm* ***b****. De fato, a implicação-inclusão é raramente realizada.*

Os resultados desse questionário, analisados à luz da A.S.I., nos permitem inferir uma alternativa metodológica na abordagem da educação financeira, identificando potenciais elementos conceituais e procedimentais, permitindo a concepção de situações-problema visando o letramento financeiro dos alunos. Ou seja, por meio das análises realizadas buscamos identificar elementos que permitam construir uma sequência didática de forma a que os alunos possam desenvolver as habilidades e competências necessárias à educação financeira. Fazemos a hipótese da eficácia da sequência a partir da constatação que sua concepção é feita à luz de relações construídas com o uso da A.S.I. As variáveis envolvidas podem ser de vários tipos: binário, modal, numérico, intervalar etc. Os conjuntos de regras obtidos podem ser estruturados de acordo com diferentes abordagens complementares (gráfico implicativo, hierarquia orientada). A visualização dos resultados (A.S.I. e Hierarquia de Similaridade) e sua interpretação são facilitadas pelo software C.H.I.C. (Classificação Hierárquica Implicativa e Coesitiva). Pelo uso de A.S.I. procuramos sintetizar e de estruturar nossos dados afim de identificar as variáveis estatísticas, os fatores em jogos, suas relações, sua hierarquia, etc., mas também evidenciar a dinâmica dos comportamentos dos alunos em situação de resolução de problemas. Os dados em nosso banco são do tipo binário: presença ou ausência do atributo analisado. Na pesquisa aqui relatada, fazemos uso das variáveis binárias. Por exemplo, para os itens do questionário, apresentados em forma de escala (frequentemente, algumas

vezes, raramente ou nunca), consideramos "1" para a opção escolhida e "0" para as demais. O quadro 1 ilustra o tratamento feito no preparo do banco de dados.

Você utilizou recursos tecnológicos (planilhas eletrônicas, emuladores, calculadoras financeiras, etc.) ao estudar Matemática Financeira?			
Frequentemente	Algumas vezes	Raramente	Nunca
1	0	0	0

Quadro 2. Exemplo de tratamento dos dados

O banco de dados aqui analisado foi constituído na primeira etapa de pesquisa de doutorado em andamento em nosso grupo de pesquisa, que trata do tema da modelagem na abordagem da educação financeira junto a alunos de um curso de Administração de Empresas que são egressos da disciplina Matemática Financeira.

2 Letramento financeiro

Segundo Coutinho e Teixeira (2016), a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO) define literacia como a capacidade para identificar, compreender, interpretar, criar, comunicar e usar novas tecnologias, de acordo com os diversos contextos. Envolve um processo contínuo de aprendizagem que permite que os indivíduos alcancem os seus objetivos, desenvolvam o seu conhecimento, as suas potencialidades e participem de forma plena na comunidade e de forma mais ampla na sociedade. Tomando esta definição como referência, os autores assumem como letramento financeiro ou literacia financeira a capacidade de identificar, compreender, interpretar, criar e usar novas tecnologias em contextos relativos ao tratamento de problemas que envolvam planejamento e gerenciamento de finanças pessoais. Buscamos conhecer se os alunos de um curso de Administração, egressos da disciplina Matemática Financeira, apresentam algum indício desse letramento, ou pelo menos se são observados elementos da educação financeira escolar, que é o nível com o qual se espera que os alunos concluam o Ensino Médio. Assumimos a concepção de educação financeira escolar proposta por Silva e Powell (2013), segundo a qual os estudantes precisam imergir na compreensão de finanças e economia para que possam analisar, fazer julgamentos fundamentados, tomar decisões e ter posições críticas sobre questões financeiras, tanto na vida pessoal, familiar e na sociedade.

3 O Questionário e a caracterização dos respondentes

Lembramos que o questionário tem por objetivo identificar conhecimentos sobre a Matemática Financeira e indícios de Educação Financeira para criar elementos para a construção de uma sequência didática que aborde a Educação Financeira O questionário foi composto por 32 questões e foi respondido por 58 alunos egressos da disciplina Matemática Financeira. A primeira parte contemplava questões de caracterização pessoal, tais como gênero, idade, número de filhos, escolaridade dos pais, entre outros. A segunda parte foi composta por questões que procuravam diagnosticar a opinião dos alunos quanto à metodologia utilizada no desenvolvimento do curso de matemática financeira do qual são egressos, bem como identificar traços de educação financeira. Entre os 58 alunos respondentes, 40 são do sexo feminino, apenas 15 recebem bolsa de estudos para cursar a universidade e 38 já trabalham na área para a qual estão estudando (área de gestão). No que se refere às questões da segunda parte, observamos que entre os 58 respondentes,

apenas 12 afirmam ter aprendido Matemática Financeira no Ensino Fundamental e/ou no Ensino Médio. 45 alunos afirmam que raramente ou nunca era usado algum livro didático na disciplina Matemática Financeira, enquanto que 31 afirmam que frequentemente ou algumas vezes o professor utilizava notas de aula sendo que 23 afirmam as duas coisas simultaneamente: raramente ou nunca o livro didático era usado enquanto que as notas de aula eram de usadas frequentemente ou algumas vezes. Quanto à contextualização utilizada nos exemplos e exercícios de Matemática Financeira, 40 alunos afirmam que o professor da disciplina utilizou exclusivamente contextos sugeridos no material didático. Relações entre estas variáveis são discutidas na seção 4 desse texto. Um dado importante está no fato de que entre os 58 alunos respondentes, 38 afirmam que a Matemática Financeira e a Educação Financeira são a mesma coisa ou quase a mesma coisa (65.5%), proporção maior do que a observada em Teixeira (2015), que analisou respostas de 161 professores que lecionam Matemática no Ensino Médio, observando que aproximadamente 48% deles afirmam essa percepção. Podemos inferir que as aulas no Ensino Superior reforçaram esse tipo de percepção, se partimos da premissa que as concepções dos professores influenciam as concepções construídas por seus alunos? Explicando melhor: os 58 alunos respondentes passaram por um curso de Matemática Financeira na Universidade, mas também podem ter passado por conteúdos de Matemática Financeira no Ensino Médio. A utilização da Análise Estatística Implicativa permitiu identificar relações que aprofundam as observações acima pelo estabelecimento de metarregras do tipo "se ... então provavelmente ..." É importante salientar a importância da caracterização das variáveis suplementares (idade, nível de escolaridade dos pais, gênero, por exemplo) ou sujeitos (ou grupos de sujeitos) que são típicos dos caminhos implicativos formados. A tipicalidade é uma informação que colabora na interpretação dos dados pela análise das variáveis de contexto que caracterizam os tipos de respostas associadas em tais agrupamentos. Lembramos que uma variável principal é toda variável considerada normalmente pelo CHIC. Como padrão, todas as variáveis são principais. As variáveis suplementares (em geral são as descritivas, e no nosso banco de dados são aquelas oriundas da Parte 1 do questionário) são variáveis que não interferem no cálculo das contribuições das categorias. Por exemplo, se desejamos saber se uma implicação é na maior parte formada por pessoas do sexo feminino ou masculino, definimos para cada indivíduo a variável "sexo". Em seguida, estas variáveis são consideradas apenas quando da procura da contribuição ou da tipicidade das categorias. Para definir uma variável secundária ou suplementar, acrescentamos ao nome da variável um espaço e um "s". Assim, o atributo *Feminino* é, por exemplo, codificado *Fem* como variável principal e *Fem s* como variável suplementar. Nosso banco de dados conta com 14 variáveis suplementares, considerando cada uma das possibilidades de resposta dos nove itens da Parte 1 do questionário (Anexo 1), eliminando dele as variáveis não discriminantes. O critério para identificação das variáveis discriminantes foi a frequência observada. Para as que foram identificadas como não discriminantes, buscou-se realizar agrupamentos que fossem coerentes com os objetivos fixados na pesquisa, de forma a que não prejudicassem as análises realizadas. Por exemplo, justificamos assumir como uma única variável Q19CD uma vez que, isoladamente, Q19C e/ou Q19D não possuíam frequência relevante, mas que sua totalização tornava a comparação com as demais significativa. Cada um dos caminhos identificados está apresentado no Anexo 1, como os significados de cada uma das variáveis.

4 Tratamento dos dados por Análise Estatística Implicativa

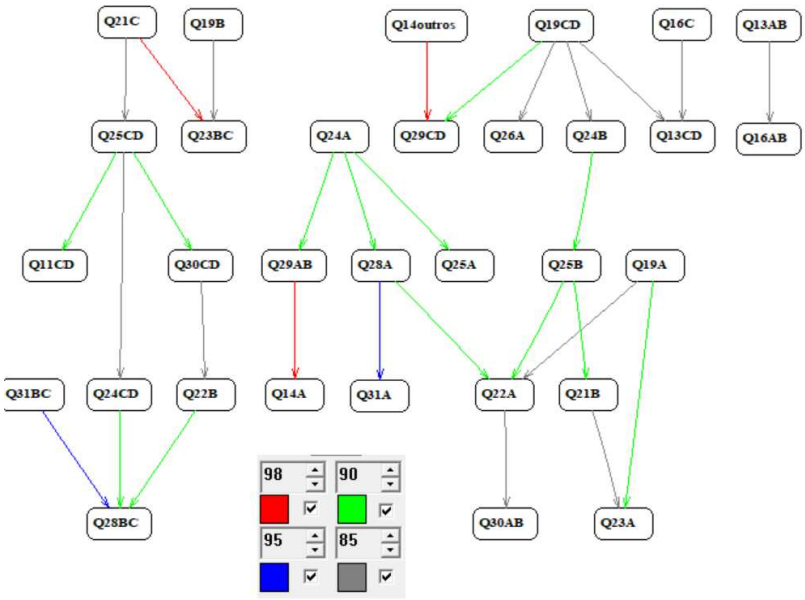


Figura 17 - Grafo implicativo relativo às respostas de 58 alunos de um curso de Administração

Conforme a Figura 1, identificamos 20 caminhos, ou seja, 20 conjuntos de metarregras, ilustradas no quadro 1, e a análise de cada um deles fará emergir informações importantes para a continuação da pesquisa, com a concepção de uma sequência didática que aborde a educação financeira pela modelagem. O objetivo da análise implicativa é construir uma sequência a partir das concepções identificadas nos alunos respondentes.

Caminho	Variáveis relacionadas	Caminho	Variáveis relacionadas
1	Q21C→Q25CD→Q24CD→Q28BC	11	Q14outros→Q29CD
2	Q21C→Q25CD→Q11CD	12	Q19CD→Q29CD
3	Q21C→Q25CD→Q30CD→Q22B→Q28BC	13	Q19CD→Q26A
4	Q31BC→Q28BC	14	Q19CD→Q24B→Q25B→Q22A→Q30AB
5	Q21C→Q23BC	15	Q19CD→Q24B→Q25B→Q21B→Q23A
6	Q19B→Q23BC	16	Q19CD→Q13CD
7	Q24A→Q29AB→Q14A	17	Q16C→Q13CD
8	Q24A→Q28A→Q31A	18	Q13AB→Q16AB
9	Q24A→Q28A→Q22A→Q30AB	19	Q19A→Q22A→Q30AB
10	Q24A→Q25A	20	Q19A→Q23A

Quadro 3 - Caminhos indicando relações de meta-implicação entre as variáveis

Para analisar os caminhos identificados pelo CHIC, ou seja, para analisar as meta-implicações definidas, iniciamos pelas que terminam pela variável Q28BC, que indica que algumas vezes ou raramente (opção b e opção c na resposta à questão) o professor comparou situações envolvendo juros simples com situações de juros compostos durante a disciplina de matemática financeira cursada. A figura 2 representa esse conjunto de implicações e nela podemos observar que nenhuma das variáveis envolvidas refere-se à concordância total com a afirmação feita na questão ou à opção « frequentemente »

quando perguntados sobre a prática de determinadas ações. O questionário é apresentado no Anexo 2.

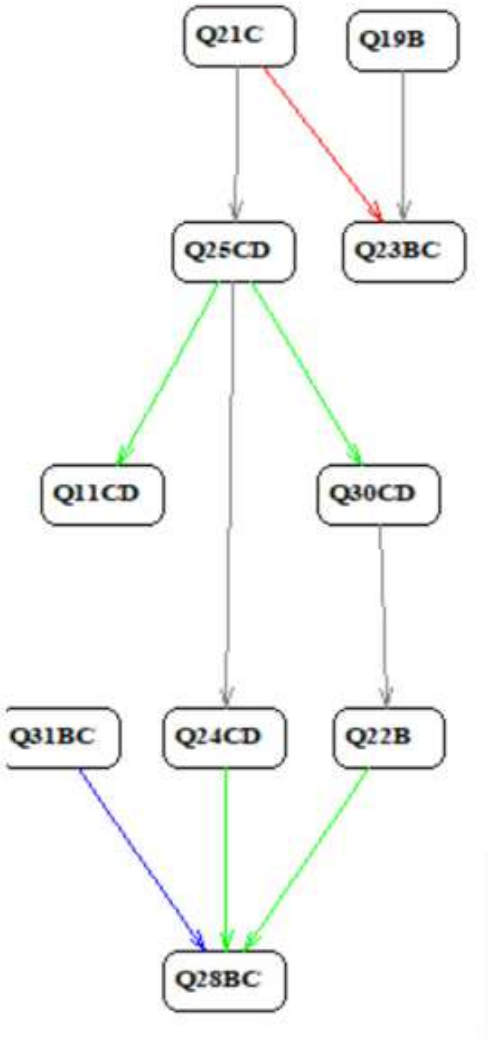


Figura 18 - Caminhos que conduzem à variável Q28BC

O primeiro caminho escolhido inicia em Q31BC (algumas vezes ou raramente – opção b e opção c na resposta à questão) acredita que a matemática financeira pode influenciar mudanças comportamentais. A ligação entre as duas variáveis (Q31BC → Q28BC) tem índice de implicação igual a 95% e tem como variável típica aqueles alunos cujo pai tem graduação ou pós-graduação com risco igual a 0,0208. Uma análise dos conteúdos da Matemática Financeira em termos de ecossistema (Artaud, 1998) permite explicar a relação identificada: a associação entre juros simples e compostos "alimenta" a compreensão da variação do valor do dinheiro ao longo do tempo, que é o cerne da matemática financeira. Para Hazzan e Pompeo (2007, p.1), a "Matemática Financeira visa estudar o valor do dinheiro no tempo, nas aplicações de dinheiro e nos pagamentos de empréstimos". Inferimos, assim, que a influência de um conhecimento de matemática financeira sobre práticas do dia a dia, ou seja, sobre comportamentos, depende da compreensão de como os juros, simples e compostos, interferem nessa variação de valor. Um resultado importante pode ser identificado para a elaboração de sequências didáticas sobre Matemática Financeira: a necessidade de se oferecer aos alunos situações nas quais

possa fazer essa comparação entre juros simples e compostos. Por exemplo, o pagamento de um boleto de aluguel feito após vencimento é atualizado, na maior parte das vezes, pela incidência de juros simples além de taxa TR, enquanto que um valor financiado tem seu valor total determinado por meio de juros compostos, além de outras eventuais taxas (dependendo do agente financiador).

Outro caminho que leva à variável Q28BC passa pela implicação de outras variáveis: Q21C → Q25CD → Q24CD → Q28BC. Sua decomposição nos permitirá compreender cada uma das partes e seus respectivos índices. Iniciando por Q21C → Q25CD (se o professor raramente utilizava outros tópicos da matemática para abordar o tema "juros", então provavelmente raramente ou nunca propunha situações-problema complementares), o índice de implicação é igual a 85% e a variável típica é formada pelos alunos cujo pai possui graduação ou pós-graduação, com risco 0,079. Na sequência, Q25CD → Q24CD (se raramente ou nunca propunha situações-problema complementares, então provavelmente raramente ou nunca esse professor iniciava a abordagem pela proposta de situações a partir de diálogos com os alunos). O índice de implicação também é de 85% e a variável típica também é formada pelos alunos cujo pai possui graduação ou pós-graduação, com risco 0,0394. Completando esse caminho, Q24CD → Q28BC (se raramente ou nunca esse professor iniciava a abordagem pela proposta de situações a partir de diálogos com os alunos, então provavelmente algumas vezes ou raramente, o professor comparou situações envolvendo juros simples com situações de juros compostos). O índice de implicação é igual a 90% e a variável típica se mantém como as etapas anteriores desse caminho, com risco igual a 0,0282. Observando o conjunto de atividades envolvidas nesse caminho implicativo podemos inferir uma confirmação da informação fornecida no primeiro caminho de nossa análise: (Q31BC → Q28BC). Ou seja, a ausência total ou parcial de relações entre matemática financeira e outros conteúdos matemáticos, situações reais ou realísticas apresentadas por problemas complementares e construídas a partir de diálogos com alunos dificulta a aplicação da Matemática Financeira permitem inferir que o professor não apresentou também a relação entre juros simples e compostos. Dessa forma, a aplicação da Matemática Financeira a situações da vida quotidiana fica bastante dificultada, ou seja, provavelmente não existem as condições necessárias para que os conhecimentos interfiram nas decisões a serem tomadas no dia a dia. Segundo Trindade (2017), é possível abordar a Educação Financeira a partir de outros conteúdos presentes nos livros didáticos destinados à Matemática do Ensino Fundamental II. Complementamos a ideia para conteúdos do Ensino Médio citando o uso das Progressões (PA e PG) para resolução de problemas que introduzam a ideia de juros simples e compostos. Essa informação contribui para a concepção de situações didáticas para a abordagem da Educação Financeira, lembrando que assumimos em nosso grupo de pesquisa que a ela pode ser abordada a partir de conhecimentos construídos da Matemática Financeira. Consideremos o caminho Q21C → Q25CD → Q30CD → Q22B → Q28BC, que difere do anterior pela introdução das variáveis Q30CD e Q22B nas relações implicativas que conduzem à variável Q28BC. Observamos que os alunos que afirmam que o professor raramente ou nunca propunha problemas complementares ou buscavam situações cotidianas para emprego dos conteúdos, provavelmente afirmam não conseguir deduzir sozinhos as fórmulas da Matemática Financeira. Se esse agrupamento é observado, então provavelmente o professor raramente ou nunca comparou situações de juros simples com situações de juros compostos. O índice de implicação muda ao longo do caminho, sendo que o menor deles é igual a 85%. A variável típica também se altera, mas permanece

sempre relacionada à escolaridade do pai, o que sugere a influência dessa na construção da cultura financeira do aluno. Esse tipo de influência é apontado por Teixeira (2017), ao analisar conhecimentos sobre Educação Financeira de professoras que ministram aulas no 5º ano do Ensino Fundamental (alunos com 10 anos de idade), e que observou aumento na mobilização de conhecimentos e realização de práticas relacionadas à Educação Financeira quando considerava o aumento da escolaridade dos pais. A partir desses dados podemos identificar a necessidade de se considerar situações cotidianas, abordadas a partir de diálogos com os alunos e problemas complementares para que se comparem situações de juros simples e juros compostos, alertando também para as possibilidades de que a Matemática Financeira pode influenciar mudanças comportamentais. Ainda nas relações ilustradas na Figura 2, destacamos o caminho Q21C → Q23BC : se o professor raramente partiu de outros tópicos para abordar o conceito de juros então provavelmente ele raramente ou apenas algumas vezes explicava primeiro para depois propor situações-problema. O índice de implicação é de 98%, a variável mais típica a este caminho é Q7C (mãe com fundamental II), com um risco de : 0.103. O outro caminho que termina em Q23BC tem início na variável Q19B (o professor, algumas vezes, deduzia a fórmula), com índice de implicação igual a 85%. Esses dois caminhos citados indicam certa incoerência, sobretudo considerando os caminhos já analisados que também se iniciam em Q21C. Como os itens do questionário são respondidos pelos alunos que emitem opiniões sobre o desenvolvimento da disciplina Matemática Financeira, podemos supor que não se atentaram para o que significa uma prática docente que não parte de uma explicação inicial antes de oferecer situações-problema. Considerando o ecossistema da Escola Básica (particularmente a cadeia alimentar) no qual a Educação Financeira se insere, nos termos propostos por Artaud (1998), inferimos que os conceitos de juros simples e juros compostos não foram adequadamente trabalhados, de forma a que se apoiem em conhecimentos anteriores e também permitam a construção de novos conhecimentos, sobretudos ligados à vida cotidiana. Passamos a analisar as relações estabelecidas a partir da variável Q24A : frequentemente o professor propunha situações-problema construídas a partir de diálogos com os alunos, ilustradas na Figura 3. Vale observar que todas as variáveis envolvidas representam a avaliação de ocorrência da situação citada como frequentemente (A) ou algumas vezes (B).

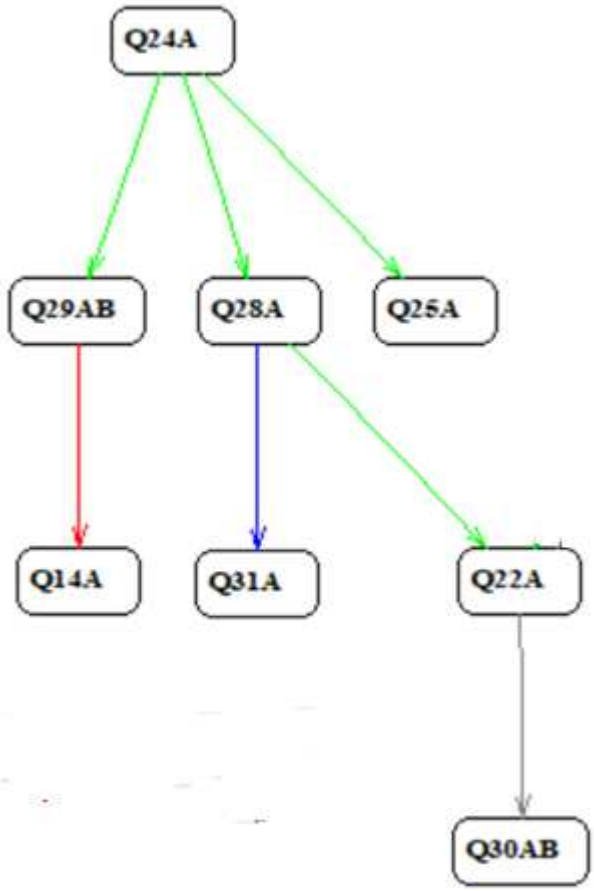


Figura 19 - Caminhos que se iniciam pela variável Q24A

O primeiro caminho analisado mostra que se o professor, frequentemente, propunha situações-problema construídas a partir de diálogos com vocês alunos, então provavelmente também frequentemente ou algumas vezes propunha a utilização da internet como fonte de busca de informações sobre aplicações possíveis para os conteúdos aprendidos (índice de similaridade igual à 90%). Na sequência, se frequentemente ou algumas vezes propunha a utilização da internet como fonte de busca de informações sobre aplicações possíveis para os conteúdos aprendidos, então provavelmente o professor se preocupou em contextualizar os exemplos e os exercícios abordados no tema de Matemática Financeira exclusivamente em contextos sugeridos pelo material didático (livro, apostila ou notas de aula). Esse caminho permite observar uma contradição dos alunos quanto à percepção da abordagem: utiliza fontes de busca de informações na internet, mas se limita à utilização exclusiva de contextos presentes nos materiais didáticos. Este fato reforça a ideia de que os materiais didáticos são um instrumento importante nos processos de ensino e aprendizagem, tanto como auxílio ao professor no ato de planejar suas aulas como auxílio ao aluno no acompanhamento dos conteúdos abordados em sala de aula. Nessa linha de pensamento, PNLD (2005, p. 196, apud CHAVES, 2016, p.61) orienta que o livro didático é um meio que exerce grande influência sobre a atuação do professor em sala de aula, pois ele se torna, frequentemente, a única ferramenta disponível para seu trabalho. Nesse sentido, Lajolo (1996, p. 4, apud CHAVES, 2016, p.61) afirma que “a importância atribuída ao livro didático em toda a

sociedade faz com que ele acabe determinando conteúdos e condicionando estratégias de ensino, marcando de forma decisiva o que se ensina, como se ensina e o que se ensina".

O segundo caminho que consideramos apresenta a relação « se o professor propunha, frequentemente, situações problema construídas a partir de diálogos com vocês alunos, então provavelmente ele também comparava frequentemente situações nas quais se usa juros simples com situações de juros compostos (índice de similaridade igual a 90%), ou seja, Q24A → Q25A. Teixeira (2015) cita o defendido por Kern (2009), que destaca « a importância do uso da contextualização na elaboração dos exemplos e exercícios abordados em sala de aula. Muitas vezes, o que está contemplado nos livros não reflete a realidade socioeconômica do aluno, transformando-se assim em mais um obstáculo ao ensino e aprendizagem da matemática financeira » (Teixeira, 2015, p.133). Tal preocupação com os contextos deve ser um dos eixos para a concepção da sequência didática a ser utilizada com esses alunos respondentes. Os alunos cujas respostas constituem esse caminho são, tipicamente, aqueles cuja mãe tem escolaridade até o ensino fundamental I, com risco 0,152.

O papel do contexto associado ao cotidiano dos alunos é indicado pelo caminho Q24A → Q28A → Q31A : « se o professor propõe situações problema a partir de diálogos com os alunos, então provavelmente comparava situações envolvendo juros simples com outras envolvendo juros compostos. Nessas condições, provavelmente acredita que a Matemática Financeira pode influenciar no comportamento financeiro dos sujeitos ». A letra (A) nas variáveis indica que os alunos apontaram que todos os comportamentos ocorrem frequentemente. Reforçamos assim o afirmado por Teixeira (2015) no que se refere à importância do contexto, o que corrobora para a necessidade de que a sequência didática a ser elaborada priorize problemas contextualizados na realidade do aluno.

5 Conclusões

O estudo do perfil dos sujeitos da pesquisa e o mapeamento de seus conhecimentos sobre a Educação Financeira, nos permitem inferir que muito há para conhecer quanto aos processos de ensino e da aprendizagem nesse campo. Por exemplo, como os processos de aprendizagem se caracterizam na Educação Financeira? Quais são as alternativas metodológicas para investigarmos os processos de aprendizagem nessa área de conhecimento? As análises realizadas e aqui apresentadas nos permitem responder, ao menos parcialmente, nossas questões de pesquisa: quais fatores influenciam os processos de ensino e de aprendizagem da Educação Financeira? Quais são as alternativas metodológicas para investigarmos os processos de aprendizagem no contexto da Educação Financeira? No que se refere à primeira questão, podemos inferir a importância do contexto e a necessidade de que a sequência didática a ser elaborada priorize problemas contextualizados na realidade do aluno. Os dados obtidos por meio desse questionário mostram a necessidade de analisar os contextos que têm potencial para favorecer o ensino e a aprendizagem de objetos da Educação Financeira. De acordo com Chaves (2016, p.45), "Contextualizar é o ato de vincular o conhecimento à sua origem e à sua aplicação". Ainda, afirma que

Na escola, a ideia de contextualização recebe orientações dos PCNEM (2000, p.78) que recomendam que o tratamento contextualizado do conhecimento é o recurso que a escola tem para retirar o aluno da condição de expectador passivo. Se bem trabalhado, permite

que, ao longo da transposição didática, o conteúdo do ensino provoque aprendizagem significativa, que mobilize o aluno a estabelecer entre ele e o objeto do conhecimento uma relação de reciprocidade. Por isso, a contextualização evoca áreas, âmbitos ou dimensões presentes na vida pessoal, social e cultural e mobiliza competências cognitivas já adquiridas. (CHAVES, 2016, p.45)

No que se refere à Educação Financeira, consideramos a definição de Educação Financeira Escolar nos termos de Silva e Powell (2013), o que exige que os estudantes devem analisar, criticar e tomar decisões sobre questões financeiras que envolvam ambientes pessoais, familiares e profissionais. E para que possam realizar essas ações, precisam conhecer e compreender os contextos nos quais os problemas se apresentam. Considerando que os sujeitos são alunos de um curso de Administração de Empresas, a Educação Financeira que guie suas ações em ambiente profissional é mais proeminente. Dessa forma, é fundamental que os cursos de Matemática Financeira, no qual se pode abordar de forma privilegiada os princípios da Educação Financeira, devem trabalhar contextos reais e realísticos relacionados ao cotidiano profissional de alguém na área da gestão. Tais resultados nos orientarão para a proposta de sequências didáticas que possam ser desenvolvidas para esse público.

Referências

[1] Artaud, M. Introduction à l'approche écologique du didactique: l'écologie des organisations mathématiques et didactiques. In: *École D'été de Didactique des Mathématiques*, 1988, Hougate, Bailleul. Actes de la neuvième École d'été de didactique des Mathématiques. Hougate, Bailleul, 1998. 101-139.

[2] Chaves, A. P.; Função Quadrática: Análise em termos de contextos, de organizações matemáticas e didáticas propostas em Livros Didáticos de Ensino Médio. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática da PUC/SP, 2016. Disponível em https://tede2.pucsp.br/handle/handle/19517, acessado em 09/07/2017.

[3] Coutinho, C. Q. S.; Teixeira, J. Letramento Financeiro: Um Diagnóstico de Saberes Docentes. *Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2015v10n2p1, 2015, acesso em 01/06/2017.

[4] Gras, R. Genèse et Développement de l'Analyse Statistique Implicative; rétrospective historique. Conferência apresentada no Institut de l'Homme et de la Technologie, In *Journée scientifique en hommage à Régis Gras de Nantes*. 2014. Disponível em https://www.researchgate.net/publication/278625226_Genese_et_developpement_de_l%27Analyse_Statistique_Implicative_retrospective_historique. Acesso em 09/07/2017

[5] Hazzan, S.; Pompeo, J. N. *Matemática Financeira*. (6ª edição). São Paulo: Saraiva. 2007.

[6] Silva, A.; Powell, A. Um programa de educação financeira para a matemática escolar da educação básica. *Anais do XI Encontro de Educação Matemática*. Curitiba, 2013. Disponível em

http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/2675_2166_ID.pdf, acesso em 01/06/2017.

[7] Teixeira, J. *Um estudo diagnóstico sobre a percepção da relação entre educação financeira e matemática financeira*. Doutorado em Educação Matemática defendido no PEPG em Educação Matemática da PUC-SP, 2015. Disponível em https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11025, acesso em 01/06/2017.

[8] Teixeira, D. F. *Educação financeira no Ensino Fundamental: conhecimentos identificados em um grupo de professores do quinto ano*. Dissertação de Mestrado Acadêmico, defendida no PEPG em Educação Matemática da PUC-SP. 2017. Disponível em https://tede2.pucsp.br/handle/handle/20105, acesso em 10/05/2017.

[9] Trindade, L. B. *Educação Financeira nos Livros Didáticos do Ensino Fundamental II*. Dissertação de Mestrado Acadêmico, defendida no PEPG em Educação Matemática da PUC-SP. 2017. Disponível em https://tede2.pucsp.br/handle/handle/20032, acesso em 10/05/2017.

Anexo

Anexo 1 : relações organizadas segundo o índice implicativo, com as cores representando o valor considerado para cada cor (Cor vermelha (98%), cor azul (95%), cor verde (90%) e cor cinza (85%)).

1) Q21C-Q25CD (raramente parte de outros tópicos para abordar juros – raramente ou nunca propunha situações problemas complementares). A variável mais típica a este caminho é Q6EF com risco 0.079 (pai com graduação ou pós-graduação)
2) Q21C-Q23BC (raramente parte de outros tópicos para abordar juros – raramente ou algumas vezes explicava primeiro para depois propor situações-problema). A variável mais típica a este caminho é Q7C com risco 0.103 (mãe com fundamental II)
3) Q25CD-Q11CD (raramente ou nunca propunha situações problemas complementares – raramente ou nunca o professor utilizou livros didáticos). A variável mais típica a este caminho é Q1B com risco 0.0971 (feminino)
4) Q25CD-Q24CD (raramente ou nunca propunha situações problemas complementares – raramente ou nunca o professor propunha situações a partir de diálogos). A variável mais típica a este caminho é Q6EF com risco 0.0394 (pai com graduação ou pós-graduação)
5) Q25CD-Q30CD-Q22B (raramente ou nunca propunha situações problemas complementares – raramente ou nunca buscavam situações cotidianas nas quais se empregam os conteúdos – atualmente não deduziria sozinho as fórmulas). A variável mais típica a este caminho é Q6BA com risco 0.0384 (pai estudou no máximo até o ensino fundamental I)
6) Q19B-Q23BC (algumas vezes deduzia fórmula - raramente ou algumas vezes explicava primeiro para depois propor situações-problema). A variável mais típica a este caminho é Q6BA com risco 0.031 (pai estudou no máximo até o ensino fundamental I)
7) Q31BC-Q28BC (algumas vezes ou raramente acredita que a Matemática Financeira pode influenciar mudanças comportamentais – algumas vezes ou raramente o professor comparou situações de juros simples com situações de juros compostos). A variável mais típica a este caminho é Q6EF com risco 0.0208 (pai com graduação ou pós-graduação)
8) Q24CD-Q28BC (raramente ou nunca o professor propunha situações a partir de diálogos - algumas vezes ou raramente o professor comparou situações de juros simples com situações de juros compostos). A variável mais típica a este caminho é Q6EF com risco 0.0282 (pai com graduação ou pós-graduação).

9) Q22B-Q28BC (atualmente não deduziria sozinho as fórmulas - algumas vezes ou raramente o professor comparou situações de juros simples com outras de juros compostos). A variável mais típica a este caminho é Q6EF com risco 0.0282 (pai com graduação ou pós-graduação)
10) Q14outros-Q29CD (contextos em notícias, propagandas, ou cotidiano – raramente ou nunca usavam internet para informações). A variável mais típica a este caminho é Q6EF com risco 0.0651 (pai com graduação ou pós-graduação)
11) Q19CD-Q29CD (raramente ou nunca o professor deduzia fórmulas - raramente ou nunca usavam internet para informações). A variável mais típica a este caminho é Q7C com risco 0.0178 (mãe estudou no máximo até o ensino fundamental I)
12) Q19CD-Q26A (raramente ou nunca o professor deduzia fórmulas – frequentemente os dados para a resolução dos problemas já eram explicitados nos enunciados). A variável mais típica a este caminho é Q7D com risco 0.0285 (mãe estudou até o Ensino Médio)
13) Q19CD-Q13CD (raramente ou nunca o professor deduzia fórmulas – raramente ou nunca o professor utilizou apenas notas de aula em suas aulas de matemática financeira na graduação). A variável mais típica a este caminho é Q4A com risco 0.0336 (alunos que recebem algum tipo de bolsa ou ajuda de custo para cursar a Universidade)
14) Q19CD-Q24B (raramente ou nunca o professor deduzia fórmulas – algumas vezes o professor propunha situações-problema construídas a partir de diálogos com vocês alunos). A variável mais típica a este caminho é Q4A com risco 0.105 (alunos que recebem algum tipo de bolsa ou ajuda de custo para cursar a Universidade)
15) Q16C-Q13CD (Educação Financeira e Matemática Financeira são muito diferentes – raramente ou nunca o professor utilizou apenas notas de aula em suas aulas de matemática financeira na graduação). A variável mais típica a este caminho é Q4A com risco 0.0336 (alunos que recebem algum tipo de bolsa ou ajuda de custo para cursar a Universidade)
16) Q13AB-Q16AB (frequentemente ou algumas vezes o professor utilizou apenas notas de aula em suas aulas de Matemática Financeira na graduação – Educação Financeira e Matemática Financeira são iguais ou quase a mesma coisa). A variável mais típica a este caminho é Q6D com risco 0.102 (pai estudou até o Ensino Médio)
17) Q24B-Q25B (Algumas vezes o professor propunha situações-problema construídas a partir de diálogos com vocês alunos – algumas vezes o professor propunha situações-problema para complementar os livros didáticos e apostilas). A variável mais típica a este caminho é Q6C com risco 0.0116 (pai estudou até o Ensino Fundamental II)
18) Q24A-Q29AB-Q14A (Frequentemente o professor propunha situações-problema construídas a partir de diálogos com vocês alunos – Frequentemente ou algumas vezes utilizavam a internet como fonte de busca de informações sobre aplicações possíveis para os conteúdos aprendidos - o professor se preocupou em contextualizar os exemplos e os exercícios abordados no tema de Matemática Financeira exclusivamente em contextos sugeridos pelo material didático (livro, apostila ou notas de aula) A variável mais típica a este caminho é Q6BA com risco 0.0415 (pai com nível de escolaridade até o Ensino Fundamental I)
19) Q24A-Q28A (Frequentemente o professor propunha situações-problema construídas a partir de diálogos com vocês alunos – Frequentemente o professor comparava situações nas quais se usa juros simples com situações de juros compostos. A variável mais típica a este caminho é Q7C com risco 0.0264 (mãe com nível de escolaridade até o Ensino Fundamental II)
20) Q24A-Q25A (Frequentemente o professor propunha situações-problema construídas a partir de diálogos com vocês alunos – Frequentemente o professor propunha situações-problema para complementar os livros didáticos e apostilas). A variável mais típica a este caminho é Q7BA com risco 0.152 (mãe estudou até o Ensino Fund. I)
21) Q28A-Q31A (Frequentemente o professor comparava situações nas quais se usa juros simples com situações de juros compostos – Frequentemente você acredita que a disciplina de matemática financeira pode influenciar nas mudanças do seu comportamento financeiro). A variável mais típica a este caminho é Q6BA com risco 0.173 (pai estudou até o Ensino Fundamental I)
22) Q28A-Q22A (Frequentemente o professor comparava situações nas quais se usa juros simples com situações de juros compostos – seria capaz de deduzir sozinho(a) as fórmulas de juros simples e composto). A variável mais típica a este caminho é Q6C com risco 0.0107 (pai estudou até o Ensino Fundamental II)
23) Q22A-Q30AB (seria capaz de deduzir sozinho(a) as fórmulas de juros simples e compostos – frequentemente ou algumas vezes buscava situações do cotidiano nas quais se empregam os

conteúdos aprendidos). A variável mais típica a este caminho é Q6EF com risco 0.0191 (pai com graduação ou pós-graduação)

24) Q25B-Q21B (Algumas vezes o professor propunha situações-problema para complementar os livros didáticos e apostilas – Algumas vezes o professor partia do estudo de outros tópicos da Matemática para chegar às fórmulas de juros simples e juros compostos). A variável mais típica a este caminho é Q9BC com risco 0.0974 (aluno não trabalha na área da graduação que está cursando)
25) Q25B-Q22A (Algumas vezes o professor propunha situações-problema para complementar os livros didáticos e apostilas – seria capaz de deduzir sozinho(a) as fórmulas de juros simples e compostos). A variável mais típica a este caminho é Q6C com risco 0.0107 (pai estudou até o Ensino Fundamental II)
26) Q19A-Q23A (Frequentemente seu professor deduzia as fórmulas utilizadas – Frequentemente seu professor primeiro explicava as noções envolvidas para depois propor situações-problema). A variável mais típica a este caminho é Q7EF com risco 0.0787 (mãe com graduação ou pós-graduação)
27) Q19A-Q22A (Frequentemente seu professor deduzia as fórmulas utilizadas – seria capaz de deduzir sozinho (a) as fórmulas de juros simples e compostos). A variável mais típica a este caminho é Q6C com risco 0.0107 (pai estudou até o Ensino Fundamental II)
28) Q21B-Q23A (Algumas vezes o professor partia do estudo de outros tópicos da Matemática para chegar às fórmulas de juros simples e juros compostos - Frequentemente seu professor primeiro explicava as noções envolvidas para depois propor situações-problema). A variável mais típica a este caminho é Q1A com risco 0.0179 (sexo masculino)

Anexo 2 : Questionário

PARTE 1
1ª) Gênero: ( ) Masculino ( ) Feminino
2ª) Idade:____ anos (completos)
3ª) Exerce função remunerada? ( )Sim ( )Não
4ª) Recebe algum tipo de bolsa ou ajuda de custo para cursar a Universidade? ( )Sim ( ) Não
5ª) Fez o ensino médio em: ( ) Maior parte em escola pública ( ) Maior parte em escola particular
6ª) Qual o nível de escolaridade do seu pai : ( ) Não alfabetizado ( ) Fundamental I ( ) Fundamental II ( ) Ensino Médio ( ) Graduação ( ) Pós-graduação
7ª) Qual o nível de escolaridade da sua mãe? ( ) Não alfabetizado ( ) Fundamental I ( ) Fundamental II ( ) Ensino Médio ( ) Graduação ( ) Pós-graduação
8ª) Quantos filhos você tem? ( )nenhum ( ) 1 ( ) 2 ( ) 3 ( ) 4 ou mais
9ª) Trabalha na área da graduação que está cursando? ( ) Sim ( ) Não ( ) Não trabalho
PARTE 2
10ª) Na sua formação básica (Fundamental e Médio), você estudou Matemática Financeira em alguma disciplina? [ ] Sim [ ] Não
11ª) Em suas aulas de matemática financeira na graduação, o professor utilizou livros didáticos?
[ ] Frequentemente [ ] Algumas vezes [ ] Raramente [ ] Nunca
12ª) Em suas aulas de matemática financeira na graduação, o professor utilizou apostilas?
[ ] Frequentemente [ ] Algumas vezes [ ] Raramente [ ] Nunca
13ª) Em suas aulas de matemática financeira na graduação, o professor utilizou apenas notas de aula?
[ ] Frequentemente [ ] Algumas vezes [ ] Raramente [ ] Nunca
14ª) Nas aulas, o professor se preocupou em contextualizar os exemplos e os exercícios abordados no tema de Matemática Financeira?
[ ] Exclusivamente os contextos sugeridos pelo material didático (livro, apostila ou notas de aula)
[ ] Contextos tirados de notícias ou propagandas publicados em revistas e jornais
[ ] Contextos criados a partir do cotidiano dos alunos
[ ] Não se preocupou com os contextos relativos a esse tema
15ª) Você utilizou recursos tecnológicos (planilhas eletrônicas, emuladores, calculadoras financeiras, etc.) ao estudar Matemática Financeira?
[ ] Frequentemente [ ] Algumas vezes [ ] Raramente [ ] Nunca
16ª) Você acredita que a Matemática Financeira e a Educação Financeira são:

[ ] A mesma coisa [ ] Quase a mesma coisa [ ] Muito diferentes
17ª) Você acredita ser possível relacionar a matemática financeira com a educação financeira?
[ ] Sim [ ] Não
18ª) Você busca fórmulas fornecidas nos materiais didáticos para resolver problemas de Matemática Financeira? [ ] Frequentemente [ ] Algumas vezes [ ] Raramente [ ] Nunca
19ª) Seu professor deduzia as fórmulas utilizadas?
[ ] Frequentemente [ ] Algumas vezes [ ] Raramente [ ] Nunca
20ª) O professor partia do estudo das funções linear e exponencial para chegar às fórmulas de Juros Simples e Juros Compostos?
[ ] Frequentemente [ ] Algumas vezes [ ] Raramente [ ] Nunca
21ª) O professor partia do estudo de outros tópicos da Matemática para chegar às fórmulas de Juros Simples e Juros Compostos?
[ ] Frequentemente [ ] Algumas vezes [ ] Raramente [ ] Nunca
22ª) Hoje, você seria capaz de deduzir sozinho (a) as fórmulas de Juros simples e composto?
[ ] Sim [ ] Não
23ª) Seu professor primeiro explicava as noções envolvidas para depois propor situações-problema?
[ ] Frequentemente [ ] Algumas vezes [ ] Raramente [ ] Nunca
24ª) O professor propunha situações-problema construídas a partir de diálogos com vocês alunos?
[ ] Frequentemente [ ] Algumas vezes [ ] Raramente [ ] Nunca
25ª) O professor propunha situações-problema para complementar os livros didáticos e apostilas?
[ ] Frequentemente [ ] Algumas vezes [ ] Raramente [ ] Nunca
26ª) Os dados para a resolução dos problemas já eram explicitados nos enunciados (por exemplo, sendo o Montante igual à ...)?
[ ] Frequentemente [ ] Algumas vezes [ ] Raramente [ ] Nunca
27ª) Você discutia com os seus amigos a resolução dos exercícios?
[ ] Frequentemente [ ] Algumas vezes [ ] Raramente [ ] Nunca
28ª) O professor comparava situações nas quais se usa juros simples com situações de juros compostos?
[ ] Frequentemente [ ] Algumas vezes [ ] Raramente [ ] Nunca
29ª) Vocês utilizavam a internet como fonte de busca de informações sobre aplicações possíveis para os conteúdos aprendidos?
[ ] Frequentemente [ ] Algumas vezes [ ] Raramente [ ] Nunca
30ª) Vocês buscavam situações do cotidiano nas quais se empregam os conteúdos aprendidos?
[ ] Frequentemente [ ] Algumas vezes [ ] Raramente [ ] Nunca
31ª) Você acredita que a disciplina de matemática financeira pode influenciar na mudanças do seu comportamento financeiro?
[ ] Frequentemente [ ] Algumas vezes [ ] Raramente [ ] Nunca

32ª) Uma pessoa precisa de R$ 1.200,00 para pagar uma despesa inesperada. Para conseguir pagar tal despesa, faz um empréstimo com seu tio, que lhe cobrará 1% por mês que essa pessoa demora para lhe pagar, sendo que esse valor será calculado sempre sobre os R$ 1.200,00 iniciais. Pergunta-se:

a) Qual o valor cobrado a cada mês que a pessoa demora para devolver o dinheiro ao tio?

b) Se a pessoa demora três meses para pagar ao tio que lhe emprestou, qual o valor além dos R$ 1.200,00 que deverá desembolsar?

c) Qual o valor total a ser desembolsado ao final desses três meses para o pagamento da dívida com esse tio?

d) Supondo que o valor emprestado seja igual a P e que a porcentagem cobrada seja igual a i, calculada sempre sobre o valor emprestado P, e que o empréstimo será pago ao final de n meses, que expressão matemática pode expressar essa operação financeira?

ORIGINE SOCIO-ÉCONOMIQUE DES ÉLEVES ET ÉVALUATION DE LA CULTURE SCIENTIFIQUE PAR PISA : UTILISATION DE L'A.S.I. POUR TROUVER DES CLASSES D'ITEMS D'INTÉRÊT POUR ANALYSER LA PROBLÉMATIQUE

Pascale MONTPIED[1], Mylène DUCLOS[2], Florence LE HEBEL[3], Ira NOVECK[4], Andrée TIBERGHIEN[1], Jean-Baptiste VAN DER HENST[4], Jacques JAYEZ[4]

STUDENTS SOCIO-ECONOMICAL ORIGINES AND SCIENTIFIC LITERACY EVALUATION BY PISA: USING S.I.A IN ORDER TO FIND ITEMS FROM CLASSES OF INTEREST ALLOWING ANALYSING THE ISSUE.

RÉSUMÉ

Le corpus PISA sciences 2015 est composé de 183 items évaluant dans des contextes variés de multiples connaissances en sciences et à propos des sciences et des compétences définies par trois ordres de demandes cognitives. Globalement et en France plus particulièrement la culture scientifique évaluée par PISA est fortement marquée par l'origine socio-économique des élèves. La complexité du corpus d'items et de chaque item rend la recherche d'hypothèses sur l'interaction entre réussite aux items science et origine socio-économique de l'élève difficile. L'A.S.I permet d'orienter les recherches sur des classes d'items pertinents parce que marqués par des caractéristiques de contenu et de taux de réussites communes. L'analyse détaillée de ces items permet de trouver de potentielles causes de difficulté ou de facilitation pour les élèves d'origine socioéconomique défavorisée et favorisé. Nos résultats nous on permis d'émettre plusieurs hypothèses explicatives des forts écarts de réussite entre les élèves des quartiles socioéconomiques très défavorisés et très favorisés dans le cas des items évaluant conjointement les compétences d'interprétation de données et les connaissances procédurales. Des hypothèses sur les faibles écarts de réussite entre les quartiles socio-économiques ont été aussi proposées dans le cadre de classes d'implication qui montrent une forte fréquence au sein du corpus PISA science d'items interrogeant la compétence explicative par application de connaissances conjointement à des connaissances des systèmes physiques et la compétence d'évaluation d'une recherche/démarche scientifique conjointement à des connaissances épistémiques. Les analyses détaillées et comparatives des items de ces classes se poursuivent et une recherche de variables descriptives plus pertinentes pour décrire les items est menée en parallèle. Notre objectif est d'obtenir un model classifiant les items sur les éléments de construction et de contenu qui sont sources de difficultés ou de facilitations pour une catégorie socio-économique d'élèves.

Mots-clés : *PISA, culture scientifique, réussite, origines socio-économiques, ASI.*

ABSTRACT

The PISA science 2015 corpus is composed of 183 items assessing in different contexts knowledge in and about sciences and competences defined by three different qualities attributed to these items cognitive demands. Overall and in France especially scientific literacy evaluation is strongly marked by the socio-economic origins of the students. The

[1] ENS Lyon, laboratoire CNRS-umr5191/ ICAR, 15 Parvis Descartes- Lyon 69007 cedex-pascale.montpied@ens-lyon.fr
[2] UMS LLE ENS Lyon, UMR ICAR, Lyon, France
[3] University of Lyon 1, UMR ICAR, CNRS, LLE, ENS Lyon, France.
[4] ISC, CNRS, Bron, France

complexity of this corpus and of each items make the research of hypotheses about the interaction between the students' socio-economical origins and the particular sources of difficulties or facilitations in the items a difficult task. S.I.A. approach guided our research on relevant items classes attesting that for these items PISA s' content characteristics and achievement of students from different socio-economic are not independent. It allowed detailed analyses of each of these items, looking for potential causes of difficulty or facilitation for students of socio-economic disadvantage and favored origin. Our results allowed us to make several hypotheses explaining the strong differences in success observed between students of the very disadvantaged origin and very favored one in a class of items characterized by the assessment of the competence "scientific interpretation of data" and of procedural knowledge. Hypotheses were also proposed to explain weaker gaps in achievements between students of high and low socio-economic origins in the cases of two other distinct classes of implications attesting of the high frequencies in the PISA science corpus of items assessing the competence explaining scientifically by applying knowledge conjointly with knowledge in physic systems and the competence evaluating scientifically an investigation conjointly with epistemic knowledge. Detailed analyses and comparative analyses of the items belonging to these classes are in process and the research of descriptive variables that will be more relevant to describe items contents and demands is made in parallel. The aim is to model the PISA corpus into classes of items having typical characteristics and typical discriminative effects on students achievements according to their socio-economic-cultural origins.

Keywords : *PISA, scientific literacy, achievement, socio-economical origins, SIA.*

1 Introduction

Le programme d'évaluation mis en place par l'OCDE en 2000 (« Program for International Student Assessment" : PISA http://www.pisa.oecd.org) évalue tous les trois ans le niveau de culture scientifique et technique chez les élèves de quinze ans et cycliquement tous les 9 ans il s'agit du domaine principal de l'évaluation représentant alors la moitié des items proposés aux élèves de 15 ans participants. Le terme de « culture scientifique et technique » est un choix de traduction du terme « scientific literacy » et ceci a été l'objet d'un débat à l'UNESCO ; cette décision marque qu'une «intention culturelle » est attachée à la notion de « literacy » (Holbrock & Ramikese ; 2009). Définitions, principes théoriques de l'éducation et de l'évaluation de la « culture scientifique et technique » sont donc supposés respecter cette perspective culturelle et marquer qu'ils ne visent pas des savoirs (connaissances et compétences) que le scientifique met en jeu sur son lieu de travail mais des savoirs que tout citoyen du monde doit pouvoir mobiliser de manière fonctionnelle dans toutes situations de la vie dans sa société. La définition de PISA en respect à ce principe met en avant que l'individu « scientifiquement cultivés » doit être capable et doit vouloir s'engager en tant que citoyen réfléchi dans des problèmes, des débats des idées relatives aux sciences et aux techniques » (OCDE 2016). La conception des questions PISA évaluant le niveau de culture scientifique d'un adolescent est en conséquence faite en respect à un cadre théorique (détaillé dans le paragraphe suivant) qui se réfère à des situations ou des problèmes socio-scientifiques considérées comme pertinents quelque-soit le pays participant et considère que des savoirs propres à une culture scientifique et technique partagée peuvent être évalués et doivent être un but commun des enseignements

scientifiques de tout pays. Entre 2006 et 2015 où le domaine de la culture scientifique et technique (culture S&T) a été le domaine majeur de l'évaluation PISA le cadre théorique et les composants caractérisant les items de cette évaluation des savoirs utiles à tous futurs citoyens ont légèrement évolués. Les résultats de la France n'ont pas changé restant dans la moyenne de l'OCDE, mais avec un nombre important d'élèves sous le niveau 2 c'est-à-dire selon PISA « des élèves qui ont des connaissances limitées et/ou des capacités à les appliquer à seulement un très petit nombre de situations familières » (OCDE, 2016). Aussi très similaire aux observations de 2006 il existe une influence forte des facteurs socio-économiques : une unité de variation de l'index mesurant le statut économique et socio-culturel (SESC) défini par PISA produit une augmentation de 51 unités des scores globaux de l'évaluation en France alors qu'elle ne produit qu'une augmentation de 38 unités des scores globaux pour les pays de l'OCDE (Keskpaik, S., Rocher, T., 2011). Ces résultats indiquent, si l'on admet que l'outil PISA sciences mesure un niveau d'adaptabilité aux conditions scientifiques et techniques de notre culture, que l'éducation scientifique en France relève moins bien que les autres pays le défi de l'équité du capital de savoir en science et à propos des sciences qui donnerait à tous les futurs citoyens les mêmes possibilités de compréhension et d'engagement dans leur société. Une des questions de recherche qui se rattache à ce problème que nous cherchons à appréhender au niveau français, est celle des caractéristiques qui font qu'un item PISA est plus ou moins discriminatif par rapport aux origines des élèves mesurées par l'indice SESC. Nos travaux antérieurs sur le corpus PISA science 2006 n'ont pas abordés systématiquement cette question mais celle de ce qui fait qu'un item est bien ou mal réussi et évalue ou non la compétence de culture S&T qu'il est sensé testé. Nos études de cas sur quelques items et quelques élèves avec ou sans problème dans le système scolaire français montrent de nombreuses différences cognitives et affectives entre ces deux groupes d'élèves lorsqu'ils résolvent les items PISA (Le Hebel, et al., 2015 ; Montpied et al, 2013). L'étude statistique au niveau national sur l'ensemble du corpus montre que ni le type de compétences ni le type de connaissances ne jouent un rôle dans la variance des scores nationaux en 2006 (Le Hebel, et al, 2017) le format de la réponse et le niveau de complexité (évalué empiriquement par l'échelle de Webb, 1997) explique chacun seulement une faible part de la variance. Compte tenu que les items PISA science sont conçus/construits de manière à satisfaire de nombreuses exigences quant à la définition de la culture S&T et à la faisabilité du test ils ont donc une composition soumise à ces contraintes. Il est possible que ceci soit une source de rigidité induisant des constructions similaires pour évaluer les différentes compétences attestant d'une culture S&T certaines plus que d'autres rendant les items difficiles pour les élèves particulièrement ceux d'origine économique et socio-culturelle défavorisée. Notre objectif est donc d'obtenir quelques éléments de réponses concernant la question des effets discriminatoires de certains items en cherchant des relations entre des variables caractérisant l'item conçu par PISA et des variables caractérisant le taux de réussite à l'item globalement et en fonction de l'indice SESC des élèves. L'approche que nous proposons utilise l'Analyse Statistique Implicative (ASI) et vise à obtenir des éléments de réponses de deux ordres : Dans quelle mesure les items PISA visant à évaluer spécifiquement chaque type de connaissances et de compétences considéré comme deux types d'indicateur de la culture S&T montrent des combinaisons suffisamment diversifiées des différents composants de construction de manière à éviter que des sources de blocage se répètent et ne soient pas en lien avec la connaissance ou la compétence évaluée mais avec la similarité du cadre dans lequel celles-ci sont évaluées ? S'il y a des attractions statistiquement plus fortes entre certains

des composants de construction caractérisant des classes d'items, est-ce que les items fondateurs (contributeurs et typiques des classes) cumulant ces caractéristiques sont des items discriminants ou non-discriminants quant aux origines SESC-économiques ? Si l'A.S.I nous fournit des éléments de réponse c'est-à-dire des classes d'items surprenantes d'un point de vue statistique concernant la construction de certains items et/ou leurs effets discriminatoires, ceci nous permettra de structurer notre recherche. Nous focaliserons nos efforts sur l'analyse fine de ces items afin de caractériser des éléments plus précis qui pourraient générer des effets discriminateurs.

2 Conception théorique de l'évaluation de la culture S&T par des items PISA

Les items PISA sont conçus dans l'idée de déclencher chez l'adolescent des réactions affectives et cognitives qui selon PISA sont la traduction de la culture scientifique et technique (culture S&T) que tout futur citoyen du 21ème siècle doit « pouvoir et vouloir exprimer » en fin de cycle scolaire obligatoire et à cette phase de son développement. Idéalement, tout adolescent face à une unité PISA puis chacun des items de celle-ci doit comprendre : 1) la problématisation générale ou contexte de l'unité qui selon la définition PISA de la culture S&T est un référentiel non scolaire nécessaire proposant des situations stimulant une réflexion sur des sujets d'importance pour un citoyen du 21ème siècle; 2) la demande plus particulière de l'item et sa question construite dans ce cadre contextualisé en vue de l'évaluation fonctionnelle de l'une des compétences considérée par PISA comme les acquis cognitifs essentiels à l'expression de la culture S&T ; 3) à quel registre de connaissances la connaissance évaluée et considérée comme enseignée fait référence (la question de l'item ne guide toujours vers la discipline où la connaissance a été enseignée ; le contexte et les choix de réponses suggèrent parfois de registres de connaissances inappropriés etc.). Un item d'évaluation de la culture scientifique est valide si les élèves ont effectivement ces connaissances et ont la capacité à les utiliser de manière compétente dans ce cadre de construction PISA. La définition de PISA de la culture S&T évolue depuis 2000, et il en va de même du cadre théorique qui est la base de construction des items PISA. L'une des justifications est d'être au plus près des changements et des besoins de la société et de l'économie : « le but de PISA est de mesurer au cours du temps les compétences et les connaissances nécessaires à une participation accomplie et adaptée à la société et à l'économie » (OCDE, 2016 p 81). Pour le test PISA sciences 2015 les décisions de modifications sont relativement nombreuses : passation sur ordinateur et changement dans certaines orientations du cadre théoriques avec notamment de nouvelles définitions des composants de base pour la construction des items : « contextes » « compétences » et « connaissances ». Ces trois définitions sont essentielles à notre étude car caractérisant les attributs de construction des items PISA qui se combinent différemment pour chaque item ; elles définissent donc les variables propres aux caractéristiques de construction de chaque item. Les nouvelles définitions de ces composants dans le cadre théorique de PISA sciences 2015 sont les suivantes :

2.1 Contextes

Les trois types de contextes évocateurs/stimulateurs sont considérés comme se rapportant à la vie personnel, à la vie local ou national (ce terme ayant remplacé le terme social utilisé en 2006), ou à un problème plus global et ces trois aspects se déclinent en 2015

comme ils l'étaient en 2006 dans 5 domaines où chaque aspect du contexte peuvent prendre lieu: la santé/les maladies- les ressources naturelles-la qualité de l'environnement- les dangers/la sécurité- les limites de la science et de la technologie (OECD 2016 p 24). Les items PISA construits en références à ces deux catégories de variables contextuelles sont caractérisés par la combinaison entre les deux qualités attribuées à leur contexte. Le tableau explicitant les choix de PISA aux niveaux des 15 combinaisons possibles montre que PISA explore toutes les sortes de combinaisons avec pour chacune plus ou moins de possibilités ceci étant justifié par les contraintes et principes qu'imposent l'âge des élèves, la validité de l'évaluation dans tous les pays participants, la sensibilité et respects des différences. En 2015 le test PISA a proposé aux élèves 10.9% d'items ayant un contexte relatif à la vie personnelle d'un citoyen, 60% d'items relatifs à la vie locale ou nationale d'un citoyen,30% d'items relatifs au monde dans sa globalité, 12% d'items contextualisés dans le domaine de la santé et des maladies, 25.1% d'items contextualisés dans le domaine des ressources naturelles, 18.6% d'items contextualisés dans le domaine de la qualité de l'environnement, 10.9% des items contextualisés dans le domaine des risques et sécurité, 33.3% d'items contextualisés dans le domaine des limites de la science et de la technologie Cependant le contexte en lui-même n'est pas un objet de l'évaluation PISA. Il permet seulement selon PISA d'« évaluer les compétences et les connaissances dans des contextes spécifiques » que PISA assume « être connu et compris par les élèves de 15 ans ».

2.2 Compétences

Les compétences du test de PISA sciences 2015 ont été en partie redéfinies et ne sont plus subdivisées en sous-compétences précisant la nature de l'acte attendu et évalué. En 2006 trois compétences : 1) « Expliquer des phénomènes scientifiquement » se déclinait en trois sous compétences : appliquer des connaissances en science (contenu) à un situation donnée - décrire ou interpréter des phénomènes scientifiquement et prévoir leurs changements- identifier de manière appropriée des descriptions des explication des prédictions scientifiques ; 2) la seconde « utiliser des évidences ou faits scientifiquement » déclinée en trois sous compétences : interpréter des évidences/faits scientifiques et tirer des conclusions- identifier des assomptions des arguments des raisons- raisonner les implications sociétal des sciences et des technologies ; - 3) la dernière « identifier des problèmes d'ordre scientifique » se déclinaient aussi en trois sous-compétences : reconnaître les questions qui peuvent être traitées par une investigation scientifique- identifier les mots clés pour effectuer une recherche scientifique- reconnaitre les traits principaux d'une investigation scientifique. En 2015 cette attribution de compétences et de sous-compétence à chaque item n'existe plus. Trois compétences sont attribuées aux items et vont définir si l'item évalue soit: la capacité à expliquer un phénomène scientifiquement (notée : EPS) ou la capacité à évaluer et concevoir une investigation/recherche scientifique (notée ECRS), ou la capacité à interpréter des données et des faits/évidences de manière scientifique (notée IDS). De nombreuses sous-compétences sont décrites mais elles n'ont pas fait l'objet d'une attribution stricte à chaque item. En 2015 le test final a contenu en pourcentage : 47.5% d'items évaluant la compétence EPS 21.3% d'items évaluant la compétence ECRS et 31.1% d'items évaluant la compétence IDS.

2.3 Connaissances

Les connaissances dites de "contenus" sont les connaissances que l'on a des phénomènes, des concepts des théories explicatives développées dans les différentes disciplines scientifiques. Ces connaissances incluent connaissances liées au monde naturel et au monde technologique et sont acquises dans différents domaines disciplinaires. Elles sont donc divisées en trois composants : les connaissances de « contenus relatif aux systèmes physiques » ; de « contenus relatif aux systèmes vivants » ; de contenus relatifs aux systèmes de la terre et de l'univers ». Les connaissances « à propos de la science » définies pour le test de 2006 ont été remplacées par deux concepts qui précisent ce dont il est question et divise ces connaissances en deux types de composants : « les connaissances procédurales » et « les connaissances épistémiques ». Ce type de connaissance n'est pas spécifique d'une discipline scientifique mais le support de données/informations que le contexte doit fournir pour permettre l'engagement de la compétence et de la connaissance procédurale ou épistémique visées dans l'item ont un lien à une discipline qui est donc là contextuelle. Le contexte pour les items évaluant ces deux types de connaissances se définira cependant seulement avec les axes généraux mentionnés ci-dessus. En 2015 le test final a contenu en pourcentage : 20.2% d'items évaluant les connaissances liées aux systèmes physiques, 18.6% d'items évaluant les connaissances liées aux systèmes vivants, 14.2% d'items évaluant les connaissances liées aux systèmes de la terre et de l'univers, 32.8% d'items évaluant les connaissances procédurales, 14.2% d'items évaluant les connaissances épistémiques.

2.4 Variables correspondant au format de réponse choisi pour les items et à leur complexité attribuée sur la base de l'échelle de Webb adaptée par PISA

Outre ces trois composants de base du cadre théorique permettant de concevoir une grande diversité de combinaisons possible pour la construction des items, les experts PISA choisissent aussi le format de la réponse qui est proposée sous la forme soit : d'un choix multiple simple (noté CMS), d'un choix multiple complexe (noté CMC), d'un champ libre/ou divers champs sur l'écran ordinateur permettant la rédaction/l'élaboration d'une réponse dites « ouverte » (notée RO). Le CMS est dit simple car il s'agit de choisir une seule réponse parmi 4 options répondant à la question de l'item (en général 4), ou bien de sélectionner dans un menu déroulant un « point clé » dans des affirmations, assertions répondant à la question de l'item, ou encore de répondre par un élément à sélectionner au sein du graphique ou du texte correspondant à l'item. Le CMC est dit complexe car il nécessite de répondre à une série d'affirmations, assertions, propositions qui toutes participent à la réponse et sont l'objet d'un choix oui/non en général et ces multiples choix vont tous participer au score de l'item. Il peut aussi s'agir de sélectionner plus d'une réponse dans une liste proposée ou encore de sélectionner un choix dans plusieurs menus déroulants visant à remplir des « blancs » dans une proposition de réponse, ou encore de déplacer plusieurs éléments dans des cadres réponses de l'écran afin de répondre à une tâche de catégorisation, hiérarchisation, ou de correspondance. Les RO nécessitent une construction libre qu'elle soit verbale ou graphique. Cela nécessite soit de rédiger une phrase brève ou un paragraphe (plusieurs phrases) et un faible nombre d'items en 2015 utilise cette modalité ouverte pour appeler à la construction d'un graphe ou d'un diagramme. En 2015 le test final a contenu en pourcentage : 29.5% d'items CMS, 35.5% d'items CMC, 34.9% d'items RO. En 2015 les experts PISA ont de plus caractérisés la complexité cognitive globale de la tâche en évaluant la demande faite selon les principes de diverses échelles développés en science de l'éducation pour prendre en compte les processus mentaux que la tâche demande de développer (voir le chapitre

OCDE 2016 p 37). La complexité cognitive qui est distincte donc de la difficulté d'un item que PISA évalue à postériori en calculant, sur l'ensemble des élèves ayant participés au test à partir des taux de réussite obtenus des niveaux qui sont donc attribué *a posteriori*. PISA définit trois niveaux de complexité (noté DOK pour Depth Of Knowledge faisant donc une référence majeure à l'échelle de Webb, 1997 qui permet de prendre en compte la complexité des contenus et de la tâche demandée bien que celle-ci se décline en 4 niveaux dans l'échelle de Webb originale) et catégorise donc les items qui ont des charges cognitives différentes :

- faible (noté ici DOK1) correspondant à un item qui nécessite seulement de mettre en jeu une procédure de résolution présentant une seule étape ; par exemple se rappeler d'un fait/terme/principe ou concept ou localiser un seul site d'information sur un graphe ou une table donnés.
- moyenne (noté ici DOK2) correspondant à un item qui nécessite de mettre en jeu une utilisation et une application d'une connaissance conceptuelle dans le but de décrire ou d'expliquer des phénomènes, de sélectionner des procédures adéquates impliquant deux ou plusieurs étapes, d'organiser/développer des données, d'interpréter ou utiliser un ensemble de données ou graphes produit.
- forte (noté ici DOK3) correspondant à un item qui nécessite de mettre en jeu une analyse d'informations ou de données complexes ; de synthétiser ou évaluer des éléments de preuves ; de justifier de raisonner compte tenu de diverses sources d'information données ; de développer un plan ou une séquence d'étapes pour résoudre/proposer une possible résolution du problème proposé.

La distribution des items selon les niveaux de complexité dans le test finalisé de 2015 ont les pourcentages suivant : DOK1, 30%; DOK2, 61%; DOK3, 8%.

3 Méthodologie

Afin d'adresser nos deux questions de recherches nous devons définir de manière pertinente et systématique le profil de chaque item du corpus d'item PISA 2015. A ce stade de notre recherche nous considérerons deux types d'informations brutes données par PISA *a priori* ou a postériori sur chaque item et qui vont nous permettre de définir des variables caractérisant les items sans que notre point de vue de chercheur sur ceux-ci ne soit impliqué. Le premier type d'informations concerne les caractéristiques de construction décrites ci-dessus qui vont fonder une partie du profil de chaque item. Le second type d'information concerne les caractéristiques en rapport aux taux de réussite des élèves que nous allons décrire maintenant.

3.1 Population des « objets » analysés : corpus des items PISA

La population soumise ici à l'analyse statistique implicative est la « population » des 183 items PISA sciences. Pour tous ces items (à l'exception de trois) on observe un effet significatif du statut économique et socio-culturel de l'élève (SESC)[5] si l'on compare les

[5] Le statut socioéconomique et culturel est mesuré grâce à un questionnaire qui interroge quatre types de choses le statut professionnel des parents [indice socio-économique international de statut professionnel (ISEI)], le niveau d'éducation des parents [mesuré en nombre d'année d'études du parent ayant le plus haut niveau d'éducation] et les ressources dont disposent les élèves à la maison [mesurés par des questions très variées sur le matériel culturel, sur les outils directement impliqués dans « apprendre » ou « s'informer », sur du matériel de confort et marqueurs d'une aisance économique]. Le calcul de l'indice se réfère à toutes ces réponses donnant des indices pouvant varier de -4 à 4 (Keskpaik, S., Rocher, T., 2011 ; OCDE, 2016 p215-217). Pour chaque pays, l'échantillon représentatif des adolescents du pays, ici la France, est divisé en quartile représentant environ le quart de l'échantillon total des individus (environ 1500 élèves par quartile : noté Q1 pour le quartile d'élèves d'origine socio-économique très défavorisée, noté Q2 pour le quartile suivant d'élèves d'origine socio-économique défavorisée. Les deux quartiles supérieurs notés Q3 et Q4 correspondent aux élèves d'origine favorisée et très favorisée.

résultats entre les quartiles des élèves les plus favorisés au plus défavorisés en France. Ces résultats montrent donc que quelques soient les variables de contenus ou de construction caractérisant les différents items, tous proposent des tâches que 25% des élèves provenant d'un milieu apportant un « capital » économique et socio-culturel parmi les plus faible en France réussissent moins bien que les 25% provenant d'un milieu apportant un « capital » économique et socio-culturel parmi les plus forts. Il nous faut donc trouver un moyen de nuancer ces résultats et de structurer les données en cherchant si des relations entre des qualités de contenu/de construction communes à certains items et des effets sur la réussite des élèves des quatre quartiles SESC existent. L'objectif de notre analyse des données par l'ASI est donc de pouvoir orienter nos recherches sur des classes d'items dont le profil est similaire statistiquement et dont l'analyse détaillée du contenu et de la forme pourrait conduire nos hypothèses sur ce qui rend un item plus ou moins discriminant en fonction de l'origine SESC de l'élève.Nous avons utilisé toutes les modalités offertes par l'ASI (CHIC 3.05 Gras, 2001 ; Gras 2008) c'est-à-dire les arbres de similarités, les trajets implicatifs et les arbres cohésitifs d'implications. Dans tous les cas il s'agit de croiser la « population » des items ou corpus avec les variables définissant ces items sur lesquelles nous avons des informations pré-test (caractéristiques théoriques « PISA ») et post- test (taux de réussite des différents élèves).

3.2 Variables caractérisant les items en amont du test PISA science

Les variables qui vont caractériser chaque item (« objet » de l'analyse ASI) correspondent aux 23 attributs définis dans le cadre théorique (section 2.1, 2.2, 2.3, 2.4). Ces variables définies par PISA sont attribuées a priori en amont du test par les concepteurs PISA et caractérisent le contenu et la construction de chaque item.

3.3 Variables caractérisant les items en aval du test PISA science

Des variables posttest (ou variables « élèves » par rapport aux variables ci-dessus définies par PISA en vue de la construction du test que l'on dira soit « pré-test » ou « PISA ») vont venir *a posteriori* caractériser ces items. La première catégorie de ces variables est relative au taux de réussite que chaque item obtient auprès des élèves français interrogés. Ce taux de réussite qui est le pourcentage des élèves recevant le crédit total pour l'item considéré (score 1) donne le reflet de la difficulté de l'item pour l'ensemble des élèves français. Elles sont définies par des intervalles de scores obtenus par les élèves et par l'écart s'il est notable avec la moyenne des pays de l'OCDE. En 2015 les taux de réussite sur la population d'items proposés aux élèves vont de 4% à 97%. Les extrêmes sont rares et nous avons arbitrairement choisi de définir chaque item sur le critère d'appartenance aux intervalles suivants :

[0% ; 30%[	[30% ; 45%[	[45% ; 60%[	[60% ; 75%[	[75% ; 100%]
t30	t3045	t4560	t6075	t75

Notons que PISA calcul aussi à postériori à partir de tous les scores obtenus sur l'ensemble des élèves dans tous les pays participants (en mélangeant tous les pays quel que soit leur système scolaire, leur développement économique/ social) 6 intervalles de scores qui correspondent à 6 niveaux de difficulté qui caractérisent les items du corpus. Nous avons testé s'il était intéressant ou non de préserver nos intervalles de difficulté conçus à partir des scores français. Statistiquement des relations d'implication fortes (CHIC 3.05 trajets implicatifs traitement classique à 95%) existent entre les niveaux de difficultés attribués de cette façon par PISA et l'appartenance à nos intervalles de

difficultés établis pour la France à partir des scores français mais il n'y a pas équivalence (analyse réduCHIC). Ceci valide donc l'utilisation de nos intervalles de difficultés pour notre étude sur le cas particulier de la France concernant les différences de réussite plus alarmantes que dans les autres pays entre les élèves d'origines socio-économiques différentes. Deux autres variables ont été aussi calculés pour chaque item à partir des taux de réussite français afin de permettre la comparaison aux taux de réussite des 30 pays de l'OCDE qui représente une référence de base participant depuis PISA 2000. Les écarts pour les items 2015 entre les taux de réussite français et les taux de réussite OCDE varient de – 15 à +15 Nous avons donc considérer que la France présentait pour un item un score typiquement meilleurs quand celui-ci était au-dessus de +7% d'écart (variable notée Odifp) et typiquement moins bons au-dessous de -7% (variable noté Odifm). Concernant les variables en relation à notre question de recherche sur les taux de réussite des élèves des quartiles SESC Q1, Q2, Q3, Q4, nous avons établi 8 variables prenant en compte les taux de réussite dans ces 4 quartiles, les écarts calculées entre chaque quartile et leur significativité. Ces variables se définissent et sont notée de la manière suivante :

- la variable notée : **es21sf** caractérise l'item à partir de l'écart calculé entre les taux de réussite des élèves du deuxième quartile dits « défavorisés » (Q2) et des élèves du premier quartile dits « très défavorisés » (Q1). Si la différence est **inférieure à 5% mais est significative** alors l'item est marqué par cette modalité qui indique que les scores sont relativement homogènes (écart type faible) avec une différence de faible amplitude mais notable entre les élèves de Q2 et Q1 ;
- la variable notée : **es21sh** caractérise l'item à partir de l'écart calculé entre les taux de réussite des élèves du quartile Q2 « défavorisés » et des élèves du quartile Q1 « très défavorisés ». Si la différence est **supérieure à 10% et significative** alors l'item est marqué par cette modalité qui indique que l'amplitude entre les scores de Q2 et Q1 est au-dessus d'un seuil très haut impliquant une source de difficulté qui touche fortement les élèves d'origine très défavorisés ;
- la variable notée : **es32sf** caractérise l'item à partir de l'écart calculé entre les taux de réussite des élèves du troisième quartile Q3 «favorisés » et des élèves du deuxième quartile Q2 «défavorisés ». Si la différence est **inférieure à 5% mais est significative** alors l'item est marqué par cette modalité qui indique que les scores sont relativement homogènes (écart type faible) avec une différence de faible amplitude mais notable entre les élèves de Q3 et Q2.
- la variable notée : **es32sh** caractérise l'item à partir de l'écart calculé entre les taux de réussite des élèves du quartile Q3 «favorisés » et des élèves du quartile Q2 «défavorisés ». Si la différence est **supérieure à 10% et significative** alors l'item est marqué par cette modalité qui indique que l'amplitude entre les scores de Q3 et Q2 est au-dessus d'un seuil très haut impliquant une source de difficulté qui différencie les élèves appartenant aux quartiles des indices SESC médians.
- la variable notée : **es43sf** caractérise l'item à partir de l'écart calculé entre les taux de réussite des élèves du dernier/quatrième quartile Q4 «très favorisés » et des élèves du quartile Q3 «favorisés ». Si la différence est **inférieure à 5% et significative** alors l'item est marqué par cette modalité qui indique que les scores sont relativement homogènes dans chacun des deux quartiles et qu'il existe seulement une différence de faible amplitude mais notable entre ces élèves.
- la variable notée : **es43sh** caractérise l'item à partir de l'écart calculé entre les taux de réussite des élèves du quartile Q4 « très favorisés » et des élèves du quartile Q3 «favorisés ». Si la différence est **supérieure à 10% et significative** alors l'item est marqué par cette modalité qui indique que l'amplitude entre les scores de Q4 et Q3 est au-dessus d'un seuil très haut impliquant une particularité de l'item rendant son accomplissement plus facile pour les élèves de milieu socio-culturel élevé.

Finalement pour les deux dernières variables qui vont caractériser les items selon la différence de réussite des élèves appartenant aux deux quartiles extrêmes (Q1 et Q4) , parce que ces différences sont de plus grande amplitude nous avons fixé des seuils plus élevés pour définir si l'effet ESCS a une la faible ou forte amplitude par rapport à l'ensemble de ce qui est mesuré sur le corpus:

- la variable notée : **es41sf** caractérise l'item à partir de l'écart calculé entre les taux de réussite des élèves du quartile Q4 «très favorisés » et des élèves du quartile Q1 «très défavorisés ». Si la différence est **inférieure à 15% et significative** alors l'item est marqué par cette modalité dite de faible amplitude
- la variable notée : **es41sh** caractérise de même l'item à partir de l'écart calculé entre les taux de réussite des élèves du quartile Q4 «très favorisés » et des élèves du quartile Q1 «très défavorisés ». Si la différence

est l'écart calculé à partir des différences entre les taux de réussite des élèves de ces deux quartiles SESC extrêmes est **supérieure à 30% et significative** alors l'item est marqué par cette modalité dite de forte amplitude.

3.4 Échantillonnage des élèves interrogés

L'échantillon a été établi par les services de la DEPP (Direction de l'Évaluation, de la Prospective et de la Performance). Il comprend des établissements publics, et privés, en zone d'enseignement prioritaire ou pas. Il présente une proportion de collèges et de lycées (des lycées d'enseignement général et technologique, et des lycées professionnels) puisque les élèves interrogés ont 15 ans et sont donc en France soit en troisième soit en seconde.

4 Résultats et discussions

Dans les sections qui suivent nous allons proposer deux approches A.S.I. amenant à l'analyse de groupes d'items ayant un intérêt dans le cadre de nos deux questions de recherche visant :

- à évaluer si des combinaisons entre les composants de constructions d'items sont statistiquement plus fréquentes que d'autres et si on peut en observant ces items ayant une construction donnée un lien avec les taux de réussites suggérant la construction des items jouent un rôle dans l'évaluation PISA de la culture scientifique ;

- à déterminer dans des classes d'items ayant une base commune (s'il existe des attractions statistiquement plus fortes entre certains des composants de construction) si les items fondateurs (contributeurs et typiques des classes) cumulant ces caractéristiques sont des items discriminants ou non-discriminants quant aux origines SESC-économiques.

Pouvoir aller vers des classes d'items précises nous permettra de faire des analyses détaillées des items qu'elles contiennent et d'émettre des hypothèses sur ce qui fait que certains items plus que d'autres génèrent de forts écarts de réussite entre les élèves d'origine socio-économique « très défavorisée » (Q1), « défavorisée » (Q2), « favorisée » (Q3) ou « très favorisée » (Q4) devraient alors nous permettre d'émettre quelques hypothèses.

4.1 Analyses de similarités entre les items du corpus PISA sciences.

Dans une première approche nous considérerons successivement les profils de similarité obtenus lorsque les items du corpus PISA sont caractérisés par les variables de construction PISA puis les profils de similarité lorsque les items du corpus PISA sont caractérisés par toutes les variables définies dans les sections 2 et 3 c'est-à-dire les variables de construction et celles basées sur les résultats obtenus auprès des élèves.

4.2 Similarité entre les items sur la base de leurs attributs contextuels, de connaissances, de compétences, de formats et de niveau de complexité

L'ensemble des variables de construction « PISA » nous a permis en premier lieu de tester si statistiquement les modalités de construction du corpus des items permettaient le brassage ou non des composants de base et permettaient d'avoir une variété de conformations entre connaissances, compétences, contextes, formats et niveaux de

complexité suffisante pour éviter qu'une manière de construire un nombre important d'items avec les même composants ne jouent un rôle dans les résultats des élèves. L'Analyse de similarité (CHIC : théorie classique ; loi de poisson ; sans indice d'originalité) montre que statistiquement des classes de similarité dont les indices de similarité sont élevés (> 0.9) existent (voir figure 1). Certaines de ces classes de similarité comme celle par exemple observée au rang 10 avec un indice de similarité : 0.967 qui lie les contextes globaux, ceux relatifs aux ressources naturelles et les connaissances de contenu relative aux sciences de la terre et de l'univers sont probablement assez difficile à éviter et pouvaient être attendu étant donné les programmes et la nature des contenus de cette discipline. Par contre la détection de classes de similarité statistiquement significatives et avec de forts indices de similarité n'était pas particulièrement attendue entre type de connaissance et type de compétence puisque PISA donne des résultats pour chacune des connaissances et chacune des compétences afin d'établir des comparaisons et des conclusions sur chacune d'elles indépendamment en regard de la culture scientifique évaluée dans chaque pays (p). Cependant deux classes de similarité au rang 1 et au rang 2 avec des indices de similarité maximaux (1 et 0.99999) montrent que la compétence «évaluer et concevoir une recherche de manière scientifique » (ecrs) et la compétence « interpréter des faits des données de manière scientifique » (ids) sont évaluée le plus fréquemment en articulation avec respectivement les connaissances épistémique (epist) et les connaissances procédurales (procd). Bien qu'il n'y ait pas équivalence, la recherche des relations d'implication les plus significatives entre les variables (risque minimal ; intervalle de confiance : 99%) confirme que les compétences « ids » ne sont pas évaluées indépendamment des connaissances « procd » et les connaissances « epist » ne sont pas évaluées indépendamment des compétences « ecrs ». De la même manière on constate que les connaissances de contenus en sciences de la vie et en physique se lient dans une classe (rang 5; similarité: 0.9994) à la compétence « expliquer des phénomènes de manière scientifique ». Ceci est cohérent avec des travaux antérieurs critiquant le fait que cette compétence « eps » proposent essentiellement celle-ci sous la forme d'« une application de connaissances » impliquant souvent que l'obstacle à la réussite de l'élève se situe au niveau de la connaissance et non de la compétence (Lau et al., 2009 ; Le Hebel et al., 2013). Dans le corpus 2015 ceci reste donc vrai et l'évaluation de deux nouvelles compétences « ids » et « ecrs » sont essentiellement évaluées en conjonction respectivement à une connaissance procédurale et à une connaissance épistémique ce qui ne permet pas de savoir lequel des deux composants fait défaut à la culture scientifique de l'élève. Globalement les items des classes de similarité représentées sur la figure 1 sont susceptibles de présenter des difficultés typiquement générées par ces constructions soit dues à l'effet dominant d'une des variables de construction, à l'effet cumulé de difficultés liées à plusieurs de ces variables ou à une difficulté due purement à leur association ou au fait qu'il est nécessaire pour les associer d'introduire des constructions annexes qui ne sont pas caractérisés par PISA. Cette première analyse ne nous donne pas d'information en lien aux difficultés ou aux facilitations que les élèves d'origine socio-économique défavorisés et favorisés peuvent rencontrer face à ces items. Notre but est donc maintenant de savoir si on détecte statistiquement des classes de similarité associant des variables de construction reflétant les composants de construction PISA et des variables caractérisant les items sur les taux de réussites et les écarts de réussite obtenus auprès des élèves et en particulier dans les différents quartiles socio-économiques.

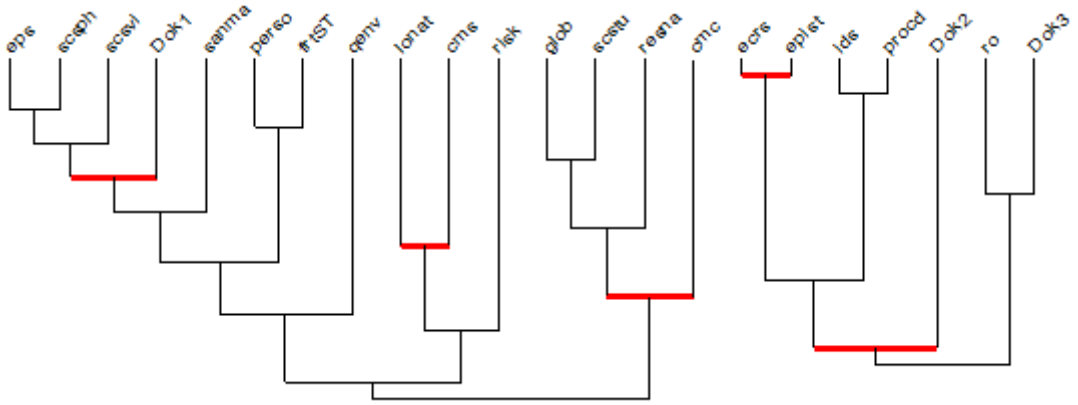


Figure 1 : L'analyse de similarités des composants définissant les 23 variables constitutives caractérisant l'item construit pour le test PISA science 2015 montre des interactions significatives entre celles-ci.

4.3 Classes de similarité permettant l'analyse d'items dont le profil atteste des interactions entre des variables de construction et des variables d'écarts de réussite

L'arbre de similarité obtenu en incluant toutes les variables que nous avons définies caractérisant chaque items sur à la fois les composants de construction PISA et les résultats des différent élèves obtenus posttest montre que les configurations initialement trouvées entre les variables de construction se retrouvent dans de nouvelles classes de similarité où elles fondent des associations statistiquement significatives avec des variables caractérisant les écarts de réussite entre les élèves des différentes origine socio-économique. Ces classes attestent d'effets faiblement ou fortement discriminatoires du point de vue SESC communs à des items PISA proposés et de liens de ces effets avec les taux de réussites à l'item de la population entière des élèves français ainsi qu'en comparaison à ceux de l'OCDE mais surtout de liens avec des variable caractérisant l'item sur ces composants de construction (DOK, contexte, connaissances, compétences).

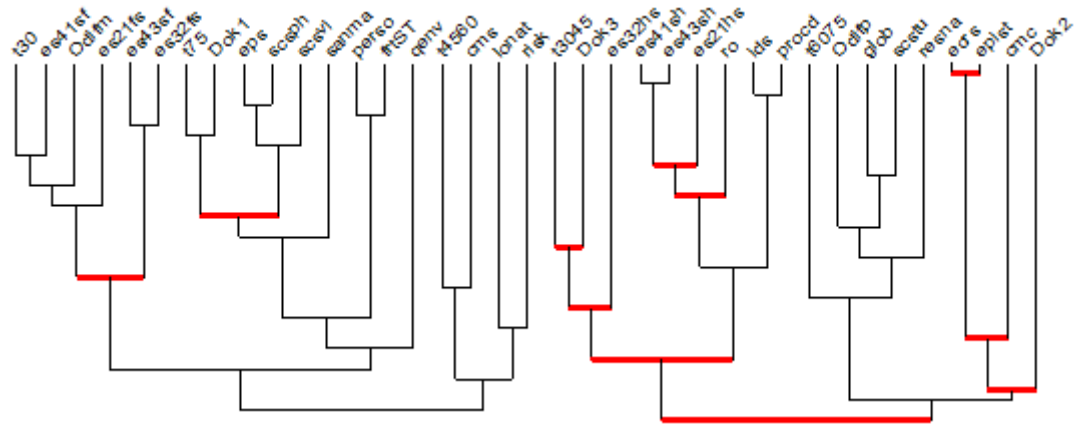


Figure 2 - Analyse de similarités sur l'ensemble du corpus d'items et l'ensemble des variables pré tests et post tests : L'analyse montre que les items caractérisés d'une part par les 23 variables constitutives de l'item construit par PISA et par les taux de réussite et les écarts de réussites entre les différents élèves fondent des classes de similarité attestant d'interférences entre aspects correspondant à la conception de l'item et des aspects correspondant à sa réussite.

L'arbre de similarité montre que les configurations initialement trouvées entre les variables de construction se retrouvent dans de nouvelles classes de similarité où elles

fondent des associations statistiquement significatives avec des variables caractérisant les écarts de réussite entre les élèves des différentes origines socio-économiques. Ces classes attestent donc d'effets faiblement ou fortement discriminatoires de catégories d'items PISA qui présentent initialement des points communs au niveau de composants de base de leur contenu. La classe de similarité au rang 30 (à gauche sur la figure 2) montre statistiquement que les items générant de faibles écarts de réussites entre les élèves des différents quartiles socio-économiques sont plus fréquemment ceux pour lesquels le taux de réussite global est très faible (< à 30% : items très difficiles pour tout le monde) ou dans une moindre mesure très élevés (> à 75% : items très facile pour tout le monde) et que ces extrêmes surviennent plus fréquemment pour les items de faible complexité évaluant la compétence d'application de connaissances (eps) en physique ou en science de la vie plus fréquemment contextualisées dans des situations relatives à la santé, aux risques ou à l'environnement. L'hypothèse explicative d'un effet discriminatoire amoindri parce que la difficulté ou la facilité de l'item est ressenti par tous les élèves qui pouvait être posée très généralement devient ici plus précise indiquant que ce cas de figure survient en lien avec le fait que l'item interroge une connaissance de contenu disciplinaire qui est soit bien enseignée puisque maitrisée par tous quelque-soit l'origine socio-économique soit non enseignée insuffisamment ou mal enseignée car au contraire mal maitrisées par tous. Ceci suggère que lorsque le capital de culture scientifique interrogé par PISA est purement une ressource scolaire on a plus de chance de voir diminuer l'amplitude des écarts de réussite entre les élèves de différentes origines SESC intéressant. Nous n'avons pas étudié de manière détaillée les 45 items constituant le groupe optimal de cette classe de similarité et le contenu de connaissance interrogé serait intéressant à analyser. D'autre part l'indice de similarité de cette classe étant assez faible (indice : 0.64) et il est probable que certains items du groupe optimal pourraient, parce qu'ils présentent une ou plusieurs anomalies par rapport aux caractéristiques du profile de la classe (ex : item avec un des écarts interquartile ayant une amplitude importante ; item avec un taux de réussite relativement médian et n'ayant pas de raison de produire un tassement des écarts etc.), nous permettre de concevoir diverses hypothèses sur ce qui rend un item peu discriminatif à partir d'un certain indice SESC ou quelque-soit l'indice SESC de l'élève ou pour certains niveau de complexité etc. Nous nous sommes d'abord intéressés à la classe de similarité trouvée au rang 20 de la hiérarchisation ayant un indice de similarité plus élevé : 0.9432, et représentant des items montrant de forts effets discriminatoires quant aux taux de réussite des élèves des différents quartiles socio-économiques. Cette classe 20 montre que sur notre corpus d'items les items induisant une forte amplitude de l'écart de réussite entre les élèves du quartile supérieur « très favorisés » (noté 4) et du quartile inférieur « très défavorisés » (noté 1) induisent aussi plus fréquemment un fort écart de réussite entre les deux derniers quartiles (noté 3 et 4) et aussi dans une moindre mesure un fort écart de réussite entre les deux premiers quartiles (noté 1 et 2). De plus ces items très discriminatifs entre d'une part les élèves « très défavorisés » par rapport aux « défavorisés » et d'autre part entre les élèves « favorisés » par rapport aux élèves « très favorisés » sont fréquemment des items proposant des questions ouvertes et interrogeant la compétence « interpréter des données de manière scientifique » dans le cadre de la mobilisation de connaissances procédurales. A ce stade de notre étude nous nous sommes donc focaliser sur ces 14 items pour décrire de nouvelles caractéristiques de ces items PISA relatives à leurs contenus et structures qui pourraient nous permettre d'émettre des hypothèses sur ce qui rend un item discriminatifs

et rend l'amplitude de l'effet discriminatif de plus forte à un niveau de l'indice socio-économique et culturel.

4.4 Analyse du texte des items typiques à la classe de similarité [(((((es41sh es43sh) es21hs) ro) (ids procd))] en vue de trouver des hypothèses potentiellement explicatives de leurs effets sur la réussite des élèves d'origines socio-économiques différentes

Les profiles exacts des 14 items typiques à cette classe sont montrés dans le tableau 1 pour 12 variables caractérisant les items soit par leur composant de construction, soit par les taux et écarts de de réussite de manière à pouvoir discuter des 6 caractéristiques représentant les qualités statistiquement partagées par les items de la classe. Quelque-soit l'item il y a conjonction de 2 demandes : l'une d'interprétation de données/faits de manière scientifique et l'autre de mobilisation de connaissances procédurales. A ce cumule de 2 composants de construction définis par PISA comme les 2 composants informatifs pour l'évaluation de la culture scientifique de l'élève qui est donc une constante de la classe on observe parallèlement une autre constante cette fois relative aux amplitudes de l'écart de réussite entre élèves du quartile Q1 « très défavorisés» et du quartile Q4 « très favorisés ». Les écarts entre 30% et 42% montrent que ces 14 items sont les plus discriminatoires au sein du corpus PISA science (pour les 183 items les variations vont de 3% à 42%).

Items →	495Q01 N°1	615Q07 N°2	634Q02 N°3	657Q03 N°4	629Q03 N°5	648Q01 N°6	252Q03 N°7	603Q01 N°8	326Q02 N°9	326Q01 N°10	495Q03 N°11	626Q04 N°12	608Q04 N°13	519Q01 N°14
Variables ↓		Simulat°	Simulat°											
ses 4-1	32%	35	30	30	31	35	35	32	38	30	40	39	42	32
ses 4-3	21%	18	11	19	13	12	11	13	17	11	17	15	24	16
ses 3-2	6%	12	10	7	13	16	6	6	7	9	10	7	5	7
ses 2-1	5%	5	9	4	5	7	18	13	14	11	13	17	13	10
Tx.Ré	44%	32	35	47	60	38	57	73	63	50	36	65	48	46
Tx.FrOcde	+4%	+2	2	-1	+4	+1	+2	0	+4	-1	-1	+10	0	11
comp	Ids	Ids	Ids	Ids	Ids	Ids	Ids	Ids	Ids	Ids	Ids	Ids	Ids	ids
K	Proc	Proc	Proc	Proc	Proc	Proc	Proc	Proc	Proc	Proc	Proc	Proc	Proc	proc
DOK	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2
ctx1	lo/nat	glob	glob	lo /nat	lo/nat	glob	lo/nat	lo/nat	lo/nat	lo/nat	lo/nat	lo/nat	lo/nat	glob
ctx2	fr. scie.	risk	sant. mal.	q. env.	res.nat.	fr. scie.	res.nat.	res.nat.	sant. mal.	sant. mal.	fr. scie.	q. env.	res.nat.	fr. scie.
Format	cmc	cmc	cmc	cms	RO	RO	cmc	cms	RO	RO	RO	RO	RO	RO

Tableau 1 : Profils des items de la classe de similarité 20 : [(((((es41sh es43sh) es21hs) ro) (ids procd))]

De plus ces écarts de réussite globaux remarquablement élevés sont dus en partie à des changements majeurs du taux de réussite entre élèves « favorisés » (Q3) et « très favorisés » (Q4) observés pour tous les items. L'amplitude de ces écarts varie entre 11% et 21% ce qui place à nouveau les 14 items parmi les plus discriminatoires à ces plus hauts niveaux de l'indice SESC (pour les 183 items les variations vont de 1% à 25%). Pour la majorité des items (9 items) on constate que les écarts de réussite globaux sont aussi expliqués par de fortes amplitudes de l'écart de réussite entre les élèves du quartile Q1 « très défavorisés » et Q2 « défavorisés » qui vont de 10% à 18% ce qui place ces items parmi les plus marqués par une progression de la réussite des élèves entre les quartiles SESC les plus bas (pour les 183 items les variations entre Q1 et Q2 vont de -7% à 21%). Pour 6 items de la classe (coefficient de similarité plus faible : 0.886) l'effet discriminatoire entre les élèves des quartiles SESC les plus bas n'est pas majeur. Concernant la variable de format des items PISA correspondant à la demande de rédiger une réponse à la question posée (RO : réponse ouverte), elle se lie aux variables

précédentes caractérisant les items sur leurs effets SESC de fortes amplitudes au rang 13 de la hiérarchie indiquant que les items caractérisés par les plus forts écarts de réussite entre les élèves des quartiles inférieurs et supérieurs proposent plus souvent ce type de format. Dans la classe 20 intégrant les variables de la classe 13, seulement 6 items ne proposent pas ce format RO, un de ces items propose une réponse dites « choix multiple complexe » qui est en fait une réponse semi ouverte (phrase pré-rédigée avec des boites avec choix de mots), 3 autres sont des choix CMC plus classiques avec l'induction sur plusieurs propositions d'un choix binaire oui/non et 2 sont des choix CMS dits simples proposant 4 hypothèses dont l'une est à choisir. Ce premier tableau montre que les 14 items sont très similaires en ce qui concerne les variables de la classe avec une nuance en ce qui concerne des éléments de difficultés qui surviennent au niveau des indices SESC les plus bas. Quelques autres variables qui ne sont pas spécifiques à la classe montrent aussi une certaine constance : la complexité cognitive est de niveau 2 et l'aspect du contexte qui décrit la situation dans le cadre de vie (contexte1) n'est jamais à un niveau personnel donc proche du quotidien de l'élève. Des différences majeures existent et seront à prendre en considération dans la recherche des difficultés concernant les élèves des quartiles « très défavorisés » par rapport au quartile « défavorisés et concernant par ailleurs ceux des quartiles « favorisés » par rapport aux « très favorisés » : il s'agit par exemple d'importante différences concernant le taux de réussite global de la population française. En ayant conscience de ces aspects correspondant aux caractéristiques brutes des items de la classe 20 liées au cadre théorique et aux résultats PISA, nous avons mené une analyse à un grain plus fin de chaque item à la recherche de nouvelles variables qui pourraient expliquer le fait que ces items sont typiquement difficiles pour le quartile Q1 ou Q2 ou Q3 et facilité pour le Q4. Un relevé partiel correspondant à 5 traits caractéristiques qui nous sont apparus comme saillants et caractérisables pour ces 14 items est montré sur le tableau 2 (annexes). Ces observations permettent d'émettre quelques hypothèses sur des sources de difficulté de ces items.

Premièrement concernant l'ensemble des items de la classe :

-L'objectif d'évaluation pour ces items est d'évaluer conjointement une connaissance procédurale et sa mise en jeu dans une interprétation de la situation, PISA a construit des textes de narration ou de description du protocole expérimental impliquant pour ces items un nombre élevé de variables, de facteurs, de conditions et de phénomènes. Ces constructions nécessitent de croiser divers types d'informations, de données plus ou moins pertinentes pour la question de l'item, et nous faisons l'hypothèse que cette tâche qui nécessite un niveau d'attention et une capacité de mémoire de travail élevés est une étape discriminante. On sait que ces fonctions exécutives de la cognition sont altérées par l'état affectif/motivationnel de l'individu et nos études antérieures montrent qu'affects et attention se dégradent très rapidement chez les élèves fragilisés par leur faible réussite scolaire souvent appartenant aux quartiles SESC défavorisés par rapport aux élèves scolairement forts.

-La tâche elle-même, posée dans la question de ces items, a une complexité importante (dans une étude en cours nous remettons en cause les niveaux DOK attribués par PISA). Nous faisons l'hypothèse en particulier que pour beaucoup d'élèves le passage de la compréhension non-verbale des données visuelles graphiques ou schématiques, chiffrées sur les représentations ou dans des tableaux, à la verbalisation dans une rédaction ou un choix exact de proposition(s) verbales décrivant diverses manifestations est une difficulté.

-Ces tâches de compréhension et de verbalisation peuvent aussi être supposées plus difficiles dans ces items car ils sont contextualisés dans des situations loin des vécus courant d'un élève de 15 ans (voir ci-dessus) ce qui accroit la difficulté aussi bien pour extraire ce qui est supposé saillant dans les données que pour traduire verbalement et exprimer une interprétation. En effet, la possibilité de vivre des situations mentalement nécessite des calibrations du « moi ressenti » (Craig, 2009 ; 2012 ; Oosterwijk, 2012) et ceci conditionne les capacités à s'identifier à un individu raisonnant sur le problème en question : 1) plus la richesse de ces calibrations mnésiques est faible lors du contact avec l'item PISA plus le problème va être diffus voir non vu ; 2) si les calibrations mnésiques des ressentis ne concernent que les aspects accessoires des situations (qui sont proposées pour tester a capacité à se positionner scientifiquement) se démettre de ces ressentis naïf de surface ou local est impossible.

-Finalement pour la plupart de ces items s'ajoute un long effort de lecture, suivi de demandes formulées parfois de manière déstabilisantes (affirmations vraies dans l'absolue mais à réfuter dans le cadre de la demande, questions à questionner, hypothèses non conçues par l'élève lui apparaissant donc plus comme des affirmations à choisir, nuances dans les demandes sur ces propositions à juger comme « relativement vraies » ou « relativement fausses », comme caractérisant « au mieux » les observables etc.). Cet écueil est d'ordre verbal et peut être de l'ordre de la culture compréhension de textes même non-scientifiques, mais on sait que l'effet discriminatoire entre les quartiles SESC est encore plus fort pour ces tests.

Globalement notre hypothèse d'une forte pénalisation des élèves en fonction de l'indice SESC serait qu'une accumulation de doutes à des niveaux scientifiques et non-scientifiques au fur et à mesure du traitement des items de la classe 20 est en cause. En effet, l'incertitude, l'état affectif peuvent interférer avec le contrôle cognitif, la rationalité (Mushtaq et al, 2013 ; Cabanac et al., 2007) ou directement induire chez les élèves lorsqu'ils sont en position de choix oui/non (réduisant l'incertitude à une chance sur deux de choix juste) à une motivation de clôture hâtive (Kruglanski, 1996). Chez les élèves du quartile SESC le plus bas qui sont en général fragiles au niveau de leurs performances scolaires avec souvent des représentations négatives de leur valeur scolaire, des vécus moins diversifiés, une attention et une persévérance qui s'affaiblissent très vite au cours du test PISA (Montpied, et al ; 2013), l'incertitude endogène et exogène en réponse à ces items PISA pourrait fortement perturber les capacités de prise de décision rationnelles donc les chances de réussir.

Deuxièmement si l'on considère le contenu des items en regard des différences de taux de réussite qu'ils génèrent entre les différents quartiles SESC on peut distinguer:

-Une catégorie d'items n° 2, 3, 5 et 6 pour lesquels les quartiles 1 et 2 sont particulièrement touchés. L'absence de réussite dans ces quatre cas peut être expliquée par l'appelle à des connaissances disciplinaires et à des connaissances sur plusieurs registres (c.-à-d. : l'interprétation interrogée en plus de la connaissance procédurale nécessite de maitriser des savoirs mathématiques, non-scolaire, disciplinaires).

-Une autre catégorie d'items (n°1 et 4) montre que seul le dernier quartile atteint des performances plus élevées et que donc les difficultés sont relativement stables et plus fortes pour le reste des élèves d'origines socio-économique et culturelles « très défavorisée » « défavorisé » et « favorisé » où moins d'un élève sur deux réussissent. Une hypothèse que nous avons émise concernant cette catégorie est que dans

les deux cas les termes utilisés sur le graphe sont différents de ceux des propositions de réponse, le niveau d'attention doit donc être grand pour lire ces propositions et les graphes en regard des définitions et informations données dans le texte introductif et en regard des nuances que donne les propositions ou la question. Il faut aussi inhiber des positions subjectives/naïves sur les situations et globalement ceci demande un contrôle cognitif à chaque décision prise sur les propositions que seuls les élèves « très favorisés » maintiennent.

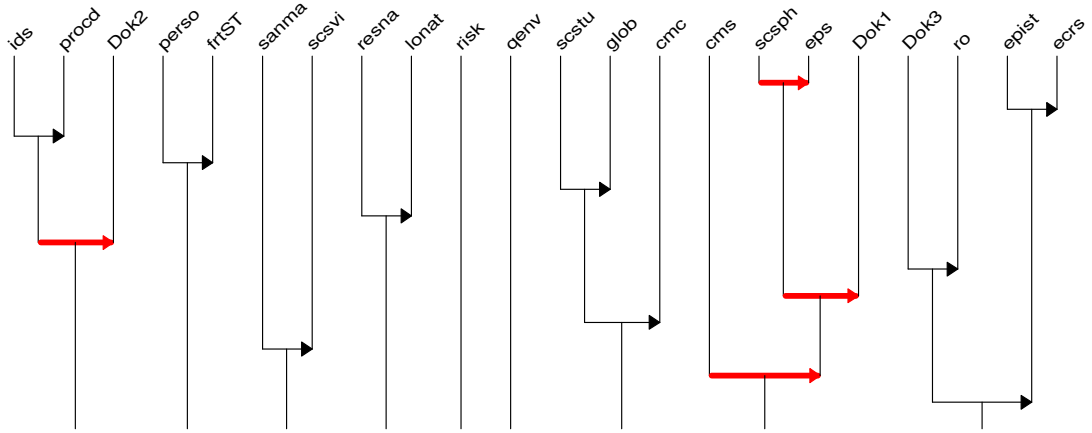
La dernière catégorie d'items (du n°7 à 14) montre deux décrochages et l'écart global entre les quartiles 4 et 1 est expliqué par un fort écart entre les élèves des 2 quartiles les plus bas et un fort écart de réussite entre ceux des quartiles les plus hauts. Les quartiles 2 et 3 se trouvant donc à la moyenne de réussite. Une des hypothèses que l'on peut proposer sur cette dernière catégorie est basée sur la comparaison de l'item n°11 à l'item n°1 commenté ci-dessus. Ces deux items appartiennent à la même unité et ont donc le même contexte ; ce qui distingue l'item 11 de l'item 1 est l'addition d'une condition de traitement en surimposant une deuxième courbe à la première interrogée et présentée dans l'item 1. L'interprétation des données dans l'item 11 demande donc une comparaison mentale supplémentaire entre les manifestations dans les deux conditions de traitement mais a ceci s'ajoute la réponse ouverte. On peut supposer que le saut entre quartile 3 et 4 est dû à la première difficulté et le saut entre les quartile 1 et 2 à la difficulté qu'ont les élèves à trouver les mots pour dire ce qu'ils voient et interprètent.

A partir de ces quelques hypothèses faites pour cette classe d'items caractérisés par leurs écarts de taux de réussites entre les élèves des différents quartiles socio-économiques mais aussi par des contraintes initiales de leurs composants de construction, l'une des questions que nous nous posons est de savoir si on retrouve des hypothèses équivalentes ou si certaines sont valides uniquement pour ce groupe d'items contraint par le tandem compétence/connaissance ids/proc. Nous avons donc cherché à caractériser comment les items du corpus mettaient en jeu les différentes variables de construction en cherchant plus strictement les règles implicatives qui les lient afin de pouvoir évaluer sur de plus larges groupes d'items d'autres hypothèses sur les écarts de réussites entre les élèves des différents quartiles socio-économique et pour aussi évaluer si en particulier des biais de constructions impliquant toujours les mêmes obstacles pour des tandems connaissance et compétences évaluer en conjonction existe pour d'autres tandems connaissance/compétence trouvés a des fréquences significativement élevées dans le corpus.

4.5 Implications entre les composants de construction des items PISA (variables principales) et rôle des écarts de taux de réussite entre les élèves d'origines socio-économique différentes (variables supplémentaires)

Pour répondre à la question des interactions entre des variables de construction plus fréquemment trouvées lorsque certaines variables de connaissances de contenus et compétences sont évaluées nous avons analysés les classes d'implications sur l'ensemble des variables de construction données par PISA. Ceci nous a permis de définir le corpus en classes cohésitives représentées sur la figure 3 où les variables de construction sont liées par des implications. Les classes d'importance pour notre étude correspondent à celles qui définissent des groupes d'items dont les profiles contiennent des implications entre les variables de construction évaluées et considérées par PISA comme le fondement d'une culture S&T mesurable (c.-à-d. les compétences et les connaissances). Le second

critère d'importance pour notre étude est qu'au sein des classes sélectionnées on ait des évidences statistiques qu'un nombre significativement plus élevé d'items auront des effets discriminatoires ou non-discriminatoires entre les élèves de chaque quartile socio-économique de la population. Ceci est en effet nécessaire pour pouvoir analyser comme nous l'avons fait précédemment des structures, des contenus d'un nombre représentatif d'items de la classe. Nous avons donc introduit les variables posttests sur la réussite des élèves dans une analyse de variables supplémentaires afin d'évaluer les marquages statistiquement significatifs des items de la classes par ces variables comparativement à ce qui est attendu de par leur fréquence dans le corpus. Notre objectif est de vérifier, étendre ou différencier les hypothèses déjà émises et d'émettre de nouvelles hypothèses d'intérêt sur de possible relations entre les constructions plus caractéristiques des demandes de connaissances et/ou de compétences typiques des items d'une classe d'intérêt et les effets sur la réussite des élèves d'origines socio-économiques différentes.



Arbre cohésitif : C:\Users\Gateway\Desktop\CHIC\Anp_Sig_ses_tx_Pi_poursupp.csv

Figure 3 : L'analyse implicative des composants définissant les 23 variables constitutives caractérisant l'item construit pour le test PISA science 2015 nous permet d'aller vers trois classes montrant des implications entre des variables de compétence et de connaissance.

Le graphe implicatif montré sur la figure 3 montre que trois classes attestent qu'une cohésion très significative existe entre des variables de compétences et de connaissances. Ces classes implicatives se trouvent :

- au rang 1: (scsph eps) cohésion : 1. Cette classe indique que les connaissances disciplinaires sur les systèmes physiques sont interrogées plus souvent avec la compétence « expliquer les phénomènes scientifiquement » plutôt qu'avec les deux autres compétences d'intérêt pour l'évaluation de la culture S&T dans le cadre de PISA.

-au rang 2 : (epist ecrs) cohésion : 1. Cette classe indique comme déjà signalé que les connaissances épistémiques sont le plus souvent interrogées avec la compétence évaluer et concevoir des recherches scientifiquement.

- au rang 3 : (ids procd) cohésion : 1. Cette classe indique comme déjà signalé que la compétence interpréter des données scientifiquement est le plus souvent interrogées avec les connaissances procédurales plutôt qu'avec les 4 autres types de connaissances.

On constate que ces classes implicatives s'étendent au rang 7 ((ids procd) Dok2) cohésion : 0.929 ce qui indique que statistiquement si les items interrogent la compétence « ids » et les connaissances « procd » alors ils sont fréquemment au niveau de complexité « Dok

2 »; puis au rang 9 ((scsph eps) Dok1) cohésion : 0.882 ce qui indique que statistiquement si les items interrogent les connaissances disciplinaires de science physique et la compétence « eps » alors ils sont fréquemment au niveau de complexité « Dok1 » (ce qui indique une demande d'application directe de connaissance).

Une classe au rang 13 ((Dok3 ro) (epist ecrs)) cohésion : 0.366 indique une cohésion faible produisant le sens suivant : si les items se caractérisent par l'implication « si item de complexité Dok3 alors de format réponse ouverte (ro) » et alors ces items statistiquement sont plus souvent caractérisés aussi par la règle d'implication « si évaluation des connaissances « epist » alors évaluation de la compétence « ecrs ». Cependant cette implication n'est pas significative à un risque $p<0.15$ (graphe implicatif non montré) et nous ne considérerons pas cette classe.

Nous nous sommes intéressés tout d'abord aux 3 premières classes fondatrices qui définissent 3 nouveaux groupes d'items à analyser chaque groupe représentant une tendance forte au sein du corpus PISA à évaluer conjointement le même type de connaissance avec le même type de compétence. Sur le tableau 2 on voit que les variables posttest introduites dans cette analyse comme variables supplémentaires caractérisent les groupes optimaux de ces trois classes de manière différente quant :

-aux taux de réussite évalués globalement dans l'échantillon représentatif des élèves français

-aux écarts entre ce taux de réussite en comparaison au taux de réussite de la référence PISA (les seuls 30 pays de l'OCDE),

-aux écarts de taux de réussite au sein des élèves français appartenant aux différents quartiles socio-économiques établis sur la base de l'indice PISA SESC.

On voit sur ce tableau que les items présentant des écarts de réussite significatifs mais de faible amplitude entre le premier quartile et quatrième quartile augmentent dans la classe 1 par rapport à leur taux dans le corpus entier et marquent significativement cette classe (risque $p < 0.12$). Ce taux est particulièrement différent de celui observé dans la classe 3. Il y a à l'inverse une diminution des items montrant un fort écart de réussite entre les quartiles SESC Q2 et Q1 (- 10%) marquant là une différence forte avec les classes 2 et 3. Finalement ces items de la classe 1 montre que le taux d'items réussis par 75% et plus des élèves est deux fois plus élevé que sur l'ensemble du corpus. Tout ceci est cohérent avec le fait qu'au rang 9 une implication lie cette classe d'items à la caractéristique de complexité « Dok1 » la plus faible complexité liée en générale à une application directe de connaissances, ce qui conduit lorsque la connaissance de physique est très accessible, fortement enseignée et intégrée comme une explication du monde par la plupart des élèves, a un fort taux de réussite et peu de différence observée entre les élèves d'origine SESC différente avec malgré tout toujours une différence faible résiduelle significative bien que faible entre le plus bas quartile et le plus haut. Les premières analyses de cette classe d'items montrent que de nouvelles hypothèses propres à cette classe 1 doivent être faites et sont distincte de celles faites pour les classes 2 et 3 soit pour les items ayant un faible effet soit pour les items ayant un fort effet sur la réussite en fonction de l'indice SESC. Le tableau 2 nous indique concernant la classe 2 (epist, ecrs) qu'elle semble se distinguer de la classe 3 (procd, ids) par une augmentation des items qui montrent des écarts de réussite significatifs mais de faible amplitude entre les élèves du quartile Q3 par rapport à Q2 (+ 7% par rapport au corpus entier, $p < 0.12$). On observe aussi que les items caractérisés par le fait que moins de 30% des élèves réussissent (t30) représentent 26.3%

de la classe 2 une augmentation de 11% par rapport à la fréquence dans le corpus entier des items PISA. La fréquence des items réussis par 30 à 45% des élèves est aussi augmentée de 12% dans cette classe. Par contre la fréquence des items réussis par plus de 75% des élèves est pratiquement nulle (diminution env. -8% donc). Tous ces aspects sont très différents dans la classe 3.

Var.supp. (post-test)	Corpus		Classe 1 des items (scsph eps)		Classe 2 des items (epist ecrs)		Classe 3 des items (procd ids)	
	nbr.items	fréq.items %	Card.grp.opt.= 33		Card.grp.opt.= 19		Card.grp.opt.= 37	
			Fréq. dans la classe	Rôle signif. p<	Fréq. dans la classe	Rôle signif. p<	Fréq. dans la classe	Rôle signif. p<
41sfa	33	18%	(9) **27.3%**	0.12	(4) 21%	0.45	(2) 5.4%	0.99
41sha	47	25.7%	(5) 15.1%	0.94	(4) 21%	0.73	(18) **48.6%**	0.003
43sfa	8	4.4%	(1) 3%	0.79	0	1	(1) 2.7%	0.84
43sha	80	43.7%	(17) **51.5%**	0.22	(6) 31.6%	0.80	(19) **51.3%**	0.21
32sfa	6	3.3%	(2) 6%	0.29	(2) **10.5%**	0.12	(1) 2.7%	0.74
32sha	61	33.3%	(6) 18.1%	0.95	(6) 31.6%	0.55	(16) **43.2%**	0.15
21sfa	7	3.8%	(2) 6%	0.36	0	1	(2) 5.4%	0.42
21sha	57	31.1%	(7) **21.2%**	0.87	(7) 36.8%	0.32	(14) 37.8%	0.25
t30	28	15.3%	(6) 18.1%	0.39	(5) **26.3%**	0.16	(1) 2.7%	0.99
t3045	45	24.6%	(8) 24.2%	0.57	(7) **36.8%**	0.18	(6) 16.2%	0.91
t4560	54	29.5%	(10) 30.3%	0.51	(4) 21%	0.76	(16) **43.2%**	0.06
t6075	40	21.9%	(4) 12.1%	0.94	(2) 10.5%	0.93	(9) 24.3%	0.42
t75 s	16	8.7%	(5) **15.1%**	0.14	(1) **0.5%**	0.83	(5) 13.5%	0.21
difm	19	10.4%	(4) 12.1%	0.45	(2) 10.5%	0.60	0	1
difp	19	10.4%	(3) 9.1%	0.69	(1) 0.5%	0.87	(7) **18.9%**	0.07

Tableau 2: Présence et significativité des items marqués par les caractéristiques définies par les variables supplémentaires correspondant aux écarts entre les taux de réussites des différents quartile socio-économiques et au taux de réussite globaux

En ce qui concerne la classe 3 on observe une augmentation et une très forte significativité du rôle des items caractérisés par des écarts de réussite de hautes amplitudes entre les quartiles SESC extrêmes (Q4-Q1 ; $p < 0.003$). Concernant les items marqués par l'écart de réussite de forte amplitudes entre le Q4 par rapport Q3 et entre Q2 par rapport à Q1, leurs présences au sein du groupe optimal augmentent seulement faiblement de 7-8% et 6-7% respectivement ($p<0.2$). Les items qui induisent un écart de réussite de forte amplitude entre le quartile Q3 par rapport à Q2 augmentent de 10% dans le groupe optimal de la classe 3 en comparaison au corpus entier (significativité de leur influence dans la classe : $p<0.15$). Concernant les items marqués par un taux de réussite global entre 45% et 60% on constate qu'ils sont très significativement surreprésentés dans la classe avec une augmentation de 13.7% par rapport au pourcentage de ces items dans le corpus entier ($p<0.06$). Par conséquent les items typiques à la classe 3 vont inclure les items que nous avons déjà analysés dans la classe de similarité 20 mais aussi des items qui montrerons des caractéristiques différentes incluant en particulier des items induisant des écarts de réussite de fortes amplitudes entre les quartiles Q3 et Q2.

Var.supp. (post-test)	Corpus		Classe 1 des items (scsph eps)		Classe 2 des items (epist ecrs)		Classe 3 des items (procd ids)	
	nbr.items	fréq.items %	Card.grp.opt.= 33		Card.grp.opt.= 19		Card.grp.opt.= 37	
			Fréq. dans la classe	Rôle signif. p<	Fréq. dans la classe	Rôle signif. p<	Fréq. dans la classe	Rôle signif. p<
41sfa	33	18%	(9) **27.3%**	0.12	(4) 21%	0.45	(2) 5.4%	0.99
41sha	47	25.7%	(5) 15.1%	0.94	(4) 21%	0.73	(18) **48.6%**	0.003
43sfa	8	4.4%	(1) 3%	0.79	0	1	(1) 2.7%	0.84
43sha	80	43.7%	(17) **51.5%**	0.22	(6) 31.6%	0.80	(19) **51.3%**	0.21
32sfa	6	3.3%	(2) 6%	0.29	(2) **10.5%**	0.12	(1) 2.7%	0.74
32sha	61	33.3%	(6) 18.1%	0.95	(6) 31.6%	0.55	(16) **43.2%**	0.15
21sfa	7	3.8%	(2) 6%	0.36	0	1	(2) 5.4%	0.42
21sha	57	31.1%	(7) **21.2%**	0.87	(7) 36.8%	0.32	(14) 37.8%	0.25
t30	28	15.3%	(6) 18.1%	0.39	(5) **26.3%**	0.16	(1) 2.7%	0.99
t3045	45	24.6%	(8) 24.2%	0.57	(7) **36.8%**	0.18	(6) 16.2%	0.91
t4560	54	29.5%	(10) 30.3%	0.51	(4) 21%	0.76	(16) **43.2%**	0.06
t6075	40	21.9%	(4) 12.1%	0.94	(2) 10.5%	0.93	(9) 24.3%	0.42
t75 s	16	8.7%	(5) **15.1%**	0.14	(1) **0.5%**	0.83	(5) 13.5%	0.21
difm	19	10.4%	(4) 12.1%	0.45	(2) 10.5%	0.60	0	1
difp	19	10.4%	(3) 9.1%	0.69	(1) 0.5%	0.87	(7) **18.9%**	0.07

Tableau 1: Présence et significativité des items marqués par les caractéristiques définies par les variables supplémentaires correspondant aux écarts entre les taux de réussites des différents quartile socio-économiques et au taux de réussite globaux

L'approche par l'A.S.I nous permet d'aller aux items directement grâce à leur code PISA les identifiant tout au long des classifications et ceci permet de diriger et mener nos analyses qualitatives détaillées des items en tant que membre d'une classe et partie d'une unité PISA particulière. Les 33 items de la classe 1 appartiennent à 21 unités différentes et les situations proposées sont donc variées. Certaines unités contenant plusieurs items de classe 1 permettront d'analyser l'effet précis de la question. D'autre part le corpus contenant 37 items évaluant des connaissances en physique, seulement 4 items appartenant à deux unités (unité 304 : item 304Q01 ; unité 413 : items 413Q04, Q05, Q06) ne font pas partie de à la classe 1 ; ces 4 items évaluent la compétence « interpréter des données scientifiquement ». Ceci indique que le corpus diversifie peu les possibilités d'utilisation compétente de connaissances de physique dans une situation, mais ces 4 items pourront être importants dans nos analyses comparative intra classes et interclasses de ces 33 items de la classe 1 codés:

649Q02 521Q02 649Q01 629Q02 629Q01 256Q01 521Q06 514Q02 510Q04 510Q01 626Q01 627Q01 649Q03 649Q04 625Q03 627Q03 625Q02 437Q04 437Q03 304Q03b 304Q03a 608Q03 437Q06 641Q01 604Q02 602Q03 601Q04 625Q01 421Q01 643Q03 304Q02 269Q04 437Q01.

Les 19 items de la classe 2 appartiennent à 17 unités différentes ce qui indique des contextualisations variées. Au total 26 items interrogent des connaissances épistémiques, 73% les interrogent donc en lien avec la compétence d'évaluation scientifique d'une recherche/expérience (ecrs). Pour ce qui est des 7 autres items 6 interrogent la connaissance épistémique dans le cadre de la compétence d'interprétation scientifique (ids) et 1 dans le cadre de la compétence d'explication scientifique (eps).

Les 19 items de la classe 2 ont les codes suivants :

629Q04 620Q04 438Q03 519Q03 627Q04 425Q04 634Q04 643Q05 637Q02 604Q04 638Q04 466Q07 415Q07 646Q05 603Q02 634Q05 495Q04 637Q01 415Q08.

Les 37 items de la classe 3 appartiennent à 25 unités différentes indiquant à nouveau une diversité de contextualisations. Concernant le reste des items interrogeant des connaissances procédurales 19 items les interrogent avec la compétence « ecrs » (ce qui

est la base de classe de similarité observée section 4.1.1 liant [ids, procd, ecrs, epist]), et seulement 4 items les interrogent avec la compétence « eps ».

Les 37 items de la classe 3 ont les codes suivants :

648Q01 657Q03 643Q01 648Q02 656Q04 646Q01 648Q03 495Q01 466Q05 465Q01 495Q02 519Q01 498Q04 495Q03 428Q03 326Q01 252Q03 131Q02 326Q02 428Q01 425Q02 326Q03 626Q03 620Q02 620Q01 626Q04 634Q02 634Q01 629Q03 615Q07 603Q01 602Q04 602Q01 605Q03 615Q02 615Q01 608Q04.

Sans encore avoir une analyse exhaustive de tous les items de ces 3 classes et les comparaisons intra classes et interclasses qui nous permettront de trouver des caractéristiques particulières à certaines catégories d'items à partir desquelles nous pourrons formuler des hypothèses explicatives précises sur les taux de réussites et effets discriminatoires en fonction des quartiles SESC, nous pouvons malgré tout à partir des événements statistiques décrit sur le tableau 2 et de nos premières observations donner quelques directions prises concernant la caractérisations des items et la variabilité des ces caractéristiques. La classe 1 interroge des connaissances disciplinaires en lien aux systèmes physiques (allant de la chimie à des aspects relativement technique sur la résistance de matériaux). Les connaissances ont donc en elles-mêmes des qualités très variables qui pourraient sans doute permettre une sous catégorisation dans cette classe. La variabilité de la lisibilité dans la situation proposée par l'unité et l'item que ce type de connaissances disciplinaire et en jeu est surtout ce que nous avons noté. En lien à ceci nous avons pu faire le constat que les items qui montrent une faible amplitude des écarts entre les quartiles 4 et 1, ce qui est relativement plus fréquent dans cette classe 1 que dans les deux autres classes et dans le corpus entier, sont de trois catégories :

-soit, ils interrogent des connaissances qui ne sont pas traitées dans les programmes, ou sont des connaissances annexes (technique, normes, etc.) supposées connues de l'élève qui ne sont pas vraiment du domaine courant. La (les) connaissance(s) étant absente(s), les propositions de réponse sur lesquelles l'élève doit prendre une décision qui référent parfois à un contexte très peu quotidien mettent les élèves dans une situation de totale incertitude; le taux d'échec est alors très élevé ou élevé pour tous les élèves, et mathématiquement l'écart est « écrasé » avec un avantage plutôt pour les élèves du quartile supérieur (ex : 649Q01 (résistance physique et chimique d'un matériau dit flexible imperméable aux gaz dans des conditions extrêmes inconnues pour un élève), Q02 (notion de puissance d'élévation intérêt dans un domaine professionnel inconnu des élèves) et Q04 les connaissances sont enseignées mais les transposer dans ce domaine technique : modulation de la capacité d'élévation, demande de faire des liens pas forcément enseignés explicitement).

- soit, les items de la classe 1 interrogent des connaissances qui bien que mentionnées au niveau scolaire ne sont pas utilisables hors du contexte scolaire par un grand nombre d'élèves avec malgré tout un taux d'échec légèrement plus marqué pour les élèves ayant l'indice SESC le plus faible (ex: 521Q02 nomenclature chimique/autres codes),

- soit, ils interrogeant des connaissances traitées au niveau scolaire et la restitution est en générale assez bonne dans le contexte proposé quelque-soit l'origine SESC et l'écart de réussite interquartile socio-économique est par conséquent faible. (Ex : 437Q01 ; 626Q01 ; 256Q01).

Conformément à ce que nous avons mentionné plus haut la classe 1 montre une forte diminution du taux d'items générant une forte amplitude de l'écart de réussite entre les quartiles 1 et 4 (en comparaison au corpus entier mais surtout au deux autres classes 2 et 3) et si l'on regarde cependant ces items rares générant de fortes amplitudes de écart de réussite entre les quartiles 1 et 4 on constate que ces items demandent tous (sauf un 421Q01) de rédiger une réponse ce qui est une cause générale de l'écart de réussite aux items PISA entre le élèves d'origine socio-économique favorisée et défavorisée (voir classe de similarité rang 13 section 4.1.1).

Cette demande rédactionnelle est rare dans la classe 1 (f= 6/33) et est généralement rare en association à la compétence « eps » (f 11/87) et peu fréquente aussi pour les items interrogeant des connaissances de physique (11/37). En comparaison cette demande de rédactionnelle dans la classe 2 et la classe 3 atteint des fréquences de 52,6% et 32.5% des items. Dans les cas étudiés de la classe 3 conjuguant les compétences interprétatives et les connaissances procédurales (cas des items de la classe de similarité 20 retrouvés dans la classe 3 section 4.1.1+ les autres items réponse ouverte de la classe 3) nous avons observé que plus l'item complexifie la demande interprétative plus l'effet de la charge rédactionnelle sur la réussite des quartiles 1 et 2 est augmentée. La complexification dans les cas étudiés de la classe de similarité 20 était relative à une augmentation, des nuances et des ambiguïtés du texte ou à un nombre élevé d'éléments (variables, facteurs, phénomènes) sur lesquels portent les données. Saisir comment rédiger la nuance exprimer dans la question et parfois la comprendre constitue un type d'écueil. Le grand nombre d'éléments sur lesquels l'élève doit pouvoir focaliser son attention, puis les maintenir en mémoire de travail afin de les situer dans des comparaisons spatiales, temporelles ou tout autre dimensionnement proposé nécessaire à l'interprétation qu'il doit pouvoir verbaliser est un second type d'écueil dans les items de la classe 3. Dans le cas des items de la classe 1 interrogeant l'explication écrite d'un phénomène par une connaissance de la physique nos observations sur les items montrant une réussite très inférieure au niveau du quartile 1 par rapport au quartile 4 nous permettent d'émettre une hypothèse parallèle à celle émise pour les items de la classe 20 et 3. L'accroissement de complexité de la charge rédactionnelle pour les élèves d'origine socio-économique défavorisés est aussi en lien au texte et à des nuances de la question (ex : 304Q03a ; 304Q03b, observation d'élèves en cours du travail sur ces items), mais est par ailleurs en lien à la connaissance de physique interrogée dans un contexte ou l'explication en termes quotidiens semble suffisante particulièrement pour les élèves d'origine socio-économiques défavorisés (par exemple dans l'item 643Q03 les réponses des élèves montrent qu'il est difficile de comprendre que « se transformer en quelque chose de non visible » (termes de la question) n'est pas « disparaitre » (termes quotidien pour cette situation trouvés dans les réponse d'élèves). Il faut noter que certaines connaissances de la physique ont un faible pouvoir explicatif des situations quotidiennes (Tiberghien, 2002).

En ce qui concerne les items de la classe 2 plus de la moitié des items demandent aux élèves de rédiger leur évaluation scientifique de la recherche proposée. En soi ceci peut expliquer le très faible pourcentage d'items réussis par plus de 60% des élèves (voir tableau). Cependant les 9 items en dessous de 34% de réussite sur l'ensemble de la population ne sont pas tous des réponses ouvertes. Ces faibles scores sur près de la moitié des items écrase la possibilité d'observer des items montrant un écart de forte amplitude entre les taux de réussite observé entre les quartiles 1 et 4. Nos observations des items de la classe 2 évaluant le tandem « évaluer scientifiquement une recherche » en faisant

appelle à une « connaissance épistémique » nous on conduit à constater tout d'abord que l'élève est exposé à deux types distincts d'items :

-des items qui ne proposent pas d'expérience précise et ne donnent donc aucune accroche matérielle ou d'informations précises sur des variables et des données de la situation interrogée. Ces items interrogent les élèves en imposant donc une capacité à se décentrer et à s'identifier à un scientifique, à un agent de la préfecture appelant à une étude scientifique, un agent de conception automobile, une personne raisonnant sur l'apport de la science dans le domaine de la santé publique etc. Ces items montrent des taux de réussites parfois très faibles avec en rapport à ces taux des écarts importants entre les quartiles 1 et 4 (ex : les items 634Q05, 643Q05 dont les taux de réussite globaux sont respectivement à 12% et 13% avec des écarts de 18% et 16% entre les taux du quartile 4 par rapport au quartile 1). L'hypothèse que nous soulevons dans l'explication du fort taux d'échec avec un redressement limité pour le quartile SESC le plus élevé est que ces items font intervenir des professions et des situations que les élèves connaissent très mal. Pouvoir se décentrer et s'identifier à des décideurs qui raisonnent scientifiquement des problèmes de société ou d'un domaine particulier de notre mode de vie S&T demande une motivation et une maturité sur ces problèmes élevée. D'autre part les propositions faites complexifient souvent la situation et question initiale très générale par des choix de réponses stimulatrices au contraire de choses très précises et l'élève se laisse alors influencer dans l'incertitude par la saillance d'un choix qui comporte un ressenti affectif fort (ex : 627Q04 l'importance du problème du coût du matériau interrogé prime aux yeux des élèves du quartile 1 ; ou 495Q04 la hiérarchie d'importance par rapport au problème titré par l'item se porte sur le choix du directeur d'hôpital).

-le deuxième type d'items de la classe 2 donne une représentation de la situation et l'informe avec des données, des variables qualitatives ou quantitatives. Ces items au premier abord ont de nombreux points communs avec la présentation des items de la classe 3 qui portant sur l'interprétation de données donnent nécessairement ce genre de narrations appuyées sur des variables, des descriptions de phénomènes et des données les concernant (voir analyse classe similarité 20). Les hypothèses explicatives des taux de réussites globaux et des écarts interquartiles socio-économiques sont donc proches de celles-faites pour la classe de similarité 20 (section 4.1.1) et par extension pour la classe 3 (voir ci-dessous). Tout d'abord l'ambiguïté du texte va être une source de difficultés pour répondre correctement car l'élève ne va pas concevoir la bonne représentation du problème (ex : le texte de la question pour l'item 637Q02 propose une question ambiguë ceci induit la chute à 15% du taux de réussite qui est évidente si l'on compare à l'item 637Q01 de la même unité/ même contexte qui est à 39% malgré une demande de rédaction : réponse ouverte). L'hypothèse que la difficulté varie avec la charge cognitive qu'implique la construction de la représentation du problème qui est accrue par le nombre de variables impliquées est aussi maintenu dans ce type d'items de la classe 2. Par exemple les items 637Q01 et 438Q03 interrogent la même connaissance épistémique mais le contexte de l'item 438Q03 présente plus de variables ; on constate alors une chute de la réussite globale (respectivement à 39% et à 16%) avec dans les deux cas un fort écart entre le quartile SESC Q1 et Q2. Cependant on ne peut exclure l'hypothèse que la représentation beaucoup plus abstraite et les noms chimiques complexes introduits dans l'item 438Q03 sont à l'origine de la pénalisation des élèves « très défavorisés » qui parviennent peut être en s'identifiant aux élèves introduits dans la narration de l'unité 637 à se motiver, à mieux ressentir la situation, à se mettre en confiance.

En ce qui concerne les items de la classe 3 les hypothèses générales (longueur du texte , ambiguïté, nuances grammaticales de la question, lecture d'un graphe schéma ou représentation parfois chargé ou complexe) émises pour les items de classe de similarité 20 pour expliquer en partie la forte amplitude de l'écart de réussite entre les élèves des quartiles Q4 et Q1 restent valables pour beaucoup d'items de la classe 3 qui visent à évaluer la même compétence d'interprétation scientifique de données en conjonction avec la mobilisation d'une connaissance procédurale. Seulement 8 items induisent un écart de réussite entre les élèves des quartiles Q4 et Q1 en dessous de 25% (ex : l'item 466Q05 induit un écart de 5% propose un texte très court une carte simple indiquant l'orientation par rapport au nord et deux phénomènes très connus des élèves le feu et le vent et la réponse à fournir est une ville parmi les cinq notée sur la carte même si le taux de réussite est faible 42% on voit que dans cette narration simple les erreurs d'inattention ne sont pas du tout liées à l'origine socio-économique de l'élève).

Nous avons tout d'abord cherché dans nos analyses détaillées des items de la classe 3 à comparer au sein des items qui se caractérisent par un écart de réussite de forte amplitude entre les quartiles SESS Q4 et Q1 (de la classe) ceux dont l'écart est expliqué essentiellement par les écarts de réussite Q 2 et Q1 et surtout Q4 et Q3, les autres items aussi très caractéristiques de la classe 3 (voir tableau) pour lesquels le taux de réussite se redresse fortement pour des indices SESC médians (écarts Q3 par rapport à Q2). Nous n'avons en l'état actuel des choses pas d'hypothèses additionnelles. Nous continuons ces analyses détaillées et cherchons à comparer les items de la deuxième catégorie de la classe 2 aux items de la classe 3.

5 Conclusions et perspectives

L'utilisation de l'A.S.I sur ce corpus PISA sciences d'items bâtis pour donner une grande diversité de stimulations cognitives et motivationnelles aux élèves nous a permis de structurer les données obtenues sur ce corpus et de diriger nos recherches : D'une part sur des groupes items sur la base d'associations survenant à une fréquence surprenante entre des composants de construction des items qui sont les caractéristiques élémentaires liées au cadre théorique PISA définissant la culture S&T et d'autre part sur des items qui ont de plus des caractéristiques plus marquées au niveau des écarts de réussite entre les élèves des différents quartiles SESC. Cette approche d'un corpus très difficile à appréhender nous a permis de classifier les items selon des variables de construction (attributs PISA théorique) et de taux de réussite (attributs posttest définis par des seuils, des amplitudes des réussites) et d'avoir une analyse détaillée comparative des items de chaque classe en prenant en compte les différents aspects du texte de l'unité de la question de l'item, les aspects multimodaux proposés en appuis ou en adition (angle cognitif) et les aspects représentation du « moi » stimulé dans la situation que nous décryptons de manière beaucoup plus précise que ce que donne les variables de contextes attribuées par PISA (angle affectif/motivationnel). Notre but est de concevoir des variables qui permettent de différencier les items sur des aspects plus proche de l'interaction élève/problème. Nous avons décrit des traits caractéristiques pour trois classes d'items évaluant des tandems connaissances/compétences qui sont très significativement surreprésentés dans le corpus. Ceci nous permet de noter que les résultats PISA en 2015 qui sont donnés en différenciant les connaissances procédurales et épistémiques des connaissances de contenus disciplinaires systèmes physiques, systèmes du vivant, science de la terre et les 3

compétences «interpréter des données/faits scientifiquement » (ids), «évaluer et concevoir des recherches/expériences scientifiquement » (ecrs) et « expliquer les phénomènes scientifiquement » (eps) sont à réinterpréter dans le cadre d'un corpus où les combinatoires entre ces variables de constructions sont très dirigées et donc susceptibles d'être à l'origine de similarités de structure, forme ou éléments décrits qui vont créer des problèmes similaires dans toutes une catégorie de problèmes sans que l'on puisse effectivement savoir si il s'agit d'un obstacle au niveau de la connaissance interrogée ou au niveau de la compétence. Les données en France semblent suggérer que les scores moyens sont meilleurs pour les connaissances procédurales (procd) et épistémiques (epist) (moyennées ensemble) en comparaison à ceux sur chacune des connaissances disciplinaires (scsphy ; scsvi ; scstu) et que les scores moyens sur chacune des compétences « interpréter des données/faits scientifiquement » (ids), et « évaluer et concevoir des recherches/expériences scientifiquement » (ecrs) sont meilleurs que pour la compétence « expliquer les phénomènes scientifiquement » (eps) . Nos résultats montrent que ceci doit être nuancé. Nos analyses suggèrent : i) que les compétences ids et ecrs sont évaluées très souvent dans des cadres similaires de construction qui sont très différents de ceux que l'on trouve pour la compétence eps ; ii) que les items (ecrs epist) sont significativement moins bien réussi que les items (ids proc) ; iii) que les moyennes des évaluations faites en associant évaluations des connaissances épistémiques et procédurales pour comparaison aux connaissances disciplinaires ne donnent pas, en sciences physique au moins, un reflet pertinent de ce qu'il se passe. Dans la classe d'implication 1 (eps scphy) qui contient les items interrogeant les connaissances sur les systèmes physiques en conjonction avec l'évaluation de la compétence « expliquer les phénomènes scientifiquement » on voit que l'évaluation de ce tandem (presque toutes les connaissance systèmes physiques) induit un accroissement d'items très mal réussis et un accroissement d'items très réussis (tableau 2). Plus directement en rapport à notre interrogation sur les différences de réussite en fonction des indices SESC des élèves nous avons pu émettre à partir de ces trois classes différentes hypothèses explicatives des sources de difficulté pour les élèves d'origines SESC différentes. L'une d'elle pour les items évaluant le tandem connaissance/compétence : (procd, ids) (classe implicative 3) et sans doute une sous-catégorie des items évaluant le tandem connaissance/compétence (épist, ecrs) (classe implicative 2) est que le nombre élevé de variables, facteurs, phénomènes conditions sur lesquels il faut maintenir un focus attentionnel afin de pouvoir répondre rend ces items discriminants soit avec une forte amplitude des écarts interquartiles soit avec des écarts significatifs mais faibles en raison d'un taux de réussite global très faible. Nous cherchons aussi des hypothèses sur la base d'une analyse en pragmatique du langage et nous avons pu relever ici déjà soit : des incohérences de termes entre différentes parties de l'item, des ambiguïtés de communication, des formulations grammaticales nuançant de manière complexe la question, un vocabulaire complexe. Ces nouvelles caractérisations plus précises que les attributs élémentaires fourni par PISA et les d'hypothèses que nous émettons sur ce qui rend une classe d'items (et sous-catégories) plus ou moins réussis en fonction de l'indice SESC devrons être testées sur les élèves en modifiant les items. Une analyse statistique finale est notre objectif afin d'avoir un modèle qui nous permettrait de décrire ce qui rend un item plus ou moins discriminatif.

Références

[1] Cabanac, M., Boniot-Cabanac, M-C. (2007) Decision-Making rational or hedonic ? Behavioral and Brain Functions, 3(45),1-8.

[2] Craig, A. D. B. (2009a) How do you feel — now? The anterior insula and human awareness. *Nat. Rev. Neurosci.*, (10), 59–70.

[3] Craig, A. D. B. (2009b) Emotional moments across time: a possible neural basis for time perception in the anterior insula. Philos. Trans. R. Soc. Lond. B Biol. Sci. 364, 1933–1942.

[4] Damasio, A. R. (1996) The somatic marker hypothesis and the possible function of the prefrontal cortex. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. B*, (351), 1413-1420.

[5] Gras R., Kuntz P., Briand H. (2001). Les fondements de l'analyse statistique implicative. *Mathématiques et Sciences Humaines*, n°154-155.

[6] Gras R., Suzuki, E., Guillet, F., Spagnolo, F. (2008). Studies in Computational Intelligence: Statistical Implicative Analysis: Theory and Applications. Ed Springer-Verlag, Berlin, Germany.

[7] Holbrock & Ramikese (2009) The meaning of scientific literacy. *International J. of environmental science and education*, 4(3), 275-288.

[8] Keskpaik, S., Rocher, T. (2011), La mesure de l'équité dans PISA : pour une décomposition des indices statistiques. *Education et formations, 80*, 69-78.

[9] Kruglanski, A. (1996) Motivated closing of the mind: «Seizing» and «Freezing». *Psychological review*, 103(2), 263-283.

[10] Lau, K.C. (2009), A critical examination of PISA's assessment on scientific literacy, *International Journal of Science and Mathematics Education, 7,* 1061-1088.

[11] Le Hebel, F., Montpied, P., Tiberghien, A. & V. Fontanieu (2017). Sources of Difficulty in Assessment: Example of PISA Science Items. *International Journal of Science Education (sous presse).*

[12] Le Hebel, F., Montpied, P., Tiberghien, A. (2015). Which answering strategies do low achievers use to solve PISA science items? *Insights from research in science teaching and learning*, pp 237-252. Edt Springer-Verlag, France.

[13] Montpied, P. Le Hebel, F, Tiberghien, A. (2013), Implication of students' affects in attention and cognitive potentials engaged to solve PISA problems evaluating scientific literacy. *Présentation at the 10th international conference of the European Science Education Research Association (ESERA).*

[14] Mushtaq, F., Bland, A., Schaefer, A. (2011) Uncertainty and cognitive control. Frontiers in psychology, 2, 249,1-14

[15] Oosterwijk, S., Lindquist, KA, Anderson, E, Dautoff, R, Moriquchi, Y, Barett, LF (2012) States of mind: Emotions, body feeling and thoughts share distributed neural networks. *Neuroimage* 62 (3), 2110-2128.

[16] Tiberghien, A; (2002) Des connaissances naïves aux savoirs scientifiques. Synthèse commandée dans le cadre du programme : " Ecole et sciences cognitive".

[17] Webb, N.L. (2007). Issues related to judging the alignment of curriculum standards and assessments. *Applied measurement in education, 20(1),* 7-25.

Annexes

Annexe 1 : Etude de nouvelles caractéristiques des items de la classe de similarité 20 [((((es41sh es43sh) es21hs) ro) (ids procd))]

item		Analyse détaillée des demandes des items de la classe de similarité [((((es41sh es43sh) es21hs) ro) (ids procd))]
	Observables analysés	
1	*Texte d'introduction*	Long (123 mots) informations utiles mais non signalées comme telles (rappels programmes ou non scolaires)
	Texte question	Brève introduction au graphe (un des axes double information) questions
	Facteurs, variables, conditions intervenants	2 phénomènes (introduction)-2 variables- 2 conditions- 1 facteur ajouté dans le cmc sans rapport aux données
	Demande argument/contre-argument	Non- choix oui/non (inducteur potentiel du désir de clôture hâtive :50% chances juste – possible limitation recherche argumentation/contre-argumentation par rapport question initiale, Kruglanski, 1996)
	Demande traduction non-verbal en verbal	Oui- voir dans le graphe l'angle paramètres de la technologie et des paramètres sur la personne impliquée
	Cohérence/incohérence	possible incompréhension contrat sur 3ème question cmc oui/non: inhibition empathie ou perspective espérée
	Rapport situation et représentation du « moi »	Possible Ancrage Motivationnel (PAM) : être le scientifique interprétant des résultats médicaux
2	*Texte d'introduction*	Texte abstrait avec non-dits /imprécisions (suppose des savoirs acquis sur différents objets de la situation) + texte explicatif sur la simulation à lire + simulation à tester (200 mots)
	Texte question	Assez long (148 mots)+ données chiffrées à établir avec la simulation+ reconnaitre la variable d'intérêt pour résoudre la valeur de l'inconnue + choix de chiffres correspondant à la demande (application mathématique)
	Facteurs, variables, conditions intervenants	2 variables- 2 facteurs- 1 condition + 1 contrainte sur une 3ème variable interrogée dans CMS choix de chiffres
	Demande argument/contre-argument	Non
	Demande traduction non-verbal en verbal	Non- mais piège sur « au moins » impliquant notion d'intervalle
	Cohérence/incohérence	Non
	Rapport situation et représentation du « moi »	PAM : être un « décideur » capable de raisonner scientifiquement pour juger d'une décision de sécurité
3	*Texte d'introduction*	Pas nécessaire relire intro+ possible relire texte explicatif de la simulation +tester la simulation
	Texte question	Long (192 mots)+données graphiques à établir +reconnaitre formes de courbes et mots les qualifiant dans R-semi-O
	Facteurs, variables, conditions intervenants	3 conditions -3 variables -1 phénomène
	Demande argument/contre-argument	Argumentation pas à construire - qualifier l'observable par 2 boites de mots (choix/réponse verbale semi-ouverte)
	Demande traduction non-verbal en verbal	Oui – mais beaucoup aider par les propositions de mots possibles pour qualifier le phénomène
	Cohérence/incohérence	non
	Rapport situation et représentation du « moi »	PAM : Se sentir personnellement impliqué dans l'évaluation de divers choix sanitaires pris dans ce type de cas
4	*Texte d'introduction*	Assez long (108 mots) + graphe
	Texte question	Question + 4propositions (119 mots)- choisir selon le critère « décrit au mieux » les observations du graphe
	Facteurs, variables, conditions intervenants	4 conditions, 2 variables ; 1 phénomène
	Demande argument/contre-argument	Non - arguments proposés dans les 4 descriptions
	Demande traduction non-verbal en verbal	Oui-courbes (échelle Log) +comprendre espace /temps et agencements expérimentaux testant le phénomène.
	Cohérence/incohérence	ambiguïté choix 1- axe abscisse confus- terme proposition =contrôle de la population/variable du graphe = nombre
	Rapport situation et représentation du « moi »	Peu familier pour beaucoup- PAM se sentir personnellement impliqué dans l'évaluation de choix écologiques
5	*Texte d'introduction*	Moyen (62 mots)+ image + schéma (7 mots)
	Texte question	Instructions + Q sur deux graphiques (69 mots) pour deux conditions à choisir et expliquer choix verbalement
	Facteurs, variables, conditions intervenants	2 variables, 2 conditions, 1 technologie dépendant d'un phénomène
	Demande argument/contre-argument	Oui-RO demande utiliser l'interprétation des deux graphiques pour justifier le choix sur la condition optimale
	Demande traduction non-verbal en verbal	Oui- les observables émergeant de l'interprétation des graphes doivent être traduit en mots pour argumentation
	Cohérence/incohérence	non
	Rapport situation et représentation du « moi »	Peu familier- PAM : envisager les limites d'une technique en lien au problématique du développement durable ?
6	*Texte d'introduction*	Moyen (134 mots)+ schéma coupe par rapport à un point d'observation abstrait
	Texte question	Long (146 mots) + courbe définie par des mesures des deux variables sur 5 objets étudiés (asymptotes avec axes)
	Facteurs, variables, conditions intervenants	2 variables -4 objets (5ème objet référence =origine 0)- choix 2 conditions (sous-jacent un phénomène)
	Demande argument/contre-argument	Oui- interprétation par phrase proposée à compléter (choix menu de mots)+ RO justifier choix par données du graphe
	Demande traduction non-verbal en verbal	Oui-Traduire ce que montre le graphe en dépit de l'anomalie plus difficile à exprimer que si la courbe était linéaire
	Cohérence/incohérence	Non-possible conflit entre schéma d'une coupe/plan réel et 1 graphe plan mathématique 2 dimensions
	Rapport situation et représentation du « moi »	Situation sans rapport au quotidien-Placement personnel possible si intérêt astronomie
7	*Texte d'introduction*	Pas de texte- schéma +2 tableaux : 1er reportant des données verbales et mesures- 2ème probabilités sur un phénomène
	Texte question	Bref suivi de 2 affirmations à juger par choix oui/non en fonction de l'interprétation des données
	Facteurs, variables, conditions intervenants	7 objets /1variable de position; 3 variables évaluées; 2 variables calculées ; (4 variables inutiles)
	Demande argument/contre-argument	Non puisque cmc
	Demande traduction non-verbal en verbal	Oui sur une des affirmations (sens des mots / la représentation schématique / sens probabilités données)
	Cohérence/incohérence	Non
	Rapport situation et représentation du « moi »	Soit sujet semble assez banal-soit bien que quotidien vu comme n'étant pas de son domaine d'autorité
8	*Texte d'introduction*	Long (140 mots) + dessin

	Texte question	Long (203 mots) explique expérience + graphique + question - 4 phrases à lire dites « hypothèses » à choisir
	Facteurs, variables, conditions intervenants	3 facteurs ; 4 conditions ; 2 variables
	Demande argument/contre-argument	Non -hypothèses déjà formulées
	Demande traduction non-verbal en verbal	Oui- Informations graphiques à mettre en correspondance avec mots déjà proposés
	Cohérence/incohérence	Non-(noter que cet item est vu comme « local/national » et est relatif à l'Asie ou l'Afrique)
	Rapport situation et représentation du « moi »	Situation sans rapport au quotidien-Placement personnel possible si intérêt pour la faune
9	*Texte d'introduction*	Long 175 mots- élément de rappels et informations scientifiques+ narration à propos de récits ou de légendes
	Texte question	Question brève 37 mots : demande d'argumenter dans une sens positif à partir des données en maintenant le doute
	Facteurs, variables, conditions intervenants	3 variables- 3 conditions dont l'une est celle que l'élève prendra pour référence
	Demande argument/contre-argument	Oui- Dégager ce qui potentiellement appui la véracité des récits
	Demande traduction non-verbal en verbal	Oui- construire argumentation avec comparaison de chiffres construire le lien en doutant avec la véracité du récit
	Cohérence/incohérence	Oui- imprécisions récit ou légende + changement de mots entre texte et table (élément nutritif/substance)
	Rapport situation et représentation du « moi »	Décentration : penser jugements opposés sur récit d'un autre temps, défendre l'un indépendamment de sa préférence
10	*Texte d'introduction*	Longue 175 mots- élément de rappels et informations scientifiques+ narration à propos de récits ou de légendes
	Texte question	Question brève 38 mots : demande d'argumenter dans une sens négatif à partir des données en maintenant le doute
	Facteurs, variables, conditions intervenants	3 variables- 3 conditions dont l'une est référence
	Demande argument/contre-argument	Oui- Dégager ce qui potentiellement appui la non-véracité des récits/légendes
	Demande traduction non-verbal en verbal	Oui- construire argumentation avec comparaison de chiffres construire le lien en doutant avec la non-véracité du récit
	Cohérence/incohérence du vocabulaire	Oui- imprécisions récit ou légende + changement de mots entre texte et table (élément nutritif/substance)
	Rapport situation et représentation du « moi »	Décentration : comme question précédente mais défendre le jugement inverse indépendamment de sa préférence
11	*Texte d'introduction*	moyen +graphe (90 mots) + relecture de l'introduction initiale possiblement utile (123 mots)
	Texte question	Instruction+ question brève (33 mots)
	Facteurs, variables, conditions intervenants	2 variables- 4 conditions-1 phénomène
	Demande argument/contre-argument	Oui- à construire à partir comparaison observable 2 conditions de traitements- 2 conditions cibles
	Demande traduction non-verbal en verbal	Oui -Courbes surimposées-à transposer verbalement ce qu'elles signifient médicalement parlant
	Cohérence/incohérence	non
	Rapport situation et représentation du « moi »	PAM: être le scientifique discutant de l'intérêt de la nouvelle condition de traitement
12	*Texte d'introduction*	Moyen +graphique (67 mots) ; 2axes : histogrammes +marquage flèche d'un intervalle
	Texte question	Moyen + choix binaire+ RO explication du choix (55 mots)
	Facteurs, variables, conditions intervenants	2 variables ; 2 phénomènes ; 1 facteur externe = la loi
	Demande argument/contre-argument	Oui –RO dépend de comment l'élève comprend ce qu'on lui demande de voir et de comparer
	Demande traduction non-verbal en verbal	Oui-données anciennes- au cours du temps -traduire nombre = comportement- effet = de la loi et pas du temps
	Cohérence/incohérence	Pas d'utilisation avant du mot comportement pour désigner l'observable qui est le sujet depuis 4 questions
	Rapport situation et représentation du « moi »	PAM : se sentir « défenseur de la faune » contre « décideur de l'activité économique »
13	*Texte d'introduction*	Moyen + graphique (78 mots)
	Texte question	Moyen + schéma+ 3 choix possibles d'affirmations sur ce qui est observé+ cadre ouvert pour expliquer (92 mots)
	Facteurs, variables, conditions intervenants	1 variable-3 phénomènes
	Demande argument/contre-argument	Oui-explication du choix de l'interprétation entièrement à concevoir
	Demande traduction non-verbal en verbal	Oui- deux types d'observations graphe+ schéma à traduire et à relier verbalement dans RO
	Cohérence/incohérence	non
	Rapport situation et représentation du « moi »	Le texte est une narration impliquant des élèves qui s'interrogent sur leur découverte…
14	*Texte d'introduction*	Moyen + graphe complexe (133 mots)
	Texte question	Demande précise en référence graphe +cadre ouvert pour réponse (44 mots)
	Facteurs, variables, conditions intervenants	2 variables 3 conditions (un seuil référence tracé en surimposition)-1 phénomène+ épiphénomène
	Demande argument/contre-argument	Oui –cadre ouvert répondre argument /contre argument sur les deux conditions dans le cas proposé
	Demande traduction non-verbal en verbal	Oui-instruction chiffrée depuis question vers graphe- observer graphes- traduire données sur phénomènes en mots
	Cohérence/incohérence du vocabulaire	non
	Rapport situation et représentation du « moi »	PAM : se mettre à la pace d'un scientifique/ingénieur en charge de tests de sécurité

ENQUÊTE INTERNATIONALE COMPARATIVE : CROYANCES ET ATTITUDES DES ÉLÈVES DU SECONDAIRE INFÉRIEUR RELATIVES AUX ERREURS EN MATHÉMATIQUES

Theodora CHRISTODOULOU[1], Athanasios GAGATSIS[2] and Sofia ANASTASIADOU[3]

ABSTRACT

The present article describes the first part of a survey which investigates lower secondary school students' beliefs about Formative Assessment in mathematics in four different countries: Cyprus, Switzerland, Italy and Netherland. Based on students' beliefs related to formative assessment, this research is a first attempt to compare the students' beliefs in the different countries under study, regarding to the handling of the error in mathematics classroom. In total, 1521 lower secondary school students participated in the survey and they completed a questionnaire about the formative assessment. The findings of the study reveal that the students' beliefs in the three of four countries are very similar, while Dutch students' beliefs about the mathematical error differ a lot.

Key words: *formative assessment, mathematical error, beliefs, affective domain*

RÉSUMÉ

Le présent article décrit la première partie d'une enquête qui étudie les opinions des élèves du secondaire inférieur sur l'évaluation formative en mathématiques dans quatre pays différents: la Chypre, la Suisse, l'Italie et les Pays-Bas. Partant des croyances des élèves liées à l'évaluation formative, cette recherche est une première tentative de comparer celles des étudiants dans les différents pays étudiés concernant le traitement de l'erreur dans la classe de mathématiques. Au total, 1521 élèves du secondaire ont participé à l'enquête et ont complété un questionnaire sur l'évaluation formative. Les résultats de l'étude révèlent que les croyances des étudiants dans les trois des quatre pays sont très similaires, alors que les opinions des étudiants Néerlandais à propos de l'erreur mathématique diffèrent beaucoup.

Mots clés: *évaluation formative, erreur mathématique, croyances, domaine affectif*

1 Introduction

Des recherches internationales récentes (par exemple, OCSE / OCDE, 2012; Eurydice, 2012) ont déterminé cinq difficultés principales dans l'apprentissage des mathématiques. L'une d'entre eux souligne l'utilisation incorrecte de l'évaluation formative et la nécessité d'introduire des stratégies d'enseignement et individualisation de l'apprentissage (Weeden, Winter, Broadfoot, 2002; OCSE / OCDE, 2005). En fait, l'évaluation formative (avec sa fonction de diagnostic) permet d'étalonner les stratégies pédagogiques et de les différencier en fonction des besoins des apprenants. L'évaluation formative est essentielle pour prendre des décisions valables et significatives pour concevoir des activités, des outils, des matériaux et des technologies, différenciés selon les niveaux d'apprentissage et les styles d'apprentissage (Weeden, Winter & Broadfoot, 2002). En outre, l'évaluation

1 Université de Chypre, theodoraco@yahoo.gr
[2] Université de Chypre, gagatsis@ucy.ac.cy
[3] Université de Macédoine de l'Ouest, sofan@uom.edu.gr

formative permet d'identifier les «étapes critiques» des mathématiques, d'offrir une vision plus claire des problèmes d'apprentissage des élèves et d'aborder les stratégies les plus appropriées pour soutenir et motiver l'apprentissage des élèves. Pour cette raison, Heritage (2013) souligne la nécessité d'enquêter sur les croyances des mathématiciens et les idées fausses sur l'évaluation dans la salle de classe. Il prétend également qu'il est essentiel d'analyser les activités d'apprentissage dans la classe, en étudiant les justifications des enseignants derrière les difficultés d'apprentissage en mathématiques afin de planifier des interventions adéquates pour une programmation corrective (Heritage, 2013).

2 Cadre théorique

2.1 Évaluation formative en mathématiques

L'évaluation formative (dans ce qui suit, nous utilisons l'abréviation FA), y compris les tests de diagnostic, est une gamme de procédures d'évaluation formelles et informelles utilisées par les enseignants pendant le processus d'apprentissage afin de modifier les activités d'enseignement et d'apprentissage pour améliorer le niveau de scolarité atteint. « Il s'agit généralement de commentaires qualitatifs (plutôt que de notes) tant pour les étudiants que pour les enseignants qui se concentrent sur les détails du contenu et du rendement. Elle est communément contrastée avec l'évaluation sommative, qui vise à surveiller les résultats scolaires, souvent à des fins de responsabilité externe.» Parmi les nombreuses définitions variées fournies par différents chercheurs, des points communs peuvent être mis en évidence. Beaucoup de ces définitions mettent la relation enseignant-élève au centre du processus d'évaluation. Par exemple, Black et William (1998) définissent FA « comme la méthode qui représente toutes les activités de classe qui sont effectuées dans les salles de classe par les éducateurs et/ou leurs élèves et les engage tous les deux dans le processus ». Cette définition de FA souligne l'interaction entre l'enseignant et l'élève pendant le processus d'enseignement et d'apprentissage. D'autres définitions de FA soulignent son rôle pour modifier le processus d'enseignement et d'apprentissage en fonction de la performance des élèves. Par exemple, Van De Walle, Karp et Bay-Williams (2013) affirment que FA est «une méthode d'évaluation qui surveille qui apprend et qui n'apprend pas et qui aide les enseignants à former la prochaine leçon» (p.5). Une définition qui combine tous les points précédemment soulignés est celle fournie par Popham (2008) et elle est acceptée par le groupe d'Évaluation Formative pour les Enseignants et les Étudiants (FAST) comme le plus accessible aux éducateurs (Clark, 2011). Selon cette définition, FA est «un processus utilisé par les enseignants et les élèves pendant l'enseignement qui fournit des commentaires pour ajuster l'enseignement et l'apprentissage en cours afin d'améliorer les résultats scolaires visés par les élèves» (Popham, 2008, p.5).

2.2 L'utilisation formative des erreurs en mathématiques

L'utilisation des erreurs des élèves est une dimension importante de la FA, car elle aide les enseignants à modifier leurs techniques pour aider les élèves à les corriger, mais aussi les élèves pour identifier leurs faiblesses et essayer de les surmonter. Wragg (2001) soutient que «si les étudiants apprennent de leur évaluation, la correction des erreurs et la discussion de ce qu'ils ont fait est essentielle» (p.74). En fait, la communauté de recherche soutient que les erreurs les plus importantes sont dues à des obstacles épistémologiques

(Brousseau & Balacheff, 1998) ou à des obstacles didactiques (Brousseau, 1990). Par conséquent, les erreurs des élèves peuvent avoir une utilisation formative, car les enseignants peuvent exploiter cette information pour modifier leurs actions futures (Gagatsis & Kyriakides, 2000). Ainsi, les décisions concernant les prochaines étapes d'apprentissage découlent de l'identification formative des erreurs des élèves (Desforges, 1989). Et cela est particulièrement important, car un plan d'enseignement organisé de telle sorte pourrait aider les enseignants à planifier des programmes de travail individuels et ceux de la classe selon les différents niveaux de performance des élèves (Gagatsis & Kyriakides, 2000). Cet article entend donc se concentrer sur les croyances des étudiants concernant les erreurs en mathématiques. En particulier, il se propose d'étudier les croyances des élèves au sujet des erreurs en mathématiques à Chypre, en Suisse, en Italie et aux Pays-Bas et de comparer leurs croyances dans ces quatre pays.

2.3 Le domaine affectif de la recherche en éducation mathématique

La deuxième partie du cadre théorique concerne le domaine affectif de la recherche en éducation mathématique. Les termes clés de cette recherche sont les attitudes, les croyances et les conceptions. Comme il ressort de la littérature, il existe diverses opinions concernant la notion de «croyances». Selon Goldin (1999), une croyance peut être «la configuration multidimensionnelle cognitive codée à laquelle le titulaire attribue une valeur élevée, y compris les mandats associés». Cooney (1999) affirme qu'une croyance est «un éventail de dispositions pour faire diverses choses dans diverses circonstances», ce qui conduit à l'acceptation que «des circonstances différentes peuvent évoquer différentes groupes de croyances» (Presmeg, 1988). Il est largement admis que les croyances sont les connaissances, les théories et les conceptions individuelles l'on forme pour des raisons subjectives. Leur nature est en partie logique et en partie émotive. Selon Mc Leod (1992), «les croyances sont en grande partie de nature cognitive et se développent sur une longue période de temps». Beaucoup de chercheurs utilisent les attitudes comme un terme qui comprend des croyances sur les mathématiques et sur soi-même. Mc Leod (1992) accepte que les attitudes « se réfèrent à des réponses affectives qui impliquent des sentiments positifs ou négatifs d'intensité modérée et de stabilité raisonnable »; Ils peuvent apparaître à la suite de l'automatisation «d'une réaction émotionnelle répétée aux mathématiques» ou de «l'attribution d'une attitude déjà existante à une tâche nouvelle mais connexe». Toutefois, pour aborder la terminologie variable sur les connaissances, les croyances, les systèmes de croyance et les groupes de croyance de manière plus efficace, Thompson (1992) a invoqué la notion de « conception » «en tant que structure mentale plus générale, englobant les croyances, les significations, les concepts, les propositions, les règles, les images mentales, les préférences, et similaires» (p. 130). Une «conception» est une construction mentale ou une représentation de la réalité (Kelly, 1991), communiquée en langage ou métaphores (Lakoff & Johnson, 2003) et qui explique des catégories complexes et difficiles d'expérience (White, 1994) telles que l'évaluation. En outre, les conceptions représentent différentes catégories d'idées tenues par les enseignants derrière leurs descriptions de la manière dont les choses éducatives sont expérimentées (Pratt, 1992). Ainsi, les conceptions agissent comme un cadre moyen dans lequel l'enseignant considère, interprète et interagit avec le milieu pédagogique (Marton, 1981).

2.4 Les croyances des élèves sur les mathématiques et l'évaluation

Au cours des deux dernières décennies, le rôle des croyances, ainsi que le rôle de la connaissance, dans les processus cognitifs ont été largement reconnus. Les croyances des élèves ont été étudiées non seulement en tant que convictions générales, mais aussi en tant que convictions concernant la connaissance et l'apprentissage dans des domaines spécifiques, y compris les mathématiques (De Corte, Op't Eynde & Verschaffel, 2002). Schoenfeld (1983) a souligné l'existence d'un système de croyances qui conduit le comportement des élèves lorsqu'ils essaient de résoudre des problèmes mathématiques, car la résolution de problèmes ne peut être considérée comme purement cognitive. Il a révélé que les croyances des élèves sur ce qui est utile dans l'apprentissage des mathématiques affectent les ressources cognitives dont ils disposent lorsqu'ils apprennent dans ce domaine, rendant une grande partie de l'information stockée inaccessible lorsque les croyances empêchent la compréhension plutôt que de la faciliter. En outre, les conceptions de l'évaluation des élèves sont d'une importance particulière car l'évaluation a un impact significatif sur la qualité de l'apprentissage (Ramsden, 1997). La littérature de recherche sur les conceptions d'évaluation des élèves n'est pas vaste et est principalement axée sur les étudiants de l'enseignement supérieur (Struyven, Dochy & Janssens, 2005). L'examen de la littérature empirique sur les conceptions des élèves sur les objectifs de l'évaluation a identifié quatre objectifs majeurs, dont certains peuvent être adaptés aux conceptions de l'évaluation des enseignants. Les étudiants sont considérés comme concevant une évaluation comme (a) l'amélioration de la réussite, (b) un moyen de les rendre responsables, (c) étant sans pertinence, et (d) étant agréable.

3 Méthodologie

Cette étude fait partie d'une enquête réalisée dans le cadre d'un programme européen intitulé Évaluation formative de l'enseignement et de l'apprentissage en mathématiques (FAMT&L) (pour plus de détails sur le programme, cf. Michael-Chrysanthou, Gagatsis et Vannini, 2014). L'étude particulière constitue également la première partie d'une thèse de doctorat en préparation de Theodora Christodoulou, qui vise à proposer un modèle décrivant les croyances des élèves du secondaire inférieur sur la FA et l'évaluation en mathématiques en général. Ce projet de recherche Européen sur lequel est basée notre recherche, a examiné plusieurs éléments de l'apprentissage en mathématiques dans quatre pays, c.à.d. la Chypre, la Suisse, l'Italie et les Pays-Bas. En particulier la place des mathématiques dans le temps des élèves ne présente pas de différences significatives. Mais il y a des différences significatives en ce qui concerne le style de l'enseignement : dans la conférence finale du projet à Bologne Novembre 2016, plusieurs vidéos des classes des mathématiques dans les quatre pays ont été présentées. Une discussion très dynamique entre des enseignants de l'Université et des enseignants de l'éducation secondaire a eu lieu. A l'unanimité les participants ont acceptés que l'enseignement des mathématiques aux Pays Bas se caractérise par la richesse des situations didactiques, qui sont plus ouvertes que dans les autres pays.

3.1 Participants - Questionnaire

Un questionnaire axé sur les croyances sur la FA et l'évaluation en mathématiques en général a été administré à tous les participants. S'adressant à quatre pays différents, le questionnaire a été traduit en quatre langues (grec, italien, français et néerlandais) puis

administré aux élèves du secondaire, soit le grade 7, la 8e et la 9e année, dans les quatre pays précités. En particulier, 308 étudiants Chypriotes, 460 étudiants Italiens, 340 étudiants Suisses et 413 étudiants Néerlandais ont participé à l'étude. Comme déjà mentionné, la présente étude porte sur la première partie de l'enquête. Aux fins de la première partie de cette étude, un questionnaire pour l'examen des croyances des élèves pour l'évaluation formative a été élaboré. L'élaboration du questionnaire proprement dit s'est faite sur la base de notre examen de la littérature : les opinions et les résultats de la recherche de divers auteurs ont été transformés en déclarations à inclure dans notre questionnaire. Les instruments de recherche pertinents antérieurs ont également été retracés, dont certains ont été utilisés comme exemples pour la formulation de certaines de nos déclarations. En fait, les déclarations reflètent non seulement les croyances sur l'évaluation formative, mais aussi les pratiques d'évaluation particulières utilisées par l'enseignant ou les étudiants. Cette structure permet non seulement de tracer les croyances des élèves sur l'évaluation formative, mais aussi d'examiner les relations entre les pratiques particulières et la formation de croyances positives ou négatives. Les déclarations ont été regroupées selon quatre dimensions de l'évaluation formative, telles que définies en fonction des résultats de notre revue de la littérature. En fait, dans le premier groupe, il y a 10 déclarations sur l'objectif (P) de l'évaluation formative. Le deuxième groupe comprend 8 déclarations sur l'utilisation de différentes techniques d'évaluation formative (T). Dans le groupe suivant, il existe 6 déclarations concernant l'utilisation des résultats (R) de l'évaluation formative, en mettant l'accent sur l'utilisation des erreurs mathématiques des élèves. Le dernier groupe comprend 20 déclarations concernant le rôle de chaque intervenant (S) dans l'évaluation formative (étudiants, enseignants, parents). Des exemples représentatifs d'énoncés des déclarations concernant l'utilisation d'une erreur mathématique sont fournis dans la présentation des résultats. Les six déclarations concernant les erreurs mathématiques des élèves sont présentées en annexe. Pour plus de détails sur les déclarations du questionnaire voir http://www.famt-l.eu/el/

4 Résultats

L'ASI a été développée par Gras pour s'appliquer dans la Didactique des Mathématiques (Gras, 1979). Depuis la thèse de doctorat de Régis Gras un très grande nombre de recherches ont été publiés concernant différentes voies de développement de la théorie (Gras, & Couturier, 2013; Gras, Couturier, Blanchard, Briand, Kuntz, & Peter, 2004; Gras, Regnier, & Guillet, 2009; Gras, Régnier, Marinica, & Guillet, 2013). Ainsi la méthode a considérablement évolué et a été appliquée à un large éventail de données comme en éducation, psychologie, médicine etc. L'objectif de cette étude est l'application de la méthode implicative au domaine de l'évaluation formative et non pas à celui du développement de la théorie. Pour cette raison l'analyse des données recueillies dans cette étude a été menée à l'aide du logiciel Classification Hiérarchique, Implicative et Cohésitive (C.H.I.C.) (Gras et al., 2008), qui donne les diagrammes implicatifs et les diagrammes de similarités. L'analyse de similarité indique une similitude hiérarchique entre les groupes de variables (Lerman, 1981). Vu le petit nombre de variables qui interviennent dans la présente recherche, nous analysons dans cet article les résultats en nous basant sur les graphes implicatifs. L'Analyse Statistique Implicative est un instrument fort d'analyse qui se base sur la notion d'implication entre les variables. Ainsi

les graphes implicatifs concernant les croyances des élèves sur la notion d'erreur en mathématiques présentent des implications entre les différentes déclarations sur les erreurs en mathématiques et ceci pour les quatre pays. Cette analyse vise à répondre aux deux questions suivantes :

(a) «Quelles sont les croyances des élèves en matière d'erreur mathématique à Chypre, en Suisse, en Italie et à Pays-Bas?»

(b) «Comment les opinions des étudiants sur les erreurs mathématiques diffèrent entre les différents pays étudiés?»

4.1 Analyse *a priori* des variables

Les variables analysées dans cet article ne sont que six en raison du fait qu'un grand nombre d'autres variables sont liées à différentes dimensions d'évaluation formative dans le questionnaire. Malgré le petit nombre de variables, celles-ci peuvent être classées en quatre catégories. La première catégorie comprend les déclarations R3, R4 et R5 qui sont liées au rôle de l'enseignant dans l'utilisation des erreurs des élèves. La deuxième catégorie comprend la déclaration R1, qui concerne l'évaluation de la correction des erreurs par l'élève en relation avec la meilleure compréhension du concept mathématique. La troisième catégorie comprend la déclaration R6, qui est liée à l'élève. Cette déclaration relie les erreurs avec la note que les élèves obtiennent d'une évaluation. Il est possible que cette déclaration ne se relie pas avec une meilleure compréhension/apprentissage du concept mathématique. En d'autres termes, les étudiants qui sont positifs à l'énoncé R6, ne relient pas les erreurs avec le concept d'évaluation formative, mais avec la note de l'évaluation. Enfin, la déclaration R2 se trouve dans la quatrième catégorie. Cette déclaration n'est pas liée au rôle des enseignants (R3, R4, R5) ni aux élèves (R1) concernant l'amélioration de leur compréhension par les erreurs mathématiques. Il exprime la déception de l'élève, de sorte qu'il est lié au domaine affectif de l'enseignement et de l'apprentissage. Sur la base de l'analyse ci-dessus, nous nous attendons à une connexion entre les variables R3, R4 et R5 dans les quatre pays, car elles concernent les actions de l'enseignant quant à l'utilisation formative de l'erreur. On s'attend également à ce que ces trois variables soient liées à la variable R1, car les actions de l'enseignant visent à corriger les erreurs de l'élève afin de mieux comprendre le concept mathématique. En revanche, les relations fortes entre les variables précitées et les variables R2 et R6 ne sont pas attendues, car les deux dernières variables sont référencées dans différents domaines de l'apprentissage des mathématiques, à savoir dans le domaine affectif et l'évaluation traditionnelle (c'est-à-dire la connexion entre les erreurs et la note).

4.2 Analyse Implicative et les erreurs en mathématiques

Nous avons appliqué l'analyse implicative sous sa forme classique. Les Diagrammes Implicatifs ci-dessous (Figure 1) présentent les croyances des élèves concernant les erreurs mathématiques à Chypre, en Suisse, en Italie et aux Pays-Bas. Les différents couleurs des flèches représentent l'intensité des différentes implications : rouge-99%, bleu-95%, vert-90% et gris-85%. À première vue, nous observons que les croyances des étudiants sur les erreurs mathématiques sont très semblables dans les quatre pays. Plus précisément, les diagrammes montrent que les croyances des étudiants sur les erreurs en mathématiques sont identiques à Chypre et en Suisse avec un petit changement dans le second (graphe de la Suisse). Plus précisément, chaque graphe est formé par une seule chaîne implicative. Cette chaîne se compose de quatre variables qui se réfèrent à

l'utilisation d'une erreur mathématique dans les classes du secondaire. Dans le sommet de la chaîne, nous identifions la variable R5, qui soutient que l'enseignant veut collaborer avec l'élève alors qu'il corrige ses erreurs. Les étudiants qui sont d'accord avec cette opinion, soutiennent également que «l'enseignant utilise leurs erreurs et leurs intérêts pour planifier la prochaine leçon de mathématiques» (R4). Cela implique que les étudiants qui acceptent l'avis précédent affirment que «après une évaluation en mathématiques, l'enseignant veut vérifier si l'élève a compris les erreurs qu'il a faites» (R3). Au bas de la chaîne, on observe la variable R1, qui se réfère à ce que «corriger mes erreurs m'aide à mieux comprendre un concept mathématique». Cela signifie que les étudiants qui sont favorables à toutes les déclarations précédentes (R5, R4, R3), croient en définitive qu'ils obtiennent une meilleure compréhension d'un concept mathématique grâce à la correction de leurs erreurs. La seule différence dans le graphe de la Suisse réside dans la relation entre la variable R2 et R1. En particulier, les étudiants qui se sentent déçus en raison de leurs erreurs en mathématiques (R2), croient également que la correction de leurs erreurs par eux-mêmes est très importante pour qu'ils comprennent mieux le concept mathématique (R1). En plus, les implications entre les variables dans le graphe Suisse sont très fortes (flèches de couleur rouge, 99% d'intensité et flèches de couleur bleu 95% d'intensité) et c'est une autre différence entre ce diagramme et le chypriote. La même chaîne implicative est également identifiée dans le diagramme qui représente les croyances des étudiants Italiens sur les erreurs en mathématiques. Une autre chaîne implicative entre les variables R2 et R6 (flèches de couleur gris 85% d'intensité) est formée dans ce diagramme : là réside la différence entre le diagramme italien et les autres diagrammes. En particulier, cette chaîne est liée au domaine affectif des élèves. C'est-à-dire que les étudiants qui se sentent découragés par leurs erreurs en mathématiques (R2), disent aussi que s'ils ont des erreurs en mathématiques, ils méritent une note faible (R6). Cependant, les implications entre ces variables sont très faibles. En ce qui concerne le diagramme implicatif des croyances des étudiants Néerlandais au sujet de l'erreur mathématique, il comprend les mêmes variables que les diagrammes chypriote et suisse (R1, R3, R4, R5). La différence entre ce diagramme et les deux précédents réside dans l'ordre des variables qui forment le diagramme hollandais. En particulier, la chaîne commence par la variable R5, qui soutient que l'enseignant veut collaborer avec l'élève alors qu'il corrige ses erreurs. Les étudiants qui sont d'accord avec cette opinion, soutiennent également que «après une évaluation en mathématiques, l'enseignant veut vérifier si l'élève a compris les erreurs qu'il a faites» (R3). Cela conduit à croire que «l'enseignant doit utiliser les erreurs et les intérêts des élèves pour planifier la prochaine leçon de mathématiques» (R4). À l'instar du diagramme chypriote et suisse, au bas de la chaîne, on observe la variable R1, qui se réfère à ce que «corriger mes erreurs m'aide à mieux comprendre un concept mathématique». Cela signifie que les étudiants qui sont favorables à toutes les déclarations précédentes (R5, R4, R3), font à la fin valoir qu'ils obtiennent une meilleure compréhension d'un concept mathématique grâce à la correction de leurs erreurs. Ainsi, la principale différence entre le diagramme néerlandais et les deux diagrammes susmentionnés est identifiée dans le renversement de la direction de la relation implicative entre les variables R3 et R4. En plus, les implications entre les variables dans le graphe Néerlandais sont relativement fortes (flèches de couleur bleu, 95% d'intensité et flèches de couleur vert 90% d'intensité). De ce point de vue le graphe Néerlandais est diffèrent de celui des élèves de Suisse.

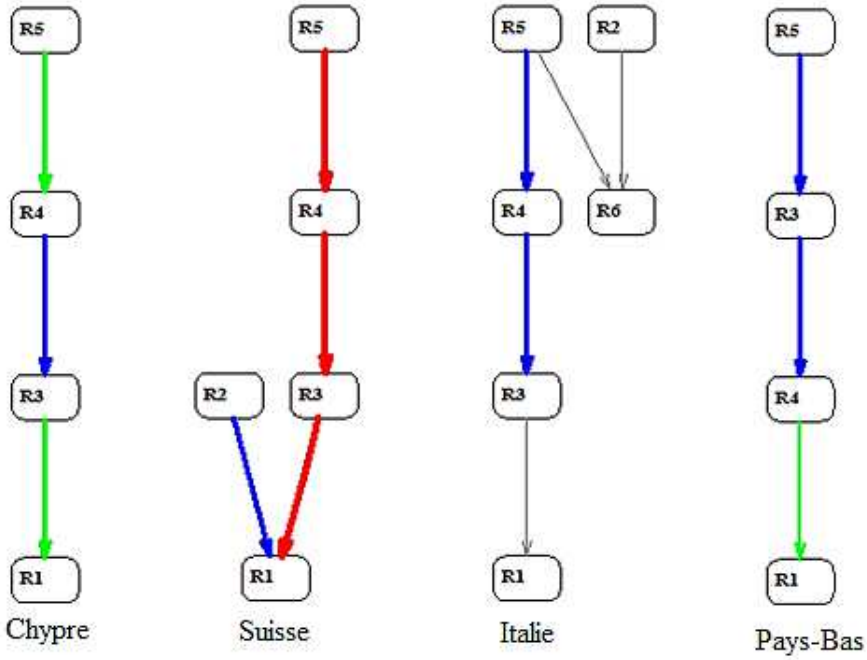


Figure 1 - Diagrammes implicatifs sur les croyances des élèves à l'égard des erreurs en mathématiques à Chypre, en Suisse, en Italie et aux Pays-Bas

Une idée intéressante concernant l'analyse implicative précédente est la réduction des graphes implicatifs séparés par pays à un seul en utilisant les quatre pays en variables supplémentaires et en extrayant les contributions respectives de chaque pays. Pour cela, il faut prendre tous les données des quatre pays ensemble. Une première analyse n'a pas donnée des résultats significatifs. Cela pourrait être expliqué par le petit nombre de variables. On va appliquer cette idée à l'ensemble des questions concernant les différentes dimensions de l'évaluation formative, qui pourrait aboutir à un autre texte concernant l'évaluation formative en général en non pas seulement sur les erreurs mathématiques.

4.3 Diagrammes de similarité et le concept des erreurs en mathématiques

4.4 Le concept de l'erreur en mathématiques chez les étudiants Chypriotes

Nous avons aussi appliqué l'analyse de similarité de Lerman (1981). Nous voulons comparer l'analyse implicative avec l'analyse des similarités de Lerman, qui nous semble utile pour l'exploitation de nos données. L'analyse implicative cohésive dans notre cas de six variables ne donne aucune information complémentaire. Le diagramme de similarité ci-dessous (Figure 2) présente les croyances des étudiants Chypriotes à l'égard des erreurs en mathématiques. Dans ce diagramme, nous observons que deux groupes de similarité sont formés, qui ne sont pas liés. Ceci est une indication que les élèves des écoles secondaires Chypriotes n'ont pas une vue d'ensemble de la notion d'erreur en mathématiques, mais ils isolent certains de ses aspects. D'un premier coup d'œil, nous observons que la paire de similarité la plus forte est formée par les variables R4 et R5, qui apparaissent comme indice de similarité significatif (0.83). Ces variables appartiennent au premier groupe de similarité et sont liées au rôle de l'enseignant dans la gestion des erreurs d'élèves en mathématiques. On observe également un fort indice de similarité entre les variables R1 et R3 (0.71), qui se réfèrent à la compréhension du concept mathématique, obtenue au mayen de correction les erreurs. Les deux paires de variables ci-dessus composent le premier groupe de similarité, qui est formé par des

variables liées au domaine cognitif des élèves et présente un indice de similarité significatif entre eux (0.40). Le deuxième groupe de similarité ne comprend qu'une seule paire de variables, qui se réfèrent au domaine affectif des élèves. Ces variables sont les R2 et R6, qui présentent un indice de similarité égal à 0.63. C'est à dire pour les élèves Chypriotes on n'observe pas une forte similarité entre leurs conceptions de type cognitif et les équivalents de type affectif.

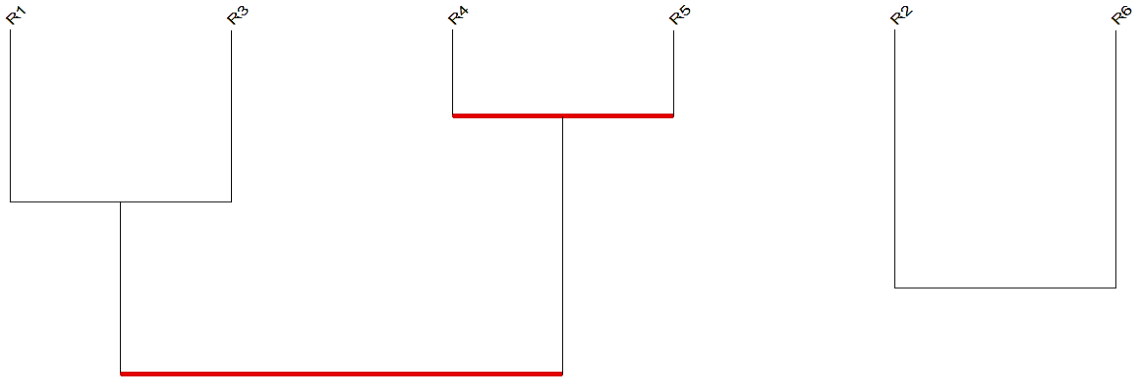


Figure 2 - Diagramme de similarité sur les croyances des étudiants Chypriotes à l'égard des erreurs en mathématiques

4.5 Le concept d'erreur mathématique chez les étudiants Suisses

Le diagramme de similarité ci-dessous (Figure 3) présente les croyances des étudiants Suisses à l'égard des erreurs en mathématiques. Dans le diagramme, nous observons que deux groupes de similarité sont formés, qui ne sont pas liés. C'est une indication que les élèves Suisses du secondaire n'ont pas, eux aussi, une vue d'ensemble de la notion d'erreur en mathématiques, mais ils isolent certains de ses aspects. À première vue, nous observons que la paire de similarité la plus forte est formée par les variables R4 et R5, qui présentent un indice de similarité significatif entre elles (0.87). Ces variables concernent le rôle de l'enseignant dans la gestion des erreurs d'élèves en mathématiques. Une forte relation de similarité est également identifiée entre les variables R1 et R3 (0.86), qui se réfèrent à la compréhension du concept mathématique obtenu grâce à la correction des erreurs. La paire de variables précitée est liée à la variable R2 (0.58), qui se réfère à l'impact de l'erreur sur le domaine affectif de l'élève. Toutes les variables ci-dessus présentent une relation de similarité assez faible, mais l'indice de similarité entre elles apparaissent significatif (0.43). Cela se produit, car la plupart des variables concernent le domaine cognitif de l'élève, en dehors de la variable R2. La variable R6 semble isolée des autres variables du diagramme de similarité. En fait, elle n'est pas liée aux autres variables. Cela se produit en raison du fait que la variable spécifique se réfère explicitement à la «note» en mathématiques («Si je fais des erreurs en mathématiques, je mérite un faible niveau»). Le reste des variables sont liées à l'évaluation formative en mathématiques et non à la note.

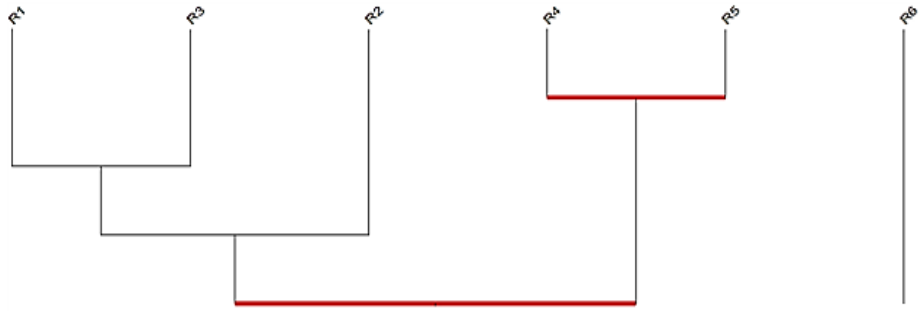


Figure 3 - Diagramme de similarité sur les croyances des étudiants Suisses à l'égard des erreurs en mathématiques

4.6 Le concept d'erreur mathématique chez les étudiants Italiens

Le schéma de similarité ci-dessous (Figure 4) présente les idées des étudiants Italiens à l'égard des erreurs en mathématiques. Nous observons que ce diagramme est identique à celui-ci des étudiants Chypriotes. Dans le diagramme, nous observons que deux groupes de similarité sont formés, qui ne sont pas liés. Ceci est une indication que les étudiants du secondaire Italiens n'ont pas une vue d'ensemble, eux aussi, de la notion d'erreur en mathématiques, mais ils isolent certains de ses aspects. D'un premier coup d'œil, nous observons que la paire de similarité la plus forte est formée par les variables R4 et R5, qui présentent un indice de similarité significatif entre elles (0.81). Ces variables sont identifiées dans le premier groupe de similarité et sont liées au rôle de l'enseignant dans la gestion des erreurs d'élèves en mathématiques. Un indice de similitude fort est également observé entre les variables R1 et R3 (0.63), qui se réfèrent à la compréhension du concept mathématique obtenu grâce à la correction des erreurs. Cette paire de variables apparaît comme un indice de similarité faible, mais significatif (0.29) avec la paire de variables R4 et R5. Le regroupement particulier émerge en raison du fait que les variables précitées se réfèrent au domaine cognitif des élèves. Le deuxième groupe de similarité se compose des variables R2 et R6, qui apparaissent un indice de similarité élevé entre eux (0.66). Ces variables se réfèrent au domaine affectif des élèves.

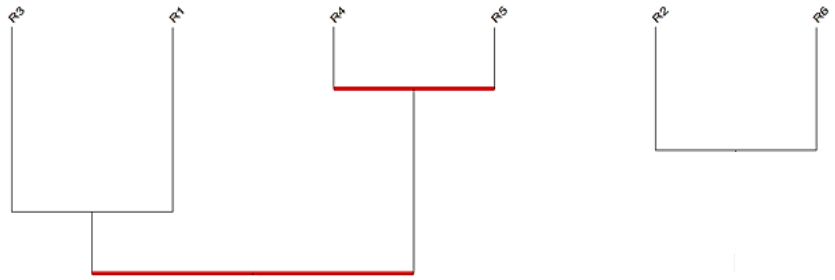


Figure 4 - Diagramme de similarité sur les croyances des étudiants Italiens à l'égard des erreurs en mathématiques

4.7 Le concept d'erreur mathématique chez les étudiants Néerlandais

Le diagramme de similarité ci-dessous (Figure 5) présente les croyances des étudiants Néerlandais à l'égard des erreurs en mathématiques. Dans le diagramme, nous observons que deux groupes de similarité sont formés, qui ne sont pas liés. C'est une indication que les élèves du secondaire Néerlandais n'ont pas, eux aussi, une vue d'ensemble de la notion d'erreur en mathématiques, mais ils isolent certains de ses aspects. D'un premier coup d'œil, nous observons que la paire de similarité la plus forte est formée par les variables R3 et R4, qui présentent un indice de similarité significatif entre elles (0.84). Ces variables

se situent dans le deuxième groupe de similarité et sont liées au rôle de l'enseignant dans la gestion des erreurs d'élèves en mathématiques. On observe également un fort indice de similarité entre les variables R2 et R5 (0.67), qui se réfèrent au domaine affectif de l'élève et au rôle de l'enseignant dans le traitement des erreurs des élèves en mathématiques, respectivement. La connexion entre ces variables donne peut-être une indication du rôle positif de l'enseignant dans la manipulation de l'erreur mathématique, ce qui semble développer des émotions négatives pour les élèves. L'indice de similitude entre les variables ci-dessus est apparu assez faible; Cependant, cela semble significatif (0.42). Le regroupement particulier résulte du fait que ces variables se réfèrent au rôle de l'enseignant dans la gestion des erreurs d'élèves en mathématiques. Le premier groupe de similarité est formé à partir des variables R1 et R6, qui sont également liées à un indice de similarité fort (0.56). Ces variables concernent respectivement le domaine cognitif et affectif des élèves. Ainsi le diagramme des conceptions des étudiants Néerlandais apparaît assez différent des trois précédents et en ce qui concerne la structure générale du diagramme et aussi quelques groupes particuliers comme le groupe (R1, R6).

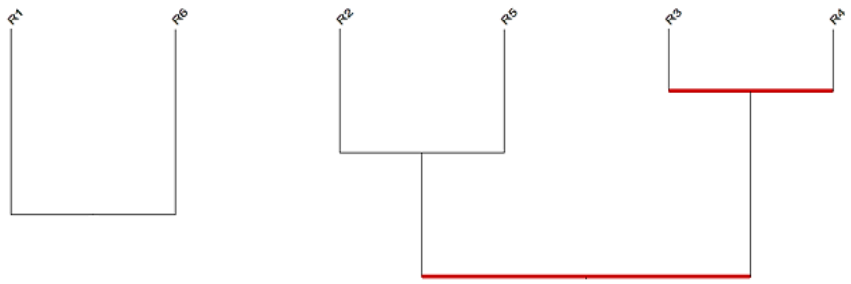


Figure 5 - Diagramme de similarité sur les croyances des étudiants Néerlandais à l'égard des erreurs en mathématiques

De même on pourrait examiner la réduction des diagrammes de similarité qui sont séparés par pays à un seul en utilisant les quatre pays en variables supplémentaires et en extrayant les contributions respectives de chaque pays. Pour cela, il faut prendre tous les données des quatre pays ensemble. Une première analyse de ce type n'a pas donné de résultats significatifs. Cela pourrait être expliqué par le petit nombre des variables. Néanmoins on va appliquer cette idée à l'ensemble des questions concernant les différentes dimensions de l'évaluation formative. Nous croyons qu'une pareille analyse serait plus efficace que les quatre analyses séparées des quatre pays.

5 Conclusions

Le présent article décrit la première partie d'une enquête qui étudie les opinions des élèves du secondaire inférieur sur l'évaluation formative en mathématiques dans quatre pays différents : Chypre, la Suisse, l'Italie et les Pays-Bas. Examinant les croyances des élèves liées à l'évaluation formative, cette recherche est une première tentative de comparer les croyances des étudiants dans les différents pays étudiés, en ce qui concerne le traitement de l'erreur dans la classe de mathématiques. En comparant les résultats des quatre diagrammes implicatifs illustrant les croyances des élèves sur le concept d'erreur en mathématiques, nous observons qu'en dépit des différences possibles entre les approches pédagogiques des quatre pays en question et les contenus des programmes scolaires des mathématiques, il y a une convergence entre la partie cognitive de graphes des croyances

des étudiants de Chypre, d'Italie et de Suisse (R5-R4-R3-R1). De fait, ces trois diagrammes sont presque les mêmes. Les différences entre eux se situent dans les deux variables relatives au domaine affectif des élèves. Ces variables apparaissent sur le schéma de la Suisse et de l'Italie. Les croyances des étudiants Néerlandais semblent légèrement différer de celles des trois autres pays, ce qui est probablement une indication que les enseignants Néerlandais manient l'erreur mathématique différemment que les enseignants des trois autres pays. De même, en comparant les résultats des quatre diagrammes de similarité illustrant les croyances des élèves sur le concept d'erreur en mathématiques, nous observons qu'en dépit des différences possibles entre les approches pédagogiques des quatre pays en question et les contenus des programmes scolaires des mathématiques, il y a une convergence entre les croyances des étudiants de Chypre, d'Italie et de Suisse. De fait, ces trois diagrammes sont presque les mêmes. Les croyances des étudiants Néerlandais semblent différer de celles des trois autres pays, puisque les trois groupes respectifs du diagramme de similarité sont différents de ceux de diagrammes des autres pays. En effet les déclarations R4 et R5 sur le rôle de l'enseignant ne se réunissent pas entre eux comme dans les diagrammes de similarité des trois autres pays. Ceci est probablement une indication, comme nous avons observés à propos des graphs implicatifs, que les enseignants Néerlandais manient l'erreur mathématique différemment que les enseignants des trois autres pays. On voit donc qu'il existerait une dimension universelle du concept d'erreur en mathématiques. Cette dimension présente une stabilité indépendamment des différences possibles de culture et d'éducation existant entre les différents pays. Néanmoins, si on considère la nature différente des erreurs en mathématiques p.ex., erreurs liées aux obstacles épistémologiques ou didactiques, erreurs liées au contrat didactique ou autres, on conclut que le même type de recherche doit être répété en proposant une plus grande variété de déclarations aux élèves. Ainsi on pourrait probablement valider un modèle implicatif des croyances des élèves plus général que celui présenté dans le présent article.

Références

[1] Black, P., and D. Wiliam (1998), Inside the black box: Raising standards through classroom assessment. *Phi Delta Kappan, 80(2),* 139-148.

[2] Brousseau, G., and N. Balacheff (1998), Théorie des situations didactiques: Didactique des mathématiques 1970-1990. *La pensée sauvage.*

[3] Brousseau, G. (1990), Le contrat didactique: le milieu. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *9* (3), 309-336.

[4] Clark, I. (2011), Formative assessment and motivation: Theories and themes. *Prime Research on Education (PRE), 1(2),* 27-36.

[5] Cooney, T. J. (1999), 'Examining what we believe about beliefs', in E. Pehkonen & G. Torner (Eds), *Mathematical beliefs and their impact on teaching and learning of mathematics,* Proceedings of the Workshop in Oberwolfach, pp. 18-23.

[6] De Corte, E., P. Op't Eynde, and L. Verschaffel, (2002), Knowing what to believe: The relevance of students' mathematical beliefs for mathematics education. In B.K. Hofer & P.R. Pintrich (Eds.), *Personal epistemology. The*

psychology of beliefs about knowledge and knowing (pp. 297–320). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

[7] Desforges, C. (1989), *Testing and Assessment.* London: Cassell.

[8] Eurydice, Educational, Audiovisual, & Culture Executive Agency. (2012), *The european higher education area in 2012: Bologna process implantation report*. Ministerio de Educación.

[9] Formative Assessment in Teaching and Learning of Mathematics (FAMT&L) (2013-2016), Life Long Learning Programme n° 538971-LLP-1-2013-1-IT-COMENIUS-CMP, http://www.famt-l.eu/el/.

[10] Gagatsis, A. and L. Kyriakides, (2000), Teachers' attitudes towards their pupils' mathematical errors. *Educational Research and Evaluation, 6*(1), 24–58.

[11] Goldin, G.A. (1999), 'Affect, meta affect and mathematical belief structures', in E. Pehkonen and G. Torner (Eds), *Mathematical beliefs and their impact on teaching and learning of mathematics,* Proceedings of the workshop in Oberwolfach, pp. 37- 42.

[12] Gras, R. (1979), Contribution étude expérimental et l'analyse de certaines acquisitions cognitives et de certains objectifs en didactique des mathématiques, Thèse de doctorat, l'Université de Rennes 1.

[13] Gras, R., and R. Couturier, (2013), Spécificités de l'Analyse Statistique Implicative par rapport à d'autres mesures de qualité de règles d'association. *Educação Matemática Pesquisa, 15*(2).

[14] Gras, R., R. Couturier, J. Blanchard, H. Briand, P. Kuntz, and P. Peter, (2004), Quelques critères pour une mesure de qualité de règles d'association. *Revue des nouvelles technologies de l'information RNTI E-1,* 3-30.

[15] Gras, R., J. C. Regnier, and F. Guillet, (2009), Analyse statistique implicative : Une méthode d'analyse de données pour la recherche de causalités (p. 510). Cépaduès Editions.

[16] Gras, R., J. C. Régnier, C. Marinica, and F. Guillet, (2013), L'analyse statistique implicative Méthode exploratoire et confirmatoire à la recherche de causalités (p. 522). Cépaduès Editions.

[17] Gras R., E. Suzuki, F. Guillet, and F. Spagnolo, (Eds) (2008), *Statistical Implicative Analysis.* Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg.

[18] Heritage, M. (2013), Formative assessment in practice: A process of inquiry and action. Cambridge, MA: Harvard Education Press.

[19] Kelly, G. A. (1991), The psychology of personal constructs: A theory of personality (Vol. 1). London: Routledge.

[20] Lakoff, G., and M. Johnson, (2003), *Metaphors We Live By.* Chicago, IL: Chicago University Press.

[21] Lerman, I.C. (1981), Classification et analyse ordinale des données. Paris: Dunod.

[22] Marton, F. (1981), Phenomenography—describing conceptions of the world around us. *Instructional Science, 10,* 177-200.

[23] McLeod, D. B. (1992), 'Research on affect in mathematics education: A reconceptualization', in D.A.Grouws (Ed.), *Handbook of Research on mathematics teaching and learning,* New York Macmillan, pp. 575-596

[24] Michael – Chrysanthou, P., A. Gagatsis, and I. Vannini, (2014), Formative assessment in mathematics: a theoretical model. *Acta Didactica Universitatis Comenianae – Mathematics, 14*, 43-70.

[25] OECD (2012), Education at a Glance 2012: OECD Indicators, OECD Publishing. http://dx.doi.org/10.1787/eag-2012-en

[26] OECD (2005), Annual Report 2005: OECD Indicators, OECD Publishing. https://www.oecd.org/about/34711139.pdf

[27] Popham, W. J. (2008), *Transformative assessment.* VA: ASCD.

[28] Pratt, D. D. (1992), Conceptions of teaching, *Adidt Education Quarterly, 42(4),* 203-220.

[29] Presmeg, N. C. (1988), School Mathematics in culture-conflict situations, *Educational Studies in Mathematics, 19*(2), 163-167

[30] Ramsden, P. (1997), The context of learning in academic departments. In *The experience of learning: Implications for teaching and studying in higher education,* 2nd ed., ed. F. Marton, D. Hounsell and N. Entwistle, 198–217. Edinburgh: Scottish Academic Press.

[31] Schoenfeld, A.H. (1983), Beyond the purely cognitive: Beliefs system, social cognition, and metacognition as driving forces in intellectual performance. *Cognitive Science, 7,* 329–363.

[32] Struyven, K., F. Dochy, and S. Janssens, (2005), Students' perceptions about evaluation and assessment in higher education: A review. *Assessment and Evaluation in Higher Education 30*(4), 325–341.

[33] Thompson, A. G. (1992), Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research, in: D. A. Grouws (Ed.) *Handbook of research on mathematics leaching and learning* (New York, Macmillan), 127-146.

[34] Van De Walle, A. J., S. K. Karp, and M. J. Bay-Williams, (2013), *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally* (8 ed.). United States of America: Pearson.

[35] Weeden, P., J. Winter, and P. Broadfoot, (2002), *Assessment, What's in it for schools?* London: Routledge Falmer

[36] White, R. T. (1994), Commentary: Conceptual and conceptional change. *Learning and Instruction, 4,* 117-121.

[37] Wragg, E. C. (2001), *Assessment and learning in the primary school.* London: Routledge Falmer.

Annexe

Déclarations sur l'utilisation de l'erreur en mathématiques à partir du questionnaire					
Exprimez votre opinion sur les énoncés suivants, en encerclant le nombre approprié dans l'échelle proposée (de 1 = jamais à 4 = souvent).					
R1	Corriger mes erreurs m'aide à mieux comprendre un concept mathématique.	1	2	3	4
R2	Mes erreurs en mathématiques me découragent.	1	2	3	4
R3	Après une évaluation en mathématiques, mon enseignant veut vérifier si j'ai compris les erreurs que j'ai faites.	1	2	3	4
R4	Mon professeur utilise nos erreurs et nos intérêts pour planifier la prochaine leçon de mathématiques.	1	2	3	4
R5	Mon professeur de maths veut collaborer avec moi alors que je corrige mes erreurs.	1	2	3	4
R6	Si je fais des erreurs en mathématiques, je mérite une note basse	1	2	3	4

LECTURE DIDACTIQUE DES RÉSULTATS D'UNE RECHERCHE ÉVALUATIVE À LA LUMIÈRE DE L'ASI

Antoine BODIN[1] et Maria-Lucia GIOVANNINI[2]

USING STATISTICAL IMPLICATIVE ANALYSIS AS A MEAN TO GET A DIDACTICAL UNDERSTANDING OF THE RESULTS OF A LARGE SCALE MATHEMATICAL TEST

RÉSUMÉ

L'étude présentée dans cet article concerne une analyse de données issues d'une recherche évaluative menée en 2008 dans la région de Bologne (Italie) en début de première année de l'école moyenne (élèves de 11-12 ans). Utilisant l'analyse implicative augmentée de l'indice de confiance et le logiciel RCHIC maintenant fonctionnel sous R, nous avons pu mettre à plat les résultats de ce test d'une façon qui nous semble à la fois originale et complémentaire des analyses classiques. L'article apporte des informations intéressantes sur les relations entre les questions du test et entre ces questions et certaines perceptions des élèves ; elle offre au final beaucoup d'éléments susceptibles d'intéresser la formation des enseignants. Sont présentées succinctement la question de la complexité des énoncés et la distinction entre complexité et difficulté des énoncés, la méthode d'analyse implicative et son application à l'ensemble du test, des analyses partielles des deux épreuves composant le test et une analyse des habilités définies par les concepteurs du test. La méthode utilisée permet de mettre en évidence à la fois la structure fine du test et l'organisation cognitive des élèves qui l'ont passé.

Mots-clés : *Recherche évaluative, Analyse implicative, complexité cognitive, indice de confiance, mathématiques*

ABSTRACT

This paper aims to presenting an analysis of a set of data issued from a large scale study leaded in the Bologna area (Italy) about the mathematical knowledge of students beginning their first year of lower secondary school. Using the implicative analysis added with a confidence index and the RCHIC software now fully functional as a package of the R software, we were able to clarify the results of this test on a way that we consider as original and complementary to the classical analysis. The paper brings interesting information on the oriented links between the questions of the test and some students' perceptions. It brings finally a lot of information that could be useful for teachers' professional development. The issue of item complexity and the distinction between complexity and difficulty is presented and addressed in the study ; the implicative analysis method is quickly presented and is applied to the two parts of the test and is applied to analysing the abilities as defined by the test developers. The method allows to put in light the intimate structure of the test as well as the cognitive structure of the students.

Keywords : *Evaluation research, implicative analysis, cognitive complexity, Confidence index, mathematics.*

[1] Chercheur associé, IREM d'Aix-Marseille, Université de la Méditerranée, 63 Avenue de Luminy - Case 901, 13288 Marseille Cedex 09. Email : antoinebodin@mac.com

[2] Professeur titulaire à l'Alma Mater Studiorum - Università di Bologna, Dipartimento di Scienze dell'Educazione, via Filippo Re, 6 40126 Bologna. Email: marialucia.giovannini@unibo.it

1 Introduction

Les données analysées dans cet article sont issues d'une évaluation diagnostique du domaine mathématique effectuée dans la région de Bologne (Italie) en début d'année scolaire pour les élèves de première année de l'enseignement secondaire (élèves de 11-12 ans). Ce niveau scolaire a été choisi parce que l'école moyenne (*scuola media o scuola secondaria di 1° grado*) est considérée en Italie comme étant « le maillon faible » du système éducatif : en elle sont enracinées les lacunes et les difficultés que de nombreux étudiants trouvent dans les deux premières années de l'enseignement secondaire du second degré (Fondazione Agnelli, 2011). En outre, le fait que la transition du primaire au secondaire soit souvent difficile pour de nombreux élèves est une source de préoccupation pour les familles. La recherche évaluative considérée ici fait partie d'une recherche plus large sur la valeur ajoutée en tant que mesure de l'efficacité de l'école, elle a été menée sur une période de trois ans en collaboration avec les 21 établissements scolaires de Bologne et de la province participant à la recherche. L'analyse implicative et cohésitive présentée dans cet article est destinée à étudier dans quelle mesure cette méthode est de nature à compléter les analyses classiques déjà effectuées (les analyses statistiques classiques, mais aussi l'analyse des réponses aux items). L'analyse implicative a l'originalité de travailler sur les relations de dépendance entre items. On obtient alors des cartes qui présentent l'organisation de la difficulté et de la complexité des items et qui, dans une certaine mesure, peuvent être considérées comme reflétant l'organisation cognitive des sujets pris dans leur ensemble. En relation avec cette analyse, l'article présente aussi une approche de la notion de complexité des énoncés.

2 Présentation de la recherche évaluative

L'échantillon étudié est un échantillon de convenance tiré en 2008-2009 de l'ensemble des établissements de l'enseignement moyen de la province de Bologne. Tout en étant conscient qu'un échantillon de ce type n'est pas nécessairement représentatif et qu'il limite la possibilité de généraliser les résultats à la population cible par inférence statistique, cette procédure a été choisie par rapport aux objectifs et aux hypothèses du projet de recherche sur la valeur ajoutée en matière de compréhension de texte et de mathématiques. Il est important de considérer que les choix des écoles ont été faits selon les critères suivants : a) mise en place dans des zones et des contextes différents de sorte que le bassin de recrutement des établissements soit aussi hétérogène que possible du point de vue des caractéristiques socio-économiques et culturelles des étudiants ; b) la disponibilité d'au moins trois classes de première année secondaire, pour permettre une analyse de la variance des indicateurs de performance non seulement au niveau de l'école, mais aussi au niveau de la classe. Après avoir réparti toutes les écoles de la province de Bologne[3] en fonction de leur situation géographique, on a sélectionné celles qui avaient au moins trois sections. Là où il y avait, dans la même région, plus d'une école répondant à ce critère, on a procédé par tirage au sort ; on a fait de même dans les écoles où il y avait plus de trois classes du niveau considéré. L'échantillon est finalement composé de 21 collèges, 64 classes et 1344 élèves. L'analyse présentée dans cet article porte sur 1219 élèves. Quelques élèves étaient en effet absents le jour des épreuves et d'autre part les

[3] Dans la province considérée, les niveaux primaire et secondaire moyen (le collège français) sont le plus souvent organisés dans les mêmes établissements (*istituti comprensivi*, que nous appelons ici écoles).

élèves ayant des difficultés particulières d'apprentissage ainsi que les étrangers maîtrisant mal la langue italienne ont été sortis de l'échantillon. Ces élèves ont été soumis à des épreuves simplifiées préparées à leur intention. Compte tenu du nombre réduit d'élèves concernés, il n'a pas été possible de les inclure dans la présente étude. Le test de mathématique dont nous analysons ici les résultats est divisé en deux cahiers qui reprennent une partie des items utilisés dans une enquête menée quelques années plus tôt en fin de scolarité élémentaire dans 13 écoles de la province de Bologne (Giovannini et Tordi, 2010). Un essai a été effectué en Septembre 2008 dans deux écoles des provinces voisines (Modena et Forlì-Cesena) pour vérifier les caractéristiques métrologiques (indices de difficulté et de discrimination) et les temps nécessaires à l'administration des items. Outre le test de mathématiques, divisé en deux fascicules, on a également utilisé un questionnaire destiné aux élèves, mais cette contribution n'est pas utilisée pour cet article. L'enquête proprement dite a été faite dans la première semaine d'octobre 2008. L'administration a été conduite par des jeunes chercheurs de l'équipe de recherche coordonnée par Maria Lucia Giovannini, formés de manière de préserver l'homogénéité de la passation. Chacun(e) d'entre eux a dû tenir un journal pour noter toutes les questions des élèves. La répartition du temps alloué à l'administration du test a été le suivant :

- présentation des objectifs de la recherche évaluative : 10 minutes,
- passation de l'épreuve d'arithmétique : 50 minutes,
- pause : 10 minutes,
- passation de l'épreuve de géométrie probabilités et statistique : 50 minutes,
- passation du questionnaire élève : 10 minutes.

Bien que le but principal de la recherche ait concerné la question de la valeur ajoutée comme mesure de l'efficacité scolaire, il a toujours été considéré que les données recueillies par les instruments réalisés par des chercheurs universitaires devraient également avoir une utilité pédagogique et didactique pour les enseignants et les écoles concernés : ainsi, chaque enseignant a eu connaissance des résultats de ses élèves ainsi que de la synthèse des résultats de l'ensemble de l'échantillon. En outre, les chercheurs ont conduit des discussions avec les élèves après la passation des épreuves en associant les enseignants, de façon à faire ressortir les raisons qui les avaient conduits à répondre de telle ou telle façon. Des conseils leur ont été donnés pour qu'ils puissent mener ces discussions sur le mode dit entretien en miroir dans lesquels l'enseignant n'intervient pas et où le conflit socio-cognitif entre élèves peut s'exprimer pleinement. Un indicateur du niveau d'implication des écoles est leur totale coopération pendant trois années complètes et le fait qu'aucune école ne se soit retirée de l'enquête. S'agissant d'un test diagnostique de début d'année, a but uniquement formatif, les questions portent sur les habilités (*abilità*) de base considérée comme essentielles pour affronter le curriculum mathématique de la première année de l'enseignement secondaire (cf. tableau 3). Précisons ici que nous utilisons le terme d'habilité et non de compétence pour traduire le terme italien d'*abilità*. Les instructions officielles du ministère italien parlent bien de compétence (*competenza*), mais pour désigner les savoir et savoir-faire de l'ensemble du domaine mathématique. Dans la littérature scientifique, le terme de compétence (en français comme dans d'autres langues) a un sens qui ne correspond pas du tout aux conceptions qui ont présidé à cette enquête (Pellerey 2010, Bodin 2016). Le terme habilité (*abilità*) désigne ici « *la capacité d'appliquer les connaissances et d'utiliser les savoir-*

faire (know-how) pour mener à terme des tâches et pour résoudre des problèmes ; les habilités sont décrites comme cognitives (usage de la pensée logique, intuitive et créative) et pratiques (qui impliquent l'habilité manuelle et l'utilisation de méthodes, de matériel et d'instruments) ». Pellerey 2010 (traduction personnelle). Notons que les tests de notre étude se limitent aux habilités cognitives.

3 Problématique de l'étude

Qu'elles soient nationales, internationales ou locales, les enquêtes sur les acquis des élèves sont de plus en plus nombreuses. S'appuyant sur des méthodes d'analyse complexes (en particulier l'analyse des réponses aux items), elles conduisent le plus souvent à des résultats présentés sous forme de scores et de palmarès qui peuvent avoir leur intérêt mais qui sont de peu d'utilité tant pour les enseignants que pour les didacticiens. Non seulement les méthodes d'analyse utilisées leur restent obscures, mais le sens même de ces résultats reste le plus souvent caché, tant par les méthodes d'analyse que par la façon dont les résultats sont présentés. Pourtant, les enquêtes elles–mêmes sont souvent bien construites et les données recueillies aussi fiables que possible. Des analyses secondaires entrant de façon approfondie dans le cœur des domaines étudiés nous semblent être de nature à aider les enseignants comme les didacticiens à faire un meilleur usage de ces enquêtes dans leurs pratiques respectives. Pour illustrer ce propos, considérons l'exemple suivant extrait de l'enquête. Il s'agit de trois opérations données en ligne et qu'il s'agit d'effectuer en colonne :

Nom de l'item	Opération donnée	Taux de réussite
A	3,45 + 327+ 0,593=……..	68%
B	0,7 x 5,3=……..	54%
C	18 : 0,3=……..	48%

Tableau 1 : trois items, taux de réussite décroissant de A à C

Les taux de réussite décroissent de A à C, ce qui n'a rien de surprenant. Cependant, on aimerait bien pouvoir penser que les élèves qui ont réussi l'item le plus difficile (C) ont nécessairement réussi l'item B et que ceux qui ont réussi B ont aussi réussi A. On aurait là une chaîne de Guttman, idéal de l'évaluateur, mais idéal rarement observé dans ce genre d'enquête.Sans surprise, dans notre cas, seuls une partie des élèves qui réussissent C réussissent B et seuls une partie des élèves qui réussissent B réussissent A. Ce qui est résumé dans le tableau ci-dessous.

	A et B	A et C	B et C	A et B et C
Réussite conjointe	43%	39%	32%	28%

Tableau 2 : Réussites conjointes

Le graphe de la figure 1 nous informe plus précisément sur les relations liant les résultats de ces trois items. Pour résumer disons que les élèves qui réussissent l'un de ces items ont plus ou moins tendance à réussir l'un ou l'autre des autres. Les flèches indiquent des relations d'implication sur lesquelles nous reviendront. La flèche de C vers B indique que les élèves qui réussissent C ont tendance à réussir B, celle de B vers A indique que les élèves qui réussissent B ont tendance à réussir A, etc. Les nombres donnent les

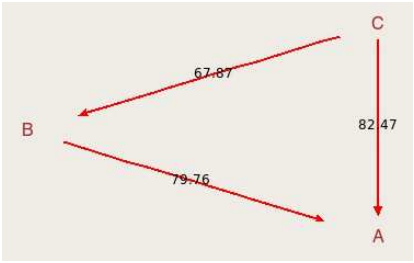


Figure 1

pourcentages d'élèves qui ayant réussi l'un des items ont aussi réussi à l'autre. Ainsi, à une unité près, 68% des élèves qui réussissent C réussissent aussi B, tandis que 82% de ces mêmes élèves réussissent A. Il est clair que de telles informations que ce soit au niveau d'une classe ou au niveau d'une population plus large peuvent aider à orienter l'action pédagogique et à contribuer à la formation des enseignants. On le sait, c'est à partir de considérations de ce type que l'analyse statistique implicative s'est construite et développée. L'étude présentée dans cet article utilise l'analyse implicative pour analyser les résultats de l'enquête présentée au paragraphe 2. Cette enquête, menée à l'entrée de l'enseignement secondaire, présentait l'avantage de couvrir un large champ de connaissances et de savoir-faire du domaine mathématique et d'être bien documentée.

4 Organisation de l'étude

Les données traitées ici concernent 1219 élèves. Ces élèves ont répondu à 167 items du domaine cognitif (arithmétique, géométrie, probabilités et statistiques) et à 18 items portant sur le test (perception de la difficulté des questions, etc.). Nous avons étudié cette enquête de plusieurs points de vue :

- Les relations entre les items.
- Les relations entre les questions (les 167 items du domaine cognitif sont regroupés en 47 questions) et les relations entre ces questions et les points de vue des élèves sur le test.
- Les relations entre les scores par domaines et les points de vue des élèves.
- Les relations entre les habilités définies *a priori*.
- Les relations entre les niveaux de complexité cognitive des questions.

Les concepteurs de l'étude souhaitaient faire le point sur les habilités mises en jeu par l'enquête. Plus précisément, ils ont défini des habilités *a priori*, en référence au guide officiel italien et ont construit leur enquête autour de ces habilités. L'un des objectifs de notre étude est de voir dans quelle mesure le classement proposé pour les habilités tient devant l'analyse. Pour bien situer l'étude, précisons ici les intitulés des habilités visées, le nombre d'items qui sont attachés à chacune d'elle dans l'enquête et le taux moyen de réussite observé de chacune d'elles.

	Intitulés des habiletés	Nombre d'items	Score moyen
Habilité 1	Écriture des nombres entiers	21	75%
Habilité 2	Compétence calculatoire et reconnaissance des relations entre les nombres	36	67%
Habilité 3	Vitesse de calcul	14	49%
Habilité 4	Résolution de problèmes	6	45%
Habilité 5	Calcul de fractions, fractions décimales, équivalence de fractions	19	62%
Habilité 6	Connaissance des figures géométriques	34	56%
Habilité 7	Calcul de longueurs, périmètres et aires	10	30%
Habilité 8	Évaluation de probabilités et statistique	19	73%
Habilité 9	Capacités logiques et ensembles	8	57%

Tableau 3 : les neuf habilités

4.1 L'analyse de la complexité

Pour l'analyse de la complexité cognitive, nous avons utilisé la taxonomie Gras-Bodin. Nous ne détaillerons pas cette taxonomie dans cet article. Elle a en effet été développée et utilisée en marge de l'ASI depuis de nombreuses années (Gras 1979, Bodin & Gras 2017). Précisons simplement les intitulés des niveaux de complexité :

Niveau A	Niveau B	Niveau C	Niveau D	Niveau E
Connaissance Reconnaissance	Compréhension	Application	Créativité	Jugement

Par définition, la taxonomie est hiérarchisée, c'est à dire que l'on s'attend à ce qu'une question de niveau A soit mieux réussie qu'une question de niveau C. En effet classer une question au niveau C suppose qu'elle met en jeu des connaissances et suppose la compréhension de ces connaissances et de leurs conditions d'utilisation. Cette propriété doit cependant être nuancée. En effet, elle est d'autant plus facilement vérifiée que les tâches concernées relèvent d'un même champ conceptuel (Vergnaud 1994). Dans le cas de l'enquête étudiée, les questions organisées dans une même habilité semblent bien relever d'un même champ contextuel et l'on s'attend donc à ce que la hiérarchie soit vérifiée. Plusieurs questions se posent à ce propos, questions auxquelles notre étude cherchera à apporter des éléments de réponse. Le niveau taxonomique d'une question du domaine cognitif se définit à partir d'une analyse didactique de la tâche. Il cherche à être aussi intrinsèque que possible, tandis que la difficulté est une donnée empirique relative à un groupe d'élèves donné. Cette difficulté s'exprime par un taux de réussite. Une question de niveau B peut être très facile pour un élève de troisième année et être très difficile, sinon inabordable pour un élève de première année. On peut se demander dans quelle mesure l'enquête est équilibrée d'un point de vue taxonomique, du moins par rapport aux intentions des concepteurs (dans le cas présent, l'enquête visait les savoir et savoir-faire de base et ne visait pas spécialement les niveaux supérieurs de la taxonomie). Pour continuer à bien situer l'enquête et son ampleur, nous présentons ici les tableaux résultant de l'analyse de la complexité. Il n'y a aucune question de niveau E dans l'enquête, d'où l'absence d'une colonne E.

Complexité	A	B	C	D
Nombre d'items (total 96)	30	32	27	7
Pourcentage d'items	31%	33%	28%	7%
Moyenne	0,73	0,73	0,52	0,39

Tableau 4 - Complexité et scores : arithmétique

Complexité	A	B	C	D
Nombre d'items (total : 72)	26	10	8	5
Pourcentage d'items	53%	20%	16%	10%
Moyenne	0,63	0,60	0,26	0,26

Tableau 5 - Complexité et scores : géométrie

Complexité	A	B	C	D
Nombre d'items	6	15	2	0
Pourcentage d'items	26%	65%	9%	
Moyenne	0,84	0,70	0,41	

Tableau 6 - Complexité et scores : statistiques et probabilités

Le caractère intrinsèque souhaité pour l'attribution d'un niveau de complexité à un item laisse toutefois la place à des marges d'interprétation. Par exemple l'item A3-4 de l'enquête : « *écris en chiffres le nombre formé de 3 milliers et de 30 dizaines* », devait-il être classé au niveau A, au niveau B ou au niveau C ? Nous avons considéré qu'il ne s'agissait pas de la simple utilisation d'une connaissance ou d'une procédure connue

(niveau A), ni qu'il s'agissait de l'application d'outils et de procédures dans une situation supposant analyse et mobilisation de plusieurs éléments (faits vocabulaire, outils, procédures...), ce qui serait de niveau C. Nous avons donc placé cette question au niveau B, estimant que la compréhension de la numération de position était suffisante pour répondre à cette question. Toutefois une autre analyse aurait pu conduire à l'attribution du niveau A. Signalons que cet item n'est réussi que par 40% des élèves, alors que d'autres du même type (i.e. : « *écris en chiffres le nombre formé de 3 centaines et de 30 unités »),* classés aussi au niveau B, sont réussis par plus de 80% des élèves.

4.2 L'analyse implicative et cohésitive et ses compléments en termes de confiance

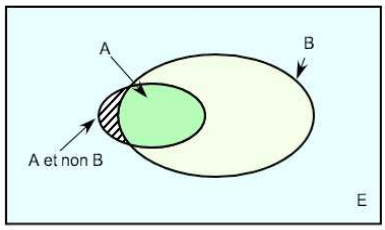


Figure 2

Pour l'analyse implicative elle-même, nous ne pouvons que renvoyer aux ouvrages de référence (Gras, R., Régnier J-C., Lahanier-Reuter, D., Marinica, C, Guillet, F., 2017). Disons simplement que cette analyse procède d'une approche probabiliste : étant donnés deux évènements A et B et alors que nous visons l'inclusion de A dans B, dans quelle mesure, sous l'hypothèse d'indépendance de ces deux évènements, ce qui est observé en termes de réalisation conjointe de A et de non B peut être le fruit du hasard. Ainsi un indice d'implication de A vers B supérieur à 0,95 signifiera que sous réserve d'indépendance de A et de B la probabilité d'obtenir aussi peu d'éléments de A qui ne soient pas dans B est inférieur à 0,05 (1- 0,95). Dans notre étude, nous utilisons la méthode d'implication dite classique et cela, le plus souvent avec un indice d'implication supérieur à 0,99 (dans le cas contraire, cela sera précisé). Avec le logiciel RCHIC (package de R software), Raphael Couturier (Couturier 2017), a complété cet indice d'implication par un indice de confiance de l'inclusion de A dans B qui, dans le cas de variables binaires correspond à l'estimation de la probabilité conditionnelle de B sachant A (Bodin 1997). Par rapport à l'indice d'implication, l'indice de confiance a l'inconvénient de ne pas être sensible à la taille des populations concernées ; ainsi un indice de confiance élevé de l'inclusion de A dans B pourra être accompagné d'un indice d'implication faible, c'est à dire que le faible nombre d'éléments qui vérifient A sans vérifier B pourrait être dû à un simple hasard d'échantillonnage. Dans le cas présenté dans le paragraphe 3, l'indice de confiance de l'inclusion de C dans A est 0,82 (c'est à dire que 82% des élèves qui réussissent C réussissent A), tandis que l'indice d'implication de de C vers A est .999, c'est à dire très fort) ; l'interprétation de ces indices dépend évidemment du contexte de l'étude. L'ajout de cet indice est particulièrement bien adapté aux enquêtes à grande échelle. En effet, pour des populations importantes, les indices d'implication deviennent rapidement très élevés (dénotant une tendance manifeste à être B quand on est A) tout en laissant beaucoup d'éléments A échapper à B. Constater que la réussite à une tâche A s'accompagne plus souvent de la réussite à une tâche B que de l'échec à cette même tâche est certes utile, mais constater que de plus, du moins dans la population observée, cela est vérifié par 80 ou 90% des élèves sera de nature à fournir des clés utiles à l'interprétation et à l'action pédagogique. L'analyse implicative permet de repérer des chaines qui s'apparentent à des échelles de Guttman et qui permettent de repérer l'évolution des élèves dans le développement d'une habilité particulière et au-delà d'une compétence particulière (lorsque l'enquête et les données s'y prêtent, ce qui, comme nous l'avons écrit plus haut, n'est pas le cas ici). Par exemple, le graphe suivant, issue de notre étude montre

les liaisons implicatives entre 6 questions d'arithmétique de l'enquête. Les questions sont rangées de la gauche vers la droite par ordre de difficulté croissante (taux de réussite allant de 62% à 92%). Les intensités d'implication sont toutes supérieures à .99 et tous les indices de confiance sont supérieurs à .80.

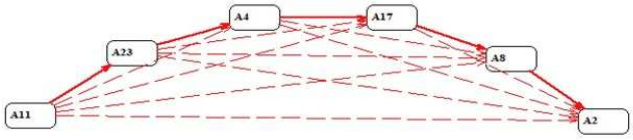


Figure 3 : chaîne implicative complète

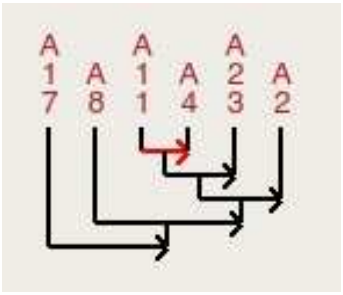


Figure 4 : arbre implicatif et cohésitif

L'analyse implicative permet aussi de constituer des classes d'éléments liés par leurs force implicative. On parlera ici de cohésion implicative. Voici par exemple l'arbre orienté que l'on obtient avec les 6 questions présentées ci-dessus (ici, A signifie arithmétique).

On peut interpréter cet arbre de la façon suivante : la réussite à la question A17 tend à assurer la réussite au bloc constitué par les autres questions, bloc qui lui-même est organisé par les forces implicatives liant les questions ou les groupes de questions déjà constituées. L'interprétation des arbres n'est pas toujours aisée et gagne à être associée à l'observation des graphes. Dans le cas présent, l'observation conjointe de la chaîne et de l'arbre est de nature à conforter l'idée que ces questions sollicitent une structure cognitive particulière s'apparentant à une habilité. Il convient alors de revenir aux questions elles-mêmes pour donner un sens à cette habilité (qui pourrait être ici la capacité à classer les nombres entiers selon leurs propriétés).[4] Dans l'enquête que nous étudions les 47 questions sont assez fortement liées, si bien que l'on voit apparaître un arbre unique. Cela dénote une grande homogénéité des questions que l'on pourrait alors raisonnablement considérer comme relevant d'une même compétence (compétence de base en mathématiques ?). L'arbre fait alors apparaître trois branches principales qui pourraient révéler des sous-compétences distinctes (compétences A, B et C de la figure 5) ; mais il ne s'agit là que d'une piste qui reste à approfondir.

[4] Les items de l'enquête n'ont pas été libérés (i.e. leur publication n'est pas autorisée). Il n'est pas possible de les reproduire ici. La taille de cet article ne le permettrait d'ailleurs pas.

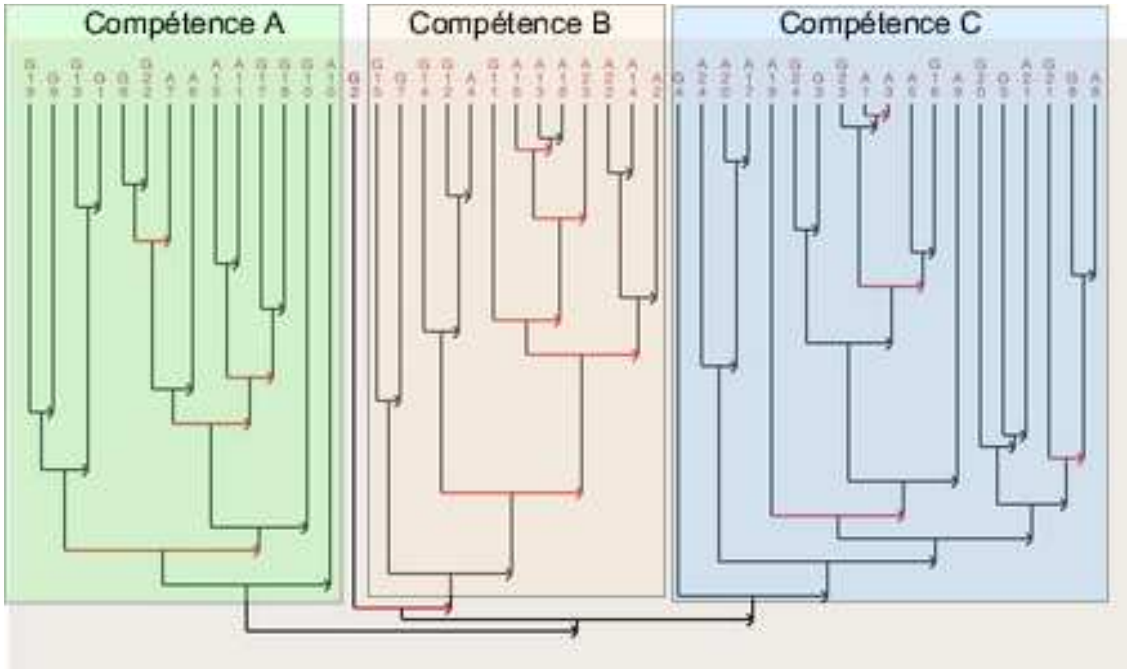


Figure 5 : l'arbre implicatif et cohésitif de l'ensemble de 48 questions

Cette situation est très rare. Dans la plupart des enquêtes l'analyse implicative cohésitive fait apparaître des arbres disjoints indiquant ainsi une rupture de cohésion dans le flux implicatif, ce qui met sur la piste de plusieurs habilités ou compétences distinctes. Voici par exemple ce que nous avons obtenu en traitant de la même façon les résultats (français) de l'enquête 1995 de TIMSS literacy.

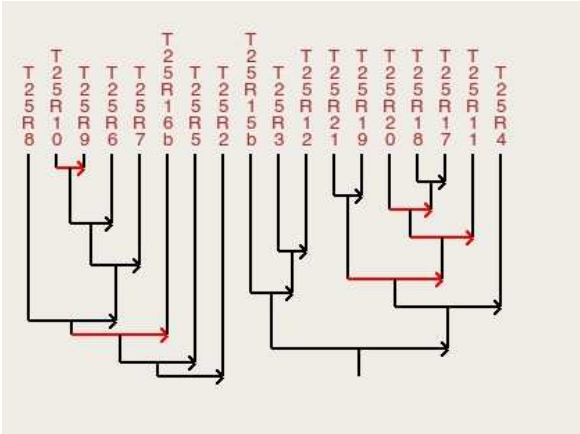


Figure 6 : un arbre implicatif et cohésitif scindé en deux parties

L'arbre fait apparaitre deux versants de la littératie mathématique qui devront être analysés séparément.

5 Principaux résultats de l'étude

5.1 Relations entre le ressenti des élèves et leur niveau de réussite

Une des particularités de l'enquête consiste dans les questionnaires de perception accompagnant le questionnement cognitif. Voici les questions posées et les catégories utilisées pour l'analyse (nous avons regroupé certaines catégories pour l'analyse).

		1	2	3
D1	Comment as-tu trouvé cette épreuve ?	Très ou assez facile	Ni facile, ni difficile	Très ou assez difficile
D2	Comment penses-tu avoir réussi cette épreuve ?	Très ou assez bien	« cosi cosi »	Mal ou assez mal
D3	À ton avis, cette épreuve t'a-t-elle permis de faire émerger tes compétences en mathématiques ?	Beaucoup	Assez	Peu ou très peu
D4	Dans cette épreuve, y a-t-il des exercices que tu n'avais jamais rencontrés avant aujourd'hui ?	Oui	Non	

Tableau 7 – questions relative au ressenti des élèves

Le même questionnaire a été passé après chacune des deux épreuves (A : arithmétique ; G : Géométrie, probabilités et statistiques). Dans la suite de l'article les variables DAX_Y se réfèrent à ce tableau. Par exemple D2_3 doit se lire : *« l'épreuve d'arithmétique m'a 'peu ou très peu' permis de faire émerger mes habilités en mathématiques ».*

5.2 L'épreuve Arithmétique

Les scores de réussite à l'épreuve d'arithmétique (scores moyens de réussite à l'ensemble des items) ont été répartis en 5 catégories selon le tableau suivant.

	Score_A1	Score_A2	Score_A3	Score_A4	Score_A5
	[0 ; μ-1,25σ[	[μ-1,25σ ; μ-0,25σ[	[μ-0,25σ ; μ+0,25σ[	[μ+0,25σ ; μ+1,25σ[	[μ+1,25σ ; 1]
Score en %	0 à 41%	41% à 60%	60% à 69%	69% à 88%	88% à 100%
% Élèves	14%	23%	19%	36%	9%

Tableau 8 – Répartition des scores de l'épreuve arithmétique

La répartition des scores en 5 classes a été choisie pour tenir compte du caractère très dissymétrique de leur distribution. Dans le tableau, μ est la moyenne (64%) et σ est l'écart-type (16%). L'analyse implicative (graphe avec indice d'implication supérieur à .99 et indice de confiance supérieur à .50) montre des implications importantes entre le ressenti et les scores. Le graphe est nettement partagé en deux sous graphes : l'un qui lie les variables de ressenti positif (épreuve facile ou assez facile, composée d'exercices de types déjà rencontrés, que les élèves estiment avoir bien ou assez bien réussie, leur ayant permis de mettre en valeur leurs compétences) et les scores les plus élevés (scores A5 et A4) ; l'autre lie les ressentis négatifs aux scores moyens ou faibles.

Figure 7 : relations implicatives entre ressenti et scores – épreuve arithmétique (voir tableau 7 la signification des variables DAX_Y)

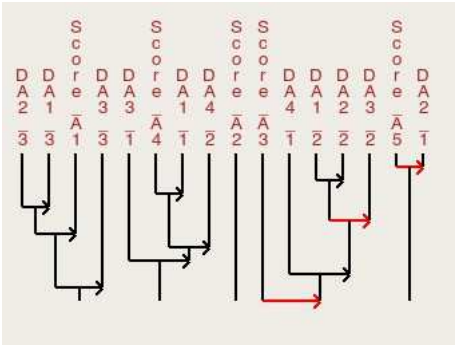


Figure 8 : l'arbre ressenti et scores – épreuve arithmétique

L'arbre cohésitif prend en compte l'ensemble des variables et organise le flux implicatif, mais il ne tient pas compte de la confiance ; de ce fait il peut faire apparaître des variables qui n'apparaissent pas sur le graphe.

Par exemple le score A1 (le plus faible) est ici lié aux variables DA1_3, DA2_3, DA3_3 (toutes de ressenti négatif), mais la confiance est là inférieure à .50.

Cela met bien en évidence la différence entre l'indice d'implication et l'indice de confiance.

Dans le cas présent (graphe figure 7), tous les indices d'implication sont supérieurs à .99, ce qui signifie qu'il y a des implications très fortes dans le sens des flèches. Par contre, si l'on considère le couple (AD12_3 ; score_A1) qui apparaît dans l'arbre, mais non dans le graphe, l'indice d'implication est .98,8 ; d'où sa non présence dans le graphe, mais, surtout, la confiance n'est que .31. En clair le hasard d'échantillonnage ne peut pas expliquer la tendance des élèves qui ont trouvé l'épreuve difficile (AD12_3) à obtenir des résultats faibles (score_A1), plutôt que le contraire), mais malgré cela seuls 31% d'entre eux ont des résultats faibles. On voit bien par cet exemple, l'intérêt qu'il y a à conjuguer l'implication et la confiance. Les concepteurs des épreuves voulaient savoir si le fait d'avoir le sentiment d'avoir déjà fait les exercices du test (DA4_2), ou de ne pas avoir déjà rencontré certains d'entre-eux (DA4_1) avait ou non une incidence sur les résultats. Le graphe de la figure 7, dans sa partie gauche, montre que les élèves qui ont un score élevé (score_A4 ou score_A5) ont une forte tendance à déclarer que le test était facile (DA1_1) et que ces derniers ont tendance à penser qu'ils avaient déjà fait les exercices (sans doute lors de leur scolarité primaire). L'absence de flèche directe des variables scores vers DA4_2 signale un niveau d'implication inférieur au seuil retenu. Toutefois l'indice d'implication reste supérieur à .85 et les indice de confiance sont supérieurs à .75. On peut en conclure qu'il y a bien une tendance des élèves qui réussissent bien à déclarer qu'ils avaient une certaine familiarité avec les questions posées ; par contre le fait de déclarer avoir ou non déjà fait les exercices n'a pas d'influence sur les scores observés. En réduisant le seuil d'implication à .90, on obtient le graphe de la figure 9 dans lequel apparaît la variable DA4_1 qui n'apparaissait pas dans le graphe précédent (figure 7). On voit alors se dessiner clairement une partition du graphe en deux parties. La partie gauche du graphe concerne des élèves dont le ressenti par rapport au test peut être qualifié

de positif : élèves qui déclarent avoir déjà fait les exercices du test, avoir trouvé le test facile, estimé qu'il leur a permis de faire émerger leurs habilités en mathématiques, qui pensent avoir bien réussi et qui obtiennent de bons résultats. La partie droite du graphe, concerne des élèves dont le ressenti par rapport au test peut être qualifié de négatif : élèves qui déclarent ne pas avoir déjà fait les exercices du test, avoir trouvé le test difficile, estimé qu'il ne leur a pas permis de faire émerger leurs habilités en mathématiques, qui pensent avoir mal réussi et qui obtiennent des résultats faibles. Précisons que la seconde catégorie ne concerne que 23% des élèves.

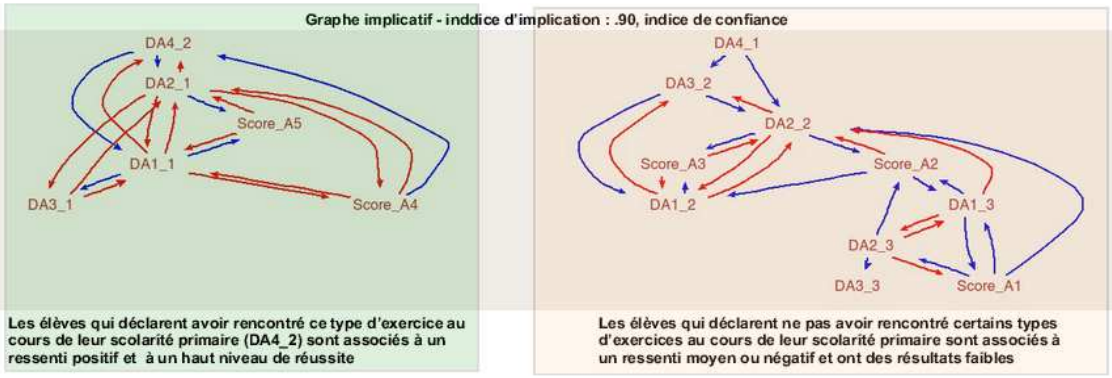


Figure 9 : Graphe implicatif – même variables que figure 7, mais indice d'implication déduit à .90

5.3 L'épreuve Géométrie-Probabilités et Statistique

Comme pour l'épreuve d'arithmétique, nous avons réparti les scores en cinq catégories (Score_G1 à Score G_5) selon la même règle de répartition. Les scores des 5 catégories ne correspondent évidemment pas aux mêmes taux de réussite que pour l'épreuve d'arithmétique.

	Score_G1	Score_G2	Score_G3	Score_G4	Score_G5
Répartition des scores	[0 ; μ-1,25σ[	[μ-1,25σ ; μ-0,25σ[	[μ-0,25σ ; μ+0,25σ[	[μ+0,25σ ; μ+1,25σ[	[μ+1,25σ ; 1]
Score en %	0 à 36%	36% à 52%	52% à 60%	60% à 76%	76% à 100%
% Élèves	11%	28%	20%	30%	11%

Tableau 9 – Répartition des scores de l'épreuve géométrie, probabilités et statistiques

Le graphe réalisé dans les mêmes conditions que pour l'épreuve d'arithmétique (indice d'implication supérieur à .99 et indice de confiance supérieur à .50) est nettement scindé en trois sous-graphes disjoints (au niveau des indices retenus), sous-graphes auxquels il est encore facile de donner un sens, comme l'indique les figures 10 et 11.

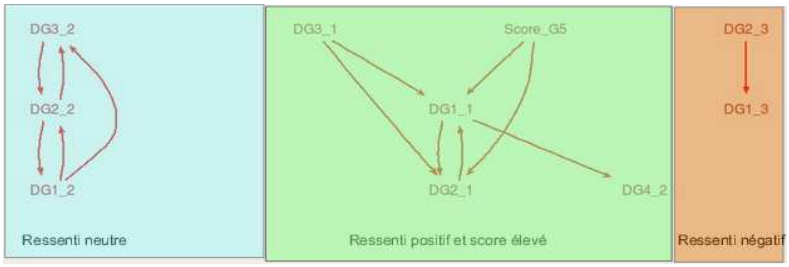


Figure 10 : relations implicatives entre ressenti et scores – épreuve géométrie, probabilités et statistiques.

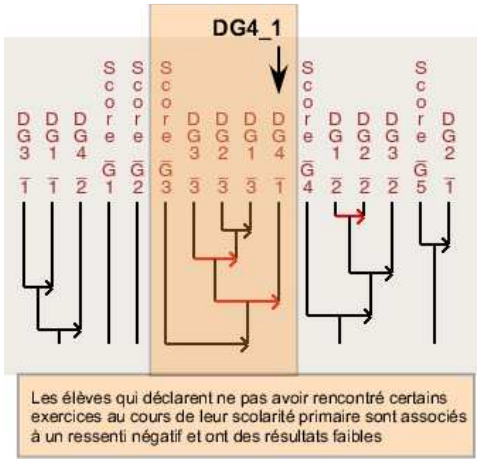


Figure 11 : arbre cohésitif ressenti et scores – épreuve géométrie, probabilités et statistiques.

L'arbre cohésitif fait apparaître une partition des items avec une branche qui lie un score moyen avec tous les éléments de ressenti négatif et un sentiment de ne pas avoir déjà rencontré ce type d'exercices.

5.4 Conclusion de ces deux analyses

Les résultats obtenus sont conformes aux attentes et, de ce fait, pourraient sembler peu intéressants. Pourtant ils mettent en évidence la cohérence des résultats d'une façon qui reflète à la fois le sérieux avec lequel les élèves ont passé ces épreuves et la qualité de l'organisation de l'enquête. Ils sont aussi de nature à nous conforter dans la pertinence de l'analyse implicative pour analyser et donner du sens à ce genre de données.

5.5 Relations entre les exercices

Reprenons les 6 questions du questionnaire d'arithmétique utilisés dans le paragraphe 4.3 pour présenter la démarche et utilisons RCHIC pour obtenir le graphe aux mêmes conditions (Indice d'implication .99 ; indice de confiance .80).

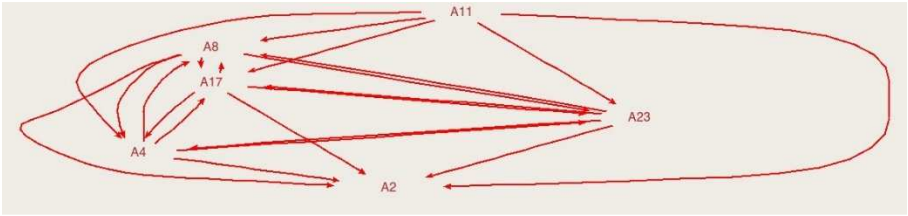


Figure 12 : graphe implicatif des questions du paragraphe 4.2

Les mêmes liaisons implicatives apparaissent, mais on voit bien ici que les implications se font parfois dans les deux sens. Par exemple les élèves qui réussissent A4 ont une tendance forte à réussir A8, mais les élèves qui réussissent A8 ont aussi une tendance forte à réussir A4. Notons que la réussite va de A4 (78%) à A8 (88%). Précisons que le logiciel RCHIC utilisé ici se comporte un peu différemment du logiciel CHIC utilisé jusqu'ici. Pour un couple (A , B), le logiciel CHIC ne présentait dans ses graphes, que l'implication d'indice le plus élevé dans la mesure où il était supérieur au seuil choisi (selon le cas, de A vers B ou de B vers A). Dans les même conditions, RCHIC présente les deux implications lorsqu'elles sont toutes deux d'indice supérieur au seuil choisi. Jusqu'à présent, dans cette étude, nous avons pris comme indicateur de réussite d'un exercice, la moyenne des réussites aux items le composant. Toutefois, le nombre d'items

composant un exercice étant variable (de 14 items pour A1 à un item pour A8, par exemple), cet indicateur peut être trompeur quant à la qualité de la capacité globale mesurée par la question. Par exemple le score moyen de la question A1 est 49% tandis que le pourcentage de réussite conjointe aux 14 items n'est que 6%. Pour une question donnée, les items la composant sont dans le même champ conceptuel (Vergnaud 1994), mais de plus vérifient une même capacité, éventuellement à des niveaux de difficulté différents. Voici un exemple :

Écris en chiffres, sur la ligne indiquée, le nombre formé de :

- 3 centaines et 20 unités _____
- 4 milliers et 3 dizaines _____
- 20 dizaines _____
- 3 milliers er 30 dizaines _____

Les taux de réussite des items de cette question sont respectivement 85%, 73%, 43%, 39%. La moyenne de ces réussites est 60%, mais le taux de réussite conjointe des 4 items n'est que 28%. Nous pouvons considérer que la capacité contrôlée par la question est maîtrisée par un élève s'il réussit tous les items composant cette question. Dans le cas étudiée le taux de maîtrise est donc 28%. Pour la suite, nous appelons indicateur de maîtrise d'une question, le score conjoint aux items le composant, avec cependant quelques ajustements : par exemple pour A1 nous avons pris pour cet indicateur la réussite conjointe limitée à 13 des 14 items (tolérance d'une erreur). Reprenons alors l'analyse implicative des 6 questions précédentes assorties de leurs indicateurs de maîtrise, nous obtenons alors le graphe suivant où M signifie maîtrise.

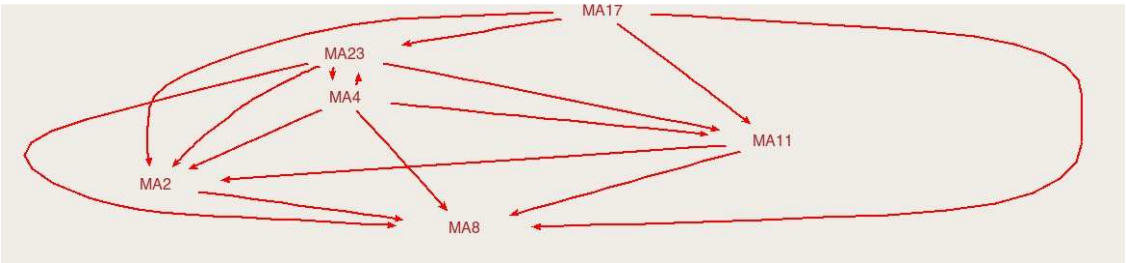


Figure 13 : graphe implicatif des maîtrises des questions de la figure 12

On voit que la maîtrise de A23 n'implique plus celle de A8 aux seuils d'implication et confiance précédents. Cela s'explique par le fait que, pour A23, la moyenne de réussite aux 4 items le composant est de 78% tandis que la réussite conjointe aux items (maîtrise) n'est plus que de 55%. L'exercice A8 ne comportant qu'un item, les valeurs des deux scores (score moyen et indicateur de maîtrise) sont donc égaux (88%). L'ordre des réussites dans ce cas n'est pas modifié, mais cela n'est pas toujours le cas. Cette distinction entre score moyen et score (ou indicateur) de maîtrise est important et peut conduire à des conclusions différentes. Nous retrouverons cette question à propos des habilités.

5.6 Relations entre le ressenti des élèves et le niveau de complexité des exercices

Nous avons présenté en 4.2 l'analyse de la complexité des questions et la répartition des questions selon les niveaux de complexité. Il était donc intéressant d'étudier les relations entre les scores de réussite aux divers niveaux. Dans le graphe de la figure 14, Arith_X

est la variable score de réussite des questions de niveau X de l'épreuve d'arithmétique, GEOM_X est le score de réussite des questions de niveau X de la seconde épreuve.

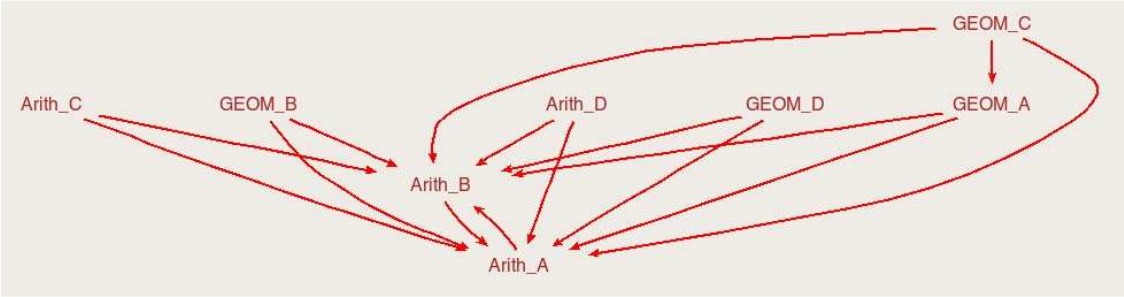


Figure 14 : relations implicatives entre scores selon les niveaux de complexité cognitive des questions

La réussite aux questions de géométrie de niveau C implique la réussite des questions de géométrie de niveau A, laquelle implique la réussite aux questions d'arithmétique de niveau A. Le graphe obtenu ne contredit pas la hiérarchie attendue, mais le nombre réduit de questions de niveaux de complexité supérieurs limite l'intérêt de cette analyse. Il est intéressant de noter la convergence de toutes les variables de complexité des deux épreuves vers le niveau A de l'épreuve d'arithmétique. La réussite aux questions d'arithmétique de ce niveau, avec l'opérationnalisation qui en est donnée dans l'épreuve, apparaît ainsi comme une condition nécessaire à la réussite aux autres niveaux, et cela pour les deux épreuves.

6 Les habilités

Ainsi que nous l'avons dit plus haut, l'enquête a été construite autour d'habilités *définies a priori*. Les 9 habilités ont été présentées en 4.1 avec leurs taux de réussite respectifs.

6.1 Relations entre les habilités

Comme on le voit sur le graphe (figure 15), l'analyse implicative met en évidence des relations implicatives fortes entre plusieurs de ces habilités (relations orientées). Il est à noter que toutes les habilités convergent vers l'habilité 1, à savoir « Écriture des nombres entiers ». Une analyse du contenu des questions qui opérationnalisent cette habilité permet de considérer qu'au delà de la simple écriture des nombres entiers il s'agit de la compréhension du nombre et de ses différents modes d'écriture et de la compréhension de la numération de position. Cette convergence remarquable permet, là encore, de penser que cette habilité serait une condition nécessaire à la maîtrise de toutes les autres.

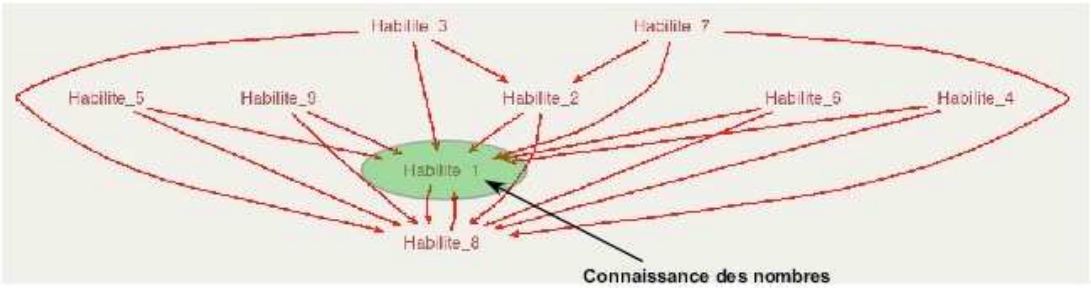


Figure 15 : graphe des implications liant les habilités

De même, toutes les habilités convergent vers l'habilité 8 (Évaluation de probabilité et statistique). Dans ce cas, ce qui n'était pas le cas pour la l'habilité 1, la facilité relative des questions et, sauf pour une question, leur limitation aux niveaux de complexité A et B, peut expliquer ce résultat. Il n'en reste pas moins que la maîtrise de cette habilité, au niveau des attentes manifestées par l'enquête apparaît aussi comme une condition nécessaire à la maîtrise des autres habilités. Les habilités 3 et 7 (vitesse de calcul et calcul de longueurs, périmètres et aires) impliquent en particulier l'habilité 2 (habilité calculatoire et reconnaissance des relations entre les nombres). Précisons que, bien que pris en compte pour certaines analyses, les taux de réussite sont sans importance pour notre étude ; ce sont essentiellement les relations entre les niveaux de réussites qui nous intéressent. Il reste que ces relations pourraient être affectées par une opérationnalisation différente des habilités. Par exemple il aurait suffit de mettre plusieurs exercices relevant de l'habilité 8 aux niveaux de complexité C ou D pour que le sens de plusieurs flèches ait été inversé. Les conclusions que l'on peut tirer de l'analyse sont donc, pour une large part, le reflet des conceptions et des attentes des concepteurs des épreuves.

6.2 Analyse de quelques habilités

6.2.1 Habilité 1 : Écriture des nombres entiers

Cette habilité est opérationnalisée par 24 items regroupés en 6 questions. Le nombre relativement important d'items opérationnalisant cette habilité conduit à un graphe trop complexe pour être présenté ici. Disons simplement que les implications sont très fortes entre tous les items. Nous avons déjà signalé que cela était le signe d'une grande cohérence entre les items, de plus, le nombre important d'implications fortes dans les deux sens d'un item A à un item B indique que de nombreux items feraient double emploi s'il s'agissait d'un test d'évaluation. Ici le caractère exploratoire et diagnostic du test peut justifier ce fait et l'information de la quasi équivalence de certaines questions n'est pas dépourvue d'intérêt. Pour une part, ces équivalences pouvaient être prévues. C'est le cas d'items qui se suivent dans une même question et qui portent sur une même connaissance. Dans d'autre cas, l'analyse *a priori* ne laissait pas supposer une telle proximité. C'est le cas, par exemple, des items A.1.4.1 et A.1.9.3 qui sont tous deux réussis par 75% des élèves. Le premier concerne l'utilisation des symboles >, < , = , tandis que le second porte sur le sens des chiffres dans l'écriture des nombres entiers (écrire le plus grand nombre possible en utilisant une fois et une seule chacun des chiffres 5, 2, 6, 9) ; toutefois, de façon implicite, l'ordre des nombres est bien impliqué dans les deux cas. Le graphe présenté figure 16 porte sur les indicateurs de maîtrise des questions relevant de cette habilité (cf. 5.2) ainsi que sur les points de vue des élèves par rapport à ces exercices. En effet, les questions concernant leur ressenti (voir tableau 7), sont complétées par des questions leur demandant quel était, selon eux, la question, la plus facile, quelle était la plus difficile, ainsi que les questions qu'ils n'avaient jamais faites auparavant. Nous appelons point de vue les jugements des élèves par rapport aux questions. Ainsi, la variable DA5_8 qui apparaît dans la figure 16 correspond aux élèves qui ont désigné la question A8 comme étant la plus facile. On ne s'étonne pas de voir cette variable implique fortement la réussite à la question A8. Par contre, on s'étonne davantage de constater que les autres variables du même type impliquent peu, voire très peu, la réussite aux questions correspondantes. Les élèves ne seraient pas toujours bons juges du niveau de difficulté des questions.

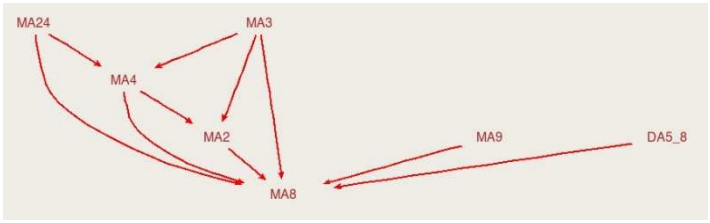


Figure 16 : graphe des relations entre la maîtrise des questions de l'habilité 1 et le point de vue des élèves

La chaîne MA24 (complexité niveau D), MA4 (niveau B), MA2 (niveau B), MA8 (niveau B) ne manque pas d'attirer l'attention. Dans cet ordre, les scores de réussite sont respectivement de 28%, 53%, 68%, 87%. L'item A24 est un exercice sur boulier, A4 et A2 sur le classement des nombres entiers, A8 sur l'écriture de position. L'analyse implicative fournit ici un éclairage sur l'organisation cognitive des élèves pris dans leur ensemble par rapport aux questions relatives à l'écriture des nombres. Les conséquences que l'on peut en tirer pour l'action n'ont bien sûr rien d'évident. D'une part ce qui est vrai d'un point de vue statistique peut très bien être mis en défaut au niveau d'un élève particulier. Ainsi certains élèves pourraient très bien mieux réussir la question du boulier que les autres. Faut-il alors monter les marches avec les élèves et les conduire pas à pas du plus facile au plus difficile, ou au contraire les entraîner à la pratique du boulier en escomptant des retombées sur les autres capacités ? La réponse pédagogique ou didactique ne peut pas venir de la seule observation des relations, mais cette observation peut constituer une aide à la décision. L'arbre cohésitif est scindé en trois parties que l'on peut identifier comme relevant de sous-habilités peu liées : l'une concerne l'écriture des nombres proprement dite, une autre concerne l'ordre dans l'ensemble des nombres, la troisième étant plus spécifique de la numération de position.

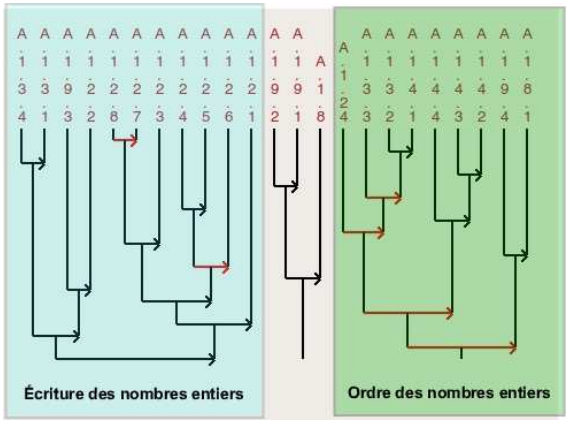


Figure 17 : l'arbre cohésitif des items de l'habilité 1

6.2.2 Habilité 2 : capacités calculatoires et reconnaissance des relations entre les nombres

Cette habilité est opérationnalisée par 36 items regroupés en 6 questions. L'analyse implicative met en évidence le fait tous les items sont liés entre eux par des relations implicatives fortes. Pour étudier attentivement ce graphe, on pourrait en extraire des chaînes comme nous l'avons fait pour l'habilité 1. Le graphe complet est trop complexe pour être reproduit ici mais on peut s'arrêter sur quelques nœuds particulièrement attracteurs, comme les deux présentés figure 18. Par exemple, A.1.13.2b est la mise en colonne d'une soustraction portant sur des nombres décimaux

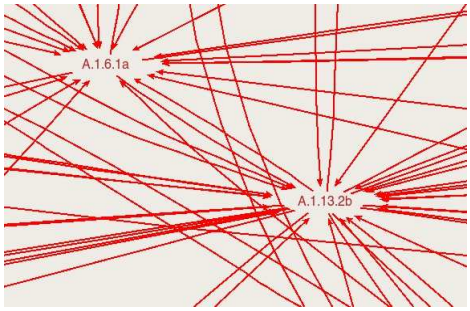


Figure 18 : des nœuds fortement attracteurs

et donnée en ligne (réussite 79%) ; A.1.6.1a concerne l'utilisation de parenthèses dans un calcul (réussite 82%).

L'arbre cohésitif est scindé en 4 quatre branches distinctes dont au moins deux ont une signification claire comme l'indique la figure 19. Certains groupements sont assez évidents, tel celui visible dans la partie droite de l'arbre, de quatre items de la question A.1.17 (items 2,3,4 5). Il s'agit d'une question très bien réussie concernant les multiples et diviseurs des nombres entiers (chacun de ces items a un taux de réussite d'environ 75%). Les deux autres items de cette question (17.1 et17.6), encore mieux réussis, se retrouvent dans la partie droite de l'arbre.

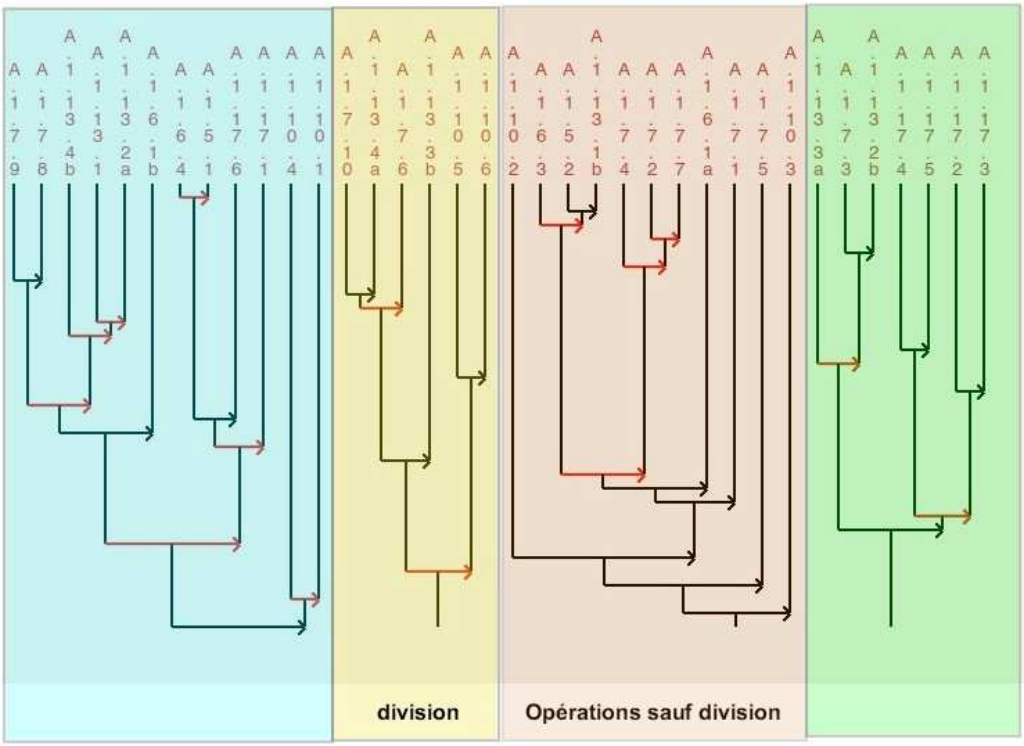


Figure 19 : l'arbre cohésitif des items de l'habilité 2

Ainsi que nous l'avons déjà signalé, les questions de cette enquête sont, dans l'ensemble, bien ou très bien réussies et sont peu discriminantes. Elles sont de plus fortement concentrées sur les bas niveaux taxonomiques (niveaux A et B). Cela explique le grand nombre d'implications fortes que l'on trouve dans les deux sens entre deux items (implication d'un item A vers un item B accompagné d'une implication de l'item B vers l'item A, avec des indices d'implication élevés et voisins). Ces remarques ne disqualifient pas la valeur de l'enquête ; elles en confirmeraient plutôt les objectifs. Elles justifient simplement que l'on ne trouve pas des organisations fortement contrastées. Pour revenir à la question des habilités, elles valident en partie les choix faits : ici, le regroupement des questions tel qu'il est proposé.

6.2.3 Habilité 5 : Calcul de fractions, fractions décimales, équivalence de fractions

Cette catégorie est un peu hétéroclite. Elle regroupe des exercices sur les fractions, des exercices sur les nombres décimaux et des questions de conversion de mesure. La plus difficile, A20 porte sur la transformation d'écritures fractionnaires en écritures décimales.

Il est à noter qu'elle implique peu les autres. Elle implique cependant A14 qui est un problème mettant en jeu des fractions.

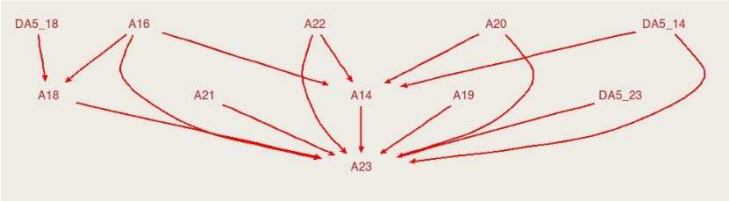


Figure 20 : graphe des relations entre la maîtrise des question de l'habilité 5 et le point de vue des élèves

On voit ici que, pour les questions A18, A14 et A 23, le jugement des élèves relatif à leur facilité est bien fondé (indice de confiance supérieur à .80). La question A19 n'apparaît pas dans ce graphe ; pourtant près du quart des élèves l'ont déclaré comme étant la question la plus facile de l'épreuve. On s'attends donc à une implication forte de DA_19 vers A19. En fait, plus de la moitié des élèves qui l'on déclarée la plus facile ne l'ont pas réussie. Cette question, réussie par 42% des élèves, consistait à utiliser un quadrillage pour représenter des fractions simples (6/18 ; 4/12 et 2/6). Il fallait aussi décider si ces fractions étaient différentes, égales ou équivalentes. La différence entre fractions égales et fractions équivalentes fait peut-être sens pour un professeur italien, mais elle est pour le moins discutable. Quoi qu'il en soit, soit la question est mal posée (ce qui arrive dans toutes les enquêtes), soit les élèves et les professeurs n'ont pas la même conception de la notion de fraction. On voit ici que l'analyse peut mettre en évidence des problèmes de perception chez les élèves ou des problèmes dans l'écriture même des questions.

6.2.4 Habilité 6 : Connaissance des figures géométriques

Sept questions contribuent à cette habilité (48 items). Là encore il y a des implications fortes entre la plupart des questions. Cependant il y a beaucoup moins d'implications fortes que dans le cas des habilités arithmétique. Les questions de géométrie semblent ainsi être beaucoup plus indépendantes les unes des autres que celles d'arithmétique, même lorsqu'elles sont au même niveau de complexité. Par exemple, G4, une question portant sur la compréhension de la notion d'angle (réussite 48%) n'est pas liée à G5 qui est une question portant sur la reconnaissance de figures géométrique (score de maîtrise 55%).

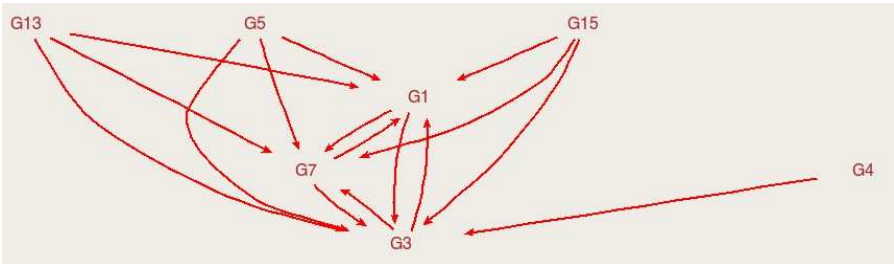


Figure 21 : graphe implicatif des questions de l'habilité 6

6.3 Autres habilités et conclusion de l'analyse des habilités

Le grand nombre d'implications fortes se retrouve en ce qui concerne les autres habilités. De même la présence de plusieurs parties non liées dans les arbres suggère que l'on pourrait aller plus loin dans l'analyse et suggérer des sous-habilités. Les chaînes méritent d'être étudiées plus en détail, mais cela dépasse le cadre de cet article. L'habilité 4

(résolution de problèmes) qu'il aurait été intéressant d'étudier est trop pauvre en items pour que l'analyse implicative puisse être utilisée avec profit ; il en est de même de l'habilité 9 (logique). D'une façon générale, l'analyse que nous faisons n'invalide pas les choix faits ; elle pourrait cependant suggérer de revoir certains regroupements de questions. Elle pourrait aussi conduire à poser différemment ou de façon plus encadrée les questions relatives au ressenti et aux points de vue des élèves, par exemple dans le cadre d'entretiens individuels, mais on sait que ce genre d'enquête suppose des dispositifs lourds et complexes.

7 Apports didactiques

Dans les enquêtes à grande échelle, il est habituel de regrouper les questions selon des catégories de contenus (algèbre, géométrie, etc.) et selon les processus cognitifs supposés devant être mis en œuvre. Ces enquêtes produisent des échelles qui facilitent les comparaisons entre plusieurs pays ou plusieurs groupes d'élèves, mais sans que l'on sache bien ce que ces échelles signifient en fait, ni comment interpréter les différences constatées. Il s'agit là d'une démarche de réduction des données qui a son efficacité mais qui mérite d'être complétée par d'autres approches. Quiconque a participé à de telles enquêtes, ne peut que constater la complexité des résultats obtenus et le désordre qui les accompagne. Tout ramener à une échelle unique, ou à plusieurs échelles le plus souvent non indépendantes est une commodité qui masque ce désordre sans apporter beaucoup d'aide à la compréhension des phénomènes en jeu. C'est sans doute pour cette raison que les enseignants s'intéressent si peu à ces études. Par rapport à ce type de situation, l'analyse implicative n'apportera pas une solution miracle. Nous espérons seulement avoir montré qu'elle peut éclairer d'un jour nouveau les résultats de ces études. Elle peut à notre avis, approcher l'organisation cognitive des compétences des élèves, permettant ainsi aux enseignants de mieux situer et de mieux comprendre les difficultés des élèves. Elle peut de ce fait leur suggérer des pistes de réponse pédagogique. Cela d'autant mieux que les analyses seraient étudiés et partagées lors d'actions de formation. Signalons que l'implantation de la démarche implicative dans un logiciel libre facilement maîtrisable (RCHIC) permet de faire les analyses en temps réel et de mettre sous les yeux des enseignants des graphes complexes qu'il n'est pas possible de reproduire dans un article du type de celui-ci (mais qui sont faciles à lire et à interpréter sur écran). De plus, en complément des méthodes édumétriques habituelles, l'analyse implicative peut contribuer au contrôle de qualité des tests : qualité et équilibre des questions, progressivité de la difficulté et de leur complexité. Ajoutons que dans le cadre de l'évaluation adaptative l'analyse implicative permet de repérer les entrées et les parcours individualisés (Bodin 2010) qui caractérisent cette forme d'évaluation.

8 Conclusion

Dans cet article, nous avons utilisé l'analyse statistique implicative pour tenter d'apporter des éléments de compréhension complémentaires aux données issues d'une enquête à grande échelle. Cette enquête, menée dans la région de Bologne, avait pour objectif de faire le point sur les acquis mathématiques des élèves à l'entrée du premier cycle de l'enseignement secondaire italien. Se plaçant loin des démarches d'évaluation traditionnelles, fussent-elles de nature formative, l'enquête avait pour ambition de

favoriser l'expression des élèves en ce qui concernait le test, la difficulté et la facilité des questions, ainsi que d'organiser la discussion entre les élèves à son propos, pour permettre un repérage des conceptions erronées et des sources d'erreurs. Elle avait de ce fait un objectif de développement professionnel des enseignants. L'analyse implicative nous semble avoir apporté des pistes pour une meilleure compréhension du test lui-même, sur l'organisation de la connaissance des élèves, sur leur niveau de maîtrise, ainsi que sur les relations entre ces éléments et la façon dont les élèves considéraient le test et les questions qui le composaient. Il reste à voir comment ces éléments pourront être utilisés pour la formation des enseignants mais notre expérience est que l'appui sur les éléments concrets tel qu'un test et ses résultats, traités par l'analyse implicative, est de nature à permettre aux enseignants de reconsidérer leurs conceptions tant sur l'évaluation que sur la didactique de la discipline.

Références

[1] Bodin, A. (1997). Modèles sous-jacents à l'analyse implicative et outils complémentaires. In A. Bodin, R. Gras, J. B. Lagrange *: implication statistique, prépublication 97-32* - IRMAR de RENNES.

[2] Bodin, A. & équipe socle commun, Irem d'Aix-Marseille (2010). Vers un test adaptatif - critérié, combinant l'utilisation de l'IRT et de l'ASI, pour l'évaluation du socle commun de connaissances et de compétences. *Actes ASI5*.

[3] Bodin, A. & Gras,R. (2017). L'ASI analyseur et révélateur de la complexité cognitive taxonomique. *Actes ASI9*.

[4] Bodin, A., & Grapin, N. (2016). Comparaison des cadres de référence et des instruments d'évaluation des enquêtes PISA et TIMSS. *Étude commanditée par le CNESCO (Conseil National de l'Évaluation du système scolaire. http://www.cnesco.fr/fr/comparaison-pisa-timss/*

[5] Couturier, R & Ghanem, S. (2009). Ajout de la confiance au graphe implicatif. In R. Gras, J.-C. Régnier, D. Lahanier-Reutre, C. Marinica, F. Guillet (2017), *Analyse Statistique Implicative. Des Sciences dures aux sciences humaines et sociales*. Toulouse : Éditions Cépaduès.

[6] Couturier, R. & al (2015). Statistical implicative analysis for educational data sets. Analysis with RCHIC. XVIII Congreso Internacional EDUTEC "Educación y Tecnología desde una visión. Transformadora" – Noviembre 2015.

[7] Fondazione Giovanni Agnelli (2011). *Rapporto sulla scuola in Italia 2011*. Bari: Laterza.

[8] Giovannini, M.L. & Tordi, C. (2009). Misura del valore aggiunto e miglioramento dell'insegnamento. Riflessioni da un'indagine empirica nelle scuole primarie bolognesi. In G. Domenici & R. Semeraro (a cura di), *Le nuove sfide della ricerca didattica tra saperi, comunità sociali e culture*. Roma: Monolite.

[9] Gras, R. (1979). Contribution à l'étude expérimentale et à l'analyse de certaines acquisitions cognitives et de certains objectifs didactiques en mathématiques, Thèse d'Etat, Université de Rennes 1.

[10] Gras, R., Régnier, J.-C., Lahanier-Reuter, D., Marinica, C., Guillet, F. (2017), *Analyse Statistique Implicative. Des Sciences dures aux sciences humaines et sociales*. Toulouse : Éditions Cépaduès.

[11] Pellerey, M. (2010). Competenze: conoscenze, abilità, atteggiament; il ruolo delle competenze nei proessi educativi scolastici e formativi. Tecnodid, Roma

[12] Vergnaud, G. (1994). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10/2-3.

Site d'Antoine Bodin: https://antoine-bodin.com/

L'ANALYSE STATISTIQUE IMPLICATIVE (ASI) APPLIQUÉE AUX DONNÉES DE PROGRAMME INTERNATIONAL POUR LE SUIVI DES ACQUIS DES ÉLÈVES (PISA)

Hayette KHALED[1], Antoine BODIN[2], Raphaël COUTURIER[3]

STATISTICAL IMPLICATIVE ANALYSE (SIA) APPLIED TO THE PROGRAM FOR INTERNATIONAL STUDENT ASSESSMENT (PISA) DATA.

RÉSUMÉ

L'étude présentée dans cette communication est une tentative d'application de l'Analyse Statistique Implicative (ASI) aux données du Programme International pour le Suivi des Acquis des élèves (PISA). Il s'agissait d'analyser les dépendances entre les questions de l'enquête et de comparer l'organisation du savoir des élèves selon les pays participant à l'enquête. Avec l'ASI, il est en effet possible de mettre à plat les relations entre les questions et de construire des graphes illustrant les relations liant les questions (graphe implicatif et arbre cohésif). L'utilisation du progiciel RCHIC développé sous R (Couturier 2013) nous a permis de traiter une masse importante de données de plusieurs pays. Les données traitées pour cette communication sont les données du domaine littératie mathématiques de PISA2012, mais la méthode peut être utilisée pour d'autres domaines du même type.

Mots-clés :*ASI, PISA, RCHIC, Densité d'un graphe, Études comparatives.*

ABSTRACT

This paper presents an attempt to use the Statistical Implicative Analysis (SIA) with the PISA database (Program for International Student Assessment). The aim of our research is to highlight some links between the items of the study and to compare students' knowlegde organisation accross countries. With SIA it is possible to get a close look at these links and to display useful graphs (implicative graphs and cohesive trees). RCHIC, an R package sofware (Couturier 2013) was used to process several countries databases. The data analysed for this communication are those of the PISA 2012 Mathematical Literacy, but the method can be used with any data of the same kind.

Keywords: *SIA, PISA, RCHIC, Graph density, comparative studies*

1 Introduction

À intervalles réguliers, les études internationales telles que PISA[4], TIMSS[5] ou PIRLS[6] font la une des journaux et publient des palmarès et des analyses plus ou moins détaillés qui sont à l'origine de réflexions nouvelles et de travaux complémentaires concernant leur objet d'étude. Les enquêtes PISA, organisées par l'OCDE[7] sont sans conteste les plus

[1]U A/Mira Bejaia, Targa Ouzemour, hayette.khaled@univ-bejaia.dz ou aya_info6@yahoo.fr
[2]Institut de recherche sur l'Enseignement des mathématiques, Université d'Aix-Marseille, 163 Avenue de Luminy – Case 901, 13288 Marseille Cedex 09, antoinebodin@mac.com
[3]Univ Bourgogne Franche-Comté (UBFC), Institut FEMTO-ST, Belfort, raphael.couturier@univ-fcomte.fr
[4] PISA : International Program for Student Assessment (OECD)
[5] TIMSS : Trends in International Mathematics and Science Study (IEA)
[6] PIRLS : Progress in International Reading Literacy
[7] OCDE : Organisation de Coopération et de Développement Économique (inter-états)

commentées, en particulier en ce qui concerne la littératie mathématique. Les recommandations de l'OCDE, dérivées des résultats de PISA ont une grande influence sur les développements curriculaires de nombreux pays. Conformément aux objectifs de l'OCDE, les rapports de PISA mettent en rapport les résultats des élèves avec une grande quantité de variables de nature contextuelle (voir § 2.1) ; par contre, concernant les contenus du questionnement cognitif, ils ne proposent que des analyses sommaires des quelques très rares questions qu'ils rendent publiques. À côté de ces rapports, de très nombreux articles et études, les uns de nature polémique ou médiatique, les autres issues de recherches menées dans divers cadres disciplinaire ont été publiés depuis le début des enquêtes PISA (année 2000). Les recherches elles-mêmes sont pour la plupart menées dans le cadre des sciences de l'éducation, de la sociologie de l'éducation, des sciences économiques ou de la philosophie de l'éducation. Très peu d'entre elles sont de nature didactique, ou, plus simplement, portent directement sur ce qui a permis de construire le thermomètre utilisé par PISA, à savoir les questions des tests cognitifs. Il nous a semblé que, même en ne faisant état que des informations que PISA rendait publiques il était possible, en utilisant l'analyse statistique implicative, de rentrer davantage dans l'organisation des contenus d'évaluation et dans ce que l'analyse des résultats des élèves pouvait révéler en ce qui concernait leur organisation cognitive et les différences que ces organisations pouvaient présenter d'un pays à l'autre. Il existe de nombreux travaux qui utilisent l'ASI dans divers contextes, spécialement celui de la recherche en éducation. Par exemple, dans les articles Couturier *et al.* (2015) et Couturier *et al.* (2016), les auteurs montrent à travers deux ensembles de données que l'utilisation de l'ASI permet de proposer des pistes d'amélioration de la qualité des enquêtes. Delacroix (2014b) s'intéresse à l'analyse de la réussite des étudiants aux questions d'un examen tout en intégrant les niveaux des étudiants. Dans Khaled *et al.*, 2014, nous avons travaillé sur l'analyse des notes des étudiants en informatique en utilisant l'ASI et le logiciel CHIC. La suite de ce travail est présentée dans Khaled et Couturier (2015) dans lequel nous avons appliqué la méthode des réponses à items (IRT) aux mêmes jeux de données. Nous avons comparé les résultats des deux études pour mettre en évidence la complémentarité de ces deux approches. D'après notre recherche bibliographique il ne semble y avoir à ce jour que deux études qui utilisent l'ASI avec des données d'enquêtes à grande échelle. Le premier est Oldenburg (2010), qui utilise l'ASI pour analyser des données de TIMSS 2003 concernant le Royaume Uni, c'est à dire dans un contexte mono-national. Le second, dû à Anastasiadou *et al.* (2013), utilise l'ASI pour détecter les facteurs responsables de la mauvaise performance des étudiants grecs de 15 ans dans les compétitions scientifiques.

2 Le programme PISA

Pour le lecteur qui ne serait pas familier des études PISA, nous renvoyons aux rapports officiels (OCDE 2013a, OCDE 2013b) ainsi qu'à l'étude de son cadre de référence que nous avons faite à la demande du CNESCO[8] (Bodin & Grapin, 2016) ; toutefois, la familiarité avec PISA n'est pas nécessaire pour la lecture du présent article.

2.1 Les exercices de PISA

[8] CNESCO : Conseil National de l'Évaluation du système SCOlaire.

Les exercices de PISA sont présentés aux élèves dans des cahiers de tests contenant des questions relevant de trois champs de la littératie : littératie mathématique, littératie scientifique et compréhension de l'écrit (mathematical literacy, science literacy, reading literacy). En 2012 il y avait 13 cahiers différents comportant des blocs communs de façon à permettre les raccordements. Chaque élève n'a passé que deux cahiers. Cette méthode, dite des cahiers tournants permet de maximiser le nombre de questions posées tout en minimisant le temps de passation. Autre avantage, dans une même classe il n'y a pas plus de 3 élèves qui passent le même cahier et il n'y en a pas deux qui passent la même paire de cahiers, ce qui limite fortement les risques de copiage. En plus des 2 heures de passation de deux cahiers de tests cognitifs, les élèves ont répondu à un questionnaire dit contextuel. Les questions de ce questionnaire portent sur les élèves eux-mêmes, sur leur environnement, sur leur rapport à l'enseignement, etc. D'autre part, des questionnaires contextuels sont aussi passés par les chefs d'établissements et, dans la plupart des pays par les enseignants et par les parents. Pour l'OCDE, les questionnaires cognitifs sont certes importants, mais le plus important réside dans les rapports qu'il est possible d'établir entre les résultats des élèves à ces tests et les éléments de contexte, que ce soit au niveau individuel ou au niveau collectif (des pays ou des économies). Bien au-delà de la description des acquisitions cognitives des élèves, PISA-OCDE cherche ainsi à mettre en évidence des corrélations voire des causalités liant le contexte et les résultats et à dégager ainsi des règles supposées aider les systèmes éducatifs à s'améliorer, ceci dans un sens prédéfini qu'il n'est pas question de discuter ici. Pour préciser ce point, signalons que moins du quart des rapports PISA (qui en 2012 s'étalaient sur plus de 2500 pages dans 6 volumes) concernent directement le questionnement cognitif). En plus des rapports officiels de très nombreux articles de recherche ont été publiés dans le monde relativement aux enquêtes PISA. Très peu de ces travaux portent sur le questionnement proprement dit et cela pour au moins deux raisons :

1) La plupart des recherches sont menées par des économistes, des sociologues ou des psychologues qui tendent à prendre les échelles publiées par PISA comme des produits dont on peut interroger la qualité sans qu'il soit jugé nécessaire de remonter aux questions qui ont permis de construire ces échelles.

2) PISA a une politique de réserve de sa banque de questions qui la conduit à ne porter à la connaissance des chercheurs et autres personnes intéressés que quelques questions après chaque cycle de l'enquête. Cette politique a bien sûr comme objectif de préserver la confidentialité des questions qui seront réutilisées lors des cycles suivants. L'un des points forts de PISA est en effet sa dimension longitudinale ; mais ce point explique pourquoi il est très difficile de mener des recherches complémentaires sur PISA en s'intéressant spécialement aux questions posées.[9]

2.2 Les questions mathématiques de PISA

Dans cet article, nous ne nous intéresserons qu'aux questions du domaine mathématique. Précisons que le terme mathématique doit être pris au sens de la littératie mathématique telle que définie par l'OCDE. Bien que le présent article ne concerne que l'analyse des

[9] Dans le cadre d'une étude effectuée pour le CNESCO (Conseil National de l'Évaluation du Système SCOlaire), l'un des auteurs de cet article a été autorisé par l'OCDE à consulter l'ensemble des questions de PISA 2012, ce qui lui permet de donner du sens aux analyses présentées dans cet article (cf. Bodin, A., et Grapin, N. (2016)).

données il n'est pas inutile de préciser le cadre et l'esprit dans lesquels ces données sont recueillies :

« La littératie mathématique est la capacité d'un individu à formuler, employer et interpréter des mathématiques dans une variété de contextes. Cela inclut la capacité à raisonner mathématiquement et à utiliser des concepts, des procédures, des faits et des outils mathématiques pour décrire, expliquer et prévoir des phénomènes. Elle aide les individus à reconnaître le rôle que les mathématiques jouent dans le monde, à produire des jugements bien fondés et à prendre les décisions nécessaires en citoyens constructifs, engagés et réfléchis. » OCDE2012 (traduction personnelle)

L'étude PISA2012 comprenait 109 questions de littératie mathématique, elles mêmes regroupées dans la plupart des cas en exercices composés de 1 à 4 questions. Seules 84 de ces questions ont été posées dans les pays concernés par notre étude ; c'est sur ces 84 questions que porte notre étude. Les exercices de PISA sont constitués d'une amorce, appelée le stimulus, qui présente la situation dans laquelle viennent s'inscrire les questions. Les questions sont supposées indépendantes, ce qui est nécessaire pour assurer la qualité édumétrique des échelles produites. Il est d'ores et déjà possible de souligner que nos analyses invalident en partie cette certitude.

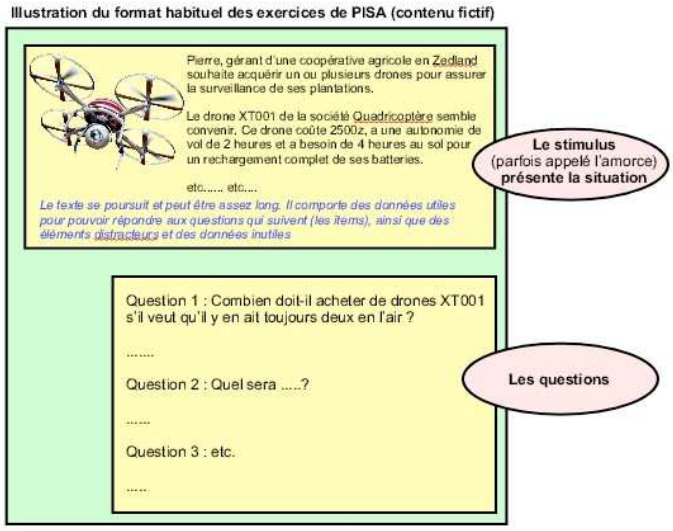


Figure 1 : présentation d'un exercice de PISA : Exercice et questions

PISA classe les questions du domaine mathématique suivant trois aspects : les contenus, les processus et les contextes. Les contenus sont classés en 4 catégories : Variations et relations, Espace et formes, Quantité, Incertitude et données. Les processus concernent le fonctionnement cognitif lié à la résolution des questions. Ils sont classés en 3 catégories : Formuler, Employer, Interpréter. Ils constituent ce que PISA appelle le cycle de modélisation. Les contextes sont relatifs aux situations dans lesquels les connaissances prennent leur sens dans le monde réel. Ils sont classés en 4 catégories : Personnels, Professionnels, Sociétaux, Scientifiques. La présente étude porte essentiellement sur les catégories de contenus. Les données du domaine littératie mathématique de PISA2012. L'enquête PISA2012 portait sur environ 510000 élèves dans 65 pays ou économies. Dans le cas français, selon les rapports officiels, environ 6000 élèves ont passé les tests. Toutefois, les données du domaine mathématique sur lesquelles nous avons pu travailler ne concernent que 3836 élèves. En effet une partie de l'échantillon français a passé

d'autres épreuves que les épreuves de littératie. Par le jeu des cahiers tournants chaque question a été passée par environ 1200 élèves et chaque couple de questions n'a été passé que par environ 300 élèves. Il en résulte que les scores de réussite aux questions sont calculés sur environ 1 200 élèves et que les indices d'implication entre questions sont calculés sur environ 300 élèves. Les valeurs données ci-dessus pour le cas français sont voisines de celles que l'on observe pour les autres pays concernés par notre étude. Les données de chaque cycle de PISA (2000, 2003 etc.) sont officiellement accessibles à tous ; toutefois, elles sont présentées en vrac dans un seul fichier texte d'environ 200 MO organisé pour être traitées avec le logiciel SPSS (autre version possible pour SAS). Même dans ce cas, l'extraction des sous-fichiers qui nous intéressaient était une tâche qui nous a fait reculer pendant plusieurs années et qui a fait reculer bien d'autres chercheurs. Heureusement, nous avons été implicitement aidés par des chercheurs qui ont mis sous forme de package R les fichiers d'intérêt de PISA 2012 et, en particulier, en ce qui nous concerne les fichiers des résultats cognitifs des élèves des 65 pays participant (Caro & Biecek 2017). Mais le challenge ne s'arrête pas là. Pour analyser les résultats d'une étude de ce type, il est habituel de partir d'une matrice de données comportant en ligne les individus et en colonnes les variables (ici les questions). Or, avec la méthode des cahiers tournants, on aura compris que cela n'est pas possible. Nous nous retrouvons alors, pour chaque pays, avec 13 fichiers rassemblant chacun les résultats de l'un des 13 cahiers où les trois domaines de la littératie se trouvent mélangés. L'approche psychométrique de PISA l'amène à considérer chaque domaine et chaque catégorie de contenus et de processus comme définissant un « trait », ce qui serait parfaitement légitime si les résultats des questions correspondantes étaient parfaitement emboîtés et formaient donc une échelle de Guttman parfaite. Bien sûr ce n'est pas le cas et la méthode utilisée par PISA pour la construction des échelles n'est valable qu'en seconde approximation. Le souci de PISA, qui n'est pas le nôtre, est en effet de produire des échelles susceptibles d'être comparées entre les pays. Pour cela ils « imputent » aux élèves qui n'ont pas passé une question A, la valeur la plus plausible qu'ils auraient pu avoir, calculée à partir des résultats des questions qu'ils ont passées et de quelques traitements d'analyse de réponses aux items. On conçoit aisément que cette méthode ne serait pas valable dans notre cas. Nous avions besoin des vraies données de vrais élèves. Nous avons résolu le problème de la façon suivante : Une question donnée se trouve nécessairement dans deux cahiers passés par un même groupe d'élèves (de l'ordre de 300 dans chaque cas). Pour toute paire de questions {A ; B}, il était donc possible de calculer les indices d'implication de A sur B et de B sur A et donc, de construire la matrice d'implication de l'ensemble des questions étudiées (84 dans notre cas), et cela pour chacun des pays. Pour pouvoir traiter directement ces matrices, nous avons développé un code sous R (RCHIC_PISA) qui permet de traiter directement les matrices d'implication et de confiance (voir § 3.1) sans partir des données brutes comme le fait CHIC.

3 Organisation de notre étude

3.1 Le cadre théorique de l'analyse statistique implicative et le logiciel RCHIC

Nous supposons ici que le lecteur a une certaine familiarité avec l'analyse statistique implicative, dans le cas contraire il pourra se reporter aux présentations théoriques données dans les références (par exemple Gras et al., 2017) et plus particulièrement à la présentation simplifiée donnée dans Gras 2013.Disons seulement que l'analyse statistique

implicative classique permet d'étudier les dépendances entre questions dans le sens suivant : la réussite observée à un item A permet-elle de prévoir la réussite à un item B, plutôt que la non-réussite. L'indice d'implication de A vers B mesure le niveau de crédibilité que l'on peut accorder à cette prévision. La méthode permet de repérer des chaînes implicatives dans un ensemble de questions. On trouvera ainsi qu'une chaîne A, B, C, D, E par exemple constitue une règle souvent vérifiée. Il est ainsi possible d'obtenir une sorte d'analyse spectrale d'un ensemble de questions et de les organiser en graphes qui peuvent être considérées comme des cartes du fonctionnement cognitif d'un groupe de sujets par rapport à un ensemble de questions. Notre hypothèse de recherche était que l'analyse implicative pouvait révéler des différences de fonctionnement cognitif entre groupes de sujets et, dans le cas de PISA, des différences entre les élèves de différents pays. Après diverses simulations utilisant les possibilités de l'ASI implémentées dans Rchic : implication classique (Poisson), implication classique associée à la confiance, implifiance (l'implication entropique n'est pas intégrée à Rchic), nous avons choisi d'utiliser l'implication classique associée à la confiance. D'une part, l'indice d'implication classique est plus facile à interpréter que l'indice d'implifiance, d'autre part, l'indice de confiance a une signification immédiate (voir ci dessous). Une valeur élevée de l'indice d'implication d'une variable A vers une variable B ne signifie pas l'inclusion de A dans B, ni même une grande proximité par rapport à cette inclusion. Plus précisément, l'indice d'implication peut être supérieur à .99 et pourtant l'inclusion de A dans B, pour l'échantillon considéré peut n'être que de 50 ou 60%, ce qui limite l'intérêt de l'observation : le fait que la moitié des élèves qui réussissent la question A réussissent aussi la question B peut très bien s'accompagner d'une forte implication de A vers B, mais cela n'aurait pas la même signification d'un point de vue didactique si cette inclusion était de 80 ou 90%. Avec RCHIC, logiciel effectuant l'analyse implicative sous R, il est possible de contrôler le niveau d'inclusion pour les échantillons étudiés : étant donné deux variables A et B l'indice de confiance de l'inclusion de A dans B est simplement le rapport $\frac{\mathrm{Card}(A \cap B)}{\mathrm{Card}(B)}$. Il convient de ne pas confondre l'indice d'implication qui concerne la fiabilité de l'implication, indice construit dans un cadre probabiliste, et l'indice de confiance qui concerne le niveau d'inclusion pour l'échantillon étudié (contingence). Ainsi que nous l'avons précisé en 2.3, les échantillons sur lesquels les coefficients d'implication et de confiance sont calculés ont tous une taille voisine de 300. L'indice de confiance n'étant pas probabiliste, il convient de tenir compte des fluctuations d'échantillonnage. Les coefficients de confiance donnés dans la suite de cet article sont donc eux-mêmes les centres d'intervalles de confiance d'amplitude +/- 2% près pour la population (au seuil de .95). Dans notre étude, sauf mention contraire, nous avons adopté des seuils assez élevés : .99 pour l'indice d'implication, 80% pour l'indice de confiance. Redisons ici que nous n'avons pu travailler que sur les matrices d'implication et de confiance et sur les graphes associés, cela en utilisant une adaptation de RCHIC aux données de PISA. Cette adaptation, que nous nommerons RCHIC-PISA est destinée à évoluer, mais pour l'instant ne permet pas d'effectuer d'analyse cohésitive, d'où l'absence d'arbre de ce type dans cet article.

3.2 Questions relatives à la difficulté et à la complexité des questions

Avant d'aborder l'utilisation de l'analyse implicative proprement dite, nous allons nous intéresser à deux caractéristiques des questions : leur difficulté et leur niveau de complexité cognitive.

3.3 Étude de la difficulté des questions

La difficulté d'une question est relative à un groupe d'élèves : il s'agit simplement du pourcentage de réussite observé sur ce groupe d'élève. Ainsi une question peut être facile pour les élèves français et difficile pour les élèves allemands. Bien que nous ne nous intéressions pas directement aux taux de réussite, une question vient immédiatement à l'esprit : l'ordre de difficulté des questions dépend-t-elle des pays étudiés ? En calculant le nombre de permutations de deux éléments qu'il faut effectuer, on s'aperçoit que, entre deux des pays étudiés, l'ordre de difficulté est assez différent. Plus précisément, si l'on range les questions dans l'ordre de difficulté croissant pour un pays A, il faut modifier l'ordre de deux questions successives dans environ la moitié des cas pour retrouver l'ordre de difficulté observé pour un pays B. Toutefois les différences de taux de réussite conduisant à des inversions de l'ordre sont parfois minimes, si bien que, en tenant compte des fluctuations d'échantillonnage, on peut accepter l'idée que, si l'on met de côté environ le quart des questions l'ordre de la difficulté est respecté. Les techniques utilisées par PISA pour paramétrer les questions, en particulier l'analyse des réponses aux items, auraient cependant dû avoir pour effet non de réduire la difficulté des questions selon les pays, mais d'assurer un même ordre de difficulté d'un pays à l'autre, ou du moins des ordres de difficulté très voisins, ce qui n'est pas le cas. En réalité ces procédures ont sans doute réduit les différences dans l'ordre des difficultés mais il n'en reste pas moins vrai que certaines différences peuvent approcher les 50%. Ce point est important pour l'interprétation des chaînes implicatives qui suivront. En effet, ces chaînes se forment dans un ordre de taux de réussite croissant ; il sera nécessaire de prendre en compte ces taux de réussite pour savoir si des différences dans les graphes implicatifs ne sont pas simplement dues à des inversions, éventuellement minimes et donc non significatives, de l'ordre des taux de réussite. Précisons encore que malgré ces différences dans l'ordre des difficultés, les corrélations entre les pays des scores moyens de l'ensemble des items restent très élevés, comme le montre le tableau 1.

	France	Allemagne	Italie	Japon
Tous pays	0,97	0,98	0,97	0,93
France		0,97	0,97	0,91
Allemagne			0,96	0,90
Italie				0,90

Tableau 1 : Coefficients de corrélation des scores des questions entre les pays

Bien que le niveau global de réussite des pays ne concerne pas directement notre étude il peut tout de même être utile de bien le situer. Le tableau 2 met en évidence les différences de scores moyens des pays étudiés ainsi que les scores tels que donnés par PISA (sur une échelle gaussienne de moyenne 500 et d'écart-type 100).

	Tous pays de l'OCDE	France	Allemagne	Italie	Japon
Moyenne des scores des 84 items	46,1%	48 %	51,5 %	45,5 %	56,5 %
Score sur l'échelle internationale de PISA	494	495	514	485	536

Tableau 2 : Scores moyen des 84 questions et scores sur l'échelle internationale

3.4 Étude de la complexité des questions

Contrairement aux niveaux de difficultés des questions, qui sont relatifs aux groupes d'élèves auxquels elles sont soumises, leur niveau de complexité cognitive est déterminé à partir d'une analyse de la tâche et, de ce fait, est relativement indépendant de ces groupes. Il convient toutefois de nuancer ce propos en précisant que cela n'est valable que sous certaines conditions d'équivalence curriculaire et de maturation cognitive des groupes de sujets étudiés. Il est clair que cette équivalence qui, déjà, n'est pas assurée entre groupes d'élèves d'un pays donné, risque fort d'être mise à défaut entre groupes d'élèves de pays différents. Pour l'analyse de la complexité cognitive, nous utilisons la taxonomie Gras-Bodin. Nous ne détaillerons pas cette taxonomie dans cet article. Elle a en effet été développée et utilisée en marge de l'ASI depuis de nombreuses années (Gras 1979, Bodin & Gras 2017). Précisons simplement les intitulés des niveaux de complexité :

Niveau A	Niveau B	Niveau C	Niveau D	Niveau E
Connaissance Reconnaissance	Compréhension	Application	Créativité	Jugement

Par définition, la taxonomie est hiérarchisée, c'est à dire que l'on s'attend à ce qu'une question de niveau A soit mieux réussie qu'une question de niveau C. En effet classer une question au niveau C suppose qu'elle met en jeu des connaissances et suppose la compréhension de ces connaissances et de leurs conditions d'utilisation. La taxonomie comporte des sous rubriques (A1, A2, A3 etc.), cependant nous nous limitons ici aux rubriques principales. L'un des objectifs de notre étude est d'étudier la façon dont l'ordre implicatif observé selon les pays respecte ou non la hiérarchie de la complexité cognitive telle que nous l'avons définie. Le tableau 3 et le graphique de la figure 2 montrent que les scores moyens respectent bien l'ordre taxonomique, au niveau international comme dans chacun des pays étudiés. Reste à savoir dans quelle mesure cet ordre est aussi respecté dans le détail de l'organisation des questions.

Complexité	Nb de questions	Pourcentages moyens de réussite				
		Tous pays	France	Allemagne	Italie	Japon
A	3	64	69	67	63	71
B	29	53	55	57	52	63
C	45	42	44	49	42	52
D	7	34	36	40	36	50
E	0					

Tableau 3 : Taux moyens dc réussite selon les pays et niveaux de complexité cognitive

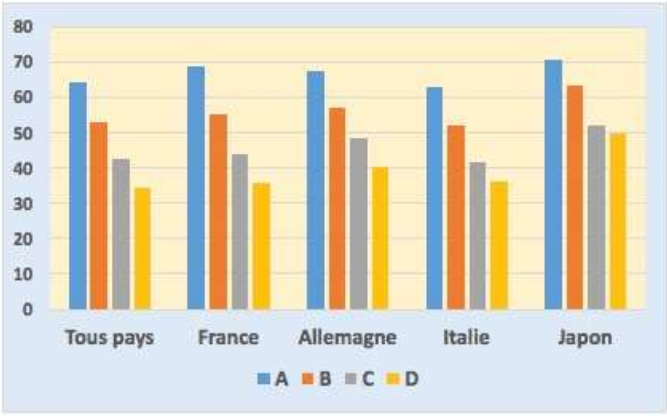


Figure 2 : Scores de réussite moyenne selon les pays et le niveau de complexité des questions

Exploration des relations non symétriques entre variables dans le cadre de l'Analyse statistique implicative

3.5 Analyse globale

Si l'on considère les matrices d'implication, nous avons 84×84 couples de variables, donc 7 056 coefficients d'implication par pays, ou 3 528 si l'on se limite aux coefficients d'implication les plus élevés pour chaque paire de variables {A ; B}. Ainsi que nous l'avons écrit plus haut, tous les calculs sont faits aux seuils d'implication de .99 et de confiance de 80%. Malgré ces seuils exigeant les graphes obtenus font apparaître plusieurs milliers de liaisons implicatives.

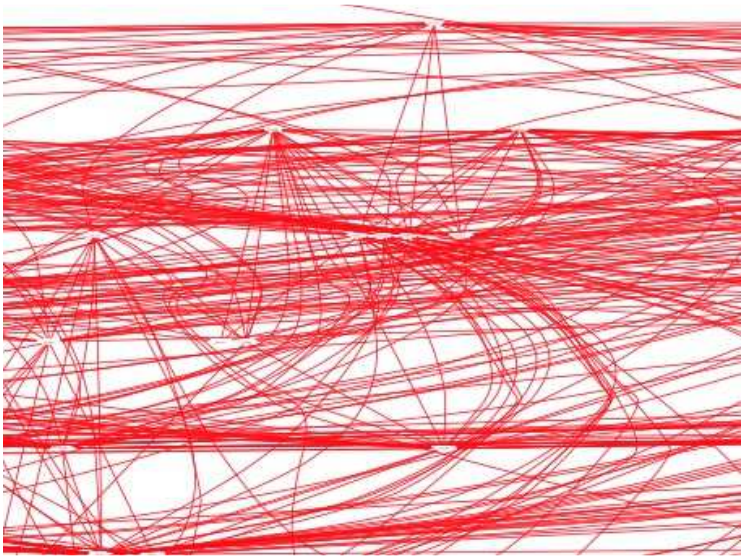


Figure 3 : Un morceau du graphe complet pour la France (environ 1/30 de l'ensemble)

Pour travailler sur l'ensemble des questions il ne nous restait que la possibilité de travailler directement sur nos matrices 84×84. Nous définissons alors un indicateur de densité d'implication au seuil $\boldsymbol{\lambda}$ d'un ensemble de $\boldsymbol{n}$ variables comme étant le rapport entre le nombre d'implications au seuil $\boldsymbol{\lambda}$ et le nombre de couples $\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{n}$:

$$d(n,\lambda) = \frac{N\text{ombre d'implications supérieures au seuil } \lambda}{n\times n}$$

Au seuil $\boldsymbol{\lambda}$ =0,99, nous obtenons les résultats présentés dans le tableau 4.

	FRANCE	ALLEMAGNE	ITALIE	JAPON
FRANCE	0,245	0,160	0,242	0,159
ALLEMAGNE		0,272	0,270	0,178
ITALIE			0,753	0,304
JAPON				0,313

Tableau 4 : Indicateurs densité d'implication (> 0,99) PAYS et INTER_PAYS

Exemples de lecture du tableau 4 :

- Pour la France, 24,5% des liaisons des couples (A , B) de questions ont une intensité d'implication supérieure à 0,99.
- Pour l'Italie, ce pourcentage est égal à 75,3%.

- Entre la France et l'Allemagne, 16% des liaisons d'un couple (A, B) de questions ont en commun une intensité d'implication supérieure à 0,99.
    - 65% des implications fortes observées dans le cas français se retrouvent dans le cas allemand (0,160/0,245).
    - 58% des implications fortes observées dans le cas allemand se retrouvent dans le cas français (0,160/0,245).

Ces valeurs sont nettement plus importantes que celles que l'on trouve dans d'autres études. Par exemple, l'indicateur de densité d'implication de l'ensemble des 179 questions de littératie de PISA (mathématiques, science et compréhension de l'écrit réunis) est égal à 0,167, valeur qui elle-même est plus élevée que celle que l'on trouve habituellement, par exemple dans des questionnaires portant sur les conceptions. Le tableau 4 met en évidence des différences plus ou moins importantes de densité d'implication entre les pays et dans les densités communes aux pays. Ces différences peuvent être considérées comme signifiant, selon les cas, des différences ou des proximités dans les comportements cognitifs moyens des élèves. On peut noter que :

- La France et l'Allemagne sont assez proches en termes de densité d'implication (donc de compacité du graphe).
- La France et l'Italie sont très différentes en matière de densité d'implication, ce qui peut s'interpréter comme dénotant un comportement plus homogène des élèves italiens que des élèves des autres pays étudiés.
- Le Japon s'éloigne légèrement des 3 autres pays.

Pour éliminer les implications qui nous semblent être de moindre intérêt, nous n'avons retenu pour la suite que celles pour lesquelles le coefficient de confiance était supérieur à 80%, ce qui donne alors le tableau 5.

	FRANCE	ALLEMAGNE	ITALIE	JAPON
FRANCE	0,117	0,066	0,074	0,058
ALLEMAGNE		0,129	0,080	0,063
ITALIE			0,213	0,078
JAPON				0,140

Tableau 5 : Indicateurs densité d'implication > 0,99 ET Confiance> 80%, PAYS et INTER_PAYS

Ainsi la France et l'Allemagne partagent environ la moitié de leurs relations les plus fortes en matière de niveaux d'implication et de confiance. La France partage environ 60% de ses relations fortes avec l'Italie (0,074/0,117) tandis que l'Italie ne partage qu'un peu plus du tiers de ses relations fortes avec la France (0,074/0,213). Ces proportions sont sensiblement les mêmes en ce qui concerne le rapport France-Japon. Indépendamment des niveaux de réussite, on peut donc conclure à une proximité plus grande des structures cognitives révélées par PISA-Maths entre la France et l'Allemagne qu'entre la France et l'Italie ainsi qu'entre la France et le Japon.

3.6 Analyse par catégories de contenus

Nous avons traité de façon différenciée les ensembles de questions de chaque catégorie de contenus et choisi de comparer quelques chaînes implicatives.

3.7 Catégorie « espace et formes »

La catégorie espace et formes est composée de 21 items. La figure 4 reproduit le graphe complet, pour la France, de ces 21 questions, toujours aux seuils d'implication .99 et de confiance 80%. Le graphe n'est pas très visible dans ce document, mais nous avons mis en évidence une chaîne d'implications particulièrement longue à laquelle nous allons plus spécialement nous intéresser (chaîne_1).

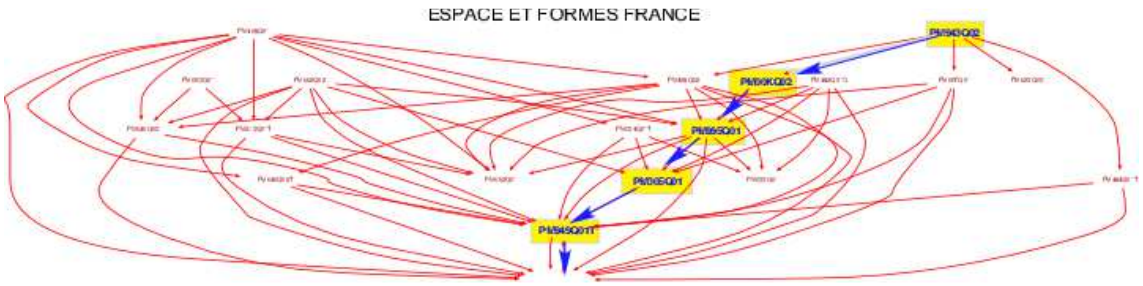


Figure 4 : Graphe des 21 questions Espace et formes **pour la France** et repérage de la chaîne_1

Le tableau 6 permet de comparer l'ordre de réussite des questions de cette chaîne selon les pays étudiés. Le tableau est classé par ordre de réussite croissante pour la France. Les cases surlignées en jaune mettent en évidence des ordres de réussite différents par rapport à la France. La différence la plus importante concerne l'ordre de réussite des questions PM995Q01et PM305Q01. La première de ces questions concerne l'angle de deux battants d'une porte à tambour (question présentée et analysée dans Bodin & Grapin 2016), l'autre, non publique, concerne une lecture de plan avec mesure de distance.

Code PISA	PM943 Q02	PM00K Q02	PM995 Q01	PM305 Q01	PM447 Q01	PM949 Q01T
Nom	Arcs Q2	Handi-basket	Porte à tambour	Plan	Carrelage	Charpente Q1
Complexité	C	C	B	B	D	C
France	3	13	49	66	70	75
Allemagne	6	21	64	66	74	73
Italie	7	15	51	60	70	70
Japon	17	12	74	60	86	85

Tableau 6 : Les 6 questions de la chaîne_1

La figure 5 présente le graphe correspondant pour l'Allemagne, aux mêmes seuils que dans le cas français. On y retrouve une partie des chaînes que l'on observe dans le cas français et on en voit d'autres apparaître.

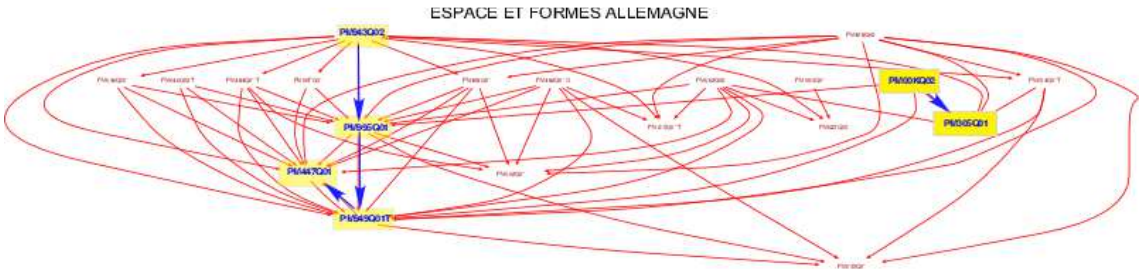


Figure 5 : Graphe des 21 questions Espace et formes **pour l'Allemagne** et repérage de la chaîne_1

L'ordre des réussites de questions de la chaîne 1 étant le même dans les deux pays (à 1% prés pour deux questions), on s'attendrait à trouver la même chaîne implicative dans les deux cas, ce qui n'est pas le cas.

La chaîne 1 qui était particulièrement forte dans le cas Français, se scinde en deux parties disjointes dans le cas allemand :

- Une chaîne de 4 questions : PM943Q02 ⟹ PM995Q01⟹ PM949Q01T ⟹ PM447Q01
- Une chaîne isolée de 2 questions : PM00KQ02 ⟹PM305Q01.

Toutefois, si l'on abaisse le seuil d'implication à .95 et le seuil de confiance à 60%, la chaîne 1 n'est pas modifiée. Plus précisément, l'examen des matrices d'implication et de confiance conduit aux résultats du tableau 7.

	Implication	Confiance
France	0,999	90%
Allemagne	0,99	65%

Implication PM943Q02 ⟹ PM00KQ02

	Implication	Confiance
France	0,99	86%
Allemagne	0.95	79%

Implication PM305Q01 ⟹ PM949Q01T

Tableau 7 : Comparaison France-Allemagne.

Ainsi, alors que dans le cas de la France 90% des élèves qui réussissent PM943Q02 réussissent aussi PM00KQ02, ce pourcentage n'est que de 65% dans le cas allemand. La question PM943Q02, on l'a vu, est une question difficile, mais cela ne peut justifier la différence observée. Aucune de ces questions n'étant publique, nous pouvons seulement dire que l'on observe des comportements différents dans les deux pays et que la seconde question met en jeu des mesures, ce qui n'est pas le cas de l'autre. Pour la suite, nous ne présenterons plus les graphes complets mais seulement ceux relatifs aux chaînes que nous choisissons d'étudier. La figure 6 présente, pour les 4 pays, les graphes correspondant à la chaine_1. On observe que cette chaîne est aussi scindée en deux dans le cas italien. Les césures se font aux mêmes endroits que précédemment mais les sous-chaînes sont différentes : on obtient en effet :

- Une chaîne de 4 questions : PM00KQ02 ⟹ PM995Q01⟹ PM949Q01T ⟹ PM447Q01
- Une chaîne isolée de 2 questions : PM943Q02 ⟹ PM305Q01.

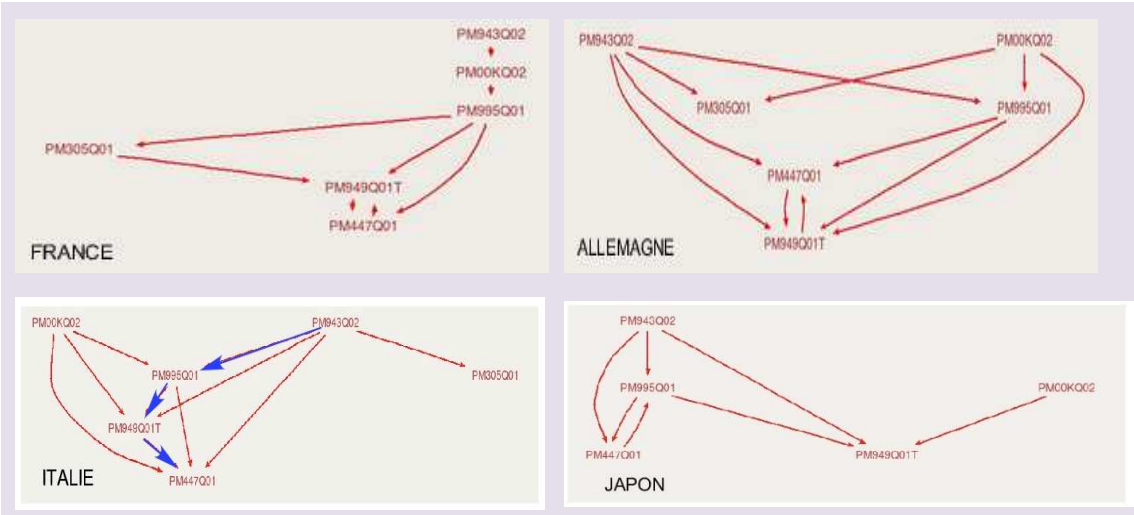


Figure 6 : Graphes chaîne 1 – 4 pays

	Implication	Confiance
France	0,999	90%
Italie	0,999	49%

	Implication	Confiance
France	0,99	86%
Italie	0,99	80%

Implication PM943Q02 ⟹ PM00KQ02	Implication PM305Q01 ⟹ PM949Q01T

Tableau 8 : Comparaison France-Italie

Là encore, la rupture la plus importante se fait au niveau de PM943Q02. Cette fois, en Italie ce sont moins de la moitié des élèves qui réussissent PM943Q02 qui réussissent aussi PM00KQ02 alors qu'ils sont 90% en France et 65% en Allemagne, ce qui témoigne d'un comportement nettement différent dans les 3 pays. Dans le cas du Japon on ne retrouve que le tronçon PM943Q02 ⟹ PM995Q01⟹ PM447Q01, du moins aux seuils retenus ; de plus, à ces seuils nous avons perdu la question PM305Q01. Pour la retrouver, il faut descendre à l'indice d'implication .80, ainsi que le montre la figure 7. Dans cette figure, les flèches bleues correspondent à un indice d'implication de .90, et la flèche verte à un indice d'implication de 0,80.

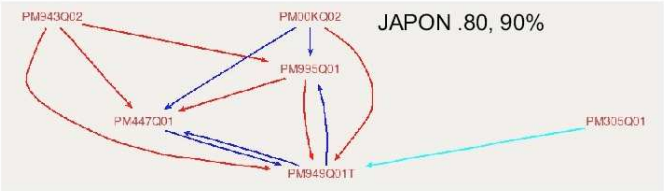


Figure 7 : Graphe Japon chaîne 1- seuil d'implication .80 et confiance 90% (flèches bleues))

Finalement, on constate que, en ce qui concerne la chaîne_1, seul le Japon se distingue fortement pour une paire de questions. Pour le reste, la chaîne se retrouve très peu modifiée dans les 4 pays étudiés. En ce qui concerne l'ensemble des questions de la catégorie Espace et Formes, nous avons observé d'autres chaînes, plus courtes que la chaine_1. D'autre part, si l'on s'intéresse aux sommets et aux puits des graphes on ne peut que constater qu'ils sont les mêmes pour les 4 pays, mais cela est en partie un effet de l'ordre quasi commun des taux de réussite aux questions. Pour aller plus loin dans l'analyse, il faudrait avoir un meilleur accès aux questions et, surtout, il faudrait pouvoir observer les productions des élèves.

3.8 Catégorie « Incertitude et données »

Cette catégorie est composée de 22 questions. Le graphe complet pour la France est de même type que celui de la catégorie Espace et formes (figure 4). Cette fois, nous avons repéré et extrait la chaîne la plus longue du graphe français. (tableau7 et Figure 8).

Code PISA	PM803 Q01T	PM982 Q04	PM982 Q03T	PM955 Q01	PM918 Q02	PM918 Q05	PM918 Q01
Nom	Étiquettes	Emploi Q04	Emploi Q03	Migrations	Hit-Parade Q2	Hit-Parade Q3	Hit-Parade Q1
Complexité	C	B	C	B	B	B	B
Italie	24	45	71	68	71	74	87
France	24	55	70	74	76	81	89
Allemagne	36	60	70	79	85	77	88
Japon	56	75	76	77	91	88	85

Tableau 7 : Les 7 questions de la chaîne_2

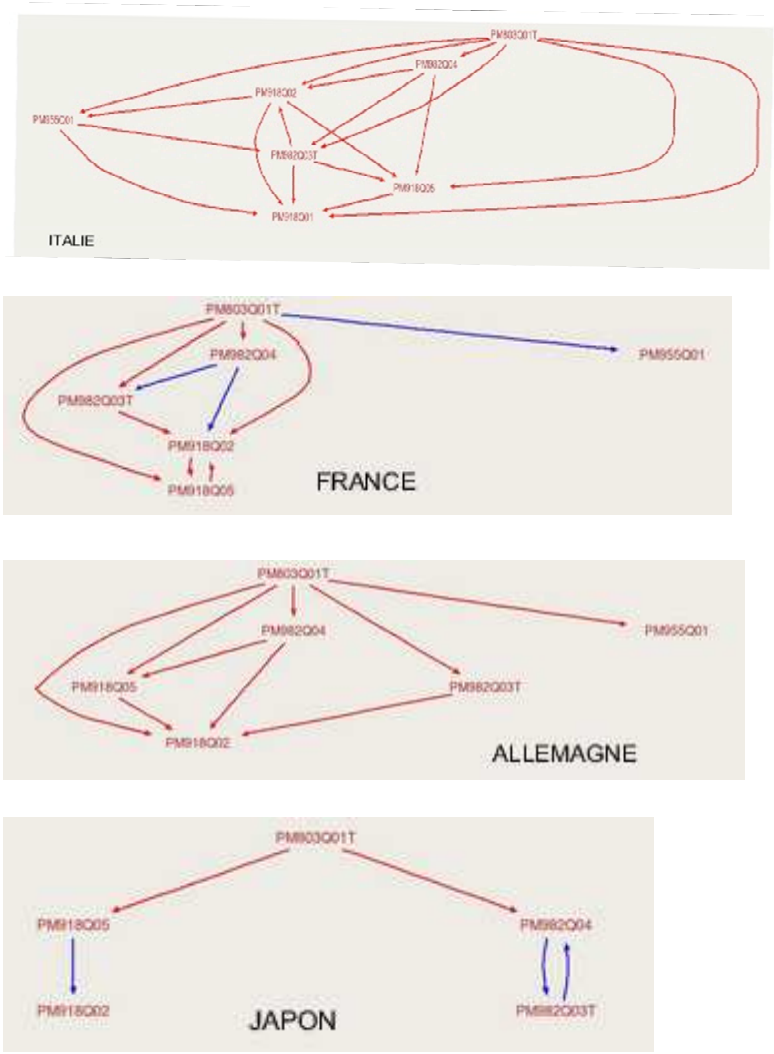


Figure 8 : Graphes Incertitude et données chaîne 2

Dans le cas italien, le graphe est un graphe complet (toutes les implications sont transitives). On est là très proche d'une chaîne de Guttman. Dans le cas français, la question PM918Q01 n'apparaît pas, mais cela est en partie dû à son taux de réussite très élevé (89%). Pour faire apparaître la question PM955Q01, il a fallu abaisser l'indice d'implication à .95 (flèche bleue), mais même dans ces conditions cette question échappe à la chaîne. Les cinq autres questions s'organisent de la même façon que dans le cas italien. Le cas allemand est à nouveau très voisin du cas français, tandis que le cas Japonais s'éloigne fortement des trois autres.

3.9 Catégorie « Quantité »

Cette catégorie comporte 21 questions. Nous avons extrait la chaîne la plus longue du cas italien, chaîne composée de 7 questions. Le tableau 8 présente ces questions et la figure 9 présente les graphes correspondants.

Code PISA	PM906 Q02	PM905 Q02	PM559 Q01	PM905 Q01T	PM474 Q01	PM919 Q01	PM909 Q01
Nom	Fourmis Q2	Balles de tennis Q2	Tarifs téléphone	Balles de tennis Q1	Temps de course	Fans des ZS Q1	Amendes Q1
Complexité	C	C	D	B	C	C	B
Italie	39	50	68	75	76	84	89
France	46	48	61	79	75	83	94
Allemagne	49	56	67	80	78	89	92
Japon	45	56	76	84	84	88	95

Tableau 9 : Les 7 questions de la chaîne_3

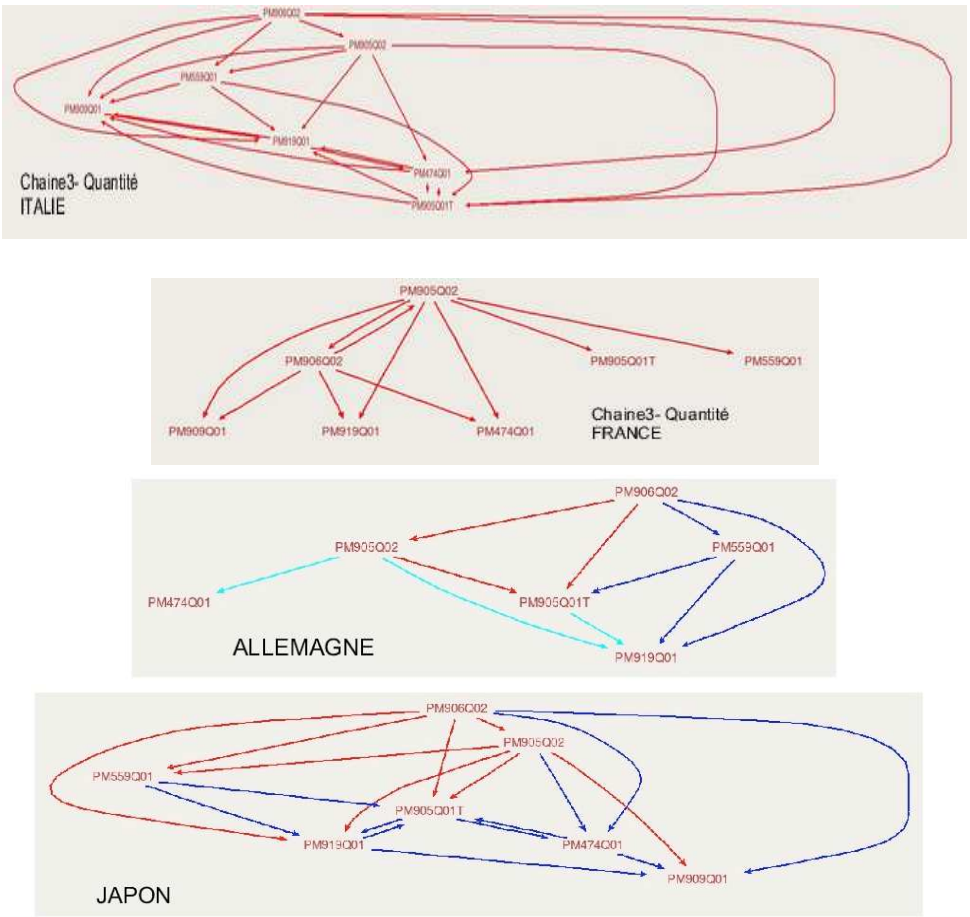


Figure 9 : Graphes des 8 questions de la chaîne_3

Dans le cas italien nous avons à nouveau un graphe complet. Dans le cas de l'Allemagne, nous avons descendu le seuil de l'indice d'implication à .60 (flèche verte) pour faire apparaître la question PM474Q01. Dans le cas japonais, les flèches bleues correspondent au seuil d'implication de .95 et toutes les implications du graphe le sont au seuil de confiance 80%.

3.10 Catégorie « Variations et Relations »

Cette catégorie comporte aussi 21 questions. La chaîne la plus longue a été repérée dans le cas japonais. Elle est composée de 6 questions rangées par ordre de réussite croissant dans le tableau 9 .

Code PISA	PM903 Q01	PM909 Q03	PM954 Q01	PM446 Q01	PM155 Q01	PM915 Q02
Nom	Perfusion Q1	Amendes Q3	Dosage Q1	Grillon	Pyramides âges Q1	Taxe carbone Q2
Complexité	C	C	C	C	B	C
Japon	24	28	66	78	77	82
France	18	39	57	66	66	79
Allemagne	28	45	68	65	70	80
Italie	21	37	69	65	66	68

Tableau 9 : Les 6 questions de la chaîne_4

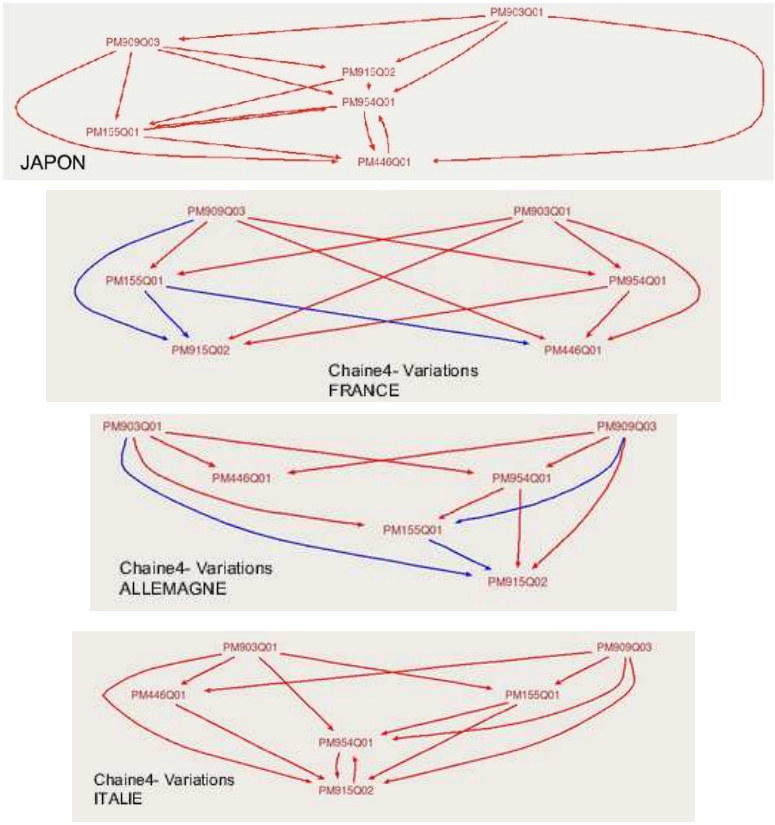


Figure 10 : Graphes des 6 questions de la chaîne 4

La chaîne du cas japonais (haut de la figure 10) est encore très proche d'une chaîne de Guttman, mais on voit que l'on ne retrouve que des morceaux de cette chaîne dans les autres pays. Pour aller plus loin dans l'analyse, il nous faudrait un meilleur accès aux questions de l'enquête ; il nous faudrait aussi améliorer le programme RCHIC-PISA pour obtenir un traitement plus facile des matrices et des graphes.

4 Perspectives

Nous avons dû limiter cette étude à quelques chaînes, cela en partie par manque de place, mais aussi à cause de la difficulté d'accéder aux informations qui nous seraient nécessaires. L'un des auteurs ayant été chargé d'une étude comparative des cadres de référence de PISA et de TIMSS, il a eu la chance de pouvoir consulter les questions de littératie mathématique de PISA2012 et de pouvoir prendre quelques notes. Cela lui a permis d'avoir le recul suffisant pour contribuer à la présente étude (qui ne révèle rien qui

ne soit public). Cependant, nous aurions aimé faire une analyse plus didactique de l'organisation implicative des questions. Cela aurait supposé un travail plus approfondi et plus collectif sur l'ensemble des questions. Nous ne désespérons pas que l'occasion puisse nous en être donnée ultérieurement. Nous n'avons travaillé que sur la littératie mathématique, mais quelques tests mélangeant les trois domaines de la littératie nous ont montré que de nombreuses relations implicatives fortes circulaient à travers ces trois domaines. Cela n'est pas très étonnant compte tenu des très fortes corrélations existantes entre les résultats de ces trois domaines, mais cela justifierait une exploration plus précise. L'une des limites de notre travail sur PISA est la relative homogénéité des questions posées, ce qui se traduit par la forte densité des graphes observés. Cela n'est pas un défaut dans le sens où cela donne une certaine validité au concept de littératie. Dans d'autre études, les données sont beaucoup plus dispersées et, de ce fait, les chaînes implicatives observées apportent davantage de surprises. Nous songeons à reprendre cette étude avec les données TIMSS 2015, qui, si notre analyse est valable, devrait conduire à des densités plus faibles.

5 Résultats et discussion

Au delà des palmarès et des résultats aux questions de l'enquête PISA, l'étude que nous avons présentée dans cet article met en évidence des différences et des ressemblances entre les comportements des élèves des 4 pays étudiés par rapport aux questions de littératie mathématique de PISA2012. La limitation de l'étude à des niveaux d'implication très élevés nous a permis de mieux distinguer les relations implicatives les plus significatives tandis que l'introduction de la notion de confiance dans l'implication nous a permis de ne conserver que les relations les plus intéressantes. Par ailleurs, il nous a paru utile de nous intéresser à la complexité des questions. Nous avons vu au § 3.2.2 que la hiérarchie de la taxonomie de la complexité cognitive était bien respectée en moyenne dans les 4 pays. Toutefois les analyses que nous avons faites pour les chaînes montrent que cette hiérarchie n'est pas respectée dans le détail. Cela peut être dû à des défauts dans les analyses *a priori* qui, eux-mêmes peuvent être dus à la difficulté que nous avons à accéder aux questions, mais cela peut aussi être dû à la relative homogénéité des questions que nous avons classées pour la plupart aux niveaux B et C, alors même qu'il est parfois difficile de distinguer ces deux niveaux. Nous espérons pouvoir reprendre cette étude avec d'autres données, telles que TIMSS, qui comporteraient des questions mieux réparties sur les 4, ou mieux, sur les 5 niveaux de la taxonomie. Nous avons essayé, sans toujours y parvenir, de distinguer ce qui pouvait être de l'ordre d'artefacts induits par la méthodologie adoptée par PISA pour le choix des questions de ce qui pouvait constituer de réelles différences dans les structures cognitives des élèves des pays étudiés. Par exemple, le fait que l'ordre des difficultés des questions soit très semblable d'un pays à l'autre est à l'évidence dû à l'utilisation de la théorie des réponses aux items pour le calibrage des questions. Ce qui est suprenant, ce n'est donc pas que cet ordre soit conservé d'un pays à l'autre, mais plutôt que certaines questions, dans certains pays, puissent échapper à cet ordre. Par contre, les différences observées dans les densités des graphes, de même que les différences concernant les chaînes implicatives révèlent très certainement des différences dans les structures cognitives moyennes des élèves des divers pays par rapport à la littératie mathématique telle que mesurée par PISA. Nous avons laissé de côté la difficile question des équivalences entre les différentes versions

linguistiques des questions. Pour cela, PISA utilise des procédures complexes mais il est clair que cette équivalence ne peut pas être totalement assurée. Par contre une étude plus complète pourrait s'intéresser aux effets des différences curriculaires, non seulement concernant les programmes mais aussi concernant les méthodes d'enseignement et d'évaluation, ainsi que la formation des enseignants. Les questionnaires contextuels fournissent des données permettant d'avancer sur ces points. Le chantier reste ouvert.

6 Conclusion

Cet article, ne rend compte que d'une première tentative de l'utilisation de l'ASI pour effectuer des analyses complémentaires des résultats des enquêtes internationales d'un point de vue comparatif : analyses qui prendraient pleinement en compte les questionnements cognitifs sur lesquels se basent toutes ces études. Nous pensons avoir montré que l'analyse statistique implicative permettait une approche nouvelle des données de ces enquêtes ; qu'elle permettait une mise à plat différenciée de ces questions selon les pays ou les groupes d'élèves étudiés. À partir de là, des études didactique plus précises seraient nécessaire pour donner sens aux proximités comme aux différences constatées.

Références

[1] Bodin, A. (1997). Modèles sous-jacents à l'analyse implicative et outils complémentaires. *Bodin, A., Gras, R, Lagrange, J. B. : implication statistique, prépublication 97-32* - IRMAR de RENNES.

[2] Bodin, A. & équipe socle commun, Irem d'Aix-Marseille (2010). Vers un test adaptatif - criterié, combinant l'utilisation de l'IRT et de l'ASI, pour l'évaluation du socle commun de connaissances et de compétences. *Actes ASI5*.

[3] Bodin, A., et Grapin, N. (2016). Comparaison des cadres de référence et des instruments d'évaluation des enquêtes PISA et TIMSS. *Étude commanditée par le CNESCO (Conseil National de l'Évaluation du système scolaire.http://www.cnesco.fr/fr/comparaison-pisa-timss/*

[4] Bodin,A. & Gras , R. (2017). L'ASI analyseur et révélateur de la complexité cognitive taxonomique. *Actes ASI9*

[5] Caro, D.H. & Biecek, B. (2017). intsvy: An R Package for Analysing International Large-Scale Assessment Data.*https://cran.r-project.org/web/packages/intsvy/intsvy.pdf*

[6] Couturier, R & Ghanem, S. (2009). Ajout de la confiance au graphe implicatif. In Gras, R. et al. (2017). *L'analyse statistique implicative – 3ème édition* – RNTI E16 Cépaduès ed. Toulouse.

[7] Couturier, R. (2001). Traitement de l'analyse statistique implicative dans CHIC, *Actes des Journées sur la Fouille dans les données par la méthode d'analyse implicative*, IUFM Caen, pp. 33–50.

[8] Couturier, R. (2005). Un système de recommandation basé sur l'ASI. *Actes de la troisième rencontre internationale de l'Analyse Statistique Implicative* (ASI3),Palerme,Italie, pp. 157–162.

[9] Couturier, R. (2007). CHIC : utilisation et fonctionnalités. Nouveaux apports théoriques à l'analyse Statistique implicative et applications, pp. 4–49.

[10] Couturier, R. & al (2015). Statistical implicative analysis for educational data sets. Analysis with RCHIC. XVIII Congreso Internacional EDUTEC "Educación y *Tecnología desde una visión. Transformadora"*.

[11] Couturier, R. and Pazmiño, R. (2015). Statistical implicative analysis for educational data sets: 2 analysis with RCHIC,*Edutec XVIII CongresoInternacional Riobamba-ECUADOR*.

[12] Couturier, R. and Pazmiño, R. (2016). Use of Statistical Implicative Analysis in Complement of Item Analysis. *International Journal of Information and Education Technology*, Vol. 6, No. 1.

[13] Couturier, R. Gras, R. and Guillet, F. (2004). Reducing the number of variables using implicative analysis. *International Federation of Classification Societies, IFCS 2004, pp. 277–285*. Springer Verlag: Classification, Clustering, and Data Mining Applications.

[14] Delacroix, T. (2014a). A renewed approach to the foundations of SIA theory: Generalizing SIA to incorporate multiple behavior hypotheses; Thoughts on the implicative intensity.*Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.16, n.3, pp.773–794*, Especial ASI

[15] Delacroix, T., Boubekki, A. (2014b). An application of multiple behavior SIA for analyzing data from student exams. *Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.16, n.3, pp.795–812, 2014* Especial ASI .

[16] Ghanem, S. et Couturier, R. (2015). Ajout de la confiance au graphe implicatif.*Actes du 8ème Colloque International sur Analyse Statistique Implicative*, Radès, Tunisie, pp. 117–129.

[17] Gras, R. (1979). Contribution à l'étude expérimentale et à l'analyse de certaines acquisitions cognitives et de certains objectifs en didactique des mathématiques. *PhDthesis*, Université de Rennes 1.

[18] Gras, R. (2013). Genèse et développement de l'Analyse Statistique Implicative, rétrospective intuitive. *http://sites.univ-lyon2.fr/asi7/10juin2013/10juin2013RG.pdf*

[19] Gras, R. and Kuntz, P. (2008b). An overview of the Statistical Implicative Analysis (SIA) development. *Statistical Implicative Analysis: Theory and Applications". 127, pp. 1–40*, Springer Berlin Heidelberg.

[20] Gras, R., Régnier, J.-C., Lahanier-Reuter, D., Marinica, C., Guillet, F. (2017), Analyse Statistique Implicative. Des Sciences dures aux sciences humaines et sociales. Toulouse : Éditions Cépaduès..

[21] Khaled, H. et Couturier, R. (2015). Apport de la Combinaison de la Méthode d'Analyse Statistique Implicative (ASI) avec la Théorie de Réponse aux

Items (IRT). *Actes du 8ème Colloque International sur Analyse Statistique Implicative,* Radès, Tunisie, pp. 243–262.

[22] Khaled, H. Ghanem, S. and Couturier, R. (2014). Analysis of Bejaia University Computer Science students' marks through the CHIC software and Statistical Implicative Analysis. *Actes du 4ème Colloque International ISKO-Maghreb* 2014: Concepts etOutils pour le Management de la Connaissance (KM). CERIST, Algérie.

[23] OCDE (2013a). Cadre d'évaluation et d'analyse du cycle PISA 2012 Éditions OCDE

[24] OCDE (2013b). Résultats du PISA 2012 : Savoirs et savoir-faire des élèves : Performance des élèves en mathématiques, en compréhension de l'écrit et en sciences, PISA, Éditions OCDE.

[25] Oldenburg, R. (2010). A re-analysis of TIMSS data usingStatistical Implicative Analysis. *Actes du 5ème Colloque International sur Analyse Statistique Implicative*, Palerme, Italie, pp. 411–424.

[26] Vergnaud G., (1994). La théorie des champs conceptuels, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10/2-3.

Site d'Antoine Bodin: https://antoine-bodin.com/

TRACING THE BELIEFS AND SELF-EFFICACY BELIEFS OF UNDERGRADUATE ECONOMIC SCIENCES STUDENTS: THE CASE OF THE REPRESENTATIONS OF FUNCTIONS

Styliana NICOLAOU[1], Athanasios GAGATSIS[2], Eleni DELIYIANNI[3], Areti PANAOURA[4], Iliada ELIA[5] and Sofia ANASTASIADOU[6]

TRAITER DES CROYANCES ET DES CROYANCES À L'AUTO-EFFICACITÉ DES ÉTUDIANTS EN SCIENCES ÉCONOMIQUES : LES CAS DES REPRÉSENTATIONS DE FONCTIONS

ABSTRACT

The present study aims to investigate undergraduate Economic Science students' beliefs on mathematics and representations of functions in relation to their self-efficacy beliefs about their ability to use them fluently and flexibly. The study conducted among 473 first and fourth year students who study at the Faculty of Economics and Management in the University of Cyprus. The results highlight the way in which beliefs and self-efficacy beliefs about mathematics and representations of functions are related, as evidenced by the implicative diagrams, and, thus, create a coherent system of affective factors.

Keywords: *beliefs, self-efficacy beliefs, functions, representations, Economic Studies*

RÉSUMÉ

La présente étude vise à étudier les croyances des étudiants des études de premier cycle en économie, sur les mathématiques et les représentations par rapport à la compréhension des fonctions; elle vise aussi à étudier leurs croyances d'auto-efficacité sur l'utilisation des représentations et leur capacité à les utiliser avec fluidité et flexibilité. L'étude a été menée auprès de 473 étudiants de 1a première et de la quatrième année de leurs études à la Faculté d'économie et de gestion de l'Université de Chypre. Les résultats mettent en évidence la manière dont les croyances et les croyances d'auto-efficacité sur les mathématiques et les représentations des fonctions sont liées, comme le montrent les diagrammes implicatifs et créent, de cette manière, un système cohérent de facteurs affectifs.

Mots-clés *: croyances, croyances d'auto-efficacité, fonctions, représentations, études économiques*

1 Introduction

Students experience a wide range of representations from their early childhood. Mathematics textbooks today make more extensive use of a variety of representations than ever before incorporating them in the entire learning process in order to facilitate an overall understanding of mathematical concepts. Furthermore, Mathematics and representations are important parts of the science of Economics, Finance and Business.

[1] University of Cyprus, styliana_nic@hotmail.com,
[2] University of Cyprus, gagatsis@ucy.ac.cy
[3] Cyprus Pedagogical Institute, deliyianni6@hotmail.com
[4] Frederick University, pre.pm@fit.ac.cy
[5] University of Cyprus, elia.iliada@ucy.ac.cy
[6] University of Western Macedonia, sofan@uom.gr

Both are used as a tool for solving various economic problems and they are necessary for forecasting major economic indicators. Although Mathematics is an essential part of the curriculum for students studying at the Faculty of Economics and Management in the University of Cyprus, their performance in Mathematics is not as high as would be expected. Many studies on the use of representations have been developed in order to investigate their effect on academic achievement (e.g. Friedlander & Tabach, 2001). However, in education it is important to investigate students' behavior when confronted with a mathematical task or a situation as their solutions are determined by his/her beliefs and personal theories and not only from his/her knowledge of the specific task. Among the many strategies that have been developed to improve efficacy in solving math word problems, the use of diagrams and, more generally, external representations has been described as one of the most effective (Uesaka, Manalo, & Ichikawa, 2007). In this study, we focus on functions for which a variety of representations are used such as verbal, symbolic representations, graphical representations, tables, diagrams etc. Furthermore, it is a concept which is used daily for currencies and various measurements, especially by Economists. According to Eisenberg (1992), development of the concept of functions should be a key objective of the curriculum both in secondary and higher education. A sustainable number of research studies have examined the role of different representations on the understanding and interpretation of functions (e.g. Elia, Panaoura, Eracleous, & Gagatsis, 2007; Hitt, 1998; Markovits, Eylon, & Bruckheimer, 1986; Panaoura, Michael-Chrysanthou, Gagatsis, Elia, & Philippou, 2017). Furthermore, the translation ability is highly correlated with success in mathematics education (Gagatsis & Shiakalli, 2004). In fact, the use of multiple representations is associated with the complex process of learning in mathematics and in particular with a better understanding of complex mathematical concepts, such as the concept of the function (Dufour-Janvier, Bednarz, & Belanger, 1987). The present study aims to investigate undergraduate Economic Science students' beliefs about mathematics and the use of representations in understanding the functions, with respect to their self-efficacy beliefs about their ability to use them fluently and flexibly.

1.1 The importance of the affective domain

Affective variables are assumed to be important for learning (Boekaerts, 2003). Social cognitive theory contends that human behavior, the environment and personal factors (e.g. cognition, emotion and motivation) operate reciprocally on one another (Chiu & Klassen, 2010). Several researchers point out the significance of beliefs in students' performance in mathematics (e.g. Gómez-Chacón et al., 2015) since they affect the way in which students learn and use mathematics. Beliefs, as one of the main components of the affective domain (Goldin, 2001), are multifaceted constructs, which can be described as one's subjective 'understandings, premises or propositions about the world (Philipp, 2007). Much research has been conducted on the essential role of beliefs in learning and teaching mathematics. Two constructs that are often closely related to beliefs are values and knowledge. According to Schoenfeld (1998), beliefs can be interpreted as mental constructs that represent the codification of peoples' experiences and understandings (Schoenfeld, 1998). These beliefs are often based on their own experiences as students of mathematics and, for better or for worse, often form their future carrier. It is important to note that some researchers consider that the beliefs are part of the cognitive process (McLeod, 1992). In many instances, beliefs are merely described as accompanying cognition, or occurring parallel to cognitive activity. They are usually regarded as

consequences of cognition, and often as having immediate consequences for cognition, either facilitating or impeding cognitive activity. Going beyond these evident features, we propose to regard affect much more fundamentally as one of several internal, mutually-interacting systems of representation within the individual human being. That is, the affective system functions symbolically, so as to encode essential information. Loosely speaking, our emotional feelings and the complex structures involving them have meanings, even when we may not be consciously aware of those meanings, or able to articulate those (Hannula, Evans, Philippou, & Zan, 2014). The construct of self-efficacy beliefs constitutes a key component in Bandura's social cognitive theory (Bandura, 1997). He defines self-efficacy as one's perceived ability to plan and execute tasks to achieve specific goals. Self-efficacy beliefs defined as one's belief in one's ability to succeed in specific situations or accomplish a task. One's sense of self-efficacy can play a major role in how one approaches goals, tasks and challenges (Bandura, 1982). Self-efficacy is a major determinant of the choices that individuals make, the effort they expend, the perseverance they exert in the face of difficulties and the thought patterns and emotional reactions they experience (Bandura, 1986). Self-concept is a multidimensional hierarchical construct that is influenced by social comparison, causal attribution, appraisals from significant others and mastery experiences (Bong & Skaalvik, 2003). Mathematics self-concept captures beliefs in one's competence about mathematics abilities and is positively related to mathematics achievement (Dermitzaki, Leonardi, & Goudas, 2009). Consequently, beliefs and self-efficacy beliefs are directly linked to the understanding of mathematics and investigating the above, therefore, would be helpful. Affective domain plays an important role in the process of learning and it is related to the cognitive field, by affecting individual performance. Therefore, the investigation of the affective factor, and in particular, the exploration of belief and self-efficacy beliefs is deemed appropriate.

1.2 The use of representations

Mathematics is a specialized language with its own contexts, metaphors, symbol systems and purposes (Pimm, 1995). Recommendations for improving mathematical education suggest focusing on the connections between topics, multiple representations and the students' involvement in constructing mathematical knowledge. A representation is any configuration of signs, characters or objects that stand for something else (Goldin & Shteingold, 2001). The term 'representation' is defined as the concept that includes the represented world, a representing world, a set of rules that maps elements of the represented world to elements of the representing world and a process that uses the information in the representing world (Gagatsis, Elia, & Mougi, 2002). The use of multiple representations has been strongly connected with the complex process of learning in mathematics and more particularly with the seeking of students' better understanding of important mathematical concepts (Greeno & Hall, 1997). The need for a variety of semiotic representations in teaching and learning in mathematics is usually explained through reference to the cost of processing and the limited representational capabilities of each domain of symbolism. The ability to recognize the same concept in multiple systems of representations, the ability to manipulate the concept within these representations as well as the ability to flexibly convert the concept from one system of representation to another are necessary for the acquisition of the concept (Lesh, Post, & Behr, 1987) and allow students to see rich relationships (Even, 1998). Given that a representation cannot fully describe a mathematical construct and that each representation

has different advantages, using multiple representations for the same mathematical situation lies at the very core of mathematical understanding (Duval, 2006). By combining representations, students are no longer limited by the strengths and weaknesses of one's particular representation (Kaput, 1992). The conversion of representations is considered as a fundamental process leading to mathematical understanding and successful problem solving (Duval, 2002). A person who can easily transfer his/her knowledge from one structural system to another is more likely to be successful in problem solving by using a plurality of solution strategies and regulation processes of the system for handling cognitive difficulties.

1.3 The concept of function

The concept of function admits a variety of representations. Each representation of the concept offers information about particular aspects of the concept without being able to describe it completely (Duval, 2002, Elia et al., 2007, Panaoura et al., 2017). However, students often have a hard time working with functions due to the need to coordinate multiple representations such as equations, graphs and tables (Schoenfeld, Smith, & Arcavi, 1993).

2 Methodology

The study includes the development of a questionnaire for assessing students' beliefs and self-efficacy beliefs on mathematics and representations. The questionnaire consists of statements, which are divided into two main categories. The statements in each dimension and the coding of variables are presented in Appendix. The first category investigates the beliefs that students hold on mathematics and consists of statements that fall into five different dimensions: (a) Beliefs of the students studying at the Faculty of Economics and Management about the nature of Mathematics. For example: Mathematics consists of rules and procedures (BM2). (b) Beliefs of the students studying at the Faculty of Economics and Management about the value/importance of Mathematics in relation to their studies. For example: Mathematics are essential in my job (BiM1). (c) Beliefs of the students studying at the Faculty of Economics and Management about representations. For example: Using representations can provide me some useful information that might help me solve the corresponding problem (BR5). (d) Beliefs of the students studying at the Faculty of Economics and Management about the value/importance of representations in relation to their studies. For example: From the financial/administrative problems analyses resulting representations which will need to understand and analyze (BiR3). (e) Beliefs of the students studying at the Faculty of Economics and Management about the value/importance of representations of exponential and logarithmic functions in relation to their studies. For example: Representations of exponential functions are very important in my science (BiRexp2).

The second category investigates self-efficacy beliefs of students and consists of statements divided in three different dimensions: (a) Self-Efficacy beliefs of the students studying at the Faculty of Economics and Management about Mathematics. For example: It is easy for me to understand mathematical concepts and procedures (seBM1). (b) Self-Efficacy beliefs of the students studying at the Faculty of Economics and Management about Representations. For example: I have the ability to modify and use representations (seBR4). (c) Self-Efficacy beliefs of the students studying at the Faculty of Economics

and Management about representations of exponential and logarithmic functions. For example: I can convert the algebraic representation of the exponential function in graphical representation (seBRexp3). The students were asked to answer the questionnaire's statements, selecting from 1 up to 5 of Likert scale (1: Strongly disagree, 2: Disagree, 3: Neither agree nor disagree, 4: Agree, 5: Strongly agree).

All 473 undergraduate students, studying at the Faculty of Economics and Management in the University of Cyprus in the academic year 2015-2016, participated in this study. Specifically, 300 participants were first year students and 173 were fourth year students in Business and Public Administration Department, Accounting and Finance Department and Economics Department. Statistical Implicative Analysis (SIA) was developed by Régis Gras to be applied in the Didactic of Mathematics (Gras, 1979). Since the PhD of Régis Gras, a great deal of research has been published concerning different paths of theory development (Gras, & Couturier, 2013; Gras, Couturier, Blanchard, Briand, Kuntz, & Peter, 2004; Gras, Regnier, & Guillet, 2009; Gras, Régnier, Marinica, & Guillet, 2013). Thus the method has evolved considerably and has been applied to a wide range of data such as education; psychology; medicine etc.The aim of the present study is the application of Implicative Statistical Analysis method to the field of Mathematics Education and not method development. For this reason, the analysis of the data collected in this study was carried out using the software C.H.I.C. (Gras, Suzuki, Guillet, & Spagnolo, 2008).

3 Results

In order to facilitate the comparison of the results of the first and fourth year students, our analysis of the implicative statistical analysis will be based on the following four types of possible implications between variables:

a. The first kind of implication we are looking for concerns the variable BM (Beliefs about Mathematics) and BR (Beliefs about Representations).
b. One important point of view according to our opinion is to examine the existence of implication between variables BiM (Beliefs about the importance of mathematics) and BiR (Beliefs about Importance of Representation). According to theoretical part, representations are an essential part of mathematical concept. If the students really understand this point of view then it is natural to observe implication between the variables BiM and BiR.
c. Other implications must be of interest and in particular the possible ones between the variables BM-BiM on one hand and BR-BiR on the other hand.
d. The examination of the existence of implicative relations between variables of beliefs and self-efficacy beliefs are also a subject of interest.
e. Finally it is important to study possible implications between all the variables cited above and the ones concerning the exponential and logarithmic functions.

In this way a comparison of the two implicative diagrams of the first and the fourth year students will be possible. The implicative diagram shows the relations between the variables, which in this case represent the statements of beliefs and self-beliefs. In particular, the implicative diagram shows that selecting a statement implies choosing another statement to which it relates. The criterion which is used to determine the presence of a compartmentalization in an implicative diagram is to create a separate set of statements belonging to the same category (e.g. category of beliefs, category of self-efficacy beliefs, category of representations, category of mathematics etc.) or the emergence of implicative relations between them.

3.1 Analysis of the results of the first-year students

Figure 1 presents the implicative relations among the variables corresponding to first year students' responses to the statements of the questionnaire. The variables appear to be divided into five independent groups, with the first group concentrating the majority of statements.

The first group includes variables from all the dimensions examined in the Questionnaire. However, some chains are easily distinguished since consist variables of the same dimension and create compartmentalization between certain statements. Thus, it would be interest to point out some of these chains.

The chain seBRlo7 →seBRexp9→sebBRexp6→sebBRexp8 includes four statements of the students' self-efficacy beliefs regarding the representations of exponential and logarithmic functions (seBRlog7, seBRexp9, seBRexp6, seBRexp8).

The student's beliefs in effective use of logarithmic function representations (seBRlog7) entail self-efficacy belief about students' ability to use representations of exponential functions given to them (seBRexp9). This is followed by the self-efficacy belief that students are able to use representations of exponential functions efficiently (seBRexp6), which leads to the ability to use the representations of exponential functions given to them (seBRexp8). The above-mentioned seBRexp6 variable leads to another chain (seBRexp6→seBR11) that mainly includes variables that relate to the self-efficacy beliefs for representations in general (with the exception of two variables relating to beliefs about the importance of mathematics). Specifically, the variable seBRexp6 implies the declaration of the self-efficacy belief regarding the ability to identify the diagram corresponding to a function (seBR11), which is derived from the seBR3 variable of the same axis, referring to the ability of students to effectively use representations (seBR3→seBR11). The variable seBR11 involves two chains, one of which belongs to the same axis (seBR11→seBR12) and concerns the easy construction of the diagram corresponding to a function (seBR12). The second chain (seBR11→BiM1→BiM8,BiR4) implies the belief that mathematics are necessary in their job (BiM1), the belief that mathematical theorems dealing with economic affairs are a good for an economic analysis (BiM8) and the belief that representations help to solve finance/management problems (BiR4).

The other chain (BiM3, seBM2→seBM1→seBM4, seBM5) that creates a non-compartmentalized relationship concerns the beliefs and self-efficacy beliefs of students about mathematics. Particularly, the belief that the better a student is in mathematics, the better will be in his job (BiM3), as well as the self-efficacy belief about the student's sense of confidence when using mathematics (seBM2), entail the self-efficacy belief that it is easy for a student to understand mathematical concepts and procedures (seBM1). The self-efficacy belief that it is easy for students to understand mathematical concepts and procedures (seBM1) implies self-efficacy beliefs which is related to the students' ability that it is easy for them to responding to financial / management problems that requires the use of mathematics (seBM4), and that they possess the necessary skills to use and apply mathematics (seBM5).

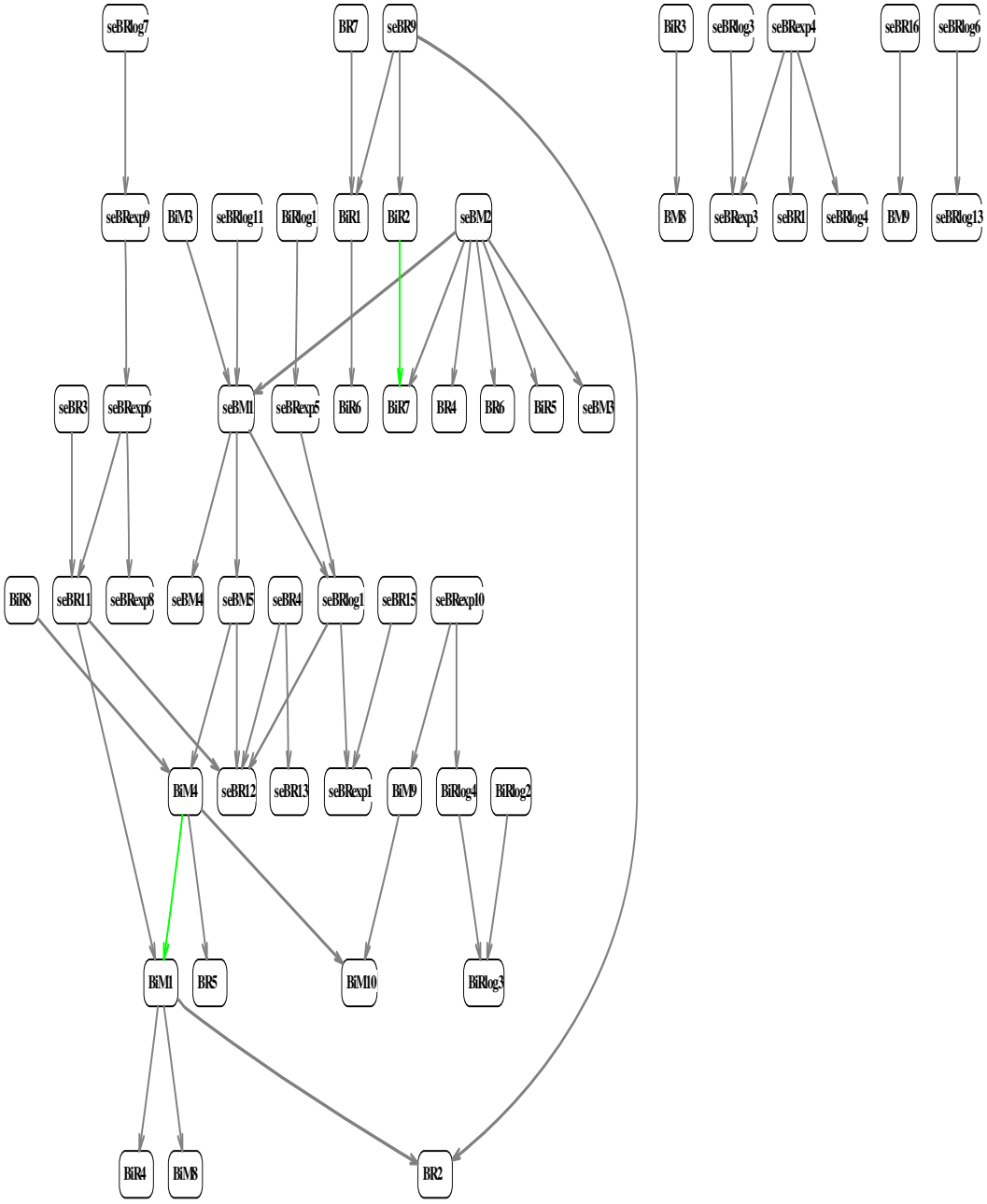


Figure 1. The implicative diagram among the responses of first year students

The self-efficacy belief that students have the necessary skills to use and apply mathematics (seBM5) implies the belief that without Mathematics their science cannot exist (BiM4), which then implies the belief that mathematics is necessary in their job (BiM1) concludes that mathematical theorems dealing with economic affairs constitute a good economic analysis (BiM8) (seBM5→BiM4→BiM1→BiM8).

In the diagram, there is also a chain of only three variables that concern the self-efficacy for representations (seBR4→seBR12, seBR13). The variable related to a self-efficacy belief about students' ability to modify and use representations (seBR4) implies statements about self-efficacy belief of constructing the diagram corresponding to a function (seBR12), as well as the self-efficacy belief relating to solving problems using representations (seBR13).

A chain (BiRlog1→seBRexp5→seBRlog1→seBRexp1) in which a compartmentalized relation is distinguished, links variables relating to representations of exponential and logarithmic functions. The belief that logarithmic function representations are part of their daily study (BiRlog1) implies the self-efficacy belief of using exponential function representations in their economic analysis (seBRexp5). The self-efficacy belief of using exponential function representations in their economic analysis (seBRexp5) entails the self-efficacy belief of solving logarithmic functions using representations (seBRlog1), and the same statement follows, with the only exception being when it refers to exponential functions (seBRexp1).

We also encounter chain relations that are fragmentary linked to each other and relate to beliefs and self-efficacy beliefs on representations and their significance (BR7→BiR1→ BiR6). The belief that conversion from one representation to another is useful in solving exercises (BR7) implies the students' belief that representations are helpful for their studies (BiR1) and then the belief that representations are helpful in solving exercises (BiR6). The variables associated with some of the variables listed immediately above belong in the same category. The self-efficacy-belief that students use representations to explain their arguments (seBR9), implies the BiR1 statement mentioned above, the statement that the most appropriate way to present an economic analysis is through representations (BiR2), as well as the statement that graphical representations are an important means of understanding a concept (BR2) (seBR9→BiR1,BiR2,BR2). In addition, the BiR2 variable implies the belief that the use of their representations helps students to present economic concepts to the general public in simple terms (BiR7) (BiR2→BiR7).

Finally, another connection of this group is made up of statements regarding beliefs and self-efficacy beliefs held by students and which relate to the representation of exponential and logarithmic functions (seBRexp10→BiRlog4→BiRlog3). The self-efficacy belief about the adequacy and usefulness of the use of representations of exponential functions when solving financial problems (seBRexp10) implies the belief that logarithmic function representations are an important tool for students themselves (BiRlog4), which in turn leads to the belief that economics/ management students should be familiar with the use and processing of logarithmic functions in economic analysis (BiRlog3). The belief that logarithmic function representations are used in their science (BiRlog2), also implies the above-mentioned BiRlog3 variable (BiRlog2→ BiRlog3).

The second distinct group of variables (BiR3→BM8) includes the variable that assumes that analysis of economic problems result in representations that they must understand and analyze (BiR3), which implies the belief that the exploration of mathematical concepts leads to the evolution of the science of mathematics (BM8).

The third group (seBRlog3→seBRexp3) includes variables belonging to the category of self-efficacy beliefs for the representations of exponential and logarithmic functions (with the exception of a variable regarding self-efficacy beliefs for representations in general). The self-efficacy belief regarding the ability to convert the algebraic representation of the logarithmic representation into a graphical one (seBRlog3) implies the exact same statement for the representation of exponential functions (seBRexp3). The self- efficacy belief in the reverse conversion of an exponential representation, i.e. from a graphical to an algebraic form (seBRexp4), implies the corresponding statement for the logarithmic function (seBRlog4), as well as the seBRexp3 variable, which mentioned above. Finally,

the variable seBRexp4 entails students' ability to convert from one representational system to another (seBR1). Consequently, all statements of this group refer to the translation from one representational system to another (seBRexp4 →seBRlog4,seBR1, seBRexp3).

The fourth independent chain comprises of two variables (seBR16→BM9). The self-efficacy belief that a student encounters difficulties in identifying which diagram corresponds to a function (seBR16) implies the belief that Mathematics is a set of abstract concepts, theorems and evidence (BM9).

Finally, the fifth chain consists of two self-efficacy belief variables for logarithmic function representations (seBRlog6->seBRlog13). The self-efficacy belief about students' ability to use logarithmic function representations in their economic analysis (seBRlog6) implies the self-efficacy belief that the use of logarithmic function representations helps them solve financial problems (seBRlog13). Both variables are related to the use of logarithmic function representations in economic analysis.

Remarks on the analysis of the first-year students' results:

There are no implications between the variables BM and BR. There are implications between the variables BiR and BiM. For example the implication chain: BiR8→BiM4→BiM1→BiR4,BiM8
There are also implications between the variables BiM and BiR and between the variables BiM and seBM. For example the implication chain: BiM3→seBM1→seBM5→BiM4→BiM1→BiR4,BiM8.
There are some local implications concerning the variables BiM and BiR. For example: BR7→BiR1→BiR6, BiR2→BiR7, BiM9→BiM10

Finally, there are important implications between variables concerning the logarithmic and exponential functions. For example: Bilog1→seBRexp5→seBRlog1→seBRexp1, or seBRexp4→seBRexp3, or seBRexp4→seBRexp3,seBR1,seBRlog4.

3.2 Analysis of the results of the fourth year students

Figure 2 shows the implicative relations among the variables corresponding to fourth year students' responses to the statements of the questionnaire. The variables collected in the first group belong to the category of beliefs (with the exception of the seBM2 and seBM5 variables). Starting from the top of the chain, the belief that logarithmic function representations are part of their everyday life (BiRlog1) is indicated. This group is divided into two parts. The first part of the chain is BiRlog1→seBM2→seBM5, in which the belief that logarithmic function representations are part of their everyday life (BiRlog1) implies from the one part the self-efficacy belief regarding students' confidence when have to use Mathematics (seBM2) and leads to the self-efficacy belief that they are qualified to use and apply Mathematics (seBM5). There is only one chain (BiM3→BiM1→BiM4) that include predominantly beliefs about the significance of representations in general but more specific for representations of exponential and logarithmic functions, with the exception of three variables related to students' beliefs about the importance of mathematics (BiM1, BiM3, BiM4). Particularly, the BiRlog1 variable mentioned above implies the corresponding belief for representations of exponential functions. In particular, it refers to the belief that representations of exponential functions are part of their daily study (BiRexp1). This implicit relationship is expected since refers to the same statements with a unique difference in the type of function. A part of the second part is BiRlog1→BiRexp1→ BiRlog2. The fact that the statement regarding the logarithmic function precedes the statement regarding the

exponential function is explained due to the fact that students use the exponential functions to their studies much more. Representations of logarithmic functions appear in a more limited number of applications in relation to exponential. Thus it is expected that the belief of daily logarithmic function implies a belief in the daily use of representations of exponential functions.The belief that representations of exponential functions are part of their daily study (BiRexp1) implies the belief that expresses the importance of representations of exponential functions in their science (BiRexp2), which implies the belief that representations of logarithmic functions are used in their science (BiRlog2). At this point, the chain is branched into two sub-chains, and variables BiRlog2 involve variables belonging to different categories. The left chain (BiRlog2→BiRlog4→ BiRlog3) implies students' belief that logarithmic function representations are an important tool for their science (BiRlog4). Then, there is a belief that students should be familiar with the use and processing of logarithmic function representations in economic analysis (BiRlog3). The BiRlog2 variable mentioned above, as well as the variable regarding the belief that the better the student is in Mathematics, the better he will be in his job (BiM3), conclude that Mathematics is necessary in their work (BiM1), in the chain BiRlog2,BiM3->BiM1. The variable BiM1 involves two chains of which the left (BiM1→BiM4→BiRlog3) leads to the belief that without Mathematics their science cannot exist (BiM4) and concludes with the BiRlog3 variable already mentioned above. The chain that continues from the right side, BiM1→BiR8→BiR1,BiR4, of BiM1 implies the belief that representations make their studies more interesting (BiR8). This variable implies the belief that the use of representations is helpful in their studies (BiR1) and that they also help them solve financial/ management problems (BiR4).

The second group consists of three variables related to representations (BR3, seBR9→ BR1). The belief that in order to solve some exercises a student have to construct a diagram (BR3) as well as self-efficacy belief about the ability to use of representation to explain their arguments (seBR9) implies the belief that graphic representations are a useful tool in problem solving (BR1).

The second group consists of three variables related to representations (BR3, seBR9→ BR1). The belief that in order to solve some exercises a student have to construct a diagram (BR3) as well as self-efficacy belief about the ability to use of representation to explain their arguments (seBR9) implies the belief that graphic representations are a useful tool in problem solving (BR1).

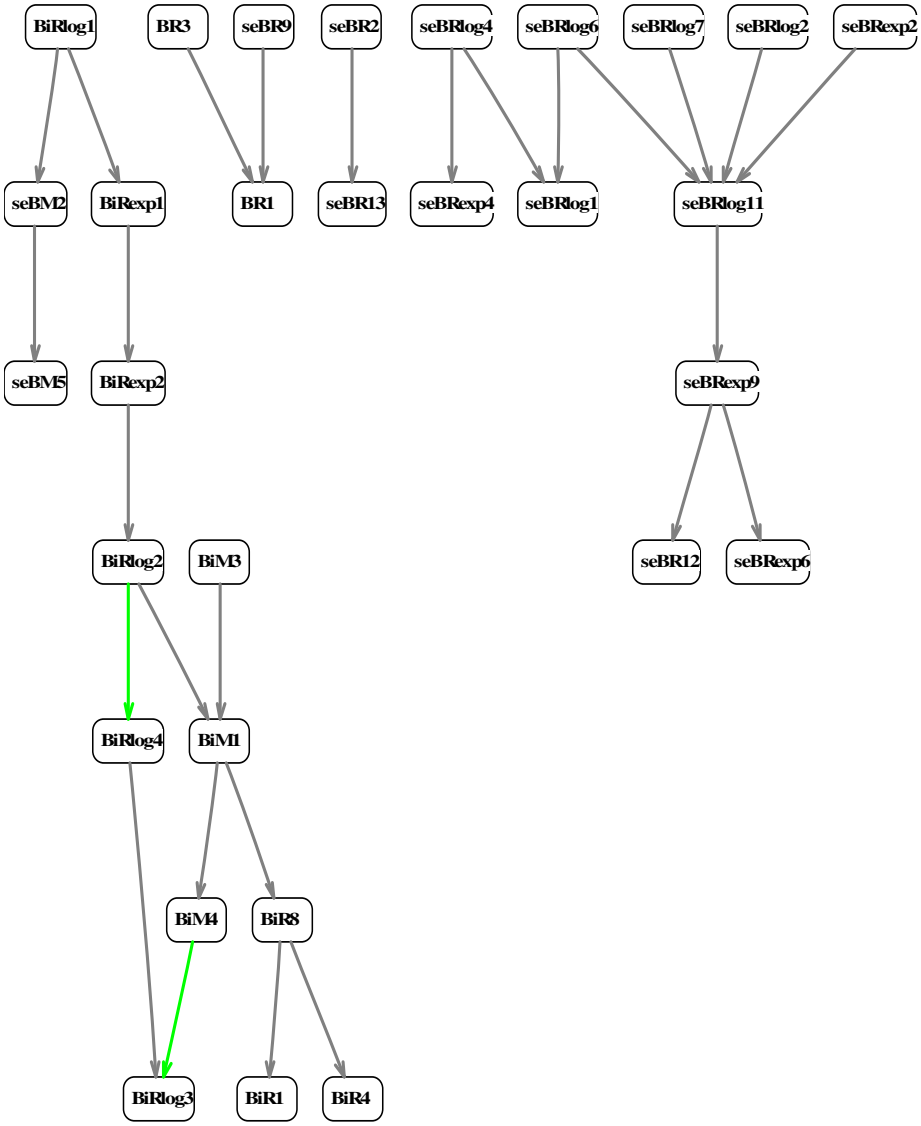


Figure 2. The implicative diagram among the responses of fourth year students

In the fourth group there is a compartmentalization of the statements regarding self-efficacy beliefs for representations of exponential and logarithmic functions. The relation seBRlog4→seBRexp4 means that the students' belief that they are capable of converting the graphical representation of the logarithmic function into algebraic (seBRlog4) implies the exact same statement about the exponential function (seBRexp4). The seBRlog4 variable also implies the self-efficacy belief about the ability to solve logarithmic functions by using representations (seBRlog1), (seBRlog4 → seBRlog1). In addition, the relation seBRlog6→seBRlog11 means that the ability to use logarithm representation in economic analysis (seBRlog6) implies both the seBRlog1 variable above and the ability to use the representation of the logarithmic functions given to them (seBRlog11). In the same statement (seBRlog11), the variables seBRlog7 (I am able to use logarithmic functions efficiently), seBRlog2 (I have the necessary knowledge about logarithmic function representations) and seBRexp2 (I have the necessary knowledge about representation of exponential functions), are leading (seBRlog7,seBRlog2,seBRexp2→seBRlog11→seBRexp9→seBR12,seBRexp6). The aforementioned seBRlog11 variable implies the ability to analyze the representation of

the exponential functions given (seBRexp9). From the implicative chain that is continued by the seBRexp9 variable, two other variables arise. From the one side is the belief in the ability to easily construct the diagram corresponding to a function (seBR12) and from the other side the belief that students are able to use representations of exponential functions effectively (seBRexp6).

Remarks on the analysis of the fourth year students' results: There are no implications between the variables BM and BR. There are implications between the variables BiR and BiM. For example the implication chains:
BiM3→BiM1→BiM4→BiRlog3, BiM3→BiM1→BiR8→BiR1, BiM3→BiM1→BiR8→BiR4.
Finally there are important implications between variables concerning the logarithmic and exponential functions. For example the implication chains:

BiRlog1→BiRexp1→BiRexp2→BiRlog2→BilRog4→BiRlog3,
seBRlog4→seBRexp4,seBRlog1,
seBRlog6→seBRlog11→seBRexp9→seBR12,
seBRlog7→seBRlo11→seBRexp9→seBRexp6,
seBRlog2→seBRlo11→seBRexp9→seBRexp6,
seBRexp2→seBRlog11→seBRexp9→seBR12.
Based on our remarks concerning the first and the fourth years students' results presented in the previous paragraph we observe some similarities and some differences in the correspondent implicative graphs. There are no implications between the variables BM and BR in both implicative graphs. There are some implications between the variables BiR and BiM in both implicative graphs. In these implications intervene, among others, the variables:

BiR8 (Representations make my studies more interesting) and BiR4 (Representations help me to solve financial/ managerial problems).
BiM8 (Mathematics theorems, which are dealing with economic matters, are useful in economic analysis) and BiM1 (Mathematics are essential in my work).
We observe that BiM1 which stress the importance of mathematics in the financial studies intervenes in different implication in the graph of implicative analysis of the fourth year students' results. There are implications between variables concerning the logarithmic and exponential functions in both implicative graphs. Nevertheless, the implication between these variables is more important in the graph of the fourth year students' results.

4 Discussion

Economics is a science involving a large number and a wide variety of concepts, variables and models (Moosevian, 2016), which uses mathematics in order to explain phenomena and supports assumptions. The present study focuses on relations between students' beliefs and self-efficacy beliefs during their studies at a Department of Economic Sciences about the value of mathematics and the role of representations for understanding and using the concept of function. Implicative relations are indicated between students' beliefs about the nature of Mathematics, the value/importance of Mathematics in relation to their studies, representations and the value/importance of representations in relation to their studies. Furthermore, implicative relations are identified between beliefs and self-efficacy beliefs about mathematics and representations. Thus, the findings highlight the strong interrelations among students' beliefs and self-efficacy beliefs in using mathematics and representations effectively in understanding and presenting the concepts of Economic Science. In fact, the results suggest that affective factors shape a coherent system. However, instances of a compartmentalized way of thinking are evident in the

responses offered by first year students but even more so in the responses by fourth year students. This may be interpreted in the light of the fact that over the years and through their experience as students, they have more detailed and clear views and can distinguish between their beliefs and self-efficacy beliefs. It is important that students learn, during their undergraduate studies, to self-evaluate their strengths and limitations and develop self-regulatory strategies in order to persist on overcoming obstacles and difficulties.Studying the curriculum of the mathematical methods used in these disciplines, it is expected that representations involving logarithmic functions will lead to exponential representations and then to representations in general, since logarithmic representations are less used than those exhibiting in the disciplines we are studying. This finding appears more strongly in the beliefs and self-efficacy beliefs of fourth year students. Based on the results of the present research in particular on the comparison of the results of the statistical analysis of the first and fourth year students, a number of some new researches could be of interest:

- It would be interesting and useful to assess the implicative relations of the beliefs and self-efficacy beliefs undergraduate students in a Department of Economic Sciences hold with respect to the use of representations in relation to their achievement.
- It would be also interesting to apply Structural Equation Analysis to our results and construct a Structural Model for the results of both first and fourth year students. In this way a comparison between the Structural Equation Analysis and S.A.I. will be possible and useful.

References

[1]Bandura, A. (1986), Social foundations of thought and action: A social cognitive theory, Englewood Cliffs: NJ: Prentice-Hall.

[2] Bandura, A. (1982), Self-efficacy mechanism in human agency, *American Psychologist*, 37, 122-147.

[3] Bandura, A. (1997), *Self-efficacy: The exercise of control*, New York: Freeman.

[4] Boekaerts, M. (2003), Towards a model that integrates motivation, affect and learning, *British Journal of Educational Psychology*, 2 (2), 173–189.

[5] Bong, M. and E. Skaalvik, E. (2003), Academic self-concept and self-efficacy. *Educational Psychology Review*, 15, 1-40.

[6] Chiu, M. and R. Klassen (2010), Relations of mathematics self-concept and its calibration with mathematics achievement: Cultural differences among fifteen-years-olds in 34 countries*, Learning and Instruction*, *20* (1), 2-17.

[7] Dermitzaki, I., A. Leonardi, and M. Goudas (2009), Relations between young students' strategic behaviors, domain-specific self-concept and performance in a problem-solving situation, *Learning Instruction*, 19 (2), 144–157.

[8] Dufour-Janvier, B., N. Bednarz, and M. Belanger (1987), Pedagogical considerations concerning the problem of representation, In C. Janvier, Editor, *Problems of Representations in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 109-122), Hillsdale: NJ:Lawrence Erlbaum.

[9] Duval , R. (2002), The cognitive analysis of problems of comprehension in the learning of mathematics, *Mediterranean Journal of Research in Mathematics*, 1 (2), 1-16.

[10] Duval, R. (2006), A cognitive analysis of problems of comprehension in learning of mathematics, *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103-131.

[11] Eisenberg, T. (1992), On the development of a sense of functions, In T. Eisenberg and & G. Dubinsky, Editors, *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy*, 153-174.

[12] Elia, I., A. Panaoura, A. Eracleous, and A. Gagatsis (2007), Relations between secondary pupils' conceptions about functions and problem solving in different representations, ***International Journal of Science and Mathematics Education,* 5** (3), 533–556.

[13] Even, R. (1998), Factors involved in linking representations of functions, *Journal of Mathematical Behavior,* 17 (1), 105-121.

[14] Gagatsis, A. and M. Shiakalli (2004), Ability to translate from one representation of the concept of function to another and mathematical problem solving, *Educational Psychology*, 24 (5), 645-657.

[15] Gagatsis, A., I. Elia, and A. Mougi (2002), The nature of multiple representations in developing mathematical relations, *Scientia Paedagogica Experimentalis*, 39 (1), 9-24.

[16] Goldin, G., and N. Shteingold (2001). System of mathematical representations and development of mathematical concepts. In F. R. Curcio, Editor, *The roles of representation in school mathematics: 2001 Yearbook* (pp. 1-23). Reston: VA: National Council of Teachers of Mathematics.

[17] Gras, R. (1979), Contribution étude expérimental et l'analyse de certaines acquisitions cognitives et de certains objectifs en didactique des mathématiques, Thèse de doctorat, l'Université de Rennes 1.

[18] Gras, R. et Couturier, R. (2013), Spécificités de l'Analyse Statistique Implicative par rapport à d'autres mesures de qualité de règles d'association, *Educação Matemática Pesquisa, 15*(2).

[19] Gras, R., R. Couturier, J. Blanchard, H. Briand, P. Kuntz and P. Peter (2004), Quelques critères pour une mesure de qualité de règles d'association, *RNTI E-1,* 3-30

[20] Gras, R., J. C., Regnier, and F. Guillet (2009), Analyse statistique implicative : Une méthode d'analyse de données pour la recherche de causalités (p. 510), Cépaduès Editions.

[21] Gras, R., J. C. Régnier, C.Marinica, et Guillet, F. (2013), L'analyse statistique implicative Méthode exploratoire et confirmatoire à la recherche de causalités (p. 522), Cépaduès Editions.

[22] Gras R., E. Suzuki, F. Guillet, et F. Spagnolo (2008), *Statistical Implicative Analysis,* Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg.

[23] Greeno, J. and R. Hall (1997), Practicing representation: Learning with and about representational forms, *Phi Delta Kappan*, 78, 361–367.

[24] Gómez-Chacón, I., I. Romero Albaladejo, and Garia López (2015), Zig-zagging in geometrical reasoning in technological collaborative environments: an MWS-framed study concerning cognition and affect, *The International Journal on Mathematics Education*, 48 (6), 909-925.

[25] Hannula, M., J. Evans, G. Philippou and R. Zan (2014), Affect in mathematics education – exploring theoretical frameworks, 28th PME Conference, Vol. I, pp. 107–136, Bergen, Norway: M. Johnsen Hoines and A. Berit Fuglestad.

[26] Hitt, F. (1998). Difficulties in the articulation of different representations linked to the concept of function. *The Journal of Mathematical Behavior*, 17 (1), 123-134.

[27] Kaput, J. (1992), Technology and mathematics education, In D. Grouws, Editor, *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 515-556). New York: Macmillan.

[28] Lesh, R., T. Post, and M. Behr, M. (1987), Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving, In C. Janvier, Editor, *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp. 33-40). Hillsdale: NJ: Lawrence Erlbaum.

[29] Markovits, Z., B. Eylon, and M. Bruckheimer (1986), Functions today and yesterday, *For the Learning of Mathematics,* 6 (2), 18-28.

[30] McLeod, D. (1992), Research on affect in mathematics education: A reconceptualization, In D. Grouws, Editor, *Handbook of research on mathematics learning and teaching* (pp. 575-596).

[31] Panaoura, A., A. Gagatsis, E. Deliyianni, and I. Elia (2009), The structure of students' beliefs about the use of representations and their performance on the learning of fractions, *Educational Psychology: An International Journal of Experimental Educational Psychology*, 29 (6), 713–728 .

[32] Panaoura, A., A. Gagatsis, E. Deliyianni, and I. Elia (2010), A model on the cognitive and affective factors for the use of representations at the learning of decimals, *Educational Psychology: An International Journal of Experimental Educational Psychology*, 30 (6), 713–734 .

[33] Panaoura, A., P. Michael-Chrysanthou, A. Gagatsis, A, I. Elia, and A. Philippou, A. (2017), A Structural Model Related to the Understanding of the Concept of Function: Definition and Problem Solving, *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15 (4),723–740.

[34] Philipp, R. A. (2007), Mathematics teachers' beliefs and affect. In F. K. Lester, Editor, *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 257–315), Charlotte: NC: Inform. Age.

[35] Pimm, D. (1995), *Symbols and meanings in school mathematics*, New York: Routledge.

[36] Schoenfeld, A. H. (1998), Toward a theory of teaching in-context, *Issues in Education*, 4 (1), 1-94.

[37] Schoenfeld, A., J. Smith, and A. Arcavi (1993). Learning: The microgenetic analysis of one student's evolving understanding of a complex subject matter domain. In R. Glaser, Editor, *Advances in instructional psychology*, 55-175.

[38] Uesaka, Y., E. Manalo, and S. Ichikawa (2007), What kinds of perceptions and daily learning behaviors promote students' use of diagrams in mathematics problem solving? *Learning and Instruction*, 17, 322–335.

Appendix : AXIS A. BELIEFS

	Beliefs about Mathematics
BM1	Mathematics is computation.
BM2	Mathematics consists of rules and procedures.
BM3	Students studying at the Faculty of Economics and Management gain mathematical knowledge through their experience in interpreting and organizing information.
BM4	Mathematics is primarily a formal way of representing the real word.
BM5	Each mathematical idea exists and needs someone to discover it.
BM6	Each mathematical idea is created by someone.
BM7	Each mathematical idea must be represented by mathematical symbols.
BM8	Exploration of mathematical concepts leads to the evolution of mathematical science.
BM9	Mathematics is a set of abstract concepts, theorems and proofs.
	Beliefs about the importance of Mathematics in their studies and their future career
BiM1	Mathematics are essential in my job.
BiM2	Mathematics are just a tool for my science.
BiM3	The better I am in Mathematics, the better I will be in my job.
BiM4	Without mathematics my science cannot exist.
BiM5	Mathematical rules and procedures are necessary on financial/ administrative problems analyses.
BiM6	The emphasis on applying mathematical models is disorienting.
BiM7	Economic analyses, which are using mathematical models, correspond to reality.
BiM8	Mathematics theorems, which are dealing with economic matters, are good economic analysis.
BiM9	Mathematics used to explain the concepts of Economy.
BiM10	The economic models are based on mathematical rules.
	Beliefs about representations
BR1	Graphical representation is a useful tool in problem solving.
BR2	Graphical representation is an important way of understanding a concept.
BR3	In order to solve some exercises I have to construct a diagram.
BR4	In order to solve many exercises, I have to understand the graphical representation given.
BR5	Using representations can provide me with some useful information that might help me solve the corresponding problem.
BR6	The construction of a representation to solve an exercise is helpful.
BR7	Converting from one representation to another is useful in solving function exercises.
BR8	The exercises in that graphical representation is given are easier to solve.
	Beliefs about the importance of Representations in their studies and their future career
BiR1	The use of representations is helpful in my studies.
BiR2	The most appropriate way to present an economic analysis is through representation.
BiR3	From the financial/administrative problems analyses resulting representations which will need to understand and analyze.
BiR4	Representations help me to solve financial/managerial problems.
BiR5	The use of representations is necessary in order to find the right solution to a financial problem.
BiR6	Representations help me understand a given financial situation.
BiR7	The use of representations helps me present financial concepts to the general public in a simple way.
BiR8	Representations make my studies more interesting.

	Beliefs about the importance of Representations of Exponential Function in their studies and their future career
BiRexp1	Representations of exponential functions are part of my everyday study.
BiRexp2	Representations of exponential functions are very important in my science.
BiRexp3	The relationship between two variables in an exponential function is essential in many financial applications and analyses.
BiRexp4	When trying to explain or analyze a dependent variable with respect to an independent variable, we use representations of exponential functions.
	Beliefs about the importance of Representations of Logarithmic Function in their studies and their future career
BiRlog1	Representations of logarithmic functions are part of my daily study.
BiRlog2	The representations of logarithmic functions are used in my science.
BiRlog3	Students studying at the Faculty of Economics and Management should be familiar with the use and processing of representations of logarithmic functions in their economic analyses.
BiRlog4	Representations of logarithmic function are an important tool for the students studying at the Faculty of Economics and Management.
AXIS B. SELF-EFFICACY BELIEFS	
	Self-Efficacy Beliefs about Mathematics
seBM1	It is easy for me to understand mathematical concepts and procedures.
seBM2	I feel confident when I have to use Mathematics.
seBM3	I can easily use mathematics to solve financial / management problems.
seBM4	I can easily solve a financial/administrative problem that requires the use of mathematics.
seBM5	I have the necessary skills to use and apply mathematics.
	Self-Efficacy Beliefs about Representations
seBR1	I am able to convert one representational system to another (eg. from algebraic to graphical)
seBR2	I am able to use representations in my economical analyses.
seBR3	I am able to use representations effectively.
seBR4	I have the ability to modify and use representations.
seBR5	I am using representations only when it is necessary.
seBR6	I prefer to use different ways than representations, in order to solve economical/administrative problems.
seBR7	I make representations without necessarily understanding them.
seBR8	It is easier for me to find the solution of a problem by using different ways than using a representation.
seBR9	I am using representations in order to explain my arguments.
seBR10	I can analyze the representations given to me.
seBR11	I am able to acknowledge that the diagram corresponds to a function.
seBR12	I can easily construct the diagram that corresponds to a function.
seBR13	I am able to solve problems using representations.
seBR14	I am able to apply properties for processing a representation.
seBR15	I am able to effectively use various forms of representation given to me.
seBR16	I encounter difficulties in recognizing the diagram corresponding to a function.
	Self-Efficacy Beliefs about Representations of Exponential Functions
seBRexp1	I have the ability to solve exponential functions.
seBRexp2	I have the necessary knowledge about the representations of exponential functions.
seBRexp3	I can convert the algebraic representation of the exponential function in graphical representation.
seBRexp4	I can convert the graphical representation of the exponential function in algebraic representation.
seBRexp5	I have the ability to use representations of exponential functions in my economic analysis.
seBRexp6	I am able to use representations of exponential functions effectively.
seBRexp7	I am using representations of exponential functions only where it is necessary.
seBRexp8	I have the ability to use representations of exponential functions given to me.
seBRexp9	I have the ability to analyze representations of exponential functions given to me.

seBRexp10	The use of representation of the exponential function helps me to solve economical/administrative problems.
	Self-Efficacy Beliefs about Representations of Logarithmic Functions
seBRlog1	I have the ability to solve logarithmic functions.
seBRlog2	I have the necessary knowledge of the representations of logarithmic functions.
seBRlog3	I can convert the algebraic representation of the logarithmic function in graphical representation.
seBRlog4	I can convert the graphical representation of the logarithmic function in algebraic representation.
seBRlog5	I prefer to solve problems that include representations of logarithmic functions.
seBRlog6	I have the ability to use representations of logarithmic functions on my economic analysis.
seBRlog7	I am able to use representations of logarithmic functions effectively.
seBRlog8	I am using representations of logarithmic functions only where it is necessary.
seBRlog9	If I can avoid using the representation of a logarithmic function, then I prefer to use some other way of solving.
seBRlog10	I encounter difficulties in modifying and using representations of logarithmic function.
seBRlog11	I have the ability to use representations of logarithmic functions given to me.
seBRlog12	I have the ability to analyze representations of logarithmic functions given to me.
seBRlog13	The use of representation of the logarithmic function helps me to solve economical/administrative problems.

STUDENTS' REPRESENTATIONS OF LINEAR MOTION

Sofia ANASTASIADOU[1] and Athanasios GAGATSIS[2]

REPRÉSENTATIONS DES LYCÉENS À L'ÉGARD DE NOTIONS DE CINÉMATIQUE LINÉAIRE

ABSTRACT

The present paper aims at studying the comprehension of the relations of several forms of representations of kinematics by students of B class of Senior High School using implicative statistical analysis. The students are asked to translate and proceed effortlessly from one form of representation to another. The representations under investigation concern the notions of velocity and acceleration. The representation of a motion examined in this survey refers to the stroboscopic representation (movement with traces or tracing), to the graphs of position-time, time space, time transposition and velocity – time, to equation of motion for the position and the velocity, and to the tables of values for the position and the speed. In the research which took place at the beginning of the academic year 2013-14, 100 students of B class of Senior High school participated, who attend Lyceums of Thessaloniki.

Keywords: *representation, motions, students.*

RÉSUMÉ

Cet article étudie la compréhension des relations de plusieurs formes de représentations de la cinématique par les élèves de la classe B du Lycée en utilisant l'analyse statistique implicative. On demande aux élèves de traduire et de procéder sans effort d'une forme de représentation à l'autre. Les représentations étudiées concernent les notions de vitesse et d'accélération. La représentation d'une motion examinée dans cette enquête fait référence à la représentation stroboscopique (mouvement avec traces ou traçage), aux raphiques de position-temps, espace temporel, transposition du temps et vitesse-temps, à l'équation de mouvement pour la position et la vitesse, et aux tables de valeurs pour la position et la vitesse. 100 étudiants de la classe B du Lycée de Thessalonique de l'année académique 2013-14 sont concernées par cette étude.

Mots - clés: Représentation, lycéens, cinématique, linéaire

1 Introduction

The present paper focuses on the comprehension of fundamental notions of physics and in particular kinematics, such as velocity and acceleration by students of B class of Senior High school at the beginning of the academic year 2013-14. These notions are studied in depth during A class. A necessary condition for the comprehension of velocity, as a vector dimension, is acquiring a good grasp of the notions of position and transposition, which according to Anastasiadou et al. (2013) is achieved by the concepts of position and time instance. Moreover, the comprehension of acceleration, as a vector dimension, requires the deep command of the concept of velocity. The comprehension of the above mentioned concepts presupposes "handling" without difficulty all kinds of representations of linear motions. The representations of the motions refer to the stroboscopic representation

[1] University of Western Macedonia, sanastasiadou@uowm.gr
[2] University of Cyprus, gagatsis@ucy.ac.cy

(movement with traces or tracing), to the graphs of position-time and velocity-time, to the equations of movement for the position or velocity, and to the tables of values for the position and the speed, examined in the present study and also to the vector representation of dimensions, to the simulation of a movement, and its sensitization on the screen, which are not observed during A class of Senior High **S**chool.

1.1 The aim of the study

The aim of the study is twofold. First and foremost, what is explored is the mental ability and capacity of the students of B class to recognize the type of linear motion or immobility depending on the form of representation which is given to them in the task. Secondly and of equal importance, the mental ability of translation is looked into, namely effortless translation of the concept from one system of representation to the next. We investigate, in particular, how much this translation depends on the type of initial representation of the notions of Kinematics. More specifically, we inspect whether the students demonstrate an ability to translate a virtual (stroboscopic) representation into a verbal one, a graph of position-time (x-t) into a verbal representation, a graph of velocity-time (υ-t) into a verbal one, a representation of a table of position-time values (x-t) into a verbal one, a representation of a table of velocity-time (υ-t) values into a verbal one, a representation of an algebraic equation of position-time (x-t) into a verbal form, a representation of an algebraic equation of velocity-time (υ-t) into a verbal form.

2 Methodology

2.1 Description of the method

For the analysis of the data Implicative Statistical Analysis by Gras (Gras et al., 1997) and Lerman (Lerman, 1981) was used, in particular, the similarity tree, the cohesion tree, and the implicative graph. Implicative Statistical Analysis (ASI) was developed by Régis Gras to be applied in the Didactic of Mathematics (Gras, 1979). Since ()Régis Gras worked on his PhD, a great deal of research has been published concerning different paths of theory development (Gras, & Couturier, 2013; Gras, Couturier, Blanchard, Briand, Kuntz, & Peter, 2004; Gras, Regnier, & Guillet, 2009; Gras, Régnier, Marinica, & Guillet, 2013). Thus the method has evolved considerably and has been applied to a wide range of data such as education; physics; pedagogy; psychology; mathematics; medicine etc.The scope of the current study is the application of Implicative Statistical Analysis method to the field of Kinematics and not method development. For this reason, the analysis of the data collected in this study was carried out using the software C.H.I.C. (Gras et al., 2008).

2.2 Research Sample

In the research 100 students of Class B (16-17 years old) took part, who came from four Senior High Schools of Thessaloniki. From these, 51 were boys and 49 girls. 39 attended exact sciences courses (it is called exact sciences direction in the Greek education system), 26 students attended humanities courses (humanities direction) and 35 attended technology courses (technology direction).

2.3 The test and the success rates of the tasks

The test completed by the students consists of 7 tasks, which dealt with the notions of uniform linear motion, non- uniform linear motion and finally immobility. The tasks are coded with the capital letter T (variable referring to tasks), then comes the number of the exercise and the letter that follows stands for the sub question of the exercise. Task completion was graded as follows: 1=correct translation/answer, 0= wrong answer or no answer. Subsequently, we have the description of each task and the presentation of the students' success rates in each task.

Task 1: In the first task four stroboscopic representations (strobophotographies) are given. Three of them have to do with the two types of linear motion (uniform linear motion and *non*-uniform linear motion) and the fourth with immobility (figure 1). More specifically, the motion history is imprinted with traces in a stable "time pace" as follows:

Figure 1: Stroboscopic representations

What was asked:

(T1A)What is **immobile** is ……, (T1B) What is **accelerated** is …….., (T1C) What is **decelerated** is ……(T1D) What moves with **constant velocity** is …….

Task 1 examines the ability of translation of a virtual/stroboscopic representation into a verbal one. Success rates for sub-tasks T1A (immobility is represented by answer (D)), T1B (uniformly accelerated linear motion is represented by answer (B)), T1C (uniformly decelerated linear motion is represented by answer (C)), T1D (the uniform linear motion is represented by answer (A)), and is 98% (98), 81% (81), 77% (77) and 93% (93) respectively. From the results it is obvious that the highest failure rate refers to the stroboscopic distinction of the uniformly decelerated linear motion, while it is high in the stroboscopic distinction of the uniform linear motion, and of immobility.

Task 2: In the second task four position-time graphs are given, from which the student is asked to estimate the slope in each of them so as to perceive whether and how the measure of velocity is modified and thus answer on the type of linear motion depicted in each case (figure 2). At this point we mention that, in diagrams x-t, the slope represents velocity.

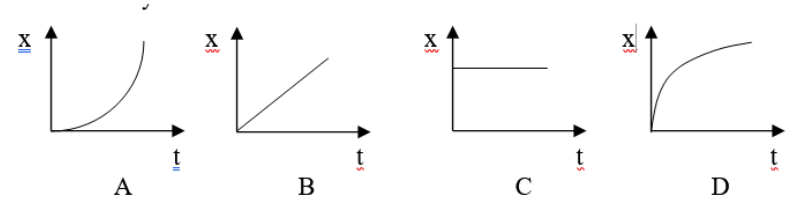


Figure 2: Graphs position-time

The students had to discern: (T2A) What is **immobile is …..,** (T2B) What **accelerates** is …….., (T2C) What decelerates is ….., (T2D) What moves with **constant velocity** is …….

Task 2 examines the ability to translate a position-time (x-t) graph into a verbal one. For tasks T2A (the correct answer is (C)) where we have zero slope, because on a straight horizontal line we have no change of angles, therefore zero velocity and therefore immobility), T2B (the correct answer is (A), where the graph is of a form of $x=\alpha t+\beta t2$, where $\alpha,\beta>0$, that is a parabola with the curving upwards, so it has a positive slope and

thus we have uniformly accelerated linear motion), T2C (the right answer is (D)where the graph takes the form of $x=\alpha t-\beta t^2$, where $\alpha,\beta>0$, namely parabola with the concaves downwards and the motion is consequently uniformly decelerated linear motion), T2D (the correct answer is (B)), where the graph is of $x=\alpha t$ form, the slope is stable so we have uniform linear motion, and therefore constant velocity) the success rates, are 72% (72), 75% (75), 68% (68) and 82% (82) respectively. From the success rates it is clear that the strongest weakness (of a relatively small number of students) refers to the distinction of the position-time diagram (x-t) of the uniformly decelerated linear motion, while the success rate is high in the distinction of the constant velocity case.

Task 3: In task 3 there are four velocity – time graphs, where the student must focus his/her attention on the modification (increase or decrease) or otherwise of the measure of velocity in each one of these, so that he/she recognizes the type of linear motion depicted in each case (figure 3).

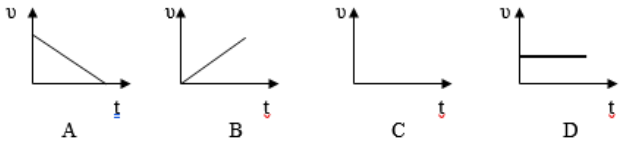


Figure 3: Velocity-time graphs

The subtasks were: (T3A) What is always **immobile** is …….., (T3B) What **accelerates** uniformly is (T3C) What **decelerates** uniformly is …….., (T3D)

What moves with **constant velocity** is ……..

Task 3 investigates the translation ability of a graphic representation into a verbal one. For tasks T3A (the right answer is (C)), because velocity is modified with time, therefore we have uniform linear motion), for T3B (the right answer is (B), because velocity increases linearly with time, so we uniformly accelerated linear motion), for T3C (the right answer is (A), because velocity decreases linearly with time, according to the equation $\upsilon=\upsilon_0-at$, so we have uniformly decelerated linear motion), and for T3D (the right answer is (D), because velocity is not modified with time, therefore we have uniform linear motion) the success rates are 89% (89) 83% (83), 86% (86) and 82% (82) respectively. From the success rates, we understand that the strongest weakness lies in the distinction of the diagram velocity-time (υ-t), constant velocity and uniformly decelerated linear motion, while it is quite strong in the case of the distinction of immobility. High rates of success are observed, a fact which denotes that students perceive more easily the form of motion when it is described in a diagram of velocity-time (υ-t), compared to a diagram of position-time (x-t).

*Task 4***:** In the fourth task we receive in the form of a table (table 1) the rates of position (x) of four mobile objects for every second of their motion for a duration from 0-4s. After observing these rates the student has to answer by matching every mobile with the type of linear motion it performs. What the student needs to comprehend is the modifications of the magnitude of position (x) for every second of the motion (rates of change) so as to draw conclusions on the measure of velocity.

t(s)	x_A(m)	x_B(m)	x_c(m)	x_D(m)
0	5	0	0	0
1	5	1	9	5
2	5	4	1	10
3	5	9	21	15
4	5	16	24	20
5	5	25	25	25

Table 1: Rates of position (x)-time (t) of four mobiles

The subtasks were: (T4A) What is **immobile** is ……, (T4B) What **accelerates uniformly** is……., (T4C) What **decelerates uniformly** is …….., (T4D).
What moves with **constant velocity** is ……..
Task 4 explores the translation ability of a representation of a table of rates of position – time (x-t) into a verbal one. For tasks T4A (the right answer is (A), because the position is not modified with time, therefore we have immobility), for T4B (the right answer is (B), because space is modified according to the equation x=$\frac{1}{2}at^2, \mu\varepsilon\ a=2$, so we have uniformly accelerated linear motion), for T4C (the right answer is (C), position is modified according to the equation x=$v_o t-\frac{1}{2}at^2, \mu\varepsilon\ a=2$, so we have uniformly decelerated linear motion), and for T4D (the right answer is (D), the position is modified according to the equation x=$vt, \mu\varepsilon\ v=5$) the success rates are 79% (79), 29% (29), 32% (32) and 56% (56) respectively. It is proved, consequently, that matching the rate of position change, namely of velocity, with the type of motion constitutes a cognitive obstacle for the students. In particular, this rate when not constant, that is when velocity changes, confirming that the notion of instant velocity υ= $\frac{dx}{dt}$, with dt->0, practically equals an instant, the students have exceptional difficulty. Perhaps, the students compare the values of position; they may use, that is, the formula υ= $\frac{x}{t}$ and not the equivalent modifications of these, namely the formula υ=$\frac{\Delta x}{\Delta t}$, [confusion between Position x which is a vector quantity, and Displacement Dx, and also between Displacement Dx which is a vector quantity and Space S which is a scalar quantity)].

Task 5: In the fifth task students are presented with a table (table 2) of the velocity rates (υ) of four mobiles in every second of their motion for the duration of 0-4s. Having observed these rates the students must answer – match every mobile with the type of linear motion it performs.

t(s)	υ_A(m/s)	υ_B(m/s)	υ_C(m/s)	υ_D(m/s)
0	5	0	10	0
1	5	0	8	2
2	5	0	6	4
3	5	0	4	6
4	5	0	2	8
5	5	0	0	10

Table 2: Rates of velocity (υ)-time (t) of four mobiles

The subtasks were: (T5A) What is immobile is ……., (T5B). What accelerates uniformly is ……., (T5C). What decelerates uniformly is……., (T5D). What moves with constant velocity is …… Task 5 examines the ability to translate a representation of a

table of velocity values into a verbal representation. For task T5A (the correct answer is (B), because we have zero velocity, thus inertia), for T5B (the correct answer is (D), where we have uniformly accelerated linear motion with an increased rate of 2), for T5C (the correct answer is (C), where we have uniformly decelerated linear motion with a decreasing rate of 2), for T5D (the correct answer is (A), where we have constant velocity and consequently uniform linear motion) the success rates are 90% (90), 80% (80), 82% (82) and 92% (92) respectively. From the success rates it becomes obvious that the quantity of velocity is a concept more intelligible for the students, more graspable if they happen to use it as a notion to distinguish the type of motion. This means that velocity as a concept constitutes a more intelligible criterion for the students concerning the distinction of the type of motion. In the cases of T5B and T5C, a relatively small failure percentage occurred, which might be due to the comparison of the values of instant velocity and not their modification, where the criterion must be the modification of the measure of velocity.

Task 6: Four different algebraic **equations of position (x) – time (t)** are given which have to do with three motions and one immobility. The equations (with quantities calculated in the S.I.) were:

A: $x_A = 5 \cdot t$, B: $x_B = t^2$, C: $x_C = 10 \cdot t - t^2$, D: $x_D = 5$
The subtasks were :
(T6A) What is **immobile** is ……., (T6B). What **accelerates** uniformly is ……., (T6C). What **decelerates** uniformly is……., (T6D). What moves with **constant velocity** is …… Task 6 examines the ability to translate representations in the form of algebraic equations of position-time into verbal form. For task T6A (the right answer is (D), and in this case we have immobility), for T6B (the right answer is (B), because the position is adjusting according to the equation $x=\frac{1}{2}\boldsymbol{at^2},\ \boldsymbol{with\ a=2}$, meaning that the position is a quadratic function with time and so it results in uniformly accelerated linear motion), for T6C (the position is changing according to the equation $x=\boldsymbol{v_o t-\frac{1}{2}at^2},\ \boldsymbol{with\ a=2}$, and therefore we have uniformly decelerated linear motion), for T6D (the right answer is (A), because the position is changing in line with equation $x=\upsilon t$, with $\upsilon=5$, meaning that the position is a first degree function with time and thus we have uniform linear motion), the success percentages are 45% (45), 42% (42), 81% (81) and 38% (38). The success rates when distinguishing immobility uniformly accelerated linear motion and constant motion is under 50%. What is clear is that more than half of the students fail to provide the right answer, and do not perceive the natural content of the equations of the motion in relation to their mathematical form. This means that they cannot make the connection between the physics formulae and the functions formulae. On the contrary, when distinguishing uniformly decelerated linear motion the success rate of the students amounts to 81%. This high rate of success in the subtask T6C is probably due to the negative sign of the equation $x_C = 10 \cdot t - t^2$ which leads to the conclusion of the deceleration of motion C.

Task 7: In the seventh task four different **algebraic equations of velocity (υ)- time (t)** concerning three motions and an immobility are given. The equations (with quantities measured in S.I) were:

A: $\upsilon_A = 2 \cdot t$, B: $\upsilon_B = 5$, C: $\upsilon_C = 10 - 2 \cdot t$, D: $\upsilon_D = 0$
The subtasks were:
(T7A) What is **immobile** is ……., (T7B) What **accelerates** uniformly is ……., (T7C) What **decelerates** uniformly is…., (T7D) What moves with **constant velocity** is ……

Task 7 explores the ability to translate representations in the form of algebraic equations of velocity – time into verbal form. For tasks T7A (the proper answer is (D), the equation is υ = 0, showing that the measure of velocity equals zero, therefore, we have immobility), for T7B (the right answer is (A), because the velocity equation υ= α·t is a primary function of velocity), for T7C (the proper answer is (C), the equation of velocity υ= 10 - 2·t is if the form of υ=υο - α·t, and shows that the measure of velocity is decreasing in relation to time and thus we get uniformly decelerated linear motion) and for T7D (the correct answer is (B), because the velocity equation υ=5 means that velocity is constant and therefore we have uniform linear motion) the success rates are 78% (78), 73% (73), 77% (77) and 82% (82) respectively.

These percentages, which represent matching different algebraic equations of velocity (υ) – time (t) of three motions and one immobility are lower compared to representations of velocity in the form of values of a table and graphs. This shows that motion equations are a more complex form of representation, and this in turn, demonstrates once more the weakness to match formulae with concepts of kinematics.

3 Results

Results showed a differentiation in the handling ability of each type of representation. More specifically, representation in the form of a table of values of velocity- time (task T5), the stroboscopic representations (task T1) and the representation with graphs of velocity-time (task T3) gathered the biggest number of correct answers with very little difference among them. On the other hand, the representations, which refer, in whatever way, to the quantity, magnitude position display evidently lower success rates, with the lowest being those of the table of position-time values (task T4) and similar to those of the position-time equations (task T6). These results are in complete agreement with the paper of Anastasiadou et al. (2013). While investigating the performance of the students having as a criterion the successful recognition of the type of motion or immobility through their different representations, the following classifications occurred.

Immobility: The descending success line of the subtask of immobility (TiA) is the following: The descending success line for tasks T1A (Stroboscopic representation), T5A (Representation of a table of x-t values), T7A (Representation of Equations υ-t), T2A (Formula of representation of x-t diagram) and T6A (Representation of x-t Equations) is 98%, 90%, 83%, 79%, 78%, 72% and 45% respectively. Immobility can be easily perceived stroboscopically but its perception is harder when given in the form of position equation (x=stable) when quite a few students conceive of it as a uniform linear motion (confusion between position-velocity).

Uniformly accelerated linear motion: The declining line of success of the subtask of uniformly accelerated linear motion (TiB) is the following: For T3B (Representation type of diagram υ-t), T1B (Stroboscopic representation), T5B (Representation of table υ-t), T2B (Representation formula of x-t diagram), T7B (Representations of υ-t Equations), T6B (Representation of x-t Equations) and T4B (Representations of x-t values table) the descending success line is 86%, 81%, 80%, 75%, 73%, 42% and 29% respectively. The diagram of a velocity-time offers a quite clear picture of the type of motion to the students, the same does not hold, however, for the table of position-time values where students focus their attention on compare absolute rates of position and not their constant

modification. This results in the students answering wrongly because they are led to comparing instant velocities of different mobiles and not of the same mobile.

Uniformly decelerated linear motion: The descending line of success of the subtask of uniformly decelerated linear motion TiG is as follows: For T3C (Representation of υ-t diagram), T5C (Representation of table of υ-t values), T2C (Representation of x-t diagram), T6C (Representation of x-t Equations), T1C (Stroboscopic representation), T7C (Representation of υ-t Equations) and T4C (Representation of table of x-t rates) the declining line of success is 89%, 82%, 82%, 81%, 77%, 77% and 32% respectively. Success in this particular subtask is equivalent to the previous with the exception of the representation in the form of x-t motion equations, where the presence of a negative sign gives the sense that something "is decreasing".

The uniform linear motion: The descending line of success of the subtask of uniform linear motion (TiD) is the following: For T1D (Stroboscopic representation), T5D (Representation of table of υ-t values), T3D (Representation of υ-t diagram), T7D (Representation of υ-t Equations), T2D (Representation of x-t diagram), T4D (Representation of table of x-t rates) and T6D (Representation of x-t Equations) the declining line of success is 93%, 92%, 82%, 82%, 68%, 56% and 38% respectively. It is confirmed that the velocity representations display, generally, higher success rates compared to those of position. Once more it appears that position equations do not acquire a particular natural meaning and at the same time are intractable for students.

The similarity tree: In the similarity tree (figure 4) groupings of tasks are presented based on the answers of students of A class. Similarities in bold are important in a level of significance of 99%. In the similarity tree (figure 4) three distinct similarity groups are presented (Group A, Group B, Group C). The first similarity group (Group A) refers to relations of similarity among variables (T1A–T1D–T1B–T1C) (similarity: 0.682388) of task 1, referring to matching stroboscopic representations of the notion "position" with the type of motion and demonstrate the similar tactics of the students in dealing with and perceiving the phenomenon of motion through the information they derive from the quantity of the position. In particular, similarity T1A-T1D (similarity: 0.730696) displays the similar tactics of the students to handle and understand the phenomenon of immobility and of constant motion in stroboscopic motion. Their success percentages are equally high, 98% and 93% respectively. The strongest similarity in the first group, group A, is between the variables T1B-T1C (similarity: 0.964747), which refer to the stroboscopic distinction between uniformly accelerated linear motion and uniformly decelerated linear motion.

The second group (group B) refers to similarity relations among variables (T2A-T2D-T6A- T6D-T6B-T6G-T2B-T2G, T4A-T4B-T4D-T5B-T5G, T7A-T7D-T7B-T7G). The first sub-subgroup of Group B (T2A-T2D-T6A-T6D-T6B-T6G-T2B-T2G) denotes task 2, which examines the ability to translate a position-time (x-t) graph into a verbal one and in task 6, which investigates the ability to translate representations of algebraic position-time equation form into verbal form. Between questions T2A and T2D, which graphically represent immobility and constant velocity in position-time (x-t) diagrams the strongest similarity is observed (similarity: 0.998372, that is almost 1) and it is clear that students demonstrate similar ability to translate representations both in immobility and in constant motion. Similarity among variables T2A, T2D and T6A is very strong (similarity: 0.967579) and among variables T2A, T2D, T6A and T6D also (similarity:

0.90112),concerning the translation of representation of position-time (x-t) diagrams and representations of position (x) – time (t) algebraic equations in immobility and in constant motion, where success rates, though, are among the lowest observed.

The similarity between the questions containing algebraic equations of position (x) – time (t) (T6B T6G) is remarkable since it amounts to 0.956226 (similarity: 0.956226) as is also the case of similarity between diagrams of position-time (T2B T2G) (similarity: 0.969321).

The second sub-subgroup of Group B, (T4A-T4B-T4D-T5B-T5G) refers to task 4 which explores the ability to translate a representation of a table of position (x)- time (t) values into a verbal one and in the task 5, which examines the ability to translate a representation of a table of velocity (υ)- time (t) values.

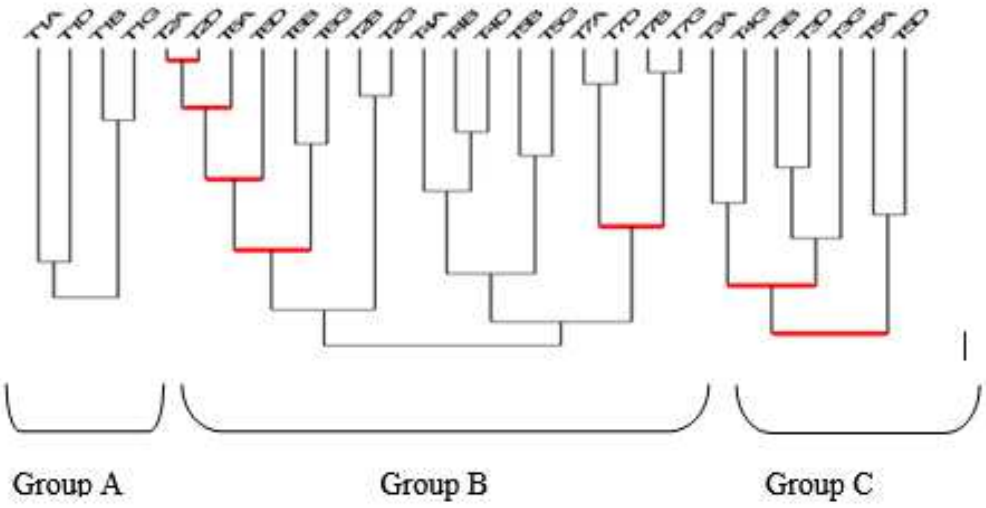


Figure 4: Similarity Tree

Among questions T4A, T4B and T4D there is significant similarity (similarity: 0.898375) and it denotes that the students display similar process of translating a representation of a table of position (x)- time (t) values into a verbal one in immobility, in uniformly accelerated linear motion and in constant motion. Remarkable is the similarity between questions T5B and T5G (similarity: 0.946326) which contain representations of a table of velocity (υ)- time (t) values in uniformly accelerated linear motion and in uniformly decelerated linear motion. The similarity of all the second sub-subgroup T4A-T4B-T4D-T5B-T5G (similarity: 0.694885) is significant.

The similarity of the third subgroup T7A-T7D-T7B-T7C, of group B, which deals with all the subquestions of task 7, which refer to representations of algebraic equations of velocity-time, υ-t, displays a high value (similarity: 0.862092), confirming thus, that students interpret velocity equations in the same way, either in immobility, or in uniformly accelerated linear motion and uniformly decelerated linear motion.

The third group (Group C) refers to similarity relations among variables (T3A-T4G-T3B T3D- T3G, T5A-T5D) from which the variables T3i concern the matching of velocity-time (υ-t) graphs with the type of motion, T4G, which examines the ability to translate a representation of a table of position (x)- time (t) values into a verbal one in the case of uniformly accelerated linear motion and finally T5A and T5D, which contain

representations of a table of velocity (υ)- time (t) values in immobility and in constant motion.

More explicitly, the first subgroup of Group C, T3A-T4G-T3B-T3D-T3G has a relatively considerable similarity (similarity: 0.690867). Extremely noteworthy is the similarity between variables T3B and T3D (similarity: 0.943364), which represent graphically the uniformly accelerated linear motion and the uniform motion in x-t diagrams, and they showed similar success rates, 86% and 82% respectively. Significant is the similarity among variables T3B-T3D-T3G (similarity: 0.822345), which also include the case of uniformly decelerated linear motion.

The second sub-subgroup of Group C, T5A-T5D, shows strong similarity (similarity: 0.88834) and lets us see the similar handling / solution of representations of immobility and uniform linear motion in the table of velocity (υ) –time (t) values.

The similarity however, of the whole Subgroup C (T3A-T4G-T3B-T3D-T3G-T5A T5D) is low (similarity: 0.279504), which denotes that they negotiate every subtask, T3i, within the framework of that particular task 3 and the two subtasks T5i of task 5.

The first similarity group, Group A is not linked with a strong relationship with the other two similarity groups Group B and Group C, a fact which indicates that all the subquestions of the exercises of Group A (T1i) (which represent the notion of position in the stroboscopic representation), the tasks of group B, which includes all the subquestions of T2i, (which represent the notion of position in position (x)- time (t) graphs), all the subquestions of T6i, (which represent the concept of position in position (x) – time (t) algebraic equations), the subquestions T4A, T4B, T4CG (which represent the notion of motion in a position (x) – time (t) table), and the tasks of Group C, which includes all the subquestions of the task T3i, the subquestion T4G (which represents decelerated motion in the position (x) – time (t) table) and two subquestions of the exercise T5i, T5A and T5D (which represent immobility and uniform motion in the table of velocity (υ) –time (t) values) are not interrelated. This means that there is no communication among the different fields of representations namely in the different forms of representations such as diagrams of position, velocity, tables of values of position, velocity, snapshots of motions – simiograma and algebraic equations of *the* position and motion of the concepts of linear motion. A finding, which agrees with the results of the research of Anastasiadou et al. (2013).

The cohesion tree: In the cohesion tree (figure 5) implicative relationships among variables are presented in order of significance. Moreover, in the cohesion tree we can see the direction of these relationships. The implications in red color are important in a level of significance of 99%.

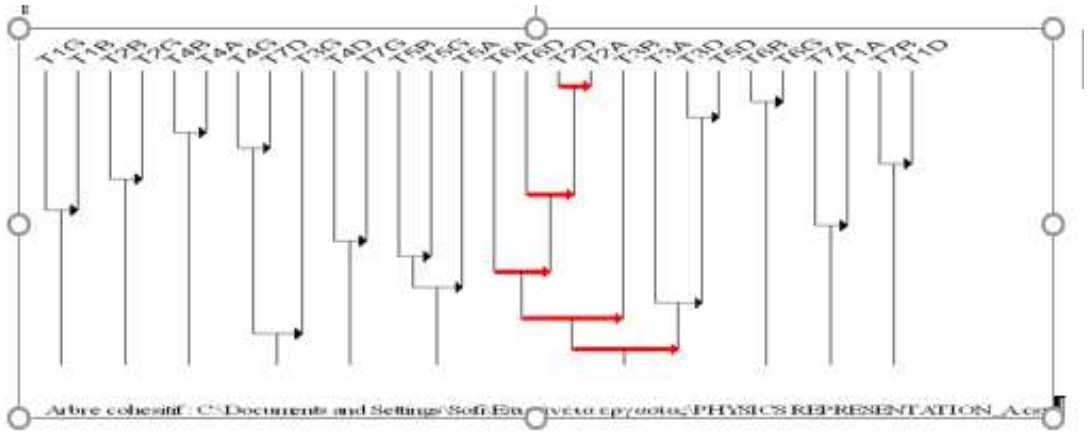


Figure 5: Cohesion tree

The first hierarchic group refers to tasks T1G –T1B (cohesion: 0.974), where the success in the comprehension of the notion of uniformly decelerated linear motion from the equivalent stroboscopic representation, task T1G, results in *a* successful understanding of the concept of uniformly accelerated linear motion from the matching stroboscopic representation, task T1B.

For tasks T2B –T2G (cohesion: 0.994) succeeding to grasp the notion of uniformly accelerated linear motion from the corresponding position diagram, task T2B, leads to successfully understanding uniformly decelerated linear motion matching it to the corresponding position diagram, task T2C.

For tasks T4B –T4A (cohesion: 0.999) succeeding to perceive the concept of uniformly accelerated linear motion from the table of position values, task T4B, results in succeeding to grasp the concept of immobility from the same table of values, task T4A.

For tasks T4G–T7D-T3G (cohesion: 0.792) succeeding to understand the notion of uniformly decelerated linear motion from the table of position values for task T4G leads to successfully perceiving the concept of uniformly decelerated linear motion from the algebraic form/equation where it is assigned, task T7D (cohesion: 0.999), and they lead to the successful transition of the representation of velocity graphs into verbal representation, task T3G (cohesion: 0.972)

For tasks T4D-T7G (cohesion: 0.947) successfully grasping the concept of uniform linear motion from the table of position values for task T4D implies the real comprehension of the concept of uniformly accelerated linear motion from the algebraic form of velocity equations, task T7C.

For tasks T5B-T5G-T5A (cohesion: 0.899) succeeding to grasp the concept of uniformly accelerated linear motion from the table of velocity values for task T5B implies the successful comprehension of the concept of uniformly decelerated linear motion from the *sn*apshot of motions for task T5G (cohesion: 0,926) which in its turn, implies the successful recognition of immobility from the same table, task T5A (cohesion: 0.901)

For tasks T6A-T6D-T2D-T2A-T3B-T3A-T3D-T5D (cohesion: 0.661) the successful transition of algebraic representation of position-time, x(t), into verbal in the sixth exercise of solving a matching problem on the type of motion, as it results from the position equation means the successful transition of the position(x)-time (t) graph into a verbal representation in the second exercise. The latter, in turn, implies the successful

transition of a graphical representation of velocity (υ)-time (t) into a verbal one in the third exercise, which implies the successful comprehension of the concept of uniform motion from the table of velocity (υ)-time (t) values, task T5D. The higher cohesion appears between variables T2D and T2A (cohesion: 1) while cohesion among variables T6D, T2D and T2A (cohesion: 0.988) is also noteworthy, as well as the cohesion among T6A, T6D, T2D and T2A (cohesion: 0.922). Significant is also the cohesion among variables T6A, T6D, T2D, T2A and T3B (cohesion: 0.832). The cohesion between variables T3D-T5D is perfect (cohesion: 1) and among variables T3A-T3D-T5D it is significant (cohesion: 0.884). In particular, for tasks T3A-T3D-T5D (cohesion: 0.884) success in the comprehension of the concept of immobility from the velocity diagram for task T3A implies success in understanding the notion of uniform motion from the same type of representation for task T3D and consequently implies success in the comprehension of the concept of uniform motion from the table of velocity values, task T5D.

For tasks T6B-T6C (cohesion: 1) succeeding in grasping the concept of uniformly accelerated linear motion from the position equation for task T6B implies succeeding in comprehending the concept of uniformly decelerated linear motion from the corresponding equation for task T6C.

For tasks T7A-T1A (cohesion: 0.952) success in comprehending the concept of immobility from algebraic form / equation, task T7A, implies grasping the notion of uniform motion given the corresponding type of representation, task T1A.

Finally, for tasks T7B-T1D (cohesion: 0.999) achieving comprehension of the notion of uniformly accelerated linear motion from algebraic form / equation, task T7B, implies success in the comprehension of the concept of uniform motion from the corresponding stroboscopic representation, task T1D.

The implicative graph: The implicative graph displays the implicative relationships among variables (figure 6). In more detail, in the first implicative chain (T4B->T5B,T4C->T5C->T5A->T5D), the acquisition of the concept of uniformly accelerated linear motion by means of the table of position-time values for task T4B implies success in the comprehension of the concept of uniformly accelerated linear motion by means of the table of velocity (υ)-time (t) values, for task T5B and success in the comprehension of the notion of uniformly decelerated linear motion by means of the table of velocity (υ)-time (t) values, for task T5C, which in turn implies the successful recognition of immobility by means of the same table of velocity (υ)-time (t) values, task T5A and consequently implies achieving to comprehend the notion of uniform motion through the table of velocity (υ)-time (t) values, task T5D.

In the second implicative chain (T4B->T4C->T2B->T2C) understanding the notion of uniformly accelerated linear motion by means of the table of position-time values for task T4B implies comprehending the concept of uniformly decelerated linear motion by means of the table of position-time values for task T4C, which implies success in the concept of uniformly accelerated linear motion by means of the corresponding position-time diagram, task T2B, which implies achieving to grasp the notion of uniformly decelerated linear motion matching it to the corresponding position-time diagram, task T2C.

In the third implicative chain (T4B->T4C->T3D->T3A,T3B,T3C, T3C->T5D), comprehending the notion of uniformly accelerated linear motion by means of the table

of position-time values for task T4B implies understanding the concept of uniformly decelerated linear motion by means of the table of position-time values for task T4C, which in its turn implies achieving to grasp the notion of immobility through the velocity (υ)-time (t) diagram, for task T3A, also achieving to comprehend the transition of the representation of velocity (υ)-time (t) graphs of accelerated motion into verbal in the task T3B. The implication T3C->T5D demonstrates that success in the task T3C, regarding decelerated motion in the velocity (υ)-time (t) diagram, implies success in comprehending the notion of uniform motion by means of the table of velocity (υ)-time (t) values, task T5D.

In the fourth implicative chain (T4B->74C->T4D->T4A,T7B) recognizing the concept of uniformly accelerated linear motion by means of the table of position-time values for task T4B implies understanding the concept of uniformly decelerated linear motion by means of the table of position-time values for task T4C, which in its turn implies achieving to grasp the notion of uniform motion using the table of position-time values for task T4D,which deals with immobility through the table of position-time values, which implies success in the task T4A, regarding immobility by means of the table of position-time values and the comprehension of the notion of uniformly accelerated and decelerated linear motion deriving from the algebraic form of velocity-time equations in the task T7B.

In the implicative chain T4B->T2D->T2A->T5D understanding the notion of uniformly accelerated linear motion by means of the table of position-time values for task T4B implies success in comprehending uniformly accelerated linear motion with the help of position-time graphical representation in task T2D, which is accompanied with succeeding to translate immobility from the same type of representation in task T2A, which also implies the success in grasping the concept of uniform motion by means of the table of velocity (υ)-time (t) values, task T5D.

In the implicative chain T6D->T6B->T6A->T2D->T2A->T5D success in task T6D of the position – time equation in uniform motion implies success in the task T6B of position-time equation of uniformly accelerated linear motion, which means success in translating representations of position-time algebraic equation into verbal form, concerning uniform motion in task T6A, which implies successfully understanding of uniform linear motion by means of position-time graphical representation in task T2D, which is accompanied by the successful translation of immobility from the same type of representation in the task T2A, having to do with the position-time graphical representation, which implies success in the comprehension of the notion of uniform motion with the help of the table of velocity (υ)-time (t) values, task T5D.

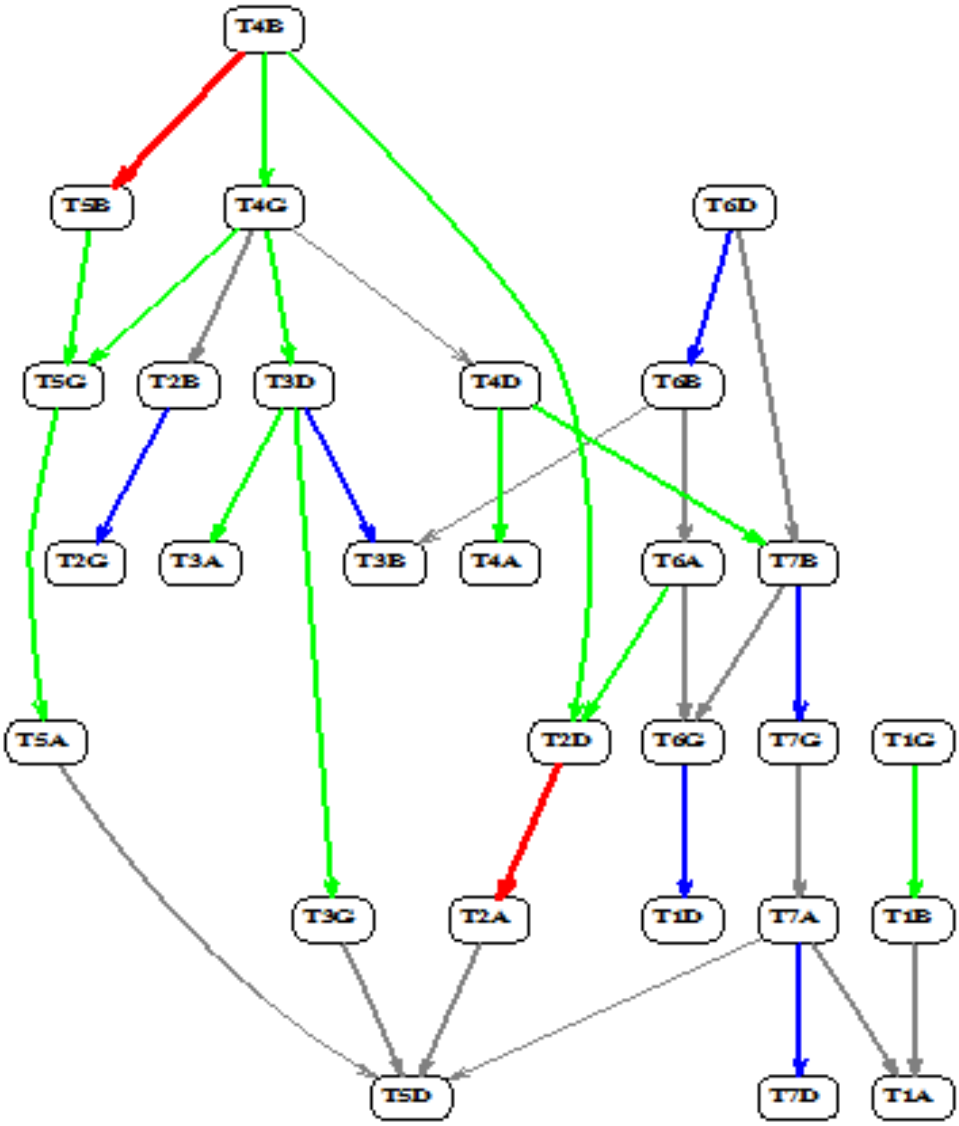


Figure 6: Implicative graph

In the implicative chain (T6D->T6B->T6A, T6A,T7B->T6C->T1D) success in task T6D of position-time equation in uniform motion implies success in task T6D, which implies the proper translation of representations in the form algebraic equations of position – time in immobility, in the task T6A. The implicative relationships T6A,T7B ->T6C->T1D show that *the* correct translation of representations, in the form of algebraic equations of position – time, into verbal form, in the task T6A and successfully grasping the concept of uniformly accelerated linear motion by means of algebraic form of velocity (υ)-time (t) equations in task T7B, to which they correspond, they imply the successful transition of the algebraic representation into verbal in solving the problem of corresponding of uniformly decelerated linear motion from the position equation in task T6C, which finally, implies success in comprehending the notion of uniform motion from the corresponding snapshot, task T1D.

In the implicative chain (T6D->T7B->T7C->T7A->T5D,T7D,T14) success in task T6D of position-time equation in uniform motion implies success in comprehending the notion of uniformly accelerated and decelerated linear motion by means of algebraic form of

velocity (υ)-time (t) equations, to which they correspond, that is Tasks T7B and T7A, which imply successfully understanding the concept of uniform motion and immobility with the help of algebraic form/equation in task T7D and successful grasping of the notion of immobility given the corresponding type of representation, task T1A.

Finally, implicative relationships T1C->T1B->T1A demonstrate that success in task T1C in the stroboscopic representation of the uniformly decelerated linear motion implies success in the task T1B of uniformly accelerated linear motion, which implies the success of immobility in this particular representation in the task T1A.

4 Conclusions

This research conducted during the academic year 2013-14, attempted to investigate the cognitive abilities and skills of students of B class of Senior High School regarding concepts of Physics, such as those of linear motion, taught in the A class of Senior High School. More specifically, the abilities of the students were explored, *thus* allowing them to move from one form of representation of concepts of linear motion to another with ease. For the students of Thessaloniki participating in the research, success in the translation of one type of representation into another does not imply successful translation of the same concept to another form. The results analysis displayed, among other things, that students demonstrate high levels of success in iconic representation, namely the sensitization of the linear motion phenomenon in relation to the other tasks, which deal with mathematical elaboration. Success was also high in the tasks concerning the tables of velocity (υ)-time (t) values and the diagrams of velocity (υ)-time (t). On the contrary, students' performance was low in the tasks of position-time equations, in the tables of position(x)-time(t) values and the position(x)-time(t) diagrams. Basic cause of the students' failure is the fact that the mathematics of physics precede*s* the Mathematics of C Lyceum. In fact, the mathematical concepts of slope in the quadr*at*ic equation and in particular the concept of the parabola, the notions of concave and convex, of the limit, of the differential, are taught later. Consequently, the difficulties, which are due to the mathematical approach of the phenomena of kinematics, in relation to the difficulties in the notional approach of the concepts constitute a fundamental issue.

References

[1] Anastasiadou, S., Fotiadis, K. (2013), Implicative Statistical Analysis in moves representation From High School students. *Data Analysis Bulletin,* vol. 14, 21-30.

[2] Gras, R., P. Peter, H. Briand, & J. Philippé. *(1997),* Implicative Statistical Analysis. *In C. Hayashi, N. Ohsumi, N. Yajima, Y.* Tanaka, *H. Bock, Y. Baba (Eds.).* Proceedingsofthe5th Conference of the International Federation of Classication Societies, Volume 2, pp.412-419. Tokyo, Berlin, Heidelberg, New York : Springer-Verlag.

[3] Gras, R. (1979), Contribution étude expérimental et l'analyse de certaines acquisitions cognitives et de certains objectifs en didactique des mathématiques, Thèse de doctorat, l'Université de Rennes 1.

[4] Gras, R., & Couturier, R. (2013), Spécificités de l'Analyse Statistique Implicative par rapport à d'autres mesures de qualité de règles d'association. *Educação Matemática Pesquisa, 15*(2).

[5] Gras, R., Couturier, R., Blanchard, J., Briand, H., Kuntz, P., & Peter, P. (2004), Quelques critères pour une mesure de qualité de règles d'association. *Revue des nouvelles technologies de l'information RNTI E-1,* 3-30

[6] Gras, R., Regnier, J. C., & Guillet, F., (2009), *Analyse statistique implicative : Une* méthode d'analyse de données pour la recherche de causalités (p. 510). Cépaduès Editions.

[7] Gras, R., Régnier, J. C., Marinica, C., & Guillet, F., (2013), L'analyse statistique implicative Méthode exploratoire et confirmatoire à la recherche de causalités (p. 522). Cépaduès Editions

[8] Gras R., Suzuki E., Guillet F. and Spagnolo F. (Eds) (2008), *Statistical Implicative Analysis*. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg.

[9] Lerman, C. (1981), Classification et analyse ordinale des données, Paris.

RECOMMENDED BASED ON ASYMMETRIC USER RELATIONS USING TIMP (TEMPORAL IMPLICATIVE) MEASURE

Hoang Tan NGUYEN[1], Hung Huu HUYNH[2], Hiep Xuan HUYNH[3] and Raphaël COUTURIER[4]

RECOMMENDATION BASÉE SUR DES RELATIONS D'UTILISATEURS ASYMÉTIQUES UTILISANT LA MESURE TIMP (IMPLICATION TEMPORELLE)

RÉSUMÉ

À l'ère de l'explosion de l'information, les systèmes recommandés sont devenus de plus en plus importants et populaires pour soutenir la prise de décision humaine. Dans les systèmes recommandés, les algorithmes de filtrage collaboratifs sont l'une des méthodes les plus populaires pour créer des recommandations. Dans les algorithmes de filtrage collaboratifs, une mesure de similarité joue un rôle crucial dans la formulation de la recommandation, selon laquelle la mesure populaire est utilisée aujourd'hui et tous symétriques et, par conséquent, l'effet par défaut d'une paire d'utilisateurs est le même. Cependant, dans la pratique, cela peut ne pas être vrai. Plus l'utilisateur est expérimenté, plus il est probable qu'il ait une plus grande influence que les moins expérimentés ou débutants, c'est-à-dire que l'interaction entre les deux utilisateurs est souvent asymétrique. Cette différence peut entraîner un biais dans les recommandations des systèmes de recommandation. D'autre part, la séquence de préférences de l'utilisateur peut changer avec le temps, ce qui peut affecter la qualité des recommandations. Dans cet article, nous proposons une nouvelle approche, en utilisant la mesure d'implication d'intensité avec le facteur de préférence de l'utilisateur au fil du temps dans le système de recommandation.

Mots-clés: *intensité d'implication, paillettes d'intérêt de l'utilisateur, asymétrique, TIMP, lcsis, asics.*

ABSTRACT

In the age of information explosion, the Recommender systems have become increasingly important and popular in supporting human decision-making. In the Recommender Systems, collaborative filtering algorithms are one of the most popular methods to create recommendations. In the collaborative filtering algorithms, a similarity measure plays a crucial role in making the recommendation, according to which, the popular measure be used today that are all symmetrical, and therefore the default, the effect of a pair of users is the same. However, in practice, that may not be true. The more experienced a user is, the more likely he/she is to have a greater influence than the less experienced or beginner, that is, the interaction between the two users is often asymmetric. This difference can lead to bias in recommendations of recommender systems. On the other hand, the user preferences sequence can change over time, that can affecting the quality of the recommendations. In this paper,

[1] Département de l'Information et de la Communication de la province de Dongthap, 12 rue de Tran Phu, ville de Caolanh, province de Dongthap, Vietnam, hoangntdt@gmail.com

[2] Université des Technologies de Danang, 54 rue de Nguyen Luong Bang, arrondissement de Lien Chieu, ville de Danang, Vietnam, hhhung@dut.udn.vn

[3] Université de Cantho, rue de 3/2, arrondissement de Ninhkieu, ville de Cantho, Vietnam, *hxhiep@ctu.edu.vn*

[4] Computer Science Laboratory of University of Franche-Comte (LIFC), IUT de Belfort-Montbeliard, BP 527, 90016 Belfort, France, raphael.couturier@univ-fcomte.fr

we propose a new approach, using the intensity implication measure with the user's preference factor over time in the recommender system.

Keywords: *implication intensity, user's interest sequence, asymmetric, TIMP, lcsis, acisis.*

1 Introduction

Today, the search engines in the internet are facing a challenging growing: it is difficult to select useful information for decision-making from a large number of data in a time. Recommender systems become extremely necessary tools and more widely used in electronic commercial, services, such as Banes & Noble[5], Amazon[6], Pandora[7], Netflix[8], Walmart[9], etc. The objective of recommender systems is to filter useful information from a large amount of information to be able to predict the appreciation that a user will give an item (such as products, services, goods, etc.) then recommended items consistent suitable for target users. In general, there are many solutions to the recommendation system Ricci, *et al.* (2011), Lescovec and Rajaraman (2014), Melville *et al.* (2002), in which collaborative filtering algorithms are one of the best approaches, because of its simplicity and ease of deployment, it only requires user behavior before, such as service item rankings, browsing history and purchased items, without requiring further knowledge. Algorithms collaborative filtering based on user calculate the similarity of users (Mingxin Gan, 2014) based on the records the user evaluation found that similar users have bought to make recommendations for the target users. The item-based collaborative filtering algorithms calculate the similarity between items and recommends almost similar items that the users has purchased (rated) for the target user. The similarity measures commonly used in the reacommender system are the measure of symmetry, Mingxin Gan (2014), Sarwar, *et al.* (2001) and Wang, *et al.* (2006). However, in practice, the effect of each user on another in a pair of users on an item may not be so, Because the more experienced user is greater influence than the less experienced or beginning user, but the opposite is not true. On the other hand, in recent year, information on time has attracted much interest among researchers, such as the champion team from the Netflix Award winners claiming that time information is very important in their methodology, Pedro G. Campos and *at el.* (2014) and Yehuda Koren (2009). Time information has also been introduced for the user's interest sequences (IS) model as an important factor to improve the recommendations, especially the order of change, Weijie Cheng and *et al.* Al (2016), etc. To contribute to solving the above problem, in this paper we propose an approach to build a new measure, using implication intensity measure and user's interests sequence over time. This paper is organized in five parts, the first introduces the problem to be solved and the purpose of the article, the second section gives a brief overview of relevant research issues such as statistical implication analysis, user's interest sequence over time, the third part proposes a new measure that is combined of implication intensity and user's interest sequences over time, followed by an example illustration, and finally the conclusion part.

5 www.barnesandnoble.com
6 https://www.amazon.com
7 www.pandora.com
8 https://www.netflix.com
9 https://www.walmart.com

2 Related Work

2.1 Statistical Implicative Analysis - SIA

Let E be a finite set of binary variables, A and B which are two subsets of E, are sets containing elements $a \in A$ such that $A(a) = true$ and $b \in B,$ such that $B(b) = true$, let $\bar{A}, \bar{B}$ are complement sets of A and B, respectively, call $n_a = Card(A), n_b = card(B)$ are the cardinality of A and B, respectively, $n_{\bar{a}} = card(\bar{A}), n_{\bar{b}} = card(\bar{B})$, respectively, are the cardinality of set $\bar{A}$ and sets $\bar{B}$ and $n_{a\bar{b}} = card(A \cap \bar{B})$ are the cardinality of set $A \cap \bar{B}$ that contains elements of $a = true$ and $b = false$ properties, $n_{a\bar{b}}$ is also called counter-example (or unlikeihook). Simultaneously choose the same and independent two subsets of X and Y with the same cardinality with A, B respectively, which means $card(X) = n_a$ and$card(Y) = n_b$. Let $\bar{X}$ and $\bar{Y}$, respectively, as the complement of X and Y in E and have corresponding cardinality is $n_{\bar{a}} = n - n_a$ and $n_{\bar{b}} = n - n_b$. The implication relationship between a and b is modeled in the statistical implication analysis as follows (Figure 1).

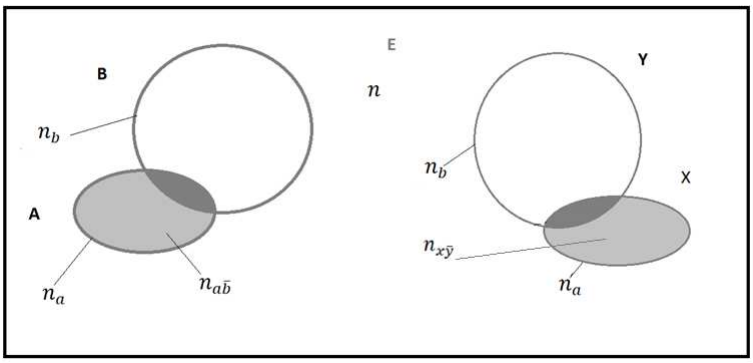


Figure 1 – Illustrative description of statistical implication analysis by Venn diagram.

The rule $a \rightarrow b$ is said to be admissible for a given threshold α if the probability of having the observed number of counter-examples $card(A \cap \bar{B})$ card(X ∩ $\bar{Y}$) greater than or equal to the expected number $card(X \cap \bar{Y})$ is less than or equal to α: $Pr\left[card\left(X \cap \bar{\bar{Y}}\right) \leq card(A \cap \bar{B})\right] \leq \alpha$. The distribution of $card(X \cap \bar{Y})$depends on random sampling, when X and Y are drawn by throw-in, the distribution is binomial, otherwise hypergeometric distribution is obtained, for a particular random extraction process, in which the elements appear dynamically, according to the execution stream of the transaction fills the database. This process stops when there is an element with a = true, and the element b with b = true. Assign $card(X \cap \bar{Y})$ to the random variable number of counter-examples in the process. Consider three hypotheses: (i) the waiting time for events (a and $\bar{b}$) are independent random variables, (ii) the number of events that occur in the interval [t, T + T] only depends on T, (iii) two events may not coincide, then the random variable $card(X \cap \bar{Y})$ follows the Poisson distribution P (λ) with $\lambda = \frac{n_a n_{\bar{b}}}{n}$. It is defined by (1)

$$\Pr[card(X \cap \bar{Y}) \leq card(A \cap \bar{B})] = \sum_{s=0}^{card(A \cap \bar{B})} \frac{\lambda^s}{s!} e^{-\lambda} \quad (1)$$

the observed value of $Q(a,\bar{b})$ in the experimental realization is denote by $q(a,\bar{b})$, the so-called implication index. It is defined by (2) :

$$q(a,\bar{b}) = \frac{n_{a\bar{b}} - \frac{n_a n_{\bar{b}}}{n}}{\sqrt{\frac{n_a n_{\bar{b}}}{n}}} \tag{2}$$

Under approximate conditions (for example $\lambda > 3$), $Q(a,\bar{b})$ is approximately N(0,1) distribution. The implication intensity $\varphi(a,b)$ Régis Gras, *et al.* (2008) of law $a \to b$ is defined by (3): `

$$\varphi(a,b) = 1 - \Pr\left(Q_p(a,\bar{b}) \le q_p(a,\bar{b})\right) = \begin{cases} 1 - \sum_{s=0}^{n_{a\bar{b}}} \frac{\lambda^s}{s!} e^{-\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{q(a,\bar{b})}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \text{, if } n_b < n \\ 0, \ otherwise \end{cases} \tag{3}$$

Implication rule $a \to b$ is admissible for a given threshold α if $\varphi(a,b) \ge 1 - \alpha$. It should be noted that this implicative relationship modeling will measure surprisingness on the basis of implication rules. Therefore, evaluating the relationship between the items in an recommender system in the form of implication rule will help to rank the relationship between the recommended items.

2.2 User's Interest sequence based measure

Time series data appears more and more in various math problems, it is extremely important. Consequently, there are many processing algorithms for time series. Many similarity measures over time have been proposed to address issues such as biology, web mining, and text mining. Deorowicz and Obstoj (2010). In the recommendation systems, time-scale measurements were also proposed, typically the algorithms of the Netflix Prize[10] winner, Campos, *et al.* (2014), etc. Time factor has played a very important role in improving the quality of recommendations, However, the current collaborative filtering methods consider time elements to be just an adaptive weights to adjust the similarity of the user. Campos, *et al.* (2014) and Ding and Li (2005). However, in our study, Cheng *et al.*(2016) have shown that the order of time plays a very important role in improving the accuracy of user-based collaborative filtering algorithms, Cheng *et al*, (2016). In order to build an IS-based measure for a recommendation system, some definitions must first be given below :

An interest point (IP) stands for a user's rating on an item at a timestamp, that is $= \{ip_{u,it_i}^{ts} = (u, it_i, r_{it_i}, ts)\}$, where u is the user, and r_{it_i} is the rating given by the user u on the item it_i at the timestamp ts.

Let $Users = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ denote a set of n users, $Items = \{it_1, it_2, \dots, it_m\}$ denote a set of m items.

An interest sequence IS is a sequence of a user's interest points (IP) according to their time sequence, that is $is_u = (ip_{u,it_1}^{ts_1} \to ip_{u,it_2}^{ts_2} \to \cdots \to ip_{u,it_l}^{ts_l})$, where $ts_1 < ts_2 < \cdots < ts_l$. As the time sequence matters more than the concrete timestamps in this paper, IS can

[10] www.netflixprize.com

be written for short as $is_u = ((it_1^u, r_1^u), (it_2^u, r_2^u), \ldots, (it_l^u, r_l^u))$, where l is the index that represents an IP's position IP (it_l^u, r_l^u) in the time sequence.

Interest Sequence Match (ISM) : Given a rating deviation constraint threshold θ and two users' sub-IS

$sisu = (it_1^u, r_1^u) \rightarrow (it_2^u, r_2^u) \rightarrow \cdots \rightarrow (it_l^u, r_l^u)$ and $sisv = (it_1^v, r_1^v) \rightarrow (it_2^v, r_2^v) \rightarrow \ldots \rightarrow (it_l^v, r_l^v)$ from two interest sequences is_u and is_v, respectively, these two sub-IS formulate a j-length IS match if and only if they satisfy the following two conditions :

1. $\forall\, i \in [1, j],\ it_i^u == it_i^v$;
2. $\forall\, i \in [1, j], f_{rdev}(r_i^u, r_i^v) \leq \theta$.

In the definition above $f_{rdev}(r_i^u, r_i^v)$ is a function to calculate the deviation between the evaluations given by the user u and the user v for the same item. It can be defined as in formula (4):

$$f_{rdev}(r_i^u, r_i^v) = \left| \frac{r_i^u - \min(r^u)}{\max(r^u) - \min(r^u)} - \frac{r_i^v - \min(r^v)}{\max(r^v) - \min(r^v)} \right| \tag{4}$$

Due to the diversity of the rating scale of different users, all ratings users should be normalized to the same scale [0, 1]. If their deviation is smaller than the deviation of the threshold deviation θ, the ranking of the two users can be considered equal. A smaller **θ** means a tighter binding similarity, but a too restrictive similarity restricts the effectiveness of IS in the recommendation. Therefore, a proper **θ** should be optimized according to the sensitivity of an IS application. Based on the above definitions, we can transform all the users' rating histories into interest sequences. To calculate similarities between users'IS, we take into account the length of the longest common sub-IS and the count of all common sub-IS, which have been verified as effective in classification problems, Cheng, *et al.* (2016). Longest CommonSub-IS (LCSIS). LCSIS between two interest sequences LCSIS if and only if there is no other longer ISM detected between them. AllCommonSub-IS (ACSIS). ACSIS counts all the ISM of two interest sequences, including empty ISM. LCSIS and ACSIS provide common information sharing between two-user interest chains. Intuitively, the two users are similar if they have a longer LCSIS and more ACSIS. LCSIS and ACSIS will be defined as follows:

Consider two IS is_u and is_v is extracted from the history of the user's rating of u and v respectively, where $|is_u| = m$ and $|is_v| = n$. Let ω is a matrix size $(m+1)\times(n+1)$. Then the length of LCSIS between is_u and is_v, denoted as $|lcsis(u.v)|$, can be calculated in the following formula (5):

$$|\boldsymbol{lcsis}(\boldsymbol{u}.\boldsymbol{v})| = \boldsymbol{\omega}\lfloor \boldsymbol{i}, \boldsymbol{j} \rfloor$$
$$= \begin{cases} 0, & if((i=0) or\ (j=0)) \\ \omega\lfloor i-1, j-1 \rfloor + 1, & if\left(it_x^u = it_j^v\right) and\left(\ f_{rdev}\left(r_i^u, r_j^v\right) \leq \theta\ \right) \\ \max(\omega\lfloor i, j-1 \rfloor, \omega\lfloor i-1, j \rfloor), & if\ \left(\ it_x^u \neq it_j^v\ \right) or\ \left(\ f_{rdev}\left(r_i^u, r_j^v\right) > \theta\right) \end{cases} \tag{5}$$

where $0 \leq i \leq m\ and\ 0 \leq j \leq n$ then $|lcsis(u.v)| = \omega\lfloor m, n \rfloor$.

The number of ACSIS between is_u and is_v denoted by $|acsis(u,v)|$ can be calculated by the following formula (6) :

$$|acsis(u.v)| = \boldsymbol{\omega}\lfloor \boldsymbol{i},\boldsymbol{j} \rfloor$$
$$= \begin{cases} 1, & \text{if}((\ i=0) or\ (j=0)) \\ \omega\lfloor i-1,j \rfloor, & \text{if}(i,j>0, \xi_v(j,(\ it_i^u, r_i^u)) = 0 \\ \omega\lfloor i-1,j \rfloor + \omega\lfloor i-1, \xi_v(j,(\ it_i^u, r_i^u)) - 1 \rfloor, & \text{if}(\ i,j>0, \xi_v(j,(\ it_i^u, r_i^u)) > 0 \end{cases} \quad (6)$$

where $0 \le i \le m\ and\ 0 \le j \le n$ then $|acsis(u.v)| = \omega\lfloor m,n \rfloor$.

The function $\xi_v(j,(\ it_i^u, r_i^u))$ in formula (6) obtains the position x $(1 \le x \le j)$, where there exists an IP$(\ it_x^v, r_x^v)$ in is_v such that $\boldsymbol{it_x^v = it_i^u}$ and $\boldsymbol{f_{rdev}(r_i^u, r_x^v) \le \theta}$ .The function is given by formula (7):

$$\xi_v(j,(\ it_i^u, r_i^u)) = \begin{cases} x, & if\ it_x^v = it_i^u\ , f_{rdev}(r_i^u, r_x^v) \le \theta \\ 0, & otherwise \end{cases} \quad (7)$$

To compare the similarities between the two ISs of the users under $|lcsis(u.v)|$ and, using formula (8) and (9):

$$sim_{LCSIS}(u_i,u_j) = \frac{|lcsis(u_i,u_j)|}{\sqrt{|lcsis(u_i.u_i)| \times |lcsis(u_j.u_j)|}} \quad (8)$$

and

$$sim_{ACSIS}(u_i,u_j) = \frac{|acsis(u_i,u_j)|}{\sqrt{|acsis(u_i.u_i)| \times |acsis(u_j.u_j)|}} \quad (9)$$

Then, using the weight α to combine the two types of measurements similar to those identified in the formula (10):

$$sim_{IS}(u_i,u_j) = \alpha \times exp^{sim_{LCSIS}(u_i,u_j)} + (1-\alpha) \times exp^{sim_{ACSIS}(u_i,u_j)} \quad (10)$$

where $\alpha \in [0,1]$. Factor α and $(1-\alpha)$ represents the weights of LCSIS and ACSIS in similar measure, respectively. The value of α should be set to optimize consultancy results in different applications.

3 The temporal implicative measure (TIMP)

3.1 Measurement of intensity of implications and suitability for the asymmetric effect of the user in the recommender system.

In user-based collaborative filtering recommender systems, recommendations are mainly based on ratings of users'neighbors using common similiraty measures which are symmetrical, that means that the asymmetric effect of each pair of users is not considered. From theory implication statistics analysis outlined an overview of the preceding paragraph, to determine that the implication intensity measure $\varphi(a,b)$ is a measure consistent with the viewpoint that the influence of users is asymmetries and need to prove that $\varphi(a,b)$ is a measure asymmetric swap the role of a and b together, and the results are as follows (see proof in the appendix at the end of the article):

if $n_b \ge n_a$ then $q(a,b) \ge q(b,a)$, and otherwise ($n_b < n_a$) is $q(a,b) < q(b,a)$

if $n_b \ge n_a$ then $\varphi(a,b) \le \varphi(b,a)$, and otherwise ($n_b < n_a$) is $\varphi(a,b) > \varphi(b,a)$.

It proves that, (1) unlike common measurements, the implication intensity measure is asymmetric and consistent with the viewpoint of the user's role in the recommender system (where a, b are the users): the case $n_b \geq n_a$: reflects that user b has more experience (rating, feedback, etc.) than user a, leading to implication intensity $\varphi(b, a)$ greater than the implication intensity $\varphi(a, b)$, and the implication intensity $b \rightarrow a$ is less than the implication intensity of $a \rightarrow b$ where user a has more experience (case $n_b < n_a$). Therefore, implication intensity measure have shown the importance of the user's experience factor to other. (2) The implication indices are inversely proportional to the user experience and hence with implication intensity.

3.2 The temporal implicative measure (TIMP)

From previous studies and to contribute to limiting the current issues of user-based collaborative filtering, we propose a new approach that builds a measure of similarity between users by combining similarity measures are based on user's interest sequences with similar measurements of ISA (Implicative Statistical Analysis), using the user's characteristics contained within IS and ISA to further improve the recommended performance. The proposed measure is called temporal implication (*TIMP*), as determined by the formula (11):

$$\mathrm{T}IMP(u, v) = \varphi(u, v) \times f(sim_{IS}) \tag{11}$$

where $\varphi(u, v)$ is the implication intensity measure, and $f(sim_{IS})$ is a weight function used to measure the effect of the interests sequence on user similarity, as given in the formular (12)

$$\mathrm{f}(sim_{IS}) = \frac{N_r(u, \mathrm{v}) \times sim_{IS}(u, v)}{total(u, v)} \tag{12}$$

where, $N_r(u, \mathrm{v})$ represents the number of common items that user u and user v have both rated and $total(\mathrm{u}, v)$ is the total of all items that u and v have rated. IS-based similarity is $sim_{IS}(u, v)$ as defined in the previous section. TIMP algorithm

---

Input: is_u, is_v, α, θ

Output : TIMP

{

Calculate $\varphi(u, \bar{v})$ by formula (4)

Calculate$|lcsis(u, v)|$ by formula (5)

Calculate $|\mathrm{lcsis}(\mathrm{u}, \mathrm{v})|$ by formula (6)

Calculate $sim_{LCSIS}(u, v)$ by formula (8)

Calculate $sim_{ACSIS}(u, v)$ by formula (9)

Calculate $sim_{IS}(u, v)$ by formula (10)

$\mathrm{f}(sim_{IS}) = \frac{N_r(u, v) \times sim_{IS}(u, v)}{total(u, v)}$

Return $\varphi(u, v) \times f(sim_{IS})$.

}

After calculating the similarity of the user, we rank all other users who rated the target item according to their similarity to the target user and then selected the top k neighboring users. For the target user u, We say I_{pred}^{u} items that the recommendation system needs to give predictions for the target user, and say $N_{u,i}$ is neighbor of the target user u for the item $i \in I_{pred}^{u}$. Predicts this rank as shown in the formula (13):

$$\tilde{r}_i^u = \overline{r^u} + \frac{\sum_{v \in N_{u,i}} (TIMP(u,v)(r_i^v - \overline{r^v}))}{\sum_{v \in N_{u,i}} TIMP(u,v)} \tag{13}$$

where, $\tilde{r}_i^u$ is the predicted rating given by the user u for item i, v is one of the nearest neighbors, r_i^v Is the past rating of the user v for item i, $\overline{r^u}$ and $\overline{r^v}$, respectively, representing the previous average rating of user u and v.

4 An illustrative example

Consider a table that records the user's transaction rating as shown in Table 1 below. Where columns $u_i \; i \in [1,\ldots,4]$ represent the users, rows $T_j \; j \in [1,\ldots,4]$ are transactions that record items $it_k \; k \in [1,\ldots,4]$ the user has participated in the transaction, each cell value is the user's rating for the corresponding item. Measure *TIMP* was built and the match with Pearson, Cosine measure, as is the similarity measure for recommendations.

Transaction	Users/items	$\boldsymbol{u_1}$	$\boldsymbol{u_2}$	$\boldsymbol{u_3}$	$\boldsymbol{u_4}$
t1	$\boldsymbol{it_1}$	2.5	4		
	$\boldsymbol{it_2}$				
	$\boldsymbol{it_3}$			3	4
	$\boldsymbol{it_4}$				
t2	$\boldsymbol{it_1}$				
	$\boldsymbol{it_2}$		3		2.5
	$\boldsymbol{it_3}$	3			
	$\boldsymbol{it_4}$				
t3	$\boldsymbol{it_1}$				3.5
	$\boldsymbol{it_2}$	4.5		3	
	$\boldsymbol{it_3}$				
	$\boldsymbol{it_4}$				
t4	$\boldsymbol{it_1}$				
	$\boldsymbol{it_2}$				
	$\boldsymbol{it_3}$				
	$\boldsymbol{it_4}$	0.5		2.5	1.5

Table 1 – Table of users transactions and items.

From this data we calculated TIMP measure between users with the target users (assuming u_4) according to the following steps. First, we calculated measure $\boldsymbol{sim_{IS}}$ between the user and the target user u_4. Can be presented as table 2 for easy survey as follows:

	$\boldsymbol{t_1}$	$\boldsymbol{t_2}$	$\boldsymbol{t_3}$	$\boldsymbol{t_4}$
$\boldsymbol{is_{u_1}}$	$\boldsymbol{it_1}$(2.5)	$\boldsymbol{it_3}$(3.0)	$\boldsymbol{it_2}$(4.5)	$\boldsymbol{it_4}$(0.5)
$\boldsymbol{is_{u_2}}$	$\boldsymbol{it_1}$(4.0)	$\boldsymbol{it_2}$(3)		
$\boldsymbol{is_{u_3}}$	$\boldsymbol{it_3}$(3.0)		$\boldsymbol{it_2}$(3.0)	$\boldsymbol{it_4}$(2.5)
$\boldsymbol{is_{u_4}}$	$\boldsymbol{it_3}$(4.0)	$\boldsymbol{it_2}$(2.5)	$\boldsymbol{it_1}$(3.5)	$\boldsymbol{it_4}$(1.5)

Table 2 – Table of user's transactions and items presented in rows.

To calculate $\boldsymbol{sim_{IS}}$ measure, we need to calculate the measure,

$|lcsis(u_4, u_1)|, |acsis(u_4, u_1)|$; $|lcsis(u_4, u_2)|, |acsis(u_4, u_2)|$; $|lcsis(u_4, u_3)|$, and $|acsis(u_4, u_3)|$. The $|lcsis(u_4, u_1)|, |acsis(u_4, u_1)|$ are calculated as follows :

Consider two interest sequence is_{u_1} and is_{u_4} in table 2, with any item $it \in Items$, let $\max(r_{it}^{u_1}) = \max(r_{it}^{u_4}) = 5$, and $\min(r_{it}^{u_1}) = \min(r_{it}^{u_4}) = 0.0$. Besides, for the threshold $\theta = 0.2$. $|lcsis(u, v)|$ is calculated by formula (4) as follow:

Two interest sequences is extracted from the table 2 for user u_1 and user u_4:

$$is_{u_1} = (it_1, 2.5) \rightarrow (it_3, 3.0) \rightarrow (it_2, 4.5) \rightarrow (it_4, 0.5)$$

and

$$is_{u_4} = (it_3, 4.0) \rightarrow (it_2, 2.5) \rightarrow (it_1, 3.5) \rightarrow (it_4, 1.5)$$

Applying the formula (5), we have:

$|lcsis(u_4, u_1)| = \omega[4,4]$

$= \omega[3,3] + 1 = \max(\omega[3,2] + \omega[2,3]) + 1$

$= \max(\max(\omega[3,1], \omega[2,2]), \omega[2,3]) + 1$

$= \max(\max(\max(\omega[3,0], \omega[2,1]), \omega[2,2]), \omega[2,3]) + 1$

$= \max(\max(\max(0, \omega[1,0] + 1), \omega[2,2]), \omega[2,3]) + 1$

$= max(max(1, \omega[2,2]), \omega[2,3]) + 1$

$= max(max(1, max(\omega[2,1], \omega[1,2])), \omega[2,3]) + 1$

$= \max(\max(1, \max(1, \max(\omega[1,1]), \omega[0,2]))), \omega[2,3]) + 1$

$= max\left(max\left(1, max(1, max(\omega[1,0], \omega[0,1]))\right), \omega[2,3]\right) + 1$

$= max(1, max(\omega[2,2], \omega[1,3])) + 1$

$= max(1, max(1, \omega[0,2] + 1)) + 1$

$= max(1, max(1,0 + 1)) + 1$

$= max(1,1) + 1 = 2$

$|acsis(u_4, u_1)|$ Is determined by the formula (6) as follows

$$|acsis(u_4, u_1)| = \omega[4,4]$$

$= \omega[3,4] + \omega[3,4-1] = \omega[2,4] + \omega[3,3] = \omega[1,4] + \omega[1,1-1] + \omega[3,3]$

$= \omega[0,4] + \omega[0,3-1] + 1 + \omega[3,3] = 1 + 1 + 1 + \omega[2,3] = 3 + \omega[1,3] + \omega[1,1-1]$

$= 3 + \omega[0,3] + \omega[0,3-1] + 1 = 4 + 1 + 1 = 6$

The result is $|lcsis(u_4, u_1)| = 2$, It is the maximum length of the common sub-interest sequences:$\{ it_1 \rightarrow it_4; it_3 \rightarrow it_4\}$ and $|acsis(u_4, u_1)| = 6$, That is the sum of the common sub-interest sequences:$\{ \emptyset, it_1, it_3, it_4, it_1 \rightarrow it_4, it_3 \rightarrow it_4\}$.

It noted that both $u_1$and u_4 are rated it_2, however due to the rating of the two users for items it_2 has spread quite high (respectively 2.5 and 4.5) makes the value $f_{rdev}(r_i^u, r_x^v)$> 0, leading to $\xi_v(j, (it_i^u, r_i^u)) > 0$ In formula (6) and as a result this item is excluded from the common sub-interest sequences.

Apply the same calculation for the remaining quantities:

$|lcsis(u_2, u_4)|$=1, That is the length of the sub-interest sequence $it_1 \rightarrow it_2$

$|acsis(u_2, u_4)| = 4$, that are sub-interest sequences $\{\emptyset, it_1, it_2, it_1 \rightarrow it_2\}$

$|lcsis(u_3, u_4)|$=3, that is the length of the sub-interest sequence $it_3 \rightarrow it_2 \rightarrow it_4$

$|acsis(u_3, u_4)|$=8, that are sub-interest sequences

$\{\emptyset, it_3, it_2, it_4, it_3 \rightarrow it_2, it_3 \rightarrow it_4, it_2 \rightarrow it_4, it_3 \rightarrow it_2 \rightarrow it_4\}$

Because of the role of the two interest sequences in the formulas (5) and formula (6), we have:

$|lcsis(u_1, u_4)| = 2$, $|acsis(u_1, u_4)| = 6$, $|lcsis(u_4, u_2)|$=1, $|acsis(u_4, u_2)| = 4$, $|lcsis(u_4, u_3)|$=3, $|acsis(u_4, u_3)|$=8,

After the $lcsis, acsis$ values of all of the user pairs with the target user u_4, we counted $lcsis, acsis$ between the user and himself, in the same way as above, and obtained:

$|lcsis(u_1, u_1)|$=4,$|lcsis(u_2, u_2)| = 2$, $|lcsis(u_3, u_3)| = 3$ and $|lcsis(u_4, u_4)|$=4

$|acsis(u_1, u_1)|$=16, $|acsis(u_2, u_2)|$=4,$|acsis(u_3, u_3)| = 8$ and $|acsis(u_4, u_4)| = 16$

We calculate the similarity by component sim_{lcsis} và sim_{acsis} follow formula (10) with $\alpha = 1/2$, and count the number of items that pairs users to assess $N_r(.,.)$ and the total number of items that they both rated $total(.,.)$ and finally calculate TIMP(…) formula (11) , and get the results as summarized in the following table:

	$\|lcsis\|$	$\|acsis\|$	sim_{lcsis}	sim_{acsis}	sim_{is}	$N_r(.,.)$	$total(.,.)$	$f(sim_{is})$
(u_1, u_4)	2	6	0.5	0.375	0.4375	4	8	0.21875
(u_2, u_4)	1	4	0.3535	0.5	0.426777	2	6	0.142259
(u_3, u_4)	3	6	0.8660	0.707107	0.786566	3	7	0.3371
(u_4, u_1)	2	6	0.5	0.375	0.4375	4	8	0.21875
(u_4, u_2)	1	4	0.3535	0.5	0.4267	2	6	0.142259
(u_4, u_3)	3	6	0.8660	0.70710	0.7865	3	7	0.3371
(u_1, u_1)	4	16	1	1	1	4	4	1
(u_2, u_2)	2	4	1	1	1	2	2	1
(u_3, u_3)	3	8	1	1	1	3	3	1
(u_4, u_4)	4	16	1	1	1	4	4	1

Table 3 – The table summarizes the results of the similarity measure user preferences over time.

The calculated results show that the experience factor of time has a certain effect on the similarity in the purchase behavior of the user, in particular, with u_4 and u_3 pair having the highest similarity measure. Has the most longest common sub-interest sequence (with a length of 3) and has the most all common sub-interest sequence (number 8), followed by the u_4 and u_1 pairs (with the length of the longest common sub-interest sequence is 2 and the number of all common sub-interest sequence is 6) and the lowest is u_4 and u_2 with the shortest (length of the longest common sub-interest sequence is 1 and least all common sub-interest sequence is 4). In addition, the similarity of the user with himself is 1, this is obvious. With the example illustrated above, it can be shown that the user preference factor over time influences the similarity of the user and therefore relates to the quality of the recommendations in the recommendation systems. Next, to further sim_{IS}, we need to determine the implication intensity measurements of the user to the target user u_4 and the implication intensity of the target user u_4 to the neighboring users, then Calculates the combination of the TIMP with interest sequence measure and implication intensity measure. Calculate statistical implications intensity between user and target user according to formula (3). First, to compute statistical implications, we binary the above transaction table, with transaction values greater than zero being true and zero for the rest, as shown in Table 4 below:

Time	Item/user	u_1	u_2	u_3	u_4
t_1	it_1	True	True	False	False
	it_2	False	False	False	False
	it_3	False	False	True	True
	it_4	False	False	False	False
t_2	it_1	False	False	False	False
	it_2	False	True	False	True
	it_3	True	False	False	False
	it_4	False	False	False	False
t_3	it_1	False	False	False	True
	it_2	True	False	True	False
	it_3	False	False	False	False
	it_4	False	False	False	False
t_4	it_1	False	False	False	False
	it_2	False	False	False	False
	it_3	False	False	False	False
	it_4	True	False	True	True

Table 4 – The binarization of the transactions of Table 1.

$n = 16, n_a = 4, n_{\bar{b}} = 12, n_{a\bar{b}} = 3$ và $\lambda = 3$, we get

$\varphi(u_1, u_4) = 1 - \sum_{s=0}^{3} \frac{3^s}{s!} e^{-3}$=1-($\frac{3^0}{0!} e^{-3}$+$\frac{3^1}{1!} e^{-3} + \frac{3^2}{2!} e^{-3} + \frac{3^3}{3!} e^{-3}$)=0.352768

The same calculating for $\varphi(u_2, u_4)$, $\varphi(u_3, u_4)$, $\varphi(u_4, u_1)$, $\varphi(u_4, u_2)$ $\varphi(u_4, u_3)$, we have the results table is as follows

	$\varphi(u_1, u_4)$	$\varphi(u_2, u_4)$	$\varphi(u_3, u_4)$	$\varphi(u_4, u_1)$	$\varphi(u_4, u_2)$	$\varphi(u_4, u_3)$
n_a	4	2	3	4	4	4
n_b	4	4	4	4	2	3
$n_{a\bar{b}}$	3	2	2	3	3	2
$n_{\bar{b}}$	12	12	12	12	14	2
n	16	16	16	16	16	14
λ	3	1.5	2.25	3	3.5	3.25
φ	0.352768	0.065642	0.190567	0.352768	0.463367	0.408592

Table 5 - The results table of implication intensity measure.

Continuing, we calculated measure TIMP, Pearson and cosine. Similarity measures commonly used for the recommended system using collaborative filtering techniques are Pearson correlation coefficients and similarity Cosine measure. These similarity measures are defined between two users u and v as follows:

$$Pearson(u, v) = \frac{\sum_{i=1}^{n}(u_i - \bar{u})(v_i - \bar{v})}{\sqrt{\sum_{1}^{n}(u_i - \bar{u})^2}\sqrt{\sum_{1}^{n}(v_i - \bar{v})^2}} \tag{14}$$

and

$$Cosine(u, v) = \frac{\sum_{i=1}^{n} u_i v_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} u_i^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n} v_i^2}} \text{Pearson(u, v)} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(u_i - \bar{u})(v_i - \bar{v})}{\sqrt{\sum_{1}^{n}(u_i - \bar{u})^2}\sqrt{\sum_{1}^{n}(v_i - \bar{v})^2}} \tag{15}$$

After calculating the implication intensity measure and the interest sequence based measure over time, we calculated the proposed measure according to formula (10) for the data in table (1) The results are summarized in the following table (6)

	φ	$f(sim_{is})$	TIMP	Pearson	Cosine
(u_1, u_4)	0.352768	0.21875	0.077168	-0.23706	0.334497
(u_2, u_4)	0.065642	0.142259	0.009338	0.09876	0.500954
(u_3, u_4)	0.190567	0.3371	0.06424	0.406621	0.020692
(u_4, u_1)	0.352768	0.21875	0.077168	-0.23706	0.334497
(u_4, u_2)	0.463367	0.142259	0.065918	0.09876	0.500954
(u_4, u_3)	0.408592	0.3371	0.137736	0.406621	0.020692

Table 6 – Results of the TIMP measure, Pearson correlation coefficient and Cosine similarity measure between users to target user and between target user and users.

From the table of results in table (6), we find that:

- All TIMP, Pearson correlation coefficient and Cosine measures have the same reflection on the similarity of the pairs user to the target user (u_1, u_4); (u_3, u_4) and (u_2, u_4) these values are incremented in this order.
- However, due to the nature of the metric measurement, Pearson correlation coefficient and Cosine measurements do not distinguish the degree of asymmetric influence in the opposite direction, between the target user and the neighboring user, expressed by The results are exactly the same for each pair $((u_1, u_4);(u_4, u_1))$, $((u_2, u_4)(u_4, u_2))$ and $((u_3, u_4)$; $(u_4, u_3))$.
- The *TIMP* measure, which is an asymmetric measure, has reflected the degree of asymmetric effects in pairs of users due to the implication intensity component, particularly in different values on the pairs $((u_1, u_4);(u_4, u_1))$, $((u_2, u_4); (u_4, u_2))$, $((u_3, u_4)$;$(u_4, u_3))$.
- On the other hand, thanks to component sim_{is} integrated, measure *TIMP* adds elements influenced by the accumulation of transactions (or rate) the different categories of users, to help measure *TIMP* get more integrated and realistic assessment.

Finally, to conclude the illustrative example we try using TIMP, Pearson correlation coefficient and Cosine measurements to predict user target recommendations, using the formula (13) :

$$\tilde{r}_i^u = \overline{r^u} + \frac{\sum_{v \in N_{u,i}} (sim(u,v)(r_i^v - \overline{r^v}))}{\sum_{v \in N_{u,i}} sim(u,v)} \tag{16}$$

In it, the parameters have the same meaning as in the formula (14), $sim(u, v)$ is alternately referred to as TIMP, Pearson correlation coefficient (PC) and Cosine (note that due to lack of u_3 information rating should $N_{u,i} = \{u_1, u_2\}$)

$$\tilde{r}_{1,TIMP}^{u_4} = \overline{r^{u_4}} + \frac{TIMP(u_4,u_1)\left(r_{it_1}^{u_1} - \overline{r^{u_1}}\right) + TIMP(u_4,u_2)\left(r_{it_1}^{u_2} - \overline{r^{u_2}}\right)}{TIMP(u_4,u_1) + TIMP(u_4,u_2)} = 2.875 + \frac{0.077168*(2.5-2.625)+0.065918(4-3.5)}{0.077168+0.065918} = 3.03793$$

$$\tilde{r}_{1,PC}^{u_4} = \overline{r^{u_4}} + \frac{PC(u_4,u_1)\left(r_{it_1}^{u_1} - \overline{r^{u_1}}\right) + PC(u_4,u_2)\left(r_{it_1}^{u_2} - \overline{r^{u_2}}\right)}{PC(u_4,u_1) + PC(u_4,u_2)} = 2.875 + \frac{0.23706*(2.5-2.625)+0.0986(4-3.5)}{0.23706+0.0986} = 2.971677$$

$$\tilde{r}_{1,Cosine}^{u_4} = \overline{r^{u_4}} + \frac{cosine(u_4,u_1)\left(r_{it_1}^{u_1} - \overline{r^{u_1}}\right) + cosine(u_4,u_2)\left(r_{it_1}^{u_2} - \overline{r^{u_2}}\right)}{cosine(u_4,u_1) + cosine(u_4,u_2)} = 2.875 + \frac{0.334497*(2.5-2.625)+0.500954(4-3.5)}{0.334497+0.500954} = 3.124763$$

So, all three measures predict a target user's rating for an approximate item of 3. However, as this is the example illustrating a very small amount of data, however, if noted to the accuracy, we found that the TIMP forecast was between Pearson correlation coefficient and Cosine prediction, and similar to other users, this shows the convergence trend as TIMP : $\tilde{r}_{1,PC}^{u_4} \leq \tilde{r}_{1,TIMP}^{u_4} \leq \tilde{r}_{1,Cosine}^{u_4}$

5 Conclusion

In this paper we propose a new measure, TIMP (temporal implication), for user-based collaborative filtering recommendations by combining implication intensity measure and user's interest sequence over time measure. Unlike the measures applied on traditional user-based collaborative filtering algorithms, the implication intensity measure is asymmetric. This helps to reflect the role and influence of each user to other users is different. On the other hand, in the transaction process, any pair of users has more common sub-interests sequence and on each sub-interests sequence has more similar items, the higher is the similarity. This is reflected in the user' interest sequence measure over time. In the illustrated example, the results show that the implications intensity and the user's interest sequence over time are considered as the main factors in our proposed measure, in metrics, user roles are clearly distinguished than the symmetry measures as Pearson correlation coefficient and Cosine… In terms of meaning, both components of our method play a role in improving the accuracy of the proposal, and thus the proposed measure is more effective.

References

[1] Campos Pedro G., Díez Fernando, Cantador Ivan, (2014). *Time-aware Recommender Systems: A Comprehensive Survey and Analysis of Existing Evaluation Protocols*. User Modeling and User-Adapted Interaction, 67-119.

[2] Campos Pedro G., Díez Fernando, Cantador Ivan,(2014). *Time-aware recommender system: a comprehensive survey and analysis of existing evaluation protocols,* User Modeling and User-Adapted Interaction, 67–119

[3] Cheng Jiujun, Liu Yingbo, Zhang Huiting, Wu Xiao, Chen Fuzhen. (2015). *A new recommendation algorithm based on user's dynamic information in complex social network*, Mathematical problems in engineering.

[4] Cheng Weijie, Yin Guisheng, Dong Yuxin, Dong Hongbin, Zhang Wansong, (2016). *Collaborative Filtering Recommendation on Users' Interest Sequences*, PLoS ONE 11(5).

[5] David Jérôme, Guillet Fabrice, Gras Régis, Briand Henri (2008). On the use of Implication Intensity for matching ontologies and textuel taxonomies, Statistical Implicative Analysis, Springer, 227-246.

[6] David Jérôme, Guillet Fabrice, Gras Régis, Briand Henri, (2006). *Conceptual hierarchies matching: an approach based on the discovery of implication rules*

between concepts, Proceedings of the 17th European Conference on Artificial Intelligence (ECAI'06), 357-361.

[7] David Jérôme, Guillet Fabrice, Philippé Vincent, Gras Régis, (2005). *Implicative statistical analysis applied toclustering of terms taken from a psychologicaltext corpus*, Proceedings of the 11th symposium on Applied Stochastic Models and Data Analysis (ASMDA 05), 201-208.

[8] Ding Yi, Li Xue. (2005). *Time Weight Collaborative Filtering*. Proceedings of the 14th ACM International Conference on Information and Knowledge Management, CIKM'05, USA, 485-492.

[9] Gan Mingxin, (2014). *Walking on a User Similarity Network towards Personalized Recommendations*. PLOS ONE, https://doi.org/10.1371/journal.pone.01 14662.

[10] Gras Régis et al, (1996). L'implication statistique – Nouvelle méthode exploratoire de données, La pensée sauvage édition.

[11] Gras Régis, Kuntz Pascale (2008). *An overview of the Statistical Implicative Analysis (SIA) development*, Statistical Implicative Analysis - Studies in Computational Intelligence (Vol. 127), 11-40.

[12] Gras Régis, Kuntz Pascale, Couturier Raphaël, Guillet Fabrice, (2001) *Une version entropique de l'intensité d'implication pour les corpus volumineux*. ECA-1/2001. EGC'2001, 69-80.

[13] Gras Régis, Kuntz Pascale, Greffard Nicolas, (2015). *Notion de champ implicatif en analysis statistique implicative*, 8th International Meeting on Statistical Implicative Analysis, Tunisia, 29-46.

[14] Gras Régis, Lahanier-Reuter Dominique,(2012). Duality between variables space and subjects space of the statistic implicative analysis, Dualite entre espace des variables et espace des sujets en analyse statisticque implicative,VI international conference, ASI Analyse statistique implicative-Implicative statistical Analysis Caen, pp 1-28.[in French].

[15] Gras Régis, Suzuki Einoshin, Guillet Fabrice, Spagnolo Filippo (2008). *Statistical Implicative Analysis, Theory and Application*, Springer Verlag Berlin Heidelberg,

[16] Gras Régis, Suzuki Einoshin, Guillet Fabrice, Spagnolo Filippo, (2008*). Statistical Implicative AnalysisTheory and Applications* - Studies in Computational Intelligence, Vol. 127. Springer-Verlag.

[17] Hiep Xuan Huynh, Guillet Fabrice, Blanchard Julien, Kuntz Pascale , Briand Henri, Gras Régis (2007). *A Graph-based Clustering Approach to Evaluate Interestingness Measures: A Tool and a Comparative Study*. Quality Measures in Data Mining -Studies in Computational Intelligence (Volume 43), 25-50.

[18] Koren Yehuda, (2009), *Collaborative filtering with temporal dynamics*, KDD '09 Proceedings of the 15th ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery and data mining, 447-456.

[19] Lahanier-Reuter Dominique, (2008). *Didactics of Mathematics and Implicative Statistical Analysis, Statistical Implicative Analysis* - Studies in Computational Intelligence (Vol. 127), 277-298.

[20] Lescovec Jure, Rajaraman Anand, (2014). *Mining of Massive Datasets* – Stanford University.

[21] Lieberson Stanley, Horwich Joel, (2008). *Implication analysis: a progmatic proposal for linking theory and data in the social sciences*, Sociological Methodology 38(1), American Sociological Association, 1-97.

[22] Pasquier Daniel , Gras Régis, (2012). *De l'intérêt de l'analyse statistique implicative (A.S.I.) pour la recherche exploratoire en psychologie*. Psychologie Française 57(3). 161-173 [in France].

[23] Ricci Francesco, Rokach Lior, Shapira Bracha,(2011). *Introduction to Recommender Systems Handbook*, Springer-Verlag and Business Media LLC, 1-35.

[24] Sarwar Badrul, Karypis George, Konstan Joseph, Riedl John (2001). *Item-Based Collaborative Filtering Recommendation Algorithms,* Proceedings of the 10th international conference on World Wide Web, HongKong, 285-295.

Appendix - Survey implication intensity of two variables when swapping their roles together

The relationship between $\boldsymbol{\varphi(a,b)}$ and $\boldsymbol{\varphi(b,a)}$

Case $n_b \geq n_a$ Let $\lambda_1 = \frac{n_a n_{\bar{b}}}{n}$ *and* $\lambda_2 = \frac{n_b n_{\bar{a}}}{n}$

$\lambda_1 - \lambda_2 = \frac{n_a n_{\bar{b}} - n_b n_{\bar{a}}}{n} = \frac{n_a(n-n_b) - n_b(n-n_a)}{n} = \frac{nn_a - n_a n_b - nn_b + n_a n_b}{n} = n_a - n_b \leq 0 \implies \lambda_1 \leq \lambda_2$

For $n_{a\bar{b}} = n_a - n_{ab}$ *and* $n_{b\bar{a}} = n_b - n_{ab}$

So $n_{a\bar{b}} - n_{b\bar{a}} = n_a - n_{ab} - (n_b - n_{ab}) = n_a - n_b \leq 0 \implies n_{a\bar{b}} < n_{b\bar{a}}$ (*)

Considering the relationship between $q(a,b)$ *and* $q(b,a)$, we have :

$$q(a,b) - q(b,a) = \frac{n_{a\bar{b}} - \frac{n_a n_{\bar{b}}}{n}}{\sqrt{\frac{n_a n_{\bar{b}}}{n}}} - \frac{n_{b\bar{a}} - \frac{n_b n_{\bar{a}}}{n}}{\sqrt{\frac{n_b n_{\bar{a}}}{n}}}$$

Replace $\frac{n_a n_{\bar{b}}}{n} = \lambda_1$ and $\frac{n_b n_{\bar{a}}}{n} = \lambda_2$, we get :

$$q(a,b) - q(b,a) = \frac{n_{a\bar{b}} - \lambda_1}{\sqrt{\lambda_1}} - \frac{n_{b\bar{a}} - \lambda_2}{\sqrt{\lambda_2}} = \frac{n_{a\bar{b}}\sqrt{\lambda_2} - \lambda_1\sqrt{\lambda_2} - n_{b\bar{a}}\sqrt{\lambda_1} + \lambda_2\sqrt{\lambda_1}}{\sqrt{\lambda_1}\sqrt{\lambda_2}}$$

$= \left(\frac{n_{a\bar{b}}}{\sqrt{\lambda_1}} - \sqrt{\lambda_1}\right) - \left(\frac{n_{b\bar{a}}}{\sqrt{\lambda_2}} - \sqrt{\lambda_2}\right) = \frac{n_{a\bar{b}}}{\sqrt{\lambda_1}} - \frac{n_{b\bar{a}}}{\sqrt{\lambda_2}} - \sqrt{\lambda_1} + \sqrt{\lambda_2}$

For $0 \leq \lambda_1 \leq \lambda_2 \implies -\sqrt{\lambda_1} + \sqrt{\lambda_2} \geq 0$, and (*), we have:

$q(a,b) - q(b,a) \geq \frac{n_{a\bar{b}}}{\sqrt{\lambda_1}} - \frac{n_{b\bar{a}}}{\sqrt{\lambda_2}} \geq \frac{n_{a\bar{b}}}{\sqrt{\lambda_1}} - \frac{n_{a\bar{b}}}{\sqrt{\lambda_2}} \geq 0 \implies q(a,b) \geq q(b,a)$ (**)

Next, considering the relationship between $\varphi(a,b)$ *and* $\varphi(b,a)$

$$\varphi(a,b) - \varphi(b,a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{q(a,\bar{b})}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{q(b,\bar{a})}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

for (**), so $\varphi(a,b) - \varphi(b,a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left(\int_{q(a,\bar{b})}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt - \left(\int_{q(b,\bar{a})}^{q(a,\bar{b})} e^{-\frac{t^2}{2}} dt + \int_{q(a,\bar{b})}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt\right)\right)$

$$\varphi(a,b) - \varphi(b,a) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{q(b,\bar{a})}^{q(a,\bar{b})} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \leq 0$$

Hence $\varphi(a,b) \leq \varphi(b,a)$ (i)

Case $n_b < n_a$, Similar absolutely as above, we have

$q(a,b) > q(b,a)$ *and* $\varphi(a,b) < \varphi(b,a)$ (ii)

SYSTÈME DE RECOMMANDATION BASÉ SUR DES MESURES IMPLICATIVES FORTES

Lan Phuong PHAN[1], Hung Huu HUYNH[2], Hiep Xuan HUYNH[3], Régis GRAS[4]

RECOMMENDER SYSTEM BASED ON IMPORTANT IMPLICATIVE MEASURES

RÉSUMÉ

Les systèmes de recommandation (SRs) sont utilisés pour prédire les préférences de l'utilisateur pour un produit ou un service spécifique, ainsi que pour recommander les produits ou les services appropriés aux utilisateurs. Ce papier propose un nouveau modèle de recommandation qui utilise les règles d'association et les mesures statistiques implicatives fortes. Dans le modèle proposé, les indices de support et de confiance sont utilisés pour générer les règles d'association ; les mesures implicatives sont utilisées pour filtrer un ensemble de règles et classer les recommandations. Le modèle peut également être utilisé pour développer les SRs en utilisant d'autres mesures d'intérêt. Les expérimentations représentées dans cet article se centrent sur la mesure d'intensité implicative. Le système de recommandation basé sur cette mesure est développé et évalué par quatre scénarios et sur deux ensembles de données. Les expérimentations montrent que le SR basé sur l'intensité implicite peut (1) diminuer le temps du modèle et le temps de prédiction mais maintenir la précision de la recommandation; (2) rendre le résultat de la recommandation qui est meilleur si la longueur des règles est égale à 2 ; (3) rendre le résultat de la recommandation qui est meilleur que le résultat du système basé sur les statistiques de khi-carré et accentué encore sur le résultat du système basé sur le facteur bayésien dans certains cas, mais les différences entre ces deux résultats sont réduites si la longueur maximale de la règle est supérieure à 2.

Mots-clés : *Système de recommandation, intensité implicative, règle d'association.*

ABSTRACT

Recommender systems (RS) are used to predict the user's preferences for a specific product or service as well as to recommend the suitable products or services to users. This paper proposes a new recommendation model that uses the association rules and the important statistical implicative measures. In the proposed model, the support and confidence measures are used to generate the association rules; the statistical implicative measures are used to filter the rule set and rank the recommendations. The model can also be used to develop the RSs by using other interestingness measures. The experiments represented in the paper develop and evaluate the RS based on the implicative intensity measure by four scenarios and on two datasets. The experiments show that the RS based on the implicative intensity can : (1) decrease the model time and the prediction time but still maintain the accuracy of the recommendation ; (2) make the better recommendation result if the length of rules is equal to 2 ; (3) make the recommendation result that is better than the result of system based on chi-square statistics, and still accentuated than the result of system based on bayesian factor on some cases but the differences between two results are decreased if the maximum rule length is greater than 2.

Keywords : *recommendation system, implicative intensity, association rule.*

[1] Université Can Tho, Campus II Rue 3-2 Ville Can Tho Vietnam, pplan@ctu.edu.vn
[2] Université des Sciences et Technologies - Université Da Nang, 54 Rue Nguyen Luong Bang Ville Da Nang Vietnam, hhhung@dut.udn.vn
[3] Université Can Tho, Campus II Rue 3-2 Ville Can Tho Vietnam, hxhiep@ctu.edu.vn
[4] École Polytechnique de l'Université de Nantes, France, regisgra@orange.fr

1 Introduction

Les systèmes de recommandation (ou Recommendation Systems en anglais - RS) [5] sont des outils logiciels intégrés dans une application ou un site Web qui utilisent différents types de données pour : prévoir les préférences d'un individu ou d'un groupe d'utilisateurs pour un produit ou un service spécifique et / ou recommander les produits ou les services appropriés à un individu ou à un groupe d'utilisateurs. En plus du développement de la technologie Web, de l'Internet, des dispositifs de capteur et des appareils mobiles, afin de répondre aux besoins des utilisateurs sur les recommandations et les besoins des fournisseurs dans le commerce, les RS ont été appliqués dans de nombreux domaines de la vie tels que le commerce électronique, e-tourisme, e-learning, e-services, etc. [7]. Certaines applications bien connues des RS sont : la RS chez Amazon.com offrant aux utilisateurs les produits qu'ils devraient acheter, la RS chez Netflix proposant aux utilisateurs les films qu'ils devraient regarder. Proposer les nouveaux modèles de recommandation et améliorer les approches de recommandation existantes constituent la recherche fondamentale sur les RS. Les méthodes de recommandation reposent sur de nombreuses techniques utilisées dans l'exploration de données et l'apprentissage automatique [3] [15] telles que la classification, le regroupement, l'extraction des règles d'association, les modèles de régression ou certaines méthodes d'apprentissage supervisées ou non supervisées. L'avantage de la méthode basée sur les règles d'association par rapport à d'autres est la transparence [2] car elle peut fournir des explications profondes sur les recommandations aux utilisateurs. Dans les RS basées sur les règles d'association, parmi les mesures largement appliquées pour évaluer les éléments et générer un ensemble de règles figurent les indices de support et de confiance [11]. Cependant, pour obtenir les meilleures recommandations, la qualité des règles d'association générées et la manière de classer les recommandations devraient s'appuyer sur une mesure d'intérêt objective.

L'analyse statistique implicative (ASI) est une méthode d'analyse de données proposée par Gras [12]. Le but de cette méthode est de découvrir les tendances causales d'un ensemble d'attributs (variables) en utilisant les mesures statistiques implicatives. Ces mesures sont utilisées pour découvrir les règles ou les R-règles (règles de règles) avec une forte relation implicative, pour mesurer, en outre, la typicalité d'une catégorie d'individus pour la création d'une règle ou d'une R-règle, ou pour mesurer les responsabilités individuelles quant à l'existence d'une règle ou d'une R-règle. Contrairement à de nombreuses méthodes d'analyse de données, la relation entre les deux variables dans cette méthode est asymétrique. L'analyse statistique implicative a été appliquée dans de nombreux domaines pratiques tels que la psychologie, les sciences sociales, la didactique, la bio-informatique, etc. L'ASI a déjà été utilisée pour faire des recommandations. [14] a proposé une méthodologie pour construire un système de recommandation qui était basé sur l'ASI et ne nécessitait pas d'avoir un profil d'utilisateur pour formuler des recommandations. Cette méthode a présenté comment mettre en place un système de recommandation basé sur l'implication statistique, entropique plus précisément et ce système a été appliqué sur les critiques de la presse du site de'"allociné" qui rassemble les critiques de plusieurs films. Cet article propose un nouveau modèle de recommandation qui utilise les règles d'association et les mesures statistiques implicatives fortes pour prédire les évaluations manquantes ainsi que pour recommander les N meilleurs articles aux utilisateurs. Dans le modèle proposé, l'intensité implicite et les mesures de cohésion implicative sont utilisées pour filtrer l'ensemble de règles ; toutes

les mesures implicites, en particulier les mesures de contribution et de typicalité, sont utilisées pour classer les recommandations. Cependant, ce modèle peut être élargi à d'autres mesures d'intérêt telles que le facteur bayésien, les statistiques de khi-carré, etc. avec la même méthode. En utilisant le modèle proposé, les systèmes de recommandation seront développés et évalués. Le document est organisé en cinq parties. La première partie est l'introduction. La deuxième partie décrit brièvement les mesures implicatives fortes à utiliser dans le modèle proposé. La troisième partie représente le modèle de recommandation basé sur les mesures d'intérêt. La quatrième partie porte sur les expérimentations. La dernière partie conclut ce papier.

2 Mesures implicatives fortes

2.1 L'intensité implicative aux variables binaires

Soit E une population de n objets ou individus décrits par un ensemble fini V de variables binaires (attributs). Soit A$\subset E$ (resp. $B \subset E$) un sous-ensemble d'individus pour lesquels a (resp. b) est vrai; $\bar{A}$ (resp. $\bar{B}$) l'ensemble complémentaire de A (resp. B); $n_a = card(A)$ (resp. $n_{\bar{a}} = card(\bar{A})$) la cardinalité de A (resp. $\bar{A}$); $n_b = card(B)$ (resp. $n_{\bar{b}} = card(\bar{B})$) la cardinalité de B (resp. $\bar{B}$); Et le nombre de contre-exemples $n_{a\bar{b}} = card(A \cap \bar{B})$ le nombre d'individus pour lesquels a est vrai et b est faux. Soit X et Y deux sous-ensembles aléatoires de E de cardinaux n_a et n_b respectivement.

La règle $a \rightarrow b$ est admissible pour un seuil donné α si

$$Pr[card(X \cap \bar{Y}) \leq card(A \cap \bar{B})] \leq \alpha \quad (1)$$

La $\mathrm{card}(\mathrm{X} \cap \overline{\mathrm{Y}})$ est la variable aléatoire et suit la distribution de Poisson $P(\lambda)$ avec $\lambda = \frac{n_a n_{\bar{b}}}{n}$.

$$Pr[card(X \cap \bar{Y}) \leq card(A \cap \bar{B})] = \sum_{s=0}^{card(A \cap \bar{B})} \frac{\lambda^s}{s!} e^{-\lambda} \quad (2)$$

Pour $n_{\bar{b}} \neq 0$, soit $Q(a, \bar{b})$ la variable aléatoire standardisée $Q(a, \bar{b})$ définie par (3)

$$Q(a, \bar{b}) = \frac{card(X \cap \bar{Y}) - \frac{n_a n_{\bar{b}}}{n}}{\sqrt{\frac{n_a n_{\bar{b}}}{n}}} \quad (3)$$

La valeur observée de $Q(a, \bar{b})$dans la réalisation expérimentale est désignée par $q(a, \bar{b})$ et définie par (4).

$$q(a, \bar{b}) = \frac{n_{a\bar{b}} - \frac{n_a n_{\bar{b}}}{n}}{\sqrt{\frac{n_a n_{\bar{b}}}{n}}} \quad (4)$$

$q(a, \bar{b})$ est appelé l'indice implicatif [12].

Quand l'approximation est justifiée (par exemple $\lambda > 4$), $Q(a, \bar{b})$ est approximativement $N(0,1)$ - distribuée.

L'intensité implicative [12] de la règle $a \rightarrow b$ est définie par (5).

$$\varphi(a, b) = \begin{cases} 1 - \Pr\left(Q(a, \bar{b}) \leq q(a, \bar{b})\right) = \frac{1}{2\pi} \int_{q(a,\bar{b})}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \;\; si\; n_b \neq n \\ 0 \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \text{autrement} \end{cases} \quad (5)$$

La règle $a \to b$ est admissible pour un seuil donné α si $\varphi(a,b) \geq 1-\alpha$. L'objectif de l'intensité implicative est précisément d'exprimer l'improbabilité de $n_{a\bar{b}}$ dans E.

2.2 L'intensité implicative aux variables non binaires

Pour les variables non binaires, deux mesures appelées *l'indice de propension* et *l'intensité de propension* sont développées [13]. Ces mesures conduisent à un indice implicatif et à des mesures d'intensité pour des variables non binaires, mais il existe des différences dans leurs expressions par rapport à celles du 2.1.1. Les valeurs des variables quantitatives non binaires doivent être normalisées dans [0,1]. Par exemple, la valeur $a(i)$de la variable a donnée par l'individu i est normalisée par $a(i)/max_{i\in E}a(i)$). *L'indice de propension* de deux variables non binaires a et b est calculé par (6).

$$q_p(a,\bar{b}) = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i\in E} a(i)\bar{b}(i) - m_a m_{\bar{b}}}{\sqrt{\frac{v_a\left(v_b + m_{\bar{b}}^2\right) + m_a^2 v_b}{n}}} \tag{6}$$

Où $a(i)$ et $\bar{b}(i)$ sont les valeurs des variables a et $\bar{b}$ données par l'individu i; m_a et $m_{\bar{b}}$ sont les moyennes des variables a et $\bar{b}$ respectivement $m_a = \frac{1}{n}\sum_{i\in E} a(i)$, $m_{\bar{b}} = \frac{1}{n}\sum_{i\in E} \bar{b}(i)$; $v_a$et v_b sont les variances des variables a et b respectivement $v_a = \frac{1}{n}\sum_{i\in E}(a(i)-m_a)^2$, $v_b = \frac{1}{n}\sum_{i\in E}(b(i)-m_b)^2$.

L'intensité de propension de la règle $a \to b$ est définie par (7).

$$\varphi(a,b) = 1 - \Pr\left(Q_p(a,\bar{b}) \leq q_p(a,\bar{b})\right) = \frac{1}{2\pi}\int_{q_p(a,\bar{b})}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}}\,dt \tag{7}$$

$Q_p(a,\bar{b})$est la variable aléatoire qui suit la distribution normale $N(0,1)$, et est définie par (8). X et $\bar{Y}$sont des variables aléatoires.

$$Q_p(a,\bar{b}) = \frac{X\bar{Y} - m_a m_{\bar{b}}}{\sqrt{\frac{v_a\left(v_b + m_{\bar{b}}^2\right) + m_a^2 v_b}{n}}} \tag{8}$$

2.3 Autres mesures implicative fortes

Outre l'indice implicatif et les mesures d'intensité implicite, l'analyse statistique implicative définit également d'autres mesures telles que la cohésion, la contribution et la typicalité.

2.4 Cohésion

La mesure de cohésion [12] est développée pour découvrir des R-règles (règles de règles) avec une bonne qualité implicative - c'est à dire R-règles avec la forte relation implicative entre l'antécédent et la conséquence des R-règles.

Dans le modèle proposé, nous nous centrons simplement sur la cohésion d'une R-règle $a \to b$ de degré 1. La cohésion de la règle $a \to b$, notée $c\ (a, b)$, est définie par (9).

$$c(a,b) = \begin{cases} (1 - (-p \log_2 p - (1-p) \log_2 (1-p))^2)^{1/2} \ if\ p > 0.5 \\ 0\ otherwise \end{cases} \quad (9)$$

Où $p = \varphi(a, b)$est l'intensité implicite de la règle $a \to b$.

2.5 Contribution

Pour mesurer les responsabilités individuelles à l'existence d'une règle ou d'une R-règle, la mesure appelée la contribution est développée [12]. Dans le modèle proposé, nous nous centrons également sur la contribution d'un individu i à la création de $a \to b$. Soit $a(i)$ (resp. $b(i)$) une variable binaire qui caractérise la présence / absence de a (resp. b) pour un individu i, cette contribution est définie par (10).

$$\begin{aligned} &\varphi_{i,a\to b} = 1\ si\ [a(i) = 1\ or\ a(i) = 0]\ and\ b(i) = 1 \\ &\varphi_{i,a\to b} = 0\ si\ a(i) = 1\ and\ b(i) = 0 \\ &\varphi_{i,a\to b} = p \in\ ]0,1[\ si\ a(i) = \ b(i) = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

En pratique, p est mis à 0.5 - la valeur neutre.

2.6 Typicalité

Pour mesurer la typicalité d'un individu i pour la création d'une règle $a \to b$, *la mesure de typicalité* est proposée et définie par (11) [12].

$$\gamma(i, a \to b) = 1 - \frac{d_1(i, a \to b)}{max_{j \in E} d_1(j, a \to b)} \quad (11)$$

Où $d_1(i, a \to b)$ est la distance implicative entre un individu i et la règle $a \to b$. $\varphi(a, b)$est l'intensité implicative de $a \to b$ et $\varphi_{i,a\to b}$ est la contribution de i à $a \to b$. La distance implicative d_1 est définie par (12).

$$d_1(i, a \to b) = \left(\frac{(\varphi(a,b) - \varphi_{i,a\to b})^2}{1 - \varphi(a,b)} \right)^{1/2} \quad (12)$$

3 Le modèle de recommandation basé sur les règles d'association et les mesures implicatives fortes

3.1 Le modèle proposé

Le modèle de recommandation proposé (ou le modèle de système de recommandation) prend une matrice d'évaluation (données de transaction, ou « rating matrix » en anglais) comme entrée principale et renvoie les évaluations prédites et/ou une liste des N premiers articles avec les rangs les plus élevés en matière de sortie. Cette approche utilise un modèle de dépendance des articles décrits par un ensemble de règles d'association et de certaines mesures implicatives fortes pour produire des recommandations. Un ensemble de règles d'association est construit en exploitant la matrice d'évaluation. La méthode la plus commune pour trouver l'ensemble de règles est d'utiliser la combinaison de deux mesures *de support* et *de confiance*. La force de l'approche basée sur les règles

d'association par rapport aux autres est la transparence qui peut fournir une explication profonde sur les recommandations aux utilisateurs.

Comme le problème de la recommandation bidimensionnelle [6], le modèle de recommandation proposé peut être formalisé par les éléments suivants :

Soit $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ un ensemble d'utilisateurs.
Soit $I = \{i_1, i_2, \dots, i_m\}$ un ensemble d'articles (par exemple, produits, films, etc.).
Soit $R = (r_{jk})$ où $j = 1..n$ et $k = 1..m$, une matrice d'évaluation qui stocke les notations des utilisateurs sur les articles.
Soit $f: U \times I \rightarrow R$ une fonction qui correspond aux couples utilisateur - article pour l'évaluation r.
L'objectif du modèle proposé est de trouver une fonction $\hat{f}: U \times I \rightarrow R'$ telle qu'une fonction $\xi(r, \hat{r})$ obtienne une meilleure précision et rappelle ainsi la diminution du temps de prédiction (temps pour faire des recommandations) par rapport à d'autres méthodes. Le modèle proposé utilise les mesures telles que le support, la confiance et certaines mesures implicatives pour trouver la fonction $\hat{f}$.

Le modèle de recommandation proposé est représenté par la Figure 1. Dans ce modèle, les mesures de confiance et de support sont utilisées pour générer un ensemble de règles ; l'intensité implicative et les mesures de cohésion implicative (non utilisée ici) servent de critères pour filtrer l'ensemble de règles. Et toutes les mesures implicatives, en particulier les mesures de contribution et de typicalité, sont utilisées pour classer les recommandations. Ce modèle est développé sur la base de [8]. Dans ce papier, nous avons proposé une approche pour construire des systèmes de recommandation basés sur les règles d'association et la mesure implicative de cohésion. Le modèle proposé dans cet article peut également être appliqué pour développer les systèmes de recommandation qui utilisent d'autres mesures d'intérêt.

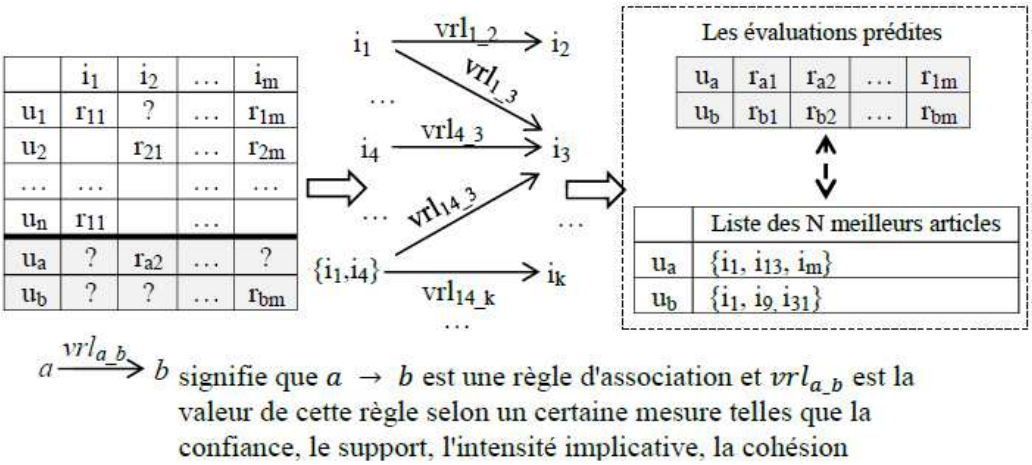


Figure 1 –L'esquisse du modèle de recommandation proposé.

3.2 Les données d'entrée du modèle proposé

Les données d'entrée principales du modèle proposé sont constituées de la matrice d'évaluation qui stocke une information importante générée lors de l'interaction entre les utilisateurs et le système, comme les notations des utilisateurs sur les films regardés. Les évaluations sont collectées explicitement ou implicitement. Elles peuvent être définies de différentes façons, par exemple : évaluations continues, évaluations basées sur l'intervalle, évaluations ordinales, évaluations binaires ou évaluations unaires.

Une matrice d'évaluation est désignée par $R = (r_{jk})$ où $j = 1..n$ et $k = 1..m$; r_{jk} enregistre l'évaluation pour un élément i_k réalisé par un utilisateur u_j ; r_{jk} peut être vide (*une* évaluation manquante) si l'utilisateur u_j n'a pas encore évalué l'élément i_k ou ne se prononce pas.

3.3 Les données de sortie du modèle proposé

La sortie du modèle proposé peut être composée d'une ou deux réponses suivantes :
Les évaluations prédites : les valeurs des évaluations manquantes seront prédites.
La liste des N articles à recommander à un utilisateur : la liste se compose des articles les mieux classés.

3.4 Principales étapes de traitement du modèle proposé

Le processus pour formuler des recommandations du modèle proposé est illustré par la Figure 2. Les étapes 2 et 3 sont utilisées pour apprendre le modèle de recommandation. L'étape 4 et l'étape 5 utilisent le modèle appris pour faire les recommandations. Parce que ces deux étapes (4 et 5) ont des sous-tâches similaires, et les valeurs des évaluations prédites sont soit 1 ou 0, la sortie «recommander les N meilleurs articles» a reçu plus d'attention.

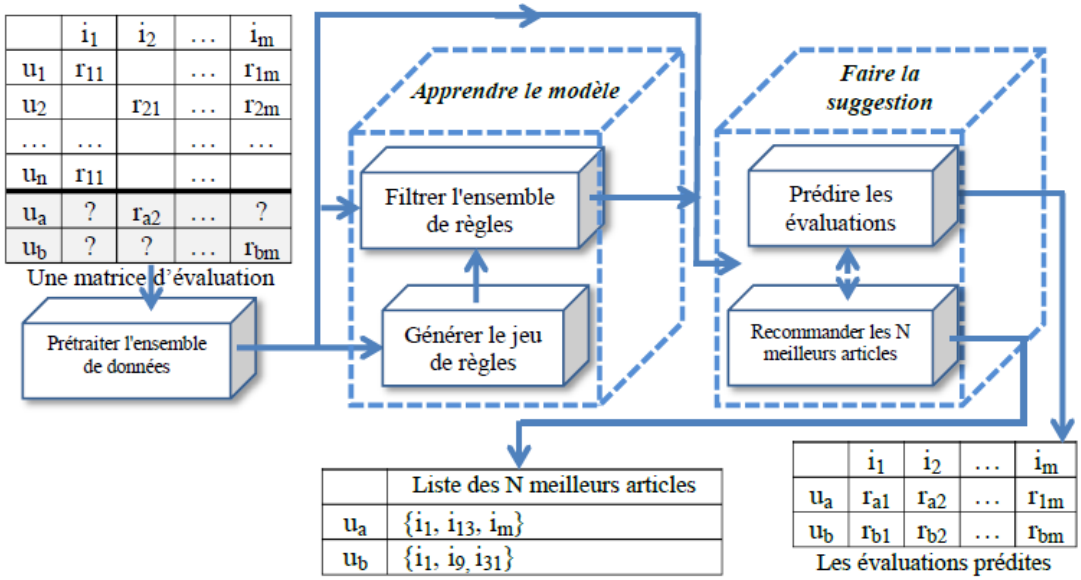


Figure 2 –Le processus du modèle de recommandation proposé.

Le processus se compose de cinq étapes :

1. *Prétraitement de l'ensemble de données*. Cette étape comprend deux sous-tâches : (1) sélectionner les données pertinentes dans l'ensemble de données obtenu en déterminant le nombre minimal d'articles par utilisateur et le nombre minimal d'utilisateurs par article ; (2) binariser l'ensemble de données présélectionné s'il s'agit d'un jeu de données non binaires.
2. *Génération d'un ensemble de règles*. Cette étape comprend deux sous-tâches : (1) sélectionner les seuils sur deux mesures (confiance et support); (2) générer un ensemble de règles d'association utilisant les seuils sélectionnés.
3. *Filtrage du jeu de règles*. Cette étape comprend trois sous-tâches : (1) représenter chaque règle par la règle définie par une cardinalité de quatre valeurs $\{n, n_a, n_b, n_{a\bar{b}}\}$; (2) calculer la valeur de chaque règle en fonction de la mesure implicative forte sélectionnée (l'indice implicatif, l'intensité implicative ou la cohésion implicative); (3) sélectionner le seuil approprié à la mesure implicative

sélectionnée pour diminuer la taille de l'ensemble de règles. L'algorithme utilisé dans les sous-tâches 1 et 2 est présenté dans [8].

4. *Prédiction des évaluations manquantes*. Cette étape comprend deux sous-tâches : (1) pour chaque évaluation manquante à la ligne i et la colonne j, en trouvant toutes les règles dont les côtés gauches sont le sous-ensemble de l'article, formé de tous les articles évalués par l'utilisateur i, dont le côté droit est article j ; (2) trier les règles extraites selon une mesure implicative (telle que l'intensité implicative ou la cohésion implicative) ou la combinaison de certaines mesures implicites (en particulier les mesures de contribution et de typicalité), puis attribuer la valeur 0 ou 1 à l'évaluation manquante en utilisant le seuil sur la mesure sélectionnée.
5. *Recommandation des N meilleurs articles aux utilisateurs*. Cette étape comprend deux sous-tâches : (1) pour chaque utilisateur, en trouvant toutes les règles dont les côtés gauches sont le sous-ensemble de l'ensemble d'articles - l'ensemble comprend tous les articles évalués par cet utilisateur ; (2) tri des règles extraites selon une mesure implicative ou une combinaison de certaines mesures implicatives, et présentant les N côtés droits exclusifs des règles pertinentes aux utilisateurs. L'algorithme pour choisir les meilleurs articles est écrit en pseudo-code.

Entrée : le jeu de règles R de la taille r règles, l'ensemble de données T de taille n utilisateurs x m éléments de nombreuses évaluations manquantes.
Sortie : liste des N premiers articles à recommander à chaque utilisateur parmi les n utilisateurs.
Les étapes de traitement sont les suivantes :
Créer une matrice IRL (de taille m articles x r règles) de R où $IRL\ [i,j]\ =\ 1/0$ si l'élément i est apparu / n'est pas apparu dans le côté gauche de la règle j.
Créer une matrice RLU (de taille r règles x p utilisateurs) de IRL et T où $RLU\ [i,j]\ =\ 1/0$ si le côté gauche de la règle i contient des éléments qui sont appréciés / ne sont appréciés par l'utilisateur j.
Pour chaque utilisateur i dans T
Filtrer toutes les règles j où $RLU\ [j,i]\ =\ 1$.
Trier toutes ces règles en faisant décroître la valeur de la mesure implicative sélectionnée.
Filtrer tous les côtés droits uniques (articles) des règles triées.
Suggérer les N meilleurs articles.

L'objectif principal de cet article est de proposer le modèle général de recommandation basé sur les mesures implicatives statistiques, mais en soulignant l'utilisation de la mesure d'intensité d'implication dans les expérimentations. D'autres mesures implicites sont utilisées dans les expérimentations comme dans [8] et [10] ou dans des travaux futurs. Dans les étapes 4 et 5, l'algorithme utilisé pour calculer la mesure de cohésion pour chaque règle est présenté dans [8]. Pour la combinaison de l'intensité implicative et de la contribution, [10] utilise ce modèle proposé pour recommander des articles aux utilisateurs, modèle dans lequel l'intensité implicative est utilisée pour filtrer et trier l'ensemble des règles, et la mesure de contribution est utilisée pour filtrer à nouveau les recommandations.

Parce que chaque règle peut être présentée comme le fruit de la cardinalité des quatre paramètres $\{n, n_a, n_b, n_{a\bar{b}}\}$, ce modèle proposé peut également être appliqué pour développer des SRs en utilisant d'autres mesures d'intérêt.

3.5 Un exemple du modèle proposé

L'exemple simple suivant montre comment le modèle proposé fonctionne pour faire les recommandations. Supposons que, après le prétraitement de la matrice d'évaluation, les données d'entrée de la deuxième étape soient représentées dans le Tableau 1. La première partie du tableau, comprenant 9 lignes u_1, ..., u_9, est utilisée pour apprendre le modèle de recommandation. La deuxième partie, formée de 2 lignes u_{10}, u_{11}, se compose de quelques évaluations manquantes identifiées par le symbole «?» et certaines évaluations faites par l'utilisateur u_{10}, u_{11} à certains articles.

	regwiz	Support Desktop	End User Produced View	Knowledge Base	Microsoft.com Search
u_1	0	0	1	1	1
u_2	0	1	1	1	0
u_3	0	0	0	0	1
u_4	0	0	0	0	1
u_5	1	1	0	1	0
u_6	1	0	1	0	0
u_7	0	0	1	0	1
u_8	0	0	0	1	1
u_9	0	0	0	0	1
u_{10}	1	?	?	1	?
u_{11}	?	1	1	?	0

Tableau 1 – Les données d'entrée du modèle proposé.

En utilisant la première partie du Tableau 1 et en sélectionnant les seuils appropriés sur deux mesures (confiance et support), un ensemble de règles est généré comme indiqué dans le Tableau 2.

ID	Règles	Support	Confiance
9	{Support Desktop} => {Knowledge Base}	0.2222	1
17	{regwiz,Support Desktop} => {Knowledge Base}	0.1111	1
18	{regwiz,Knowledge Base} => {Support Desktop}	0.1111	1
…	…	…	…
5	{regwiz} => {Knowledge Base}	0.1111	0.5
25	{End User Produced View,Knowledge Base} =>{Microsoft.com Search}	0.1111	0.5
11	{Microsoft.com Search} =>{End User Produced View}	0.2222	0.33333
…	…		
4	{End User Produced View} => {regwiz}	0.11111	0.25
…	…	…	…

Tableau 2 – L'ensemble des règles d'association.

Une règle d'association $a \rightarrow b$ peut être exprimée par la cardinalité de quatre valeurs : n, n_a, n_b et $n_{a\bar{b}}$. Par conséquent, les cardinalités de l'ensemble de règles ainsi que la valeur de chaque règle selon une mesure implicative forte (par exemple la mesure d'intensité implicative) seront calculées comme indiqué dans le Tableau 3.

ID	Règles	n	na	nb	na $\bar{b}$	L'intensité implicative
9	{Support Desktop} => {Knowledge Base}	9	2	4	0	0.670807
17	{regwiz,Support Desktop} =>{Knowledge Base}	9	1	4	0	0.426246
18	{regwiz,Knowledge Base} => {Support Desktop}	9	1	2	0	0.540574
…	…	…	…	…	…	…
5	{regwiz} => {Knowledge Base}	9	2	4	1	0.305037
…	…	…	…	…	…	…
25	{End User Produced View,Knowledge Base} => {Microsoft.com Search}	9	2	6	1	0.144304
11	{Microsoft.com Search} => {End User Produced View}	9	6	4	4	0.243505
…	…	…	…	…	…	…
4	{End User Produced View} => {regwiz}	9	4	2	3	0.377644
…	…	…	…	…	…	…

Tableau 3 –La cardinalité et la valeur de l'intensité implicite pour chaque règle.

Les règles du Tableau 3 sont triées en diminuant les valeurs d'intensité implicatives. Les règles avec les valeurs implicatives inférieures au seuil 0.5 seront supprimées. En utilisant de l'ensemble de règles extraites, les systèmes prédisent les évaluations manquantes des utilisateurs u_{10} et u_{11} et recommandent les articles les plus importants pour ces utilisateurs. Les résultats de cette étape sont présentés dans le Tableau 4 et le Tableau 5.

	regwiz	Support Desktop	End User Produced View	Knowledge Base	Microsoft.com Search
u_{10}	1	1	0	1	0
u_{11}	0	1	1	1	0

Tableau 4 – Les valeurs des ratings manquantes.

	Liste des N meilleurs articles
u_{10}	{Support Desktop}
u_{11}	{Knowledge Base}

Tableau 5 – Les articles sont recommandés aux utilisateurs u_{10} et u_{11}.

3.6 Évaluation du modèle proposé

Afin d'évaluer les systèmes de recommandation, l'ensemble de données d'entrée est divisé en un ensemble de formation (de taille : n utilisateurs x m éléments) et le jeu de test (de taille p utilisateurs x m éléments). L'ensemble de formation est utilisé pour construire le modèle tandis que l'ensemble de test est utilisé pour tester le modèle. Ce dernier ensemble est également divisé en deux parties : l'ensemble connu et l'ensemble inconnu avec la même taille (p utilisateurs x m éléments). Pour chaque utilisateur, l'ensemble connu n'a que les évaluations choisies au hasard alors que l'ensemble inconnu comprend les évaluations restantes. Par exemple, si le nombre d'évaluations dans l'ensemble de test (de taille : p utilisateurs x m éléments) est o et le nombre d'évaluation (le nombre d'articles) par utilisateur à conserver pour la construction des recommandations est q, alors l'ensemble connu a $p\ x\ q$ évaluations, l'ensemble inconnu a $o\ -\ (p\ x\ q)$ évaluations. L'ensemble connu et le modèle appris sont utilisés pour faire des recommandations lorsque l'ensemble inconnu est utilisé pour évaluer la précision du résultat recommandé.

La méthode d'évaluation à utiliser est la méthode de validation croisée du k-folds. Un ensemble de données est divisé en k-folds (morceaux) de taille égale. Un fold (pris comme ensemble de test) sert à évaluer la précision du modèle qui est appris par d'autres folds $k-1$ (pris comme ensemble d'entraînement). Nous pouvons faire de même pour les uns avec les autres fold. Ensuite, la précision du modèle est calculée comme la moyenne sur k fois. Dans notre expérience, nous sélectionnons k égal à 4. Dans les critères utilisés pour évaluer les systèmes de recommandation, la précision est le critère le plus important [4]. Les paramètres communs liés à la précision des résultats retournés sont la précision et le rappel. Ces mesures sont basées sur la matrice de confusion indiquée au Tableau 6. La formule pour calculer la valeur des mesures (précision et rappel) est donnée dans (13) et (14), respectivement.

Réel / Prédit	Non recommandé	Recommandé
Non appréciés	Vrai Négatif (TN)	Faux Positif (FP)
Appréciés	Faux Négatif (FN)	Vrai Positif (TP)

Tableau 6 : La matrice de confusion

La courbe précision-rappel et la courbe de ROC (en anglais : receiver operating characteristic) sont souvent utilisées pour évaluer un algorithme sur une gamme du nombre de recommandations à introduire aux utilisateurs si ce nombre n'est pas prédéterminé. Le précision-rappel est construite selon deux facteurs : précision et rappel. La courbe de ROC est basée sur deux mesures : la sensibilité et la spécificité, et est tracée par la sensibilité et la compensation de la spécificité. La sensibilité (également connue sous le nom de taux positif vrai - TPR) est calculée comme la mesure de rappel. Le complément de la spécificité (également appelé taux de faux positif - FPR) est calculé par (15).

$$précision = \frac{TP}{TP + FP} \quad (13) \qquad rappel/TPR = \frac{TP}{TP + FN} \quad (14)$$

$$FPR = 1 - Spécificité = 1 - \frac{TN}{TN + FP} = \frac{FP}{TN + FP} \quad (15)$$

4 Expérimentations

4.1 Démarches expérimentale

Les expérimentations de cet article mettent l'accent sur le modèle proposé qui utilise la mesure d'intensité implicative. D'autres mesures implicatives fortes (sauf que la mesure de cohésion utilisée dans [8]) seront considérées pour améliorer la qualité des recommandations dans un autre article).

4.2 Description des données expérimentales

Deux ensembles de données utilisés pour l'expérimentation sont MSWeb [1] et MovieLens[5] comme indiqués dans le Tableau 7. Le premier est un jeu de données binaires alors que le dernier est un ensemble de données non binaires.

Ensemble de données	Le nombre de lignes	Le nombre de colonnes	Le nombre d'évaluations	Type d'évaluations
MSWeb	32,710	285	98,653	Binaire
MovieLens	943	1,664	99,392	Ordinal

Tableau 7 – Deux ensembles de données MSWeb et MovieLens avant le prétraitement.

[5]http://www.grouplens.org

MSWeb a été généré en échantillonnant et en traitant les journaux de www.microsoft.com pendant une semaine. Pour chaque utilisateur parmi 38,000 utilisateurs anonymes et sélectionnés au hasard, cet ensemble de données répertorie toutes les zones du site (Vroots) visitées par ces utilisateurs. MSWeb se compose de: 32,710 utilisateurs, 285 Vroot et 98,653 évaluations (avec valeur de VRAI / 1). L'ensemble de données MovieLens a été collecté via le site web movielens.umn.edu pendant sept mois. Il contient 943 utilisateurs, 1,664 films et 99,392 évaluations (avec des valeurs de 1-5) enregistrant les notations des utilisateurs sur les films. Pour être utilisé dans le modèle proposé, l'ensemble de données MovieLens est binarisé. Le seuil de binarisation des données est 3. Les évaluations sont définies à 1 si elles sont supérieures ou égales à ce seuil et 0 sinon.

Afin d'augmenter l'exactitude de la construction du modèle de recommandation et de la valider, les ensembles de données expérimentaux doivent être prétraités. Pour l'ensemble de données MSWeb, les percentiles pour un ensemble de nombre de Vroots par utilisateur et pour un ensemble de nombre d'utilisateurs par Vroot sont présentés dans le Tableau 8. Le percentile p^{th}est la valeur $x_p$telle que $p\%$ de toutes les valeurs de x sont inférieurs à x_p. Par exemple, dans le Tableau 8, il y a 98% de toutes les valeurs du nombre de Vroots par utilisateur inférieures à 10 ; et 50% de toutes les valeurs du nombre d'utilisateurs par Vroot inférieure à 46. Si nous conservions les Vroots qui ne sont visités que quelquefois (par exemple 2, 5) et les utilisateurs qui visitent seulement quelques Vroots (par exemple 1, 3), leurs évaluations pourraient être biaisées. Par conséquent, pour sélectionner les données pertinentes dans cet ensemble de données, le nombre minimum de Vroots par utilisateur et le nombre minimum d'utilisateurs par Vroot à sélectionner sont respectivement de 10 et 50.

	0%	40%	60%	80%	90%	98%	100%
Nombre de Vroots par utilisateur	1	2	3	4	6	10	35
Nombre d'utilisateurs par Vroot	1	26	86	244	622	4507	10835

Tableau 8 – Les percentiles pour un ensemble de nombre de Vroots par utilisateur et pour un ensemble de nombre d'utilisateurs par Vroot - avant de prétraiter l'ensemble de données MSWeb.

	0%	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
Nombre de films par utilisateur	6	19	24	31	42	54	76	107	140	205	507
Nombre d'utilisateurs par film	0	1	3	5	10	18	31	52	81	147	558

Tableau 9 – Les percentiles pour un ensemble de nombre de films par utilisateur et pour un ensemble de nombre d'utilisateurs par film - avant de prétraiter l'ensemble de données MovieLens.

Pour le jeu de données MovieLens binarisé, les percentiles pour un ensemble de nombre de films par utilisateur et pour un ensemble de nombre d'utilisateurs par film sont présentés dans le Tableau 9. De la même manière indiquée ci-dessus, le nombre d'utilisateurs qui ont évalué au moins 50 films et le nombre de films évalués par au moins 100 utilisateurs ont été sélectionnés pour extraire les données pertinentes.

Après le prétraitement, les informations de MSWeb et MovieLens sont représentées dans le Tableau 10. Les percentiles de deux ensembles de données sont présentés dans le Tableau 11 et le Tableau 12.

Ensemble de données	Le nombre de lignes	Le nombre de colonnes	Le nombre de évaluations
MSWeb	875	135	10487
MovieLens (Sous forme binaire)	560	332	48266

Tableau 10 – Deux ensembles de données MSWeb et MovieLens - après le prétraitement.

	0%	10%	40%	60%	80%	90%	100%
Nombre de Vroots par utilisateur	7	10	11	12	14	15.6	34
Nombre d'utilisateurs par Vroot	2	8.4	24	44.4	97.8	191	604

Tableau 11 – Les percentiles pour un ensemble de nombre de Vroots par utilisateur et pour un ensemble de nombre d'utilisateurs par Vroot - après de prétraiter l'ensemble de données MSWeb.

	0%	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
Nombre de films par utilisateur	14	37	43	51	63	77	92	104.3	125	153	248
Nombre d'utilisateurs par film	37	78	90.2	100	112	126	145	170	198	245	435

Tableau 12 – Les percentiles pour un ensemble de nombre de films par utilisateur et pour un ensemble de nombre d'utilisateurs par film - après de prétraiter l'ensemble de données MovieLens.

Par conséquent, le nombre maximum de Vroots par utilisateur et le nombre maximum de films par utilisateur à conserver pour construire les recommandations sont respectivement 7 et 14.

4.3 Environnement expérimental

L'outil Interestingnesslab représenté en [9] est amélioré pour développer et évaluer le modèle de recommandation proposé. Les expérimentations sont exécutées sur l'ordinateur avec la configuration suivante : le système d'exploitation Windows 8, 16 Go RAM et le processeur Intel Pentium CPU G630 2,7 GHz.

4.4 Scénarios expérimentaux

Comme mentionné ci-dessus, dans cet article, nous nous centrons sur l'utilisation de la mesure d'intensité implicative. Quatre scénarios sont proposés comme suit :

Les seuils appropriés de la mesure de confiance et de support pour diminuer le temps du modèle et encore pour maintenir la précision. Le scénario explore les seuils de deux mesures qui sont les mieux adaptées pour générer un ensemble de règles. Le but de ce scénario est de maintenir l'exactitude du modèle de recommandation, mais de réduire la taille de l'ensemble de règles, donc le temps du modèle (le temps d'apprendre le modèle) sera réduit.

Le seuil approprié de la mesure d'intensité implicative pour diminuer le temps de prédiction et encore pour maintenir la précision. Le scénario explore le seuil de la mesure d'intensité implicative qui convient le mieux pour filtrer l'ensemble de règles. Le but de ce scénario est de maintenir l'exactitude du modèle de recommandation, mais de réduire le nombre de règles (la taille du jeu de règles), ce qui réduit le temps de prédiction pour formuler les recommandations.

Le résultat de la recommandation est meilleur avec la longueur de la règle égale à 2. Ce scénario évalue le système de recommandation basé sur la mesure d'intensité implicative en comparant trois résultats de la recommandation générés par trois systèmes de recommandation différents. Ces systèmes utilisent le même modèle proposé, avec différentes mesures (intensité implicative, facteur bayésien et statique de khi-carré) pour

filtrer et classer l'ensemble de règles. La longueur maximale de la règle à utiliser dans le scénario est égale à 2.

Les résultats de la recommandation sont corrects avec la longueur maximale de la règle supérieure à 2. Ce scénario est semblable au scénario 3, mais la longueur maximale de la règle est supérieure à 2 et est modifiée dans la gamme donnée.

La valeur du facteur bayésien ou celle du khi-carré de chaque règle sont calculées à l'aide de la cardinalité de quatre paramètres $\{n, n_a, n_b, n_{a\bar{b}}\}$ qui sont identifiés dans l'étape 3 du processus du modèle de recommandation proposé. Les formules des mesures (le facteur bayésien et la khi-carré) sont indiquées en (16) et (17) respectivement. Par exemple, la valeur du facteur bayésien de la règle {Support Desktop,Knowledge Base} => {regwiz} indiquée dans le Tableau 1 est (9 x 2 – 2 x 2 – 9 x 1 + 2 x 1) / (2 x 1) = 3.5.

$$\frac{nn_a - n_a n_b - nn_{a\bar{b}} + n_b n_{a\bar{b}}}{n_b n_{a\bar{b}}} \tag{16}$$

$$\frac{n(nn_a - nn_{a\bar{b}} - n_a n_b)^2}{n_a n_b (n - n_a)(n - n_b))} \tag{17}$$

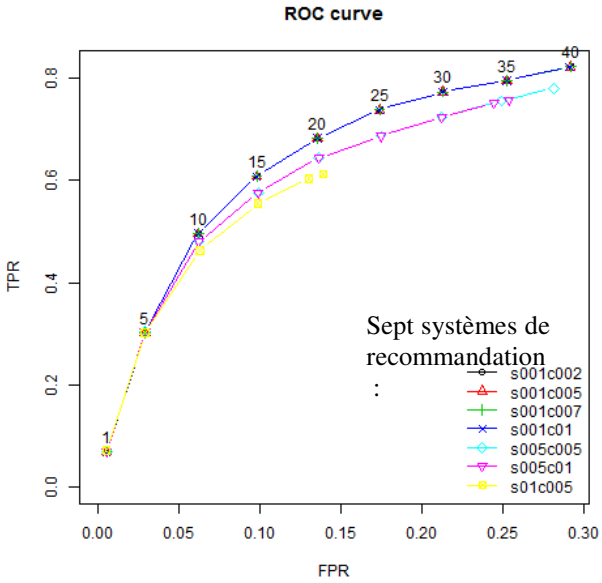
4.5 Scénario 1 : les seuils appropriés de la mesure de confiance et de support pour diminuer le temps d'apprendre le modèle et encore pour maintenir l'exactitude

4.5.1 Résultat expérimental

Pour sélectionner les seuils appropriés de deux mesures, la courbe de ROC et la courbe précision-rappel sont utilisées pour comparer les résultats de la recommandation. Dans ce scénario, nous modifions les seuils des mesures de confiance et de support ainsi que la longueur[6] maximale de la règle. Pour ne pas perdre les règles d'association présentant une qualité élevée, le seuil de support et le seuil de confiance sont limités à de petites valeurs. Le modèle proposé est utilisé pour formuler les recommandations, mais la troisième étape du processus du modèle est ignorée et l'ensemble des règles est trié par ordre décroissant des valeurs de confiance.

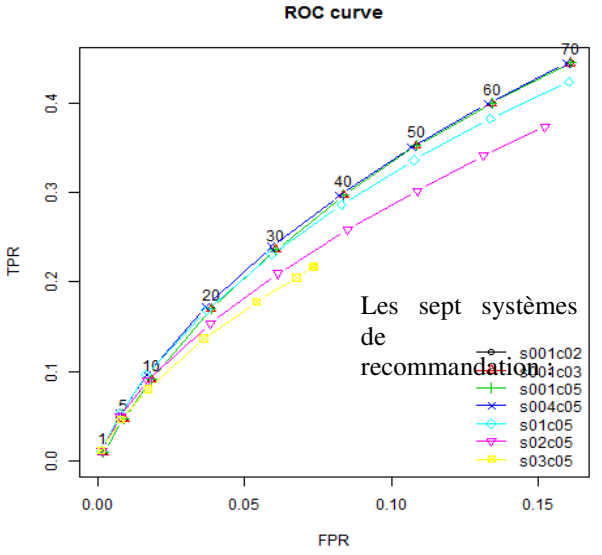
Pour l'ensemble de données MSWeb, sept paires de valeurs (support, confiance) à utiliser sont (0.01, 0.02), (0.01, 0.05), (0.01, 0.07), (0.01, 0.1), (0.05, 0.05), (0.05, 0.1) et (0.1, 0.05) ; le nombre de Vroots par utilisateur à conserver pour la construction des recommandations est de 7 ; et la longueur maximale de la règle varie de 2 à 8. En utilisant le modèle proposé et ces paramètres, sept systèmes de recommandation sont développés. La Figure 3 montre le résultat de l'évaluation de ces systèmes lorsque la longueur maximale de la règle est 4 et le nombre de recommandations est 1, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35 et 40. Nous obtenons les résultats semblables à montrés dans la Figure 3 pour d'autres longueurs.

[6] Par exemple, la longueur d'une règle est n si le nombre de prémisses est n-1 et la conclusion unique.



- TPR (de taux positif vrai) : le ratio entre le nombre d'articles préférés qui sont recommandés et le total d'articles préférés.
- FPR (taux de faux positif) : le ratio entre le nombre d'articles non préférés qui sont encore recommandés et le total d'articles non préférés.

Figure 3 – Résultats expérimentaux du scénario 1 pour l'ensemble de données MSWeb



- TPR (de taux positif vrai) : le ratio entre le nombre d'articles préférés qui sont recommandés et le total d'articles préférés.
- FPR (taux de faux positif) : le ratio entre le nombre d'articles non préférés qui sont encore recommandés et le total d'articles non préférés.

Figure 4 – Résultats expérimentaux du scénario 1 pour l'ensemble de données MovieLens

Pour l'ensemble de données MovieLens, nous usons de la même méthode appliquée pour MSWeb. Le résultat d'évaluation des systèmes de recommandation, quand la longueur maximale de la règle est 3 et le nombre de recommandations est 1, 5, 10, 20, 30, 40, 50, 60 et 70, est illustré par la Figure 4. Pour la longueur de 2, on obtient les résultats similaires comme ceux montrés dans la Figure 4.

La Figure 4 montre les courbes ROC de sept systèmes de recommandation s001c02, s001c03, s001c05, s004c05, s01c05, s02c05, s03c05 quand le nombre de recommandations est 1, 5, 10, 20, 30, 40, 50, 60 et 70. Ces systèmes utilisent l'ensemble de données MovieLens. Les sept paires de seuils (support, confiance) sont (0.01, 0.2), (0.01, 0.3), (0.01, 0.5), (0.04, 0.5), (0.1, 0.5), (0.2, 0.5) et (0.3, 0.5). Le nombre de films

par utilisateur à conserver pour la construction des recommandations est 14 et la longueur maximale de la règle est 3.

4.5.2 Discussion

Pour l'ensemble de données MSWeb, les zones sous les courbes ROC des systèmes recommandation (s001c002, s001c005, s001c007 et s001c01) sont identiques. Elles sont également plus grandes que les zones sous d'autres courbes. En outre, avec la valeur de support 0.01, la taille de l'ensemble de règles généré par la valeur de confiance 0.02 ou 0.05 ou 0.07 est supérieure à la taille de l'ensemble de règles généré par la valeur de confiance 0.1. Par conséquent, dans ce cas, les seuils des mesures de support et de confiance à sélectionner sont respectivement de 0.01 et 0.1.

Pour l'ensemble de données MovieLens, la Figure 4 montre que le système de recommandation utilisant le seuil du support 0.04 et le seuil de confiance 0.5 a une meilleure précision que les autres systèmes. Toutefois, avec ces seuils sélectionnés, le nombre de règles est trop important si la longueur maximale de la règle est supérieure à 2. Par exemple, le Tableau 13 montre le nombre de règles lorsque ces seuils sont modifiés.

La longueur maximale de la règle	Le seuil du support	Le seuil du confiance	Le nombre de règles
3	0.04	0.5	3,103,100
4	0.04	0.5	112,727,547
3	0.10	0.5	576,297
4	0.10	0.5	5,891,352
5	0.10	0.5	28,106,657
3	0.20	0.5	35,490
4	0.20	0.5	99,671
5	0.20	0.5	161,849

Tableau 13 – Un exemple du nombre de règles à générer en utilisant les seuils des mesures de support et de confiance et la longueur maximale de la règle.

L'ordinateur utilisé dans nos expérimentations est surchargé car le nombre de règles est trop grand. Par conséquent, pour l'ensemble de données MovieLens, les seuils à sélectionner sont : 0.2 pour la mesure de support et 0.5 pour la mesure de confiance si la longueur maximale de la règle est supérieure à 2 ; et 0.04 pour la mesure de support et 0.5 pour la mesure de confiance si la longueur maximale de la règle est égale à 2. De plus, pour l'ensemble de données MovieLens, avec ces seuils sélectionnés, les nombres de règles sont les mêmes si la longueur maximale de la règle est supérieure et égale à 7. Par conséquent, la longueur maximale de la règle utilisée dans les expérimentations a une valeur comprise entre 2 et 7. De la même manière, pour l'ensemble de données MSWeb, la longueur de règle maximale utilisée dans les expérimentations a une valeur entre 2 et 9.

4.6 Scénario 2 : le seuil approprié de la mesure d'intensité implicative pour diminuer le temps de prédiction et encore pour maintenir l'exactitude

4.6.1 Résultat expérimental

Pour améliorer le temps de prédiction, le nombre de règles dans un ensemble de règles devrait être réduit en sélectionnant un seuil approprié de la mesure d'intensité implicative.

Pour l'ensemble de données MSWeb, la paire de valeurs (support, confiance) à utiliser pour générer l'ensemble de règles est (0.01, 0.1) ; le nombre de Vroots par utilisateur à conserver pour la construction des recommandations varie de 4 à 7 ; la longueur maximale de la règle varie de 2 à 9 ; et le seuil de la mesure d'intensité implicative varie de 0.5 à 0.9. En utilisant le modèle proposé et ces paramètres, deux systèmes de recommandation sont développés. Le premier utilise un seuil donné (de 0.5 à 0.9) pour filtrer l'ensemble de règles alors que ce dernier n'utilise pas le seuil (c'est-à-dire ne filtre pas l'ensemble de règles où le seuil de la mesure d'intensité implicative est égal à 0). Le résultat expérimental montre que les courbes ROC ainsi que les courbes précision-rappel des deux systèmes se chevauchent presque totalement. Le Tableau 14 présente des informations sur deux systèmes. Nous obtenons les résultats similaires pour d'autres fois. Pour l'ensemble de données MovieLens, le résultat expérimental montre également que les courbes ROC ainsi que les courbes précision-rappel des deux systèmes (en utilisant les seuils de 0.0 et 0.97 respectivement) se chevauchent presque totalement.

La longueur maximale de la règle	Le nombre de règles		Le temps de prédiction (sec)	
	Seuil=0	Seuil=0.9	Seuil=0	Seuil=0.9
2	2,004	581	4.5125	4.4675
3	15,608	4,217	4.7775	4.6775
4	47,691	13,609	5.4900	4.8700
5	83,057	26,033	6.3900	5.2650
6	103,671	34,478	7.0875	5.6600
7	109,312	37,404	7.2275	5.7250

Tableau 14 –Le nombre de règles et le temps de prédiction de deux systèmes de recommandation qui utilisent les seuils de 0.0 et 0.9 sur la mesure d'intensité implicative, le seuil du support 0.01, le seuil de confiance 0.1, et les articles à conserver 5.

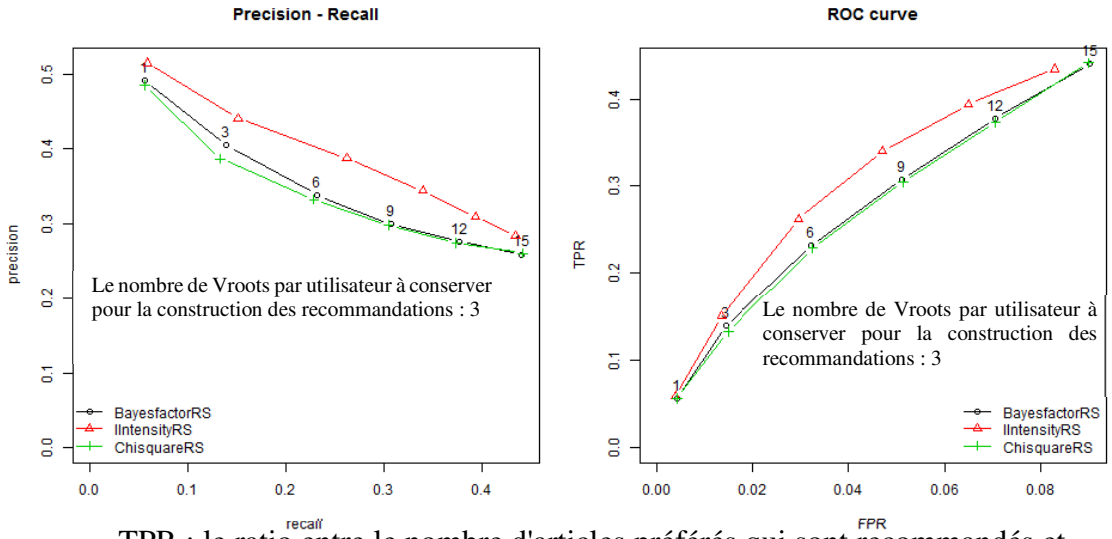
4.6.2 Discussion

Le nombre de règles et le temps de prédiction du système qui utilise le seuil de 0.9 (au 0.97) est inférieur à celui du système qui n'utilise pas le seuil tandis que les courbes ROC et les courbes précision-rappel des deux systèmes se chevauchent presque totalement. Par conséquent, le seuil approprié de la mesure d'intensité implicative est de 0.9 pour l'ensemble de données MSWeb, et de 0.97 pour l'ensemble de données MovieLens.

4.7 Scénario 3 : le résultat de la recommandation est meilleur avec la longueur de la règle est égale à 2

4.7.1 Résultat expérimental

Dans ce scénario, nous comparons les résultats des recommandations de trois systèmes (BayesfactorRS, IIntensityRS et ChisquareRS). Les systèmes utilisent le même modèle proposé, mais les différentes mesures à l'étape «filtrer le jeu de règles» sont l'intensité implicative, le facteur bayésien et les statistiques de khi-carré.



- TPR : le ratio entre le nombre d'articles préférés qui sont recommandés et le total d'articles préférés.

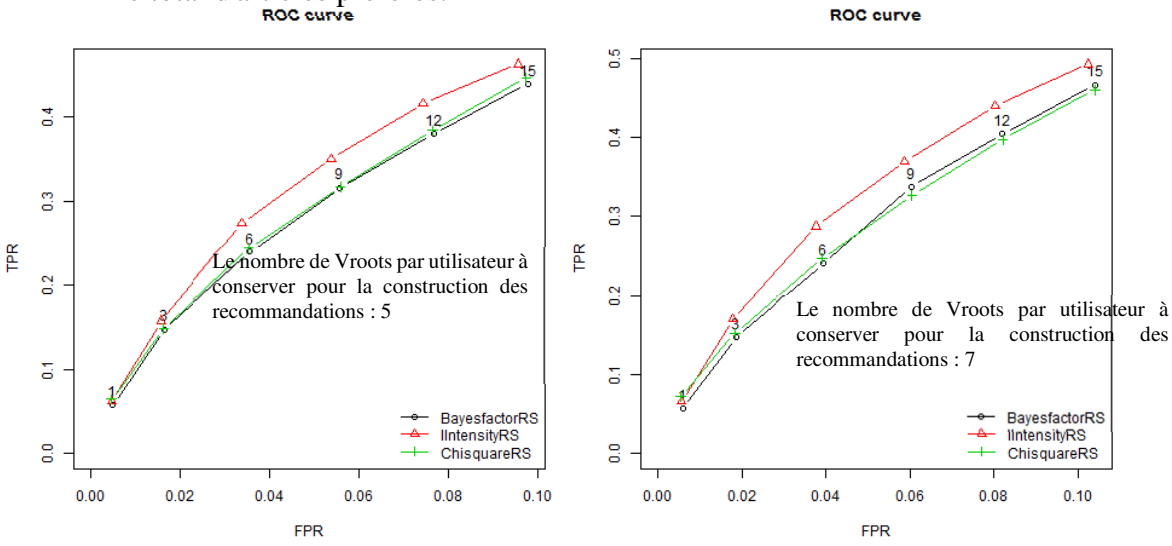
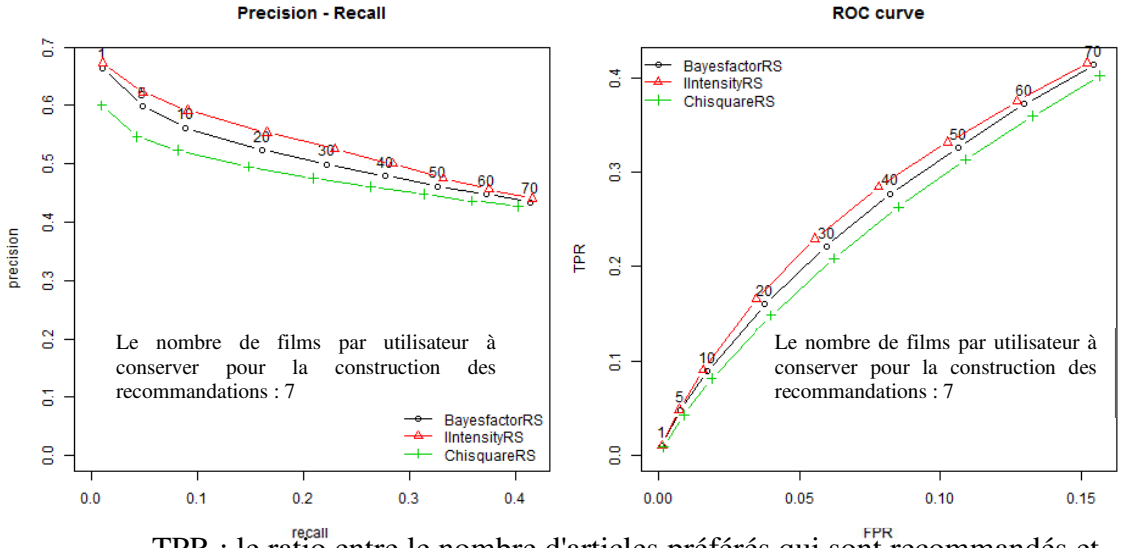


Figure 5 – Résultats expérimentaux du scénario 3 pour l'ensemble de données MSWeb

Pour l'ensemble de données MSWeb, la paire de valeurs (support, confiance) à utiliser pour générer l'ensemble de règles est (0.01, 0.1). Le seuil de la mesure d'intensité implicative à utiliser pour filtrer l'ensemble de règles est de 0.9. La longueur maximale de la règle est 2. Le nombre de Vroots par utilisateur à conserver pour la construction des recommandations varie de 3 à 7. Lorsque le nombre de recommandations est 1, 6, 9, 12 et 15 et le nombre de Vroots par utilisateur à conserver pour la construction des recommandations est 3, 5, 7, les courbes ROC et les courbes précision-rappel de trois systèmes sont représentées par la Figure 5. Quand le nombre de Vroots par utilisateur est modifié, nous obtenons les résultats semblables à ceux montrés dans la Figure 5.



- TPR : le ratio entre le nombre d'articles préférés qui sont recommandés et le total d'articles préférés.

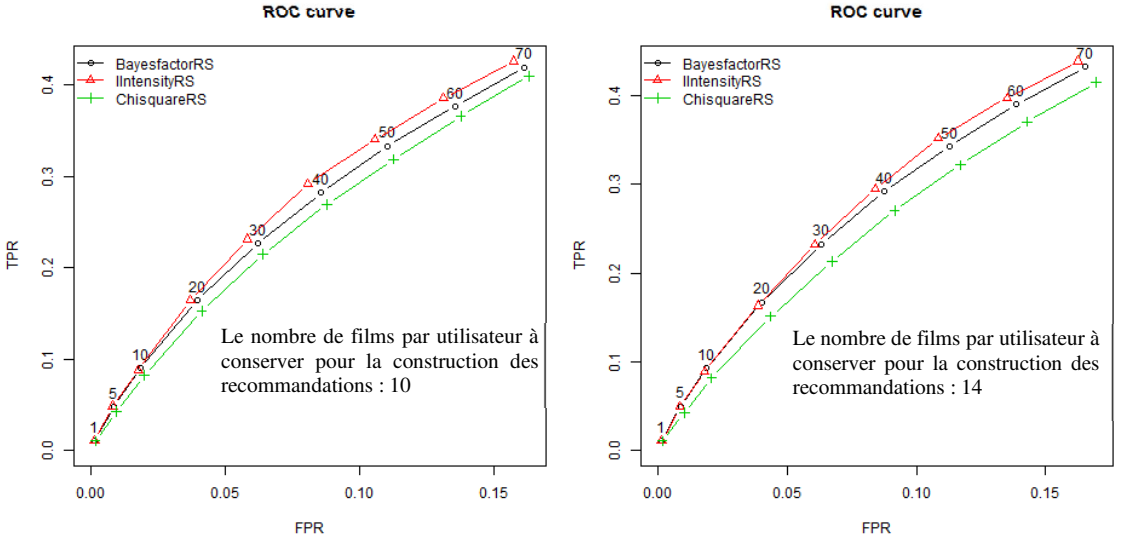


Figure 6 – Résultats expérimentaux du scénario 3 pour l'ensemble de données MovieLens

Pour l'ensemble de données MovieLens, la paire de valeurs (support, confiance) à utiliser pour générer l'ensemble de règles est (0.04, 0.5). Le seuil de la mesure d'intensité implicative à utiliser pour filtrer l'ensemble de règles est de 0.97. La longueur maximale de la règle est 2 et le nombre de films par utilisateur à conserver pour la construction des recommandations est modifié de 7 à 14. Lorsque le nombre de recommandations est 1, 5, 10, 20, 30, 40, 50, 60 et 70 et le nombre de films par utilisateur à conserver pour la construction des recommandations est 7, 10, 14, les courbes ROC et les courbes de précision-rappel de trois systèmes (BayesfactorRS, IIntensityRS et ChisquareRS) sont représentés par la Figure 6. Quand le nombre de films par utilisateur est modifié, nous obtenons les résultats semblables à ceux indiqués dans la Figure 6.

4.7.2 Discussion

Pour les deux ensembles de données, les courbes ROC du système de recommandation utilisant la mesure d'intensité implicative dominent complètement celles des systèmes de

recommandation utilisant le facteur bayésien et les statistiques de khi-carré. Par conséquent, les systèmes de recommandation basés sur la mesure d'intensité implicative restituent un résultat de la recommandation meilleur dans le cas où la longueur de la règle est 2. En outre, avec la même longueur de règle et le même ensemble de données, si le nombre articles par utilisateur à conserver pour construire les recommandations est plus grand, le rappel de la recommandation est plus élevé et la précision de la recommandation est plus faible.

4.8 Scénario 4 : les résultats de la recommandation sont corrects avec la longueur maximale de la règle supérieure à 2

4.8.1 Résultat expérimental

Dans le scénario 4, nous comparons également les résultats de recommandation du système de recommandation en fonction de l'intensité implicative par rapport aux systèmes de recommandation basés sur le facteur bayésien et les statistiques de khi-carré. La longueur maximale de la règle à utiliser dans ce scénario est supérieure à 2.

Pour l'ensemble de données MSWeb, les seuils sélectionnés dans le scénario 1 et le scénario 2 sont encore utilisés dans ce scénario, c'est-à-dire le seuil de support 0.01, le seuil de confiance 0.1 et le seuil d'intensité implicative 0.9. Pour évaluer les résultats de la recommandation de trois systèmes (BayesfactorRS, IIntensityRS et ChisquareRS), le nombre de Vroots par utilisateur à conserver pour la construction des recommandations varie de 3 à 7 et la longueur maximale de la règle varie de 3 à 9. Si le nombre de Vroots par utilisateur est inférieur à 5, les courbes de précision-rappel de trois systèmes avec 1, 6, 9, 12 et 15 recommandations sont présentées dans la figure 7. Nous obtenons les résultats similaires quand la longueur maximale de la règle est modifiée.

Si le nombre de Vroots par utilisateur est de 5 à 7, les courbes de précision-rappel de trois systèmes avec 1, 6, 9, 12 et 15 recommandations sont représentées par la Figure 8. Nous obtenons les résultats similaires quand la longueur maximale de la règle est modifiée.

Pour l'ensemble de données MovieLens, comme indiqué dans le scénario 2, les seuils utilisés dans ce scénario sont de 0.2 pour le seuil de support, 0.5 pour le seuil de confiance et 0.97 pour le seuil d'intensité implicative. Pour évaluer les résultats de la recommandation de trois systèmes (BayesfactorRS, IIntensityRS et ChisquareRS), le nombre de films par utilisateur à conserver pour la construction des recommandations varie de 7 à 14 et la longueur maximale de la règle varie de 3 à 7. Les courbes de précision-rappel de trois systèmes avec 1, 5, 10, 20, 30, 40, 50, 60 et 70 recommandations sont indiquées dans la Figure 9.

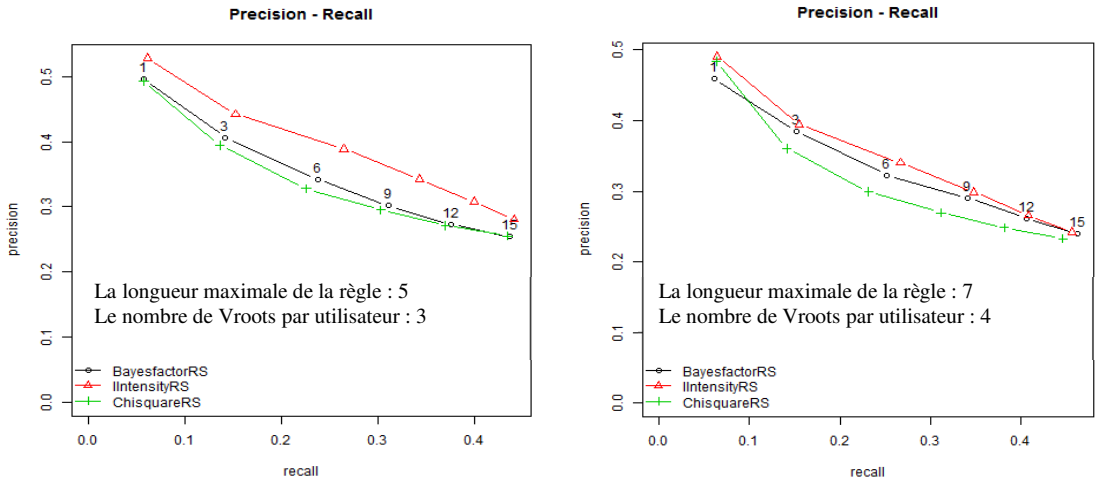


Figure 7 – Résultats expérimentaux du scénario 4 pour l'ensemble de données MSWeb et le nombre de Vroots par utilisateur est inférieur à 5.

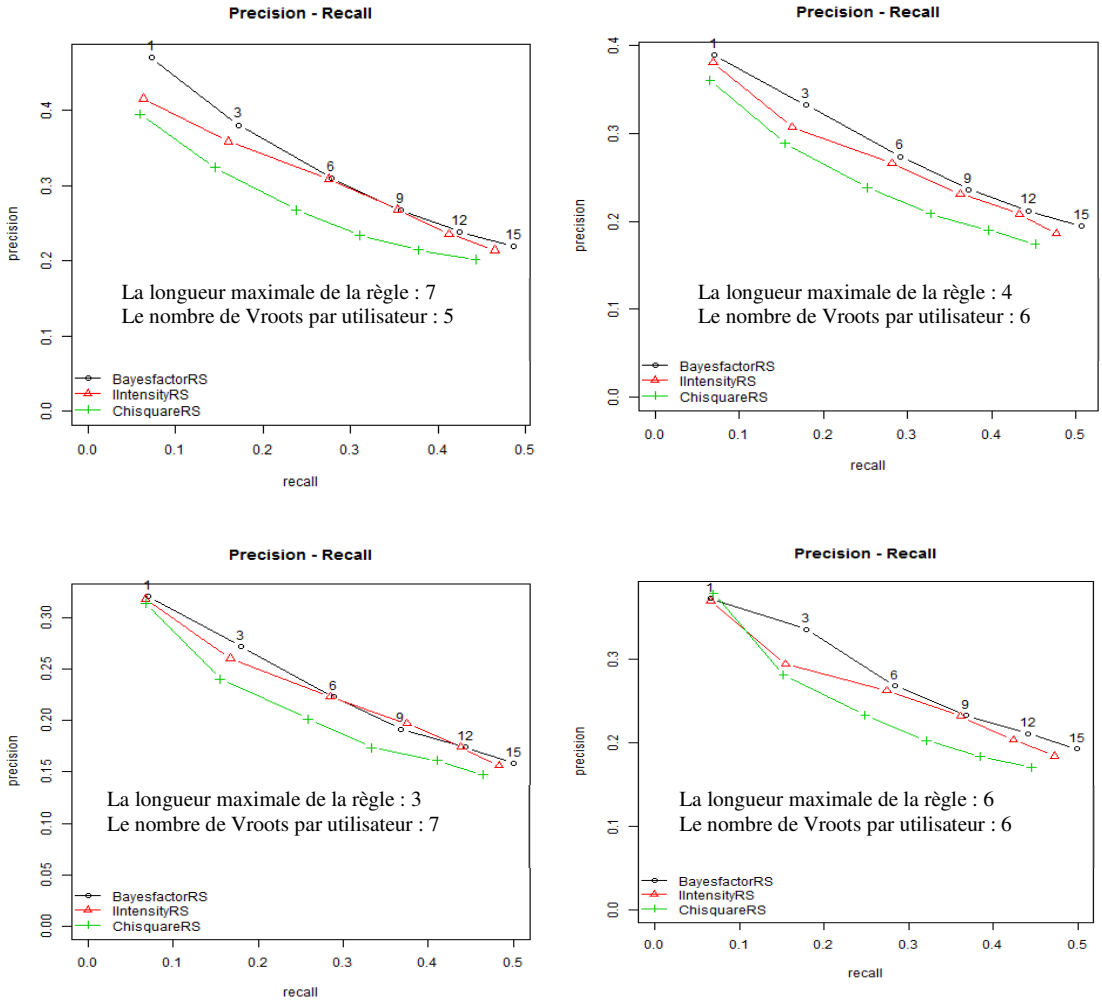


Figure 8 – Résultats expérimentaux du scénario 4 pour l'ensemble de données MSWeb et le nombre de Vroots par utilisateur est de 5 à 7.

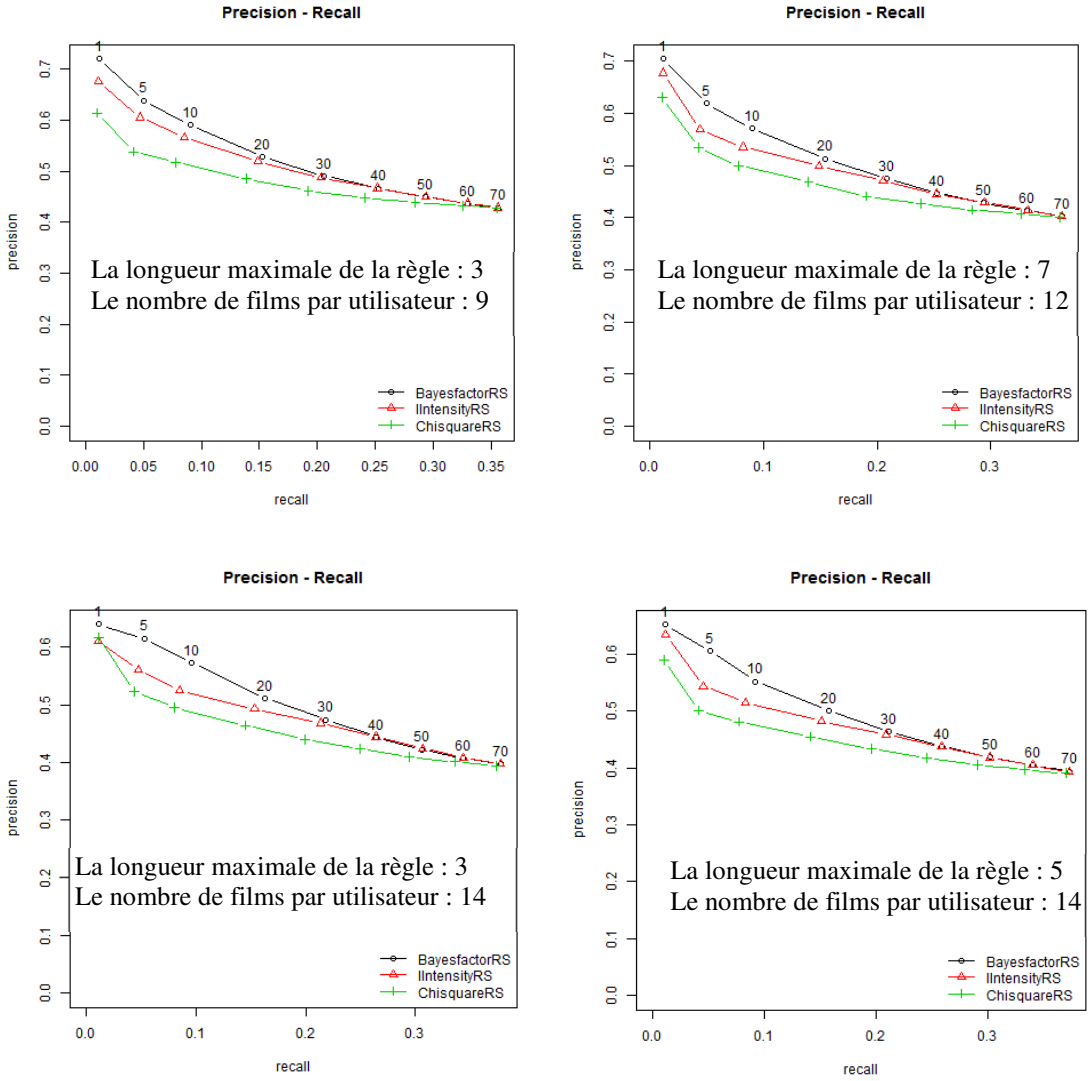


Figure 9 – Résultats expérimentaux du scénario 4 pour l'ensemble de données MovieLens

4.8.2 Discussion

Pour les deux ensembles de données, la Figure 7, la Figure 8 et la Figure 9 montrent que le résultat de la recommandation du système basé sur l'intensité implicative est indiscutablement meilleur que le résultat du système basé sur les statistiques de khi-carré. Pour l'ensemble de données MSWeb, si le nombre de Vroots par utilisateur à conserver pour la construction des recommandations est inférieur à 5, le résultat de la recommandation du système basé sur l'intensité implicative est meilleur que le résultat du système basé sur le facteur bayésien. Comme décrit dans le Tableau 11, 90% des utilisateurs ont visité au moins 10 Vroots, 10% des utilisateurs ont visité au moins 15 Vroots. Par conséquent, si le nombre de Vroots par utilisateur est modifié de 5 à 7, nous devrions nous concentrer sur les segments de 5 à 10, de 4 à 9, et de 3 à 8 recommandations respectivement sur les courbes de précision-rappel quand nous évaluons l'exactitude de la recommandation. Les différences entre deux courbes sur ces segments sont diminuées.

Pour l'ensemble de données MovieLens, comme décrit au Tableau 12, 100% des utilisateurs ont regardé au moins 14 films, 90% des utilisateurs ont regardé au moins 37

films. Par conséquent, lors de l'évaluation de l'exactitude de la recommandation, nous devrions nous centrer sur les segments de 23 ou 25 ou 28 à 70 recommandations sur les courbes de précision-rappel si le nombre de films par utilisateur pour la construction des recommandations est 14, 12, et 9 respectivement. Les différences entre deux courbes sur ces segments sont réduites ; sur le segment de 40 à 70 recommandations, deux courbes se chevauchent presque totalement.

5 Conclusion

L'article propose un nouveau modèle de recommandation qui repose sur les règles d'association et les mesures implicatives fortes. Les mesures de support et de confiance sont utilisées pour générer un ensemble de règles d'association tandis que les mesures implicatives fortes sont utilisées pour analyser les règles. Plus précisément, le modèle proposé utilise l'intensité implicative et la cohésion implicative pour filtrer la règle et classer les recommandations ; la mesure de typicalité et la mesure de contribution pour classer les recommandations. Ce modèle peut être élargi avec d'autres mesures pour développer les différents systèmes de recommandation. Les expérimentations décrites dans cet article se centrent sur l'utilisation de la mesure d'intensité implicative. Les résultats expérimentaux montrent que : (1) le temps d'apprendre le modèle et le temps de donner les recommandations sont réduits, alors que l'exactitude de la recommandation est toujours maintenue ; (2) le résultat de la recommandation utilisant l'intensité implicative est indubitablement meilleur que le résultat utilisant les statistiques de khi-carré ; (3) le résultat de la recommandation utilisant l'intensité implicative est bien meilleur que le résultat utilisant le facteur bayésien si la longueur de la règle est 2 ; (4) le résultat de la recommandation utilisant l'intensité implicative mieux encore si la longueur de la règle est supérieure à 2 dans certains cas, mais les différences sont diminuées. Cet inconvénient peut être amélioré en combinant avec d'autres mesures implicatives fortes lors du filtrage de l'ensemble de règles et du classement de la recommandation. Pour le travail futur, nous évaluerons et comparerons le modèle proposé avec d'autres méthodes de recommandation sur des ensembles de données communs, puis nous l'appliquerons pour créer un véritable système de recommandation.

Références

[1] Adomavicius G. and Tuzhilin A. (2005) "Toward the next generation of recommender systems: a survey of the state-of-the-art and possible extensions", *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, 17, pp. 734-749.

[2] Aggrawal C. (2016), *Recommender Systems: The Textbook*, Springer International Publishing Switzerland, ISBN 978-3-319-29657-9.

[3] Amatriain, X., Jaimes A., Oliver N., and Pujol J. (2011), Data mining methods for recommender system, *Recommender Systems Handbook*, Springer US, pp. 39-71.

[4] Asuncion A. and Newman D.J. (2007), UCI Machine Learning Repository, Irvine, CA: University of California, School of Information and Computer Science. http://www.ics.uci.edu/~mlearn/MLRepository.htm.

[5] Couturier R. (2017), Un système de recommandation basé sur l'A.S.I., *L'Analyse Statistique Implicative. Des Sciences dures aux Sciences Humaines et Sociales,* dir. R. Gras, Cépaduès Ed. Toulouse, pp. 447-452.

[6] Felfernig A., Jeran M., Ninaus, G., Reinfrank F., S. Reiterer, and Stettinger M., (2014), "Basic Approaches in Recommendation Systems", *Recommendation Systems in Software Engineering*, pp. 15-38, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

[7] Gras R. et P. Kuntz P. (2008) "An overview of the Statistical Implicative Analysis (SIA) development", *Statistical Implicative Analysis*, Studies in Computational Intelligence, Springer-Verlag, 127, pp. 11-40.

[8] Gras R. et Régnier J.-C. (2017), Extension de l'ASI aux variables non binaires, *L'Analyse Statistique Implicative. Des Sciences dures aux Sciences Humaines et Sociales,* dir. R. Gras, Cépaduès Ed. Toulouse, pp 83-88.

[9] Lu J., Wu D., Mao M., Wang W., and Zhang G. (2015) "Recommender system application developments: a survey", *Decision Support Systems*, 74, pp. 12-32, 2015.

[10] Phan L.P., Huynh H.H., and Huynh H.X. 2017), "Recommendation systems based on implicative intensity and contribution measures," *2017 Tenth National Conference on Fundamental and Applied Information Technology Research (FAIR)*, Danang (accepted).

[11] Phan L.P., Huynh H.X., H.H. Huynh, and Nguyen K.M. (2016),"Association-based recommender system using statistical implicative cohesion measure," *2016 Eighth International Conference on Knowledge and Systems Engineering (KSE)*, Hanoi, pp. 144-149. doi: 10.1109/KSE.2016.7758044

[12] Phan L.P., Phan N.Q., Nguyen K.M., Huynh H.H., Huynh H.X., Guillet F. (2017), "Interestingnesslab: A Framework for Developing and Using Objective Interestingness Measures". *In: Akagi M., Nguyen TT., Vu DT., Phung TN., Huynh VN. (eds) Advances in Information and Communication Technology. ICTA 2016*. Advances in Intelligent Systems and Computing, vol 538. Springer, Cham, pp. 302-311.

[13] Ricci F., Rokach L., Shapira B., and Kantor P.B. (2011) *Recommender Systems Handbook*, Springer US.

[14] Sarwar B., Karypis G., Konstan J., and Riedl J., (2000), "Application of Dimensionality Reduction in Recommender Systems—A Case Study", *Proc. ACM WebKDD Workshop*.

[15] Tang P-N., Steinbach M., and Kumar V. (2006) *Introduction to Data Mining*, Pearson.

CLASSIFICATION EN UTILISANT LES RÈGLES D'IMPLICATION DE L'ASI

Souhila GHANEM[1], Raphaël COUTURIER[2] et Pablo GREGORI[3]

DATA CLASSIFICATION USING THE IMPLICATIVE RULES IN SIA

RÉSUMÉ

La classification est une tâche fondamentale en data mining. Le mécanisme de classification de la plupart des méthodes de classification en data mining (neural network, SVM,…) n'est pas intuitif, car il répond à l'optimisation d'une fonction d'erreur, plus ou moins complexe. A l'opposé, dans cet article, nous proposons une classification de données en utilisant les règles du graphe d'implications de l'ASI. Afin de régler les paramètres de notre proposition, nous avons pris quatre mesures de qualité et trois jeux de données sur le cancer de sein (Wisconsin Breast Cancer (WBC), Wisconsin Diagnosis Breast Cancer (WDBC) et Wisconsin Prognosis Breast Cancer (WPBC)). Finalement, une comparaison montre les avantages de notre méthode par rapport à d'autres classificateurs populaires. Les expérimentations ont été réalisées avec le logiciel RCHIC.

Mots-clés : *ASI, Graphe implicatif, Classification, Cancer de sein*

ABSTRACT

Classification is a fundamental task in data mining. The logic within many classification methods in data mining (neural network, SVM,...) is not natural, since it corresponds to the optimisation of an error function, more or less complex. On the contrary, in this paper, we propose a data classification based on the rules found in the implicative graph of SIA. In order to tune the parameters of our proposal, we have used four quality measures with three breast cancer data sets (Wisconsin Breast Cancer (WBC), Wisconsin Diagnosis Breast Cancer (WDBC) and Wisconsin Prognosis Breast Cancer (WPBC)). Finally, a comparison shows the advantage of our method with respect to other popular classifyers. All experiments have been conducted with the RCHIC software.

Keywords: *SIA, Implicative graph, Classification, Breast cancer*

1 Introduction

La classification en data mining est une tâche qui assigne chaque objet a une catégorie prédéfinie. L'ensemble de données est appelé l'ensemble d'apprentissage, et comporte les exemples dont on connaît la classe. L'objectif de la classification et de pouvoir utiliser l'ensemble d'apprentissage pour construire un modèle permettant de classifier de nouvelles données (Kamber et Han, 2000). Plusieurs méthodes de classifications existent : les algorithmes d'arbre de décision, les algorithmes bayésiens, les réseaux de neurones, les méthodes basées sur la distance, les algorithmes génétiques et les algorithmes basés sur les règles d'associations (Mitchell, 1997). L'Analyse

1 Laboratoire LIMED, Université de Bejaia, Algérie, souhila.ghanem@gmail.com
2 Institut Femto-ST, Université Bourgogne Franche-Comté, Belfort, France, raphael.couturier@univ-fcomte.fr
3Departament De Matemàtiques, Universitat Jaume I de Castellón, Espagne, gregori@uji.es

Statistique Implicative est une méthode d'analyse de données dédiée à l'extraction et la structuration des règles de quasi-implication du type « si *a* alors presque *b* » (Gras, 2008). Une telle règle signifie que l'ensemble *A* des individus qui vérifient *a* est presque inclus dans l'ensemble B des individus qui vérifient *b* (Zannoni et Ottaviani, 2001). L'ASI a été développée par Gras pour l'application dans la Didactique des Mathématiques (Gras, 1979). Depuis elle a évoluée considérablement et a été appliquée à un large éventail de domaines, en particulier le data mining. Les méthodes de classification en data mining donnent de bons résultats, mais ils ne sont pas toujours compréhensibles par l'utilisateur non expert. Pour remédier à ce problème nous proposons d'utiliser l'Analyse Statistique Implicative. Le but de ce travail est d'identifier un nombre réduit de règles qui permettent une compréhension profonde de l'objet d'étude. Nous présentons ces règles aux experts afin de prédire les classes des différents éléments d'un ensemble de données de manière facile et avec une erreur de prédiction très faible. Ces ensembles de données réfèrent à des éléments (individus, objets, …) qui nécessitent des traitements, par exemple, les examens médicaux. Chaque traitement est représenté par une variable (par exemple la variable V3 de l'ensemble de données WBC représente un traitement qui consiste à contrôler la taille de la cellule). Les résultats obtenus par ces traitements pour chaque élément sont les données des variables. Chaque variable numérique est partitionnée en un nombre fixe d'intervalles. Le nombre d'intervalles est un paramètre sélectionné par l'utilisateur. Dans notre approche, les données sont analysées afin de trouver des relations entre l'appartenance d'un élément à un intervalle donné d'une variable et son appartenance à une classe donnée. Ces relations sont formalisées sous forme de règles d'implications. Nous sélectionnons toutes les règles importantes possibles dont la conclusion est le nom d'une classe. Pour détecter les règles importantes nous devons définir un seuil. Pour prédire la classe des éléments nous utilisons une combinaison de règles, obtenue par combinaison des variables. Nous avons choisi d'utiliser uniquement trois variables parce cela permet de prédire la classe des éléments avec un nombre réduit de règles à présenter à l'expert. Un nombre plus élevé de variables augmente considérablement le nombre de règles, ce qui rend la prédiction plus difficile à comprendre. Parmi toutes les combinaisons de variables existantes, nous calculons l'erreur de prédiction de chaque combinaison, et nous sélectionnons la combinaison dont l'erreur de prédiction est la plus faible. Avec la combinaison de variables et les règles correspondantes, nous pouvons simplifier ces règles pour avoir moins de règles avec moins de conjonctions. Dans la suite, on présente les travaux reliés et les ensembles de données utilisés pour expérimenter notre approche. Puis on calcule quatre critères de performances de notre approche avec les jeux de données, et finalement on compare notre approche à d'autres algorithmes populaires en data mining. L'expérimentation a été effectuée avec le logiciel RCHIC (qui est la suite de CHIC, (Couturier, 2008)).

2 Travaux reliés

Le but des algorithmes de classification est de construire des catégories ou classes afin de pouvoir mettre tous les éléments des ensembles de données dans ces classes ou catégories. Afin de sélectionner le meilleur classificateur à utiliser, des études comparatives des différents classificateurs en data mining ont été effectuées, par exemple dans Abdelhalim *et al.* (2012), Shawky *et al.* (2015) et Rajagopalan *et al.* (2011) : les auteurs ont présenté une comparaison entre les différents classificateurs du data mining, en utilisant différents

ensembles de données sur le cancer du sein. Le cancer de sein est la deuxième cause du décès chez les femmes après le cancer des poumons (Cancer Statistics Working Group, 2012). Dans Abdelhalim *et al.* (2012) et Shawky *et al.* (2015) les auteurs présentent une comparaison entre les algorithmes suivants : arbre de décision (J48 ; Quinlan, 1992), Multi-Layer Perception (MLP), le modèle Bayesien Naïf (NB ; Belcing, 2008), Sequential Minimal Optimization (SMO ; Platt, 1998), et Instance Based for K-Nearest neighbor (IBK) en utilisant trois jeux de données différents sur le cancer du sein (WBC, WDBC et WPBC) en utilisant l'exactitude et la matrice de confusion. Ils introduisent aussi un multi classificateur qui est la fusion entre les différents classificateurs. Pour prédire la classe de chaque individu avec ce multi classificateur, les auteurs combinent le résultat de prédiction de chaque classificateur. Dans Shawky *et al.* (2015) les auteurs comparent les approches précédentes en utilisant un autre jeu de données (BCD, Breast Cancer dataset). Dans Rajagopalan *et al.* (2011) les auteurs comparent les critères de performances des classificateurs d'apprentissage supervisée tels que la méthode de classification naïve Bayesienne, RBF networks (Réseaux de neurones à base radiale ; M. J. L. Orr, 1996), Arbre de décisions J48 et Simple (CART ; Colla et Steinberg, 1995). Ces classificateurs sont utilisés pour classifier les ensembles de données sur le cancer de sein (WBC, WDBC and Breast tissue). Dans cette comparaison, les résultats expérimentaux montrent qu'aucune technique de classification parmi les classificateurs n'est meilleure. La classification dépend du type des ensembles de données. Ces méthodes de classifications donnent de bons résultats, mais leurs mécanismes ne sont pas compréhensibles ou intuitifs à l'utilisateur. Dans notre approche, nous utilisons les règles fournies par l'ASI pour avoir des classifications dont le rôle des variables est plus compréhensible.

3 L'approche proposée

Dans cette approche, notre but est d'avoir des règles logiques qui sont compréhensibles par l'utilisateur. Nous présentons ces règles aux experts afin de faciliter la classification des données. Ces ensembles de données contiennent des éléments (individus, objets…) ayant subi des traitements, par exemple, les examens médicaux. Les résultats obtenus par ces traitements sont représentés par des variables. Les variables avec des valeurs réelles sont partitionnées pour obtenir des variables binaires. Avec l'ASI, les données sont analysées afin d'extraire les règles d'implication. Par exemple, l'ASI peut construire des règles de la forme suivante : si un élément appartient à une partition donnée d'une variable donnée, cela implique généralement qu'il appartient à une autre partition d'une autre variable. Par exemple avec l'ASI, la règle (V1.1 ⇒ V5.2) signifie que si un individu appartient à la partition 1 de la variable V1 alors il appartient généralement aussi à la partition 2 de la variable V5. Pour chaque règle, nous mesurons son importance avec la confiance ou, de préférence, avec l'implifiance (Gras *et al.*, 2015). Nous utilisons ces mesures pour sélectionner les règles les plus importantes. Notre objectif est de pouvoir prédire la classe de nouveaux éléments avec les règles sélectionnées précédemment. Les questions qui se posent sont : Est-ce que toutes les règles obtenues sont intéressantes ? Quelle est la règle à utiliser pour faire la prédiction ? Est-ce que la prédiction avec une seule règle donne la meilleure prédiction ? Dans notre approche, nous sélectionnons, en premier lieu, toutes les règles possibles pour lesquelles la conclusion représente un nom d'une classe (toutes les règles avec lesquelles nous pouvons faire la prédiction). Parmi

ces règles, nous sélectionnons uniquement les règles les plus importantes, à l'aide d'un seuil. Nous utilisons l'implifiance pour détecter l'importance de chaque règle, car cette mesure combine l'implication et la confiance. Dans notre approche, au lieu d'utiliser une seule règle (ou une seule variable car chaque règle contient une variable) pour faire la prédiction, nous utilisons une combinaison de plus d'une règle (variable) car, il peut y avoir plusieurs facteurs qui influencent l'état de chaque élément. Par exemple, si nous avons deux classes (C et D) et nous avons les règles suivantes : V1.1 ⇒ C, V1.2 ⇒ D, V2.1 ⇒ C, V2.2 ⇒ D, V5.1 ⇒ C, V5.2 ⇒ C, V6.1 ⇒ C, V6.2 ⇒ D, V8.1 ⇒ D, V8.2 ⇒ D. Alors nous remarquons que les classes C et D sont donnés par plus d'une variable (facteur) pour le même élément. Dans cet exemple, un élément appartient à la classe C ou D selon son appartenance à la classe une ou deux de chaque variable. Nous avons choisi d'utiliser une combinaison de trois variables parce qu'avec trois variables nous obtenons un nombre faible de règles à présenter aux experts pour prédire la classe des éléments. En augmentant le nombre de variables, le nombre de règles avec lesquelles nous pouvons faire la prédiction augmente considérablement, ce qui rend la prédiction plus difficile à interpréter par l'être humain. Nous sélectionnons toutes les combinaisons de trois variables parmi toutes les variables choisies (par exemple si nous avons les variables (V1, V2, V5, V6 et V8) nous obtenons les combinaisons suivantes (V1, V2, V5), (V1, V5, V8)…, etc.) et nous prenons la meilleur combinaison, c'est-à-dire la combinaison qui a l'erreur de prédiction la plus faible. Si nous avons *n* variables choisies, le nombre de *k*-combinaisons (*k* égale à 3 dans notre approche) est obtenu avec cette formule :

Pour k ≤n $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Pour calculer l'erreur de prédiction en utilisant chaque combinaison, nous calculons l'erreur de prédiction en utilisant chaque règle dans la combinaison. Par exemple, si nous avons la combinaison (V1, V2, V8) nous calculons l'erreur de prédiction en utilisant les règles correspondantes : (V1.1 ⇒ C, V1.2 ⇒ D, V2.1 ⇒ C, V2.2 ⇒ D, V8.1 ⇒ D, V8.2 ⇒ D). Pour prédire la classe d'un élément en utilisant une seule variable, nous prenons la règle qui a en prémisse la partition de la variable, la conclusion représente la prédiction. Par exemple, si un individu appartient à la partition 1 de la variable V1, V2 et V8. La prédiction en utilisant chaque variable est déduite à partir de la conclusion des règles V1.1 ⇒ C, V2.1 ⇒ C and V8.1 ⇒ D. Nous prenons la conclusion la plus répétée. Dans notre cas c'est la classe C. Nous pouvons simplifier les règles obtenues (voir figure 3 et figure 4 de la section 6).

Avec notre approche, nous obtenons un nombre faible de règles logiques qui sont compréhensibles par l'expert dans le domaine d'application, et seront présentées pour faciliter la classification des ensembles de données.

4 Description des ensembles de données

Pour analyser les performances de l'ASI dans la classification des ensembles de données, nous expérimentons notre approche en utilisant trois ensembles de données sur le cancer de sein (WBC, WDBC, et WPBC ; Mitchell, 1997) pour distinguer les symptômes d'atteinte d'un cancer de sein. Une brève description de ces ensembles de données est présentée dans le tableau 1.

Nom	Nombre d'individus	Attributs	Année
WBC	699	10	1992
WPBC	198	34	1995
WDBC	569	32	1995

Tableau 1 – Description des ensembles de données.

Les attributs trouvés dans l'ensemble de données Wisconsin Breast Cancer Dataset (WBC ; Wolberg, 1995) sont : numéro d'identification, le diagnostic (malignant=malin, benign=bénin), épaisseur des cellules, uniformité de la taille de la cellule, uniformité de la forme cellulaire, adhérence marginale, taille de cellule épithéliale unique, noyau nu, chromatine du noyau, noyaux normaux, mitoses. Les attributs trouvés dans l'ensemble de données Wisconsin Diagnosis Breast Cancer (WDBC ; Wolberg, 1995) sont : le numéro d'identification, diagnostic (M = malin, B = bénin). Le système de diagnostic de la vision par ordinateur extrait dix caractéristiques de valeur réelle pour chaque noyau de cellule : rayon, texture, périmètre, zone, lissage, compacité, concavité, points concaves, symétrie et dimension fractale (Mangasarian *et al.* 1993). Toutes les caractéristiques sont modélisées numériquement, de sorte qu'une plus grande valeur indiquera généralement une plus grande probabilité d'atteinte du cancer. Les attributs trouvés dans le jeu de données Wisconsin Prognosis Breast Cancer (WPBC ; Wolberg, 1995) sont : Numéro d'identification, Résultat (R = récurrent, N = non récurrent), et dix caractéristiques de valeur réelle pour chaque noyau de cellule (les mêmes caractéristiques que les jeux de données WDBC). Les trente-quatre sont des tumeurs et les trente-cinq sont les stades des ganglions lymphatiques.

5 Exemple d'application de notre approche

Dans cet exemple, nous allons appliquer notre approche au domaine de la médecine. Nous utilisons l'ensemble de données WBC. La description de cet ensemble est présentée dans la section précédente. Dans ce jeu de données, chaque variable est partitionnée en intervalles. Nous utilisons un seuil d'implifiance égal à 80. En premier lieu, nous sélectionnons les règles dont la valeur d'implifiance est supérieure à 80. La liste des variables correspondantes à ces règles est la suivante : (V1, V2, V3, V4, V5, V6, V7, V8).

Afin de sélectionner les combinaisons de règles à appliquer, nous calculons toutes les combinaisons possibles de trois variables parmi les 8 variables retenues. Un extrait de la liste des combinaisons de trois variables parmi 8 est donné dans la figure 1. Chaque colonne représente une combinaison de variable.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...	51	52	53	54	55	56
1	V4	V4	V4	V4	V4	V4	V4	V4	V4	V4		V7	V7	V6	V6	V6	V2
2	V5	V5	V5	V5	V5	V5	V8	V8	V8	V8		V2	V3	V2	V2	V3	V3
3	V8	V7	V6	V2	V3	V1	V7	V6	V2	V3		V1	V1	V3	V1	V1	V1

Figure 1 – Exemple de liste de combinaison de variables.

Avant de calculer l'erreur de prédiction de chaque combinaison de variable, nous calculons en premier lieu la prédiction en utilisant chaque variable. La prédiction en utilisant chaque variable est donnée dans la figure 2.

	V4	V5	V8	V7	V6	V2	V3	V1	ETAT
1	benign	benign	benign	benign	benign	benign	benign	malignant	benign
2	malignant	malignant	benign	benign	malignant	benign	benign	malignant	benign
3	benign	benign	benign	benign	benign	benign	benign	benign	benign
4	benign	benign	malignant	benign	benign	malignant	malignant	malignant	benign
5	benign	benign	benign	benign	benign	benign	benign	benign	benign
6	malignant	malignant	malignant	malignant	malignant	malignant	malignant	malignant	malignant
7	benign	benign	benign	benign	malignant	benign	benign	benign	benign
8	benign	benign	benign	benign	benign	benign	benign	benign	benign
9	benign	benign	benign	benign	benign	benign	benign	benign	benign
10	benign	benign	benign	benign	benign	benign	benign	benign	benign
11	benign	benign	benign	benign	benign	benign	benign	benign	benign
12	benign	benign	benign	benign	benign	benign	benign	benign	benign
13	benign	benign	benign	benign	benign	benign	benign	malignant	malignant

Figure 2 - La prédiction en utilisant chaque variable pour chaque individu.

Par la suite, nous pouvons calculer la prédiction en utilisant une combinaison de variable, qui représente la prédiction la plus répétée de toutes les prédictions obtenues avec chaque variable dans la combinaison. Nous calculons l'erreur de prédiction de chaque combinaison une fois nous avons la prédiction de tous les individus par rapport à chaque combinaison. Par exemple la combinaison de variable qui a la plus petite erreur de prédiction est : (V6, V2, V1). Pour chaque combinaison de variable, nous avons plusieurs combinaisons de règles. Pour la combinaison de variable en haut, les combinaisons de règles correspondantes sont données dans la figure 3.

	Regle1	Regle2	Regle3	Prediction
1	V6.1 benign	V2.1 benign	V1.1 benign	benign
2	V6.1 benign	V2.1 benign	V1.2 malignant	benign
3	V6.1 benign	V2.2 malignant	V1.1 benign	benign
4	V6.1 benign	V2.2 malignant	V1.2 malignant	malignant
5	V6.2 malignant	V2.1 benign	V1.1 benign	benign
6	V6.2 malignant	V2.1 benign	V1.2 malignant	malignant
7	V6.2 malignant	V2.2 malignant	V1.1 benign	malignant
8	V6.2 malignant	V2.2 malignant	V1.2 malignant	malignant

Figure 3 – Les combinaisons de règles correspondantes a la combinaison (V6, V2, V1).

Nous pouvons simplifier ces combinaisons pour avoir moins de combinaisons avec moins de conjonctions. Par exemple, dans les deux premières combinaisons, quelle que soit la valeur de la variable V1, nous avons toujours V6.1 ⇒ benign et V2.1 ⇒ benign, donc au lieu d'avoir deux combinaisons avec trois conjonctions, nous obtenons uniquement une combinaison avec deux conjonctions. La figure 4 représente le résultat de simplification des règles en haut.

	Regle1	Regle2	Prediction
1	V2.1 benign	V6.1 benign	benign
2	V2.1 benign	V1.1 benign	benign
3	V6.1 benign	V1.1 benign	benign
4	V6.2 malignant	V1.2 malignant	malignant
5	V2.2 malignant	V1.2 malignant	malignant
6	V2.2 malignant	V6.2 malignant	malignant

Figure 4 – Simplification des règles de la figure 3.

Nous présentons aux médecins les règles de la figure 4 pour prédire l'état de leurs patients. Nous avons obtenu uniquement six règles avec deux conjonctions, la prédiction des classes des patients est devenue très facile avec ces règles. L'exécution du même ensemble de données en utilisant le nombre de partitions égale à 3 donne 27 règles avec

deux conjonctions, ce qui est un peu grand, mais reste toujours raisonnable. Si nous choisissons d'utiliser cinq règles avec trois partitions, nous aurons 243 règles. Cela explique notre choix du nombre de variables dans une combinaison.

6 Expérimentation

Afin d'expérimenter notre approche, nous allons calculer, comme critères de performance, l'exactitude, la précision, la sensitivité et la spécificité, en utilisant la matrice de confusion (Kamber et Han, 2000 ; Bland et Altman, 1994). Les ensembles de données utilisés sont décrits en haut. Le niveau de pertinence du modèle de classification est calculé avec le nombre de classification correcte et incorrect de chaque valeur possible de variable classifiée dans la matrice de confusion (Bland et Altman, 1994). Dans le cadre de notre étude, les entrées dans la matrice de confusion ont les significations suivantes : TP est le nombre de vrais positifs (le nombre de prédictions correctes dont l'instance est positive), TN est le nombre de vrais négatifs (le nombre de prédictions correctes dont l'instance est négative), FP est le nombre de faux positifs (le nombre de prédictions fausses dont l'instance est positive) et FN le nombre de faux négatifs (le nombre de prédictions négatives dont l'instance est négative).

$$\text{Exactitude} = \frac{TP + TN}{TP + TN + FP + FN} \qquad \text{Sensitivité} = \frac{TP}{TP + FN}$$

$$\text{Précision} = \frac{TP}{TP + FP} \qquad \text{Spécificité} = \frac{TN}{TN + FP}$$

Le tableau 2 montre le pourcentage d'exactitude de notre approche en variant le nombre de partitions et le nombre de variables. Le seuil d'implifiance est égale à 80 pour les jeux de données WBC et WDBC. Il est égal à 50 pour le jeu de données WPBC dans le cas de deux partitions, et à 40 dans le cas de trois partitions. Nous n'avons pas utilisé la même valeur d'implifiance pour tous les jeux de données parce que, pour les jeux de données WBC et WDBC, nous avons plusieurs règles dont la valeur d'implifiance est très élevée, contrairement au jeu de données WPBC. Si nous exécutons ce dernier jeu de données avec le nombre de partitions égal à trois, nous n'aurons que cinq variables dont la valeur d'implifiance est supérieure au seuil, comme on peut le voir au tableau 2. Avec le nombre de variables égal à 7, il n'y pas de résultat, et c'est pour cela que nous avons mis NA. Donc nous devons diminuer la valeur d'implifiance afin d'avoir un nombre de règles suffisant.

n-partition	n-variable	WBC	WDBC	WPBC
2	3	94.43631	93.49736	74.74747
3	3	96.48609	94.3761	71.21212
3	5	96.92533	95.25483	77,27273
3	7	97.07	94.72759	NA

Tableau 2 – Pourcentage de l'exactitude pour les ensembles de données WBC, WDBC et WPBC

L'exactitude obtenue avec les jeux de données WBC et WDBC est meilleur que celle obtenue avec WPBC. Cela apparait très logique car la valeur d'implifiance utilisée avec les jeux de données WBC et WDBC est très élevée en comparaison à celle utilisée avec le jeu de données WPBC. Nous pouvons avoir des résultats meilleurs si nous choisissons un nombre de variables plus élevé. Nous avons choisi d'utiliser uniquement trois variables car le nombre de règles à présenter aux médecins pour prédire l'état de leurs patients est plus réduit. Si on augmente le nombre de variables, le nombre de règles augmentera considérablement. Les tableaux 3, 4 et 5 montrent respectivement le

pourcentage de précision, de sensitivité et de spécificité de notre approche en variant le nombre de partitions et le nombre de variables pour les jeux de données WBC et WDBC. Le seuil d'implifiance utilisé est égal à 80 pour les deux ensembles de données.

n-partition	n-variable	WBC	WDBC
2	3	86.61088	85.37736
3	3	94.97908	92.45283
3	5	96.65272	91.98113
3	7	96.23431	90.09434

Tableau 3 – Pourcentage de précision pour les ensembles de données WBC, WDBC.

n-partition	n-variable	WBC	WDBC
2	3	97.1831	96.79144
3	3	94.97908	92.45283
3	5	94.67213	95.12195
3	7	95.43568	95.5

Tableau 4 – Pourcentage de sensitivité pour les ensembles de données WBC, WDBC.

n-partition	n-variable	WBC	WDBC
2	3	93.19149	91.88482
3	3	97.2973	95.51821
3	5	98.17768	95.32967
3	7	97.9638	94.30894

Tableau 5 – Pourcentage de spécificité pour les ensembles de données WBC, WDBC.

7 Évaluation

Afin d'évaluer notre approche, nous la comparons à d'autres classificateurs en data mining en utilisant les critères de performances calculés avant. Les tableaux 6, 7 et 8 montrent les valeurs d'exactitude, de sensitivité, de spécificité. Les résultats de notre approche présentés dans ces tableaux sont ceux correspondant à trois partitions et à cinq règles.

Algorithme	Exactitude %		Sensitivité %	
	WBC	WDBC	WBC	WDBC
Le modèle Bayesien Naïf	96.50	92.61	95.7	89.6
RBF networks	96.66	93.67	95.9	90.0
Tree-J48	94.59	92.97	94.4	91.5
Trees-Cart	94.27	92.97	94.4	89.1
Notre approche	96.92	95.25	94.67	95.1

Tableau 6 – L'exactitude et la sensitivité des ensembles de données WBC et WDBC.

Algorithme	WPBC
Le modèle Bayesien Naïf	74.79
SMO	75.79
Tree-J48	74.74
Notre approche	77.27

Tableau 7 – L'exactitude de l'ensemble de données WPBC.

Algorithme	Spécificité %	
	WBC	WDBC
La méthode Bayésien Naïf	97.8	94.3
RBF networks	97.8	95.7
Tree-J48	92.6	93.8
Trees-Cart	93.9	95.2
Notre approche	98.17	95.32

Tableau 8 – Pourcentage de spécificité en utilisant les jeux de données WBC et WDBC.

Les résultats obtenus montrent que l'exactitude en utilisant notre approche est plus élevée que celle des autres approches pour les trois jeux de données (WBC, WDBC et WPBC). Le pourcentage de sensitivité et de spécificité de notre approche est plus élevée ou très proche de celui des autres classificateurs. Les résultats obtenus par notre approche peuvent être plus intéressants si on varie le nombre de partitions et de règles choisies, comme le montrent les tableaux 2, 3, 4 et 5. Par exemple l'exactitude de l'ensemble de données WBC obtenue peut atteindre 97.07 %. La sensitivité et la spécificité pour le même ensemble de données peut atteindre respectivement 97.18 % et 97.29 %. L'expert peut choisir une valeur faible ou élevée de ces paramètres. Nous proposons de choisir une valeur faible afin d'avoir peu de règles pour faire la prédiction. Finalement nous concluons que notre approche donne des résultats plus compréhensibles et elle est meilleur en termes de performance pour les jeux de données WBC, WDBC et WPBC.

8 Conclusion

Dans ce papier, nous avons proposé une démarche pour classifier les ensembles de données en utilisant les règles du graphe d'implication de l'ASI. Notre approche donne des règles logiques qui sont compréhensibles par l'expert. Nous présentons ces règles à l'expert afin de faciliter la classification des ensembles de données et afin d'avoir une erreur de prédiction faible. Pour évaluer notre approche, nous avons étudié des critères de performances (l'exactitude, la précision, la sensitivité et la spécificité) de la classification des données sur le cancer de sein. Nous avons comparé notre approche à d'autres approches de data mining telles que la méthode naïve Bayésienne, les réseaux de neurones à base radiale, les arbres de décisions J48 et simple CART. Nous avons utilisé des jeux de données sur le cancer de sein, Wisconsin Breast Cancer (WBC), Wisconsin Diagnosis Breast Cancer (WDBC) et Wisconsin Prognosis Breast Cancer (WPBC). Notre approche peut souvent être meilleure que les autres classificateurs en data mining en terme de performances pour les jeux de données utilisés. Dans le domaine de la médecine, notre approche devrait permettre d'aider les médecins dans leur prise de décision et d'améliorer les résultats le dialogue avec les patients.

Références

[1] Abdelhalim, M.B., G.I. Salama1 et M.A Zeid (2012), *Breast cancer diagnosis on three different datasets using multiclassifiers*, International Journal of Computer and Information Technology, 01 Issue 01.

[2] Belciug, S. (2008), *Bayesian classification vs. k-nearest neighbour classification for the non-invasive hepatic cancer detection.* Proc. 8th International conference on Artificial Intelligence and Digital Communications.

[3] Bland, J.M., et D.G. Altman (1994), *Diagnostic tests sensitivity and specificity*, BMJ 308.

[4] Cancer Statistics Working Group, U. S. (2012), *United states cancer statistics*: *incidence and mortality web based report*. Atlanta (GA): Department of Health and Human Services, Centers for Disease Control and Prevention, and National Cancer Institute.

[5] Colla, P.L. et D.Steinberg (1995), *Cart: Tree-structured nonparametric data analysis*, Wadsworth, Belmont, CA.

[6] Couturier, R. (2008), Cohesive hierarchical implicative classification, Statistical implicative analysis, 41-53, Springer.

[7] Diday, E. (1971), *La méthode des nuées dynamiques*, Journal Revue de statistique applique, volume 19(number 2): pages 19–34.

[8] Gras, R. (1979), Contribution étude expérimental et l'analyse de certaines acquisitions cognitives et de certains objectifs en didactique des mathématiques, Thèse de doctorat, l'Université de Rennes 1.

[9] Gras, R. (2008), Statistical implicative analysis theory and application, Springer.

[10] Gras. R., R. Couturier, P. Gregori (2015), *Un mariage arrangé entre l'implication et la confiance ?* VII International Con1ference SIA

[11] Mangasarian, OL., WN. Street, WH. Wolberg (1993), Nuclear feature extraction for breast tumor diagnosis. Proceedings, IST/ SPIE International Symposium on Electronic Imaging.

[12] Mitchell, T. (1997), *Machine learning*. McGraw Hill.

[13] M. J. L. Orr., (1996), *Radial basis function networks*. Edinburgh, Scotland.

[14] M. Kamber, M.et J. Han (2000), *Data mining; concepts and techniques*, morgan kaufmann publishers.

[15] Platt. (1998), J.C: Sequential minimal optimization: a fast algorithm for training support vector machines. Technical Report MSRTR-98- 14, Microsoft Research.

[16] Rajagopalan, S.P., S. Aruna et L.V. Nandakishore (2011), *Knowledge based analysis of various statistical tools in detecting breast cancer*, D.C. Wyld, et al. (Eds): CCSEA 2011, CS IT 02, pp. 3745, 2011. CS IT-CSCP 2011.

[17] Ross J. Quinlan. (1992), *Learning with continuous classes*. 5th Australian Joint Conference on Artificial Intelligence, Singapore.

[18] Shawky, N M., A. Ibrahim, I. A. Hashad, et A. Maher (2015), *Robust breast cancer diagnosis on four different datasets using multi-classifiers fusion*. International Journal of Engineering Research Technology (IJERT), 4.

[19] Uci machine learning repository, http://archive.ics.uci.edu/ml

[20] Zannoni, S. et M-G Ottaviani (2001), Implication statistique et recherche en didactique: utilisation d'un outil non symétrique d'analyse de données pour l'interprétation des résultats d'un test d'évaluation. *Mathématiques et Sciences humaines*.

PANORAMA DO PERCURSO DE ESTUDO E PESQUISA (PEP) NO BRASIL: ABORDAGEM METODOLÓGICA NO QUADRO DA ANÁLISE ESTATÍSTICA IMPLICATIVA (A.S.I.)[1] E ANÁLISE DAS SIMILARIDADES

Rochelande Felipe RODRIGUES[2], Marcus BESSA MENEZES[3], Marcelo CÂMARA DOS SANTOS[4] e Vladimir LIRA VÉRAS XAVIER DE ANDRADE[5]

PANORAMA DU PARCOURS D'ETUDE ET DE RECHERCHE (PER) AU BRÉSIL: APPROCHE METHODOLOGIQUE DANS LE CADRE DE L'ANALYSE STATISTIQUE IMPLICATIVE (A.S.I.) ET L'ANALYSE DEs SIMILARITÉS

AN OVERVIEW IN BRAZIL OF THE STUDY AND RESEARCH COURSES (SRC): METHODOLOGICAL APPROACH IN THE FRAMEWORK OF STATISTICAL IMPLICATIVE ANALYSIS (SAI) AND SIMILARITY ANALYSIS

RESUMO

Neste artigo, apresentamos um levantamento dos trabalhos publicados de 2011 a 2016 em periódicos da Educação Matemática no Brasil de Qualis A e B, no qual tratam diretamente do Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP). O PEP tem em sua base conceitual a Teoria Antropológica do Didático (TAD), mas a presença da noção do contrato didático e da ruptura de contrato reforça a compreensão da sua finalidade. O objetivo principal desse levantamento está na identificação de como os artigos publicados no Brasil sobre o PEP estão sendo abordados para o ensino e aprendizagem da Matemática. Para a nossa análise, tomamos por base a Análise Estatística Implicativa e a Análise de Similaridade utilizando o software CHIC (Classificação Hierárquica Implicativa e Coesiva) para o processamento dos dados, no qual esses dados foram organizados em uma tabela de variáveis, construída a partir dos artigos pesquisados. Nesse sentido, a tabela serviu para construir a planilha a ser utilizada no software CHIC e para identificar alguns elementos estruturais da pesquisa. Os resultados encontrados estão no sentido de que o PEP é um dispositivo didático ligado ao ensino de aplicações de conceitos matemáticos para o ensino superior, com a utilização de contextos ligados ao cotidiano.

Palavras-chave: *Educação Matemática, Percurso de Estudo e Pesquisa, A.S.I.*

[1] Esta pesquisa contou com o apoio da CAPES/CNPQ através da bolsa de Pesquisador Visitante Especial (PVE) para o programa PPGEC- UFRPE. Conta como PVE, o Professor Jean-Claude Régnier (UMR 5191 ICAR – Université Lyon2 França).

[2] Professor da Universidade Federal do Cariri e Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco, felipemtm@gmail.com.

[3] Professor da Universidade Federal de Campina Grande e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco, marcusbessa@gmail.com

[4] Atua no Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica da UFPE, no Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da UFRPE e no Programa de Pós-graduação Profissional em Gestão e Avaliação da Educação, da UFJF, marcelocamaraufpe@yahoo.com.br.

[5] Professor da Universidade Federal Rural de Pernambuco e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco, vladiandrade@gmail.com

RÉSUMÉ

Dans cet article, nous présentons un inventaire des travaux publiés de 2011 à 2016 dans des périodiques classifiés Qualis A et B de l'Éducation Mathématique au Brésil, traitant directement du Parcours d'Étude et de Recherche (PER). Le PER a pour base conceptuelle la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD), mais la présence des notions de contrat didactique et de rupture de contrat renforce la compréhension de sa finalité. L'objectif principal de cet inventaire est d'identifier la manière selon laquelle les articles sur le PER publiés au Brésil sont pris en compte par l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Pour notre analyse, nous nous appuierons sur l'Analyse Statistique Implicative et Analyse de Similarité, en utilisant le logiciel CHIC (Classification Hiérarchique Implicative et Cohésitive) pour le traitement des données, dans lequel les données sont organisées dans un tableau de variables construit à partir des articles étudiés. Ce tableau sert à construire une feuille de tableur au format csv qui est utilisée comme base de données par le logiciel CHIC pour identifier les éléments structurels les plus pertinents et saillants de l'étude. Les résultats obtenus tendent à indiquer que le PER est un dispositif didactique lié à l'enseignement d'applications de concepts mathématiques pour l'enseignement supérieur, avec utilisation de contextes liés au quotidien.

Mots clés : *Éducation Mathématique, Parcours d'Étude et de Recherche, A.S.I.*

ABSTRACT

In this article, we present a survey of articles published from 2011 to 2016 in Qualis A and B, journals on Mathematics Education in Brazil, which deal directly with the Study and Research Courses (SRC). The concept of SRC is founded on the Anthropological Theory of the Didactics (ATD), but the presence of the notion of the didactic contract and of breach of contract reinforces the understanding of its purpose. The main objective of this survey is to identify how articles published in Brazil on SRC are being approached as to teaching and learning mathematics. For our analysis, we applied Statistical Implicative Analysis and Similarity Analysis using CHIC (Classification Hiérarchique Implicative and Cohésitive) software to process the data, by doing which these data were organized into a table of variables that were constructed from the articles surveyed. In this sense, the table served to construct the worksheet to be used in CHIC and to identify some structural elements of the research. The findings point to SRC being a didactic tool linked to the teaching of applications of mathematical concepts to Higher Education, which uses contexts linked to everyday matters.

Keywords: *Mathematics Education, Study and Research Courses, ASI.*

1 Introdução

O entendimento da Matemática é uma preocupação que mobiliza diferentes áreas do conhecimento, uma vez que a Matemática dá suporte ao desenvolvimento de pesquisas em diversos campos. Destacamos que as dificuldades de compreensão dos conceitos matemáticos podem dificultar ou impossibilitar o desenvolvimento de pesquisas em áreas na qual essa disciplina é fundamental. Quando pensamos no ensino de Matemática, também se configura como preocupação as dificuldades no processo de ensino-aprendizagem dessa disciplina, bem como a evolução das pesquisas sobre o ensino de Matemática, tendo em vista o aperfeiçoamento do mesmo. A Didática da Matemática vem buscando se firmar como uma área científica, trazendo contribuições importantes para o ensino da Matemática. Almouloud (2007), afirma que as pesquisas no campo da Didática da Matemática vêm trazendo bons resultados. Tais resultados consolidaram essa área de investigação e a exigência de interlocução com outras áreas tornou-se necessária, tais como a Psicologia, Sociologia, Epistemologia, Filosofia e outras, tentando entender as

restrições na finalidade de criar condições de ensino. O propósito das discussões teóricas e metodológicas das linhas de investigação da Didática da Matemática está direcionado, dentre outras questões, à busca de modelos metodológicos voltados para o ensino da Matemática básica e superior. A Teoria Antropológica do Didático (TAD) apresenta um modelo que descreve o saber matemático em geral, particularmente o saber escolar como uma atividade humana. Na escola, temos um conjunto de práticas desenvolvidas pelo professor e pelos alunos ao se depararem com o conhecimento matemático que se desenvolvem em respostas a uma questão ou a um conjunto de questões. Segundo Rodríguez, Bosch e Gascón (2007), esse processo de respostas e questões são elementos constituintes de praxeologias ou organizações matemáticas e didáticas, que se distinguem nos seguintes aspectos: a práxis ou saber fazer, que engloba certos tipos de problemas que são estudados, assim como as técnicas para resolvê-los, que se refere às tecnologias necessárias para descrever, explicar e justificar as técnicas, assim como, a teoria é o argumento formal para justificar a dita tecnologia. A Teoria Antropológica do Didático pode proporcionar soluções aos problemas de ensino e de aprendizagem da Matemática da educação básica e principalmente do ensino superior. Nesse sentido, apresenta um novo dispositivo didático chamado de Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP), que proporciona o ensino da Matemática como uma atividade de modelagem, criando sequências de ensino e aprendizagem dessa disciplina. Os Percursos de Estudo e Pesquisa surgem pela necessidade de fundamentar as organizações didáticas escolares ou de qualquer outro tipo de instituição em uma proposta funcional, na qual são produzidos saberes úteis na criação de respostas para questões relacionadas à aprendizagem Matemática (BOSCH E GASCÓN, 2010). A condução desse dispositivo didático consiste basicamente na construção de modelos matemáticos tomando em conta as hipóteses formuladas, permitindo elaborar elementos para a resposta da questão geratriz[6] e de suas derivadas, de forma que as responsabilidades do processo de ensino e aprendizagem sejam partilhadas entre professor e alunos, possibilitando a verificação dos avanços e limitações dos modelos matemáticos sugeridos (BARQUERO, BOSCH & GASCÓN,2011). Tal dispositivo didático proporciona uma mudança de postura do professor e de seus alunos no que diz respeito às praxeologias, que conduzem para uma ruptura de contrato didático atual para um contrato didático renovado. Segundo Brousseau a noção do contrato didático pode:

> Estabelece-se então uma relação que determina – explicitamente em pequena parte, mas sobretudo implicitamente – aquilo que cada parceiro, o professor e o aluno, tem a responsabilidade de gerir e pelo qual será, de maneira ou de outra, responsável perante o outro. Este sistema de obrigações recíprocas assemelha-se a um contrato. Aquilo que aqui nos interessa é o *contrato didático*, ou seja, a parte deste contrato que é específica do conteúdo: o conhecimento matemático visado (BROUSSEAU, 1996, p. 51).

Esta pesquisa tem por objetivo identificar e descrever os artigos publicados no Brasil nos últimos 5 (cinco) anos em periódicos de Qualis A e B da Educação Matemática que abordaram PEP, observando como os artigos relacionados têm explorado esse dispositivo didático. O motivo da escolha dos últimos cinco anos está relacionado às publicações existentes nos periódicos brasileiros, isto é, nos anos anteriores não foram encontrados artigos relacionados ao PEP.Para análise dos dados levantados nesta pesquisa, utilizamos a Análise Estatística Implicativa (A.S.I.), utilizando o CHIC (Classificação Hierárquica Implicativa e Coesiva) como ferramenta de análise. Nesse sentido, pretendemos

[6]Pergunta ou questionamento sobre um determinado problema de um contexto relevante de ensino para o professor e relevante na aprendizagem para os alunos.

responder à pergunta: como vem sendo introduzido o PEP no Brasil nos últimos 5 (cinco) anos e qual a relação apresentada do PEP com o Contrato Didático, mas especificamente relacionada à ruptura de contrato?

2 O dispositivo didático: PEP

Chevallard (2004, 2006), apresenta um dispositivo didático chamado de Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP). A proposta inicial do PEP está relacionada a um estudo de uma questão viva (*Q*) ou questão geratriz, isto é, uma problemática relevante que pode gerar outras problemáticas menores derivadas dela (Q_i). Tal problemática (*Q*) e suas derivações (Q_i) conduzem a um grande número de saberes que possibilita em caminhos de resoluções diferentes (*Ri*) e a verificação de suas limitações nas conduções desses caminhos. Nessa cadeia de questões (Q_i), são geradas cadeias de respostas (*Ri*), com a seguinte representação *(Qi, Ri)*. Segundo Fonseca, Bosch e Gascón (2009, pg. 2), o "... O PEP vem recuperar a genuína relação entre perguntas e respostas que está na origem da construção do conhecimento científico em geral e das atividades de modelagem em particular". Bosch e Gascón (2010) apresentam um modelo proposto por Chevallard para representar as formas possíveis de qualquer PEP:

$$[S(X\,;\,Y\,;\,Q) \rightharpoonup \{\, R_1^{\diamondsuit}, R_2^{\diamondsuit}, \ldots, R_n^{\diamondsuit}, O_{n+1}^{\diamondsuit}, \ldots, O_m^{\diamondsuit} \,\}] \hookrightarrow R^{\blacktriangledown}$$

No modelo proposto, temos *S(X ; Y ; Q)* que é caracterizado por um sistema didático formado por um professor ou orientador Y que deve fazer estudar, reconstruir e deixar acessíveis os caminhos possíveis para um grupo de alunos X, na busca de responder uma questão geratriz Q, cujo estudo conduza para as reconstruções dos principais elementos da organização matemática local (OML)[7] de partida. O sistema $\{ R_1^{\diamondsuit}, R_2^{\diamondsuit}, \ldots, R_n^{\diamondsuit}, O_{n+1}^{\diamondsuit}, \ldots, O_m^{\diamondsuit} \}$ representa o conjunto de recursos que servirá para produzir a resposta final $R^{\blacktriangledown}$, resposta essa que não é padrão, mas uma resposta construída no percurso do estudo. Nesse modelo, propõe-se que durante o desenvolvimento do estudo, será mobilizado todos os recursos *medios*[8], saberes e respostas disponíveis $R_i^{\diamondsuit}$,para construir uma boa resposta $R^{\blacktriangledown}$, em que os objetos de qualquer natureza $O^{\diamondsuit}$atuarão como meio para colocar em prova as $R_i^{\diamondsuit}$.Rodríguez, Bosch e Gascón (2007) comentam que os PEPs surgem a partir de questões problemáticas e que nas suas resoluções necessitam de construções de várias praxeologias. Nesse caso, um conjunto de conhecimentos teóricos e práticos articulados entre si. Desse modo, no PEP a questão geratriz aparecerá como possibilidade de deixar mais viva a resolução de um problema em sala. Continuando com as considerações de Rodríguez, Bosch e Gascón (2007) que ressaltam que as possibilidades de aplicações dos PEP e de sua eficácia na incorporação de resoluções de problemas no processo de ensino e de aprendizagem, está ligada a uma nova partição de responsabilidades definidas pelo contrato didático, no qual essas responsabilidades são compartilhadas entre professores e alunos de forma equilibrada. A aplicação do PEP exige rupturas em relação a algumas normas que são impostas por níveis maiores ao disciplinar, que precisamente por essa razão se convertem em restrições para ser posta em prática.

[7]As organizações matemáticas locais (OML) são consideradas os temas matemáticos associados a uma instituição escolar Bosch e Gascón (2010).

[8]Instrumento indispensável para colocar à prova as respostas geradas a partir das $R_i^{\diamondsuit}$,verificando a sua validez.

Rodríguez, Bosch e Gascón (2007, p. 488, tradução nossa), afirmam que "... Os REIs[9] não se mostram centrados em um tema[10], setor, área, nem sequer disciplina, encontra dificuldades para serem desenvolvidas dentro de uma aula normal de Matemática".O PEP propõe uma nova maneira de observar os problemas de ensino e aprendizagem da Matemática partindo de um tema central ou questão geratriz, e a partir daí iniciar todo o processo de desenvolvimento na busca de uma boa resposta, uma resposta não rotulada[11], mas construída a partir das articulações de conhecimentos adquiridos no processo. Nesse sentido, o contrato didático emerge como elemento importante a ser analisado, pois para uma mudança de postura do professor e do aluno mediados pelo saber em questão, existirá a necessidade de mudança do contrato didático antigo para um novo, ocasionando em rupturas e de novas praxeologias. A proposta do PEP vem sendo utilizada em níveis de ensino diferentes, principalmente em disciplinas que possuem conceitos matemáticos que são considerados de difícil compreensão pelos alunos. Dentre os conceitos, podemos citar os de função e os de seus tipos, limite e continuidade de função e outros. Diante dessa proposta, os pesquisadores: Barquero, Bosch & Gascón (2011); Fonseca, C; Pereira A; Casas J. M (2011); Rodríguez, Bosch e Gascón (2007) e outros, introduziram propostas de ensino e aprendizagem para o ensino superior de conteúdos matemáticos articulados com o PEP. Fonseca, C.; Casas, J. M.; Bosch, M.; Gascón, J (2009), destacam em sua pesquisa que estão desenvolvendo um marco teórico de referências para descrever situações de aprendizagem relacionadas à modelagem matemática direcionada para o ensino superior[12]. Nos trabalhos de Fonseca, Casas, Gonzalez (2008), os PEP foram correspondentes ao bloco de otimização de funções. Direcionado para o Cálculo, foi desenvolvida uma atividade que tratava do cálculo do volume máximo de uma piscina, partindo de uma resposta pronta (padrão) com a finalidade de desenvolver, explorar e ampliar a resposta para outros tipos de problemas semelhantes e mais complexos, no qual proporcione a construção e articulação de praxeologias matemáticas crescentes e completas. Nas pesquisas inicias de Fonseca, C.; Casas, J. M.; Bosch, M.; Gascón, J (2009), destacam algumas conclusões sobra a aplicação das PEP:

- Uma boa ferramenta para o estudo e a modelagem matemática;
- A diversidade de conhecimentos dos alunos secundários da Espanha, dificulta o desenvolvimento dos PEPs nas Universidades;
- O pouco tempo que dispõe os cursos universitários para transmitir muitos conteúdos, em que muitos deles são extensos, sugere que o PEP seja também aplicado fora da sala de aula;
- O PEP pode ser aplicado a outros cursos, como por exemplo, os de Licenciatura em Matemática;
- Na elaboração de sequências de ensino e aprendizagem com os PEP, aparece a necessidade em todo o momento de elaborar um novo contrato didático, que provoque a troca do modelo epistemológico atual, por outro que proporcione responsabilidades para professor e alunos;
- A questão geratriz é o ponto de partida que irá proporcionar todo o desenvolvimento do PEP.

Observamos que o PEP poderá ter um papel importante para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, que pode provocar e proporcionar novas praxeologias de professores e alunos, apresentando rupturas e construindo novos contratos didáticos que

[9] REI é a sigla em espanhol para o PEP.
[10] Tema, setor, área e disciplina da Matemática.
[11]Na perspectiva do REI, a resposta rotulada é aquela que já se encontra pronta ou quase pronta desde o início da questão geratriz.
[12] A proposta apresentada foi aplicada em um curso de Engenharia na universidade de Vigo no país da Espanha.

possam proporcionar um ensino e aprendizagem da Matemática eficiente para qual for a finalidade.

3 Campo pesquisado

A pesquisa buscou nos periódicos da Educação Matemática de Qualis A e B da área de Ensino, os artigos que tratavam diretamente do PEP no período de 2011 a 2016 (primeiro semestre). Na pesquisa, foram encontrados 9 (nove) artigos em duas revistas: Boletim de Educação Matemática (Bolema) e na Educação Matemática Pesquisa. A revista Bolema é considerada uma das mais importantes e antigos na área da Educação Matemática no Brasil. Tem o objetivo de publicar artigos, ensaios e resenhas da Educação Matemática ou áreas afins. A revista está vinculada ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro e é avaliada com o Qualis A. No caso da Revista Educação Matemática em Pesquisa, essa faz parte do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da PUC-SP, tem regularidade quadrimestral com Qualis A2. Os periódicos encontrados e os respectivos artigos são apresentados no quadro 1.

Periódico	Artigo	Ano de Publicação
Educação Matemática Pesquisa	Los Recorridos de Estudio e Investigación en las Escuelas de Ingeniería.	2011
Bolema	Estudio sobre las Praxeologías que se Proponen Estudiaren un Curso Universitario de Cálculo	2012
Bolema	Los Recorridos de Estudio e Investigación en la Escuela Secundaria: resultados de una Implementación	2013
Educação Matemática Pesquisa	Las tres dimensiones del problema didáctico de la modelización matemática	2013
Bolema	Las *Matemáticas para la Enseñanza* en una Formación del Profesorado Basada en el Estudio de Cuestiones	2014
Educação Matemática Pesquisa	Tarefa fundamental em um percurso de estudo e pesquisa: um caso de estudo para o ensino da Geometria Analítica	2014
Bolema	Enseñando Modelización a Nivel Universitario: la relatividad institucional de los recorridos de estudio e investigación	2015
Educação Matemática Pesquisa	¿Cómo organizar la formación matemático-didactica del maestro de educación infantil? Propuesta de un recorrido de formación	2015
Bolema	Diseño e Implementación de un Curso para la Formación de Profesores en Matemática: una Propuesta desde la TAD	2016

Quadro 4 – Periódicos e artigos relacionados ao PEP

O nosso foco temático principal está relacionado ao um dispositivo didático chamado de Recorridos de Estudio e Investigación (REI) ou Research Activities and Courses (SRC) ou Parcours d'étude et de Recherche (PER) ou Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP), esse último utilizado no Brasil. Tal dispositivo didático tem em sua base conceitual a Teoria Antropológica do Didático (TAD). Chevallard (1996, p. 126), esclarece que a teorização proposta na TAD "(...) deve ser encarada como um desenvolvimento e uma articulação das noções, cuja elaboração visa a permitir pensar de maneira unificada um grande número de fenômenos didáticos, que surgem no final de múltiplas análises". Observamos que essa articulação conduz de forma unificada os fenômenos didáticos, que de maneira

organizada, pode proporcionar a aprendizagem. Na busca do nosso foco temático (PEP), foram tomados por base os anos de 2011 até 2016 (primeiro semestre), pois o PEP teve as suas discussões iniciais por volta de 2002 na França e posteriormente na Espanha, com publicações efetivas a partir de 2004, mas no Brasil tal discussão só apareceu em publicações a partir de 2011, portanto o motivo de iniciar por tal ano. A busca foi realizada observando o índice e os títulos dos artigos publicados em cada número das revistas ano por ano, e no momento da dúvida o resumo foi lido para identificar alguma ligação com o PEP. Ressaltamos que todos os periódicos de Qualis A e B da área de Ensino ligados à Educação Matemática foram pesquisados.

4 Base metodológica

Ao fazermos o levantamento dos dados para a nossa pesquisa, tínhamos a opção de realizar as análises das relações existentes, cruzando seus dados e comentando cada ponto destacado, fazendo uma relação entre as possíveis variáveis uma a uma. Porém, a Análise Estatística Implicativa (A.S.I.) fornece um aparato de análise eficiente, relacionando várias variáveis utilizadas na pesquisa, conforme podemos observar em Gras e Régnier (2015, p.19):

> Essa aplicação mostrou a eficiência do método dentro de sua capacidade a fazer emergir propriedades, que outros métodos não permitiam, mas ela permitiu também mostrar seus limites que suscitaram novas problemáticas em torno do conceito de quase implicação.

A utilização do software denominado CHIC (Classificação Hierárquica, Implicativa e Coesiva) possibilitou a realização das análises com clareza. Segundo Almouloud (2015), o CHIC permite tratar diferentes tipos de variáveis (binárias, modais, frequência, intervalares), quantificar a significação dos valores atribuídos à qualidade, representar por gráficos um caminho de regras hierárquicas ou não e suprimir ou acrescentar variáveis durante a pesquisa. O tratamento dos dados possibilitou a construção de análises mais consistentes, trazendo elementos e realizando discussões de pontos relevantes na nossa investigação.

Categorias	Subcategorias	Código	Descrição
Vetor variável 1 V(01) Qualis da Publicação	Qualis A	V01_QA	Periódicos publicados em revistas de Qualis A e B na área de Ensino. As revistas são caracterizadas por terem artigos diretamente da área da Educação Matemática.
	Qualis B	V01_QB	
Vetor variável 2 V(02) Revista	Bolema	V02_BLM	São revistas que publicam artigos exclusivamente da área da Educação Matemática, onde trazem resultados das pesquisas concluídas ou em andamento.
	Pesquisa Educação Matemática	V02_PEM	
Vetor variável 3 V(03) País dos autores	Brasil	V03_Br	Países onde os autores apresentam vínculos com as instituições de ensino superior.
	Espanha	V03_Es	
	Argentina	V03_Ar	

Quadro 5a – Variáveis selecionadas na pesquisa.

Categorias	Subcategorias	Código	Descrição
Vetor variável 4 V(04) Idioma do artigo	Português	V04_PT	Idioma dos artigos publicados.
	Espanhol	V04_ES	
Vetor variável 5 V(05) Objetivo do artigo	Formação de Professores	V05_ForP	Os artigos relacionados ao PEP podem ser ligados: 1) formação de professores, nesse caso o papel do professor é destacado; 2) Aplicação dos conceitos matemáticos, em que a metodologia e os alunos têm mais evidência; 3) Apresentação do PEP como um dispositivo didático a fim de substituir o sistema atual (tradicional), nesse caso, uma apresentação teórica do dispositivo.
	Aplicação de Conceitos Matemáticos	V05_ACM	
	Apresentação teórica	V05_AT	
Vetor variável 6 V(06) Sujeitos da Pesquisa	Professor	V06_Prof	As pesquisas apresentam dois direcionamentos de análise relacionado aos sujeitos, no caso para os professores ou alunos que podem ser do nível de ensino fundamental, médio ou superior.
	Aluno	V06_Aluno	
Vetor variável 7 V(07) Nível de Ensino	Fundamental	V07_Fund	As pesquisas identificadas do PEP, podem ser direcionadas aos seguintes níveis de ensino: fundamental, médio ou superior.
	Médio	V07_Med	
	Superior	V07_Sup	
Vetor variável 8 V(08) Área do conteúdo	Aritmética	V08_Art	Pela proposta do PEP, pode-se trabalhar com qualquer conteúdo matemático. Desse modo, não iremos nomear o conteúdo específico, mas a área que o mesmo se encontra na Matemática.
	Álgebra	V08_Alg	
	Geometria	V08_Geo	
	Cálculo Diferencial e Integral	V08_Cal	
Vetor variável 9 V(09) Questão Geratriz	Matematicamente ligado ao cotidiano	V09_MLC	A questão geratriz é a questão principal do PEP. É a que deixa viva e impulsiona o sistema didático, no qual o professor e os alunos estão inseridos. Ela pode ser uma única ou vir acompanhada de outras.
	Ligada a formação de professores	V09_LFP	
Vetor variável 10 V(10) Análise Praxeológica	Sim	V10_APsim	Segundo Chevallard, uma análise praxeológica é composta pelos tipos de Tarefa (T), pelas Técnicas (t), pelas Tecnologias (...) e por fim pela Teoria (....). Onde em uma análise não são necessariamente identificadas as quatro.
	Não	V10_APnao	
Vetor variável 11 V(11) Tipo de Organização	Organização Matemática (OM)	V11_OM	As praxeologias são formadas por duas organizações: a Organização Matemática, na qual apresenta a Matemática propriamente dita e a Organização Didática, que é a maneira como essa organização Matemática será apresentada e ensinada.
	Organização Didática (OD)	V11_OD	

Quadro 2b – Variáveis selecionadas na pesquisa.

Categorias	Subcategorias	Código	Descrição
Vetor variável 12 V(12) Discussão do Contrato Didático	Sim	V12_DCDsim	O contrato didático está constituído de três polos que relacionam-se (professor, aluno, saber). São as expectativas implícitas e explícitas dos professores em relação aos alunos e dos alunos em relação aos professores, em torno do saber em jogo.
	Não	V12_DCDnao	
Vetor variável 13 V(13) Discussão da Ruptura de Contrato Didático	Sim	V13_RCsim	O sentido da ruptura do contrato está ligada no momento em que o contrato antigo é substituído por um novo contrato.
	Não	V13_RCnão	

Quadro 2c – Variáveis selecionadas na pesquisa.

Os quadros 2abc apresentam as variáveis construídas durante esta pesquisa. Essas variáveis tratam de elementos que foram julgados importantes na caracterização do contexto do artigo, assim como características da apresentação e do desenvolvimento do PEP. Ressaltamos que a construção das variáveis foi desenvolvida no momento da leitura dos artigos pesquisados. Para uma melhor compreensão, incluímos nos quadros 2 e 3 o código da variável utilizada no CHIC, uma descrição da variável e a forma como elas foram organizadas em torno de categorias e subcategorias.

5 Análise das relações entre variáveis e classes de variáveis

Os artigos que fazem parte da análise foram todos publicados em periódicos brasileiros que tratam sobre Educação Matemática de Qualis A da área de Ensino. No total, foram 9 (nove) artigos encontrados que tratavam diretamente sobre o Percurso de Estudo e Pesquisa. Dos encontrados, 5 (cinco) foram do Bolema e 4 (quatro) da Educação Matemática Pesquisa A língua predominante dos artigos é o espanhol, no qual apenas um artigo tinha a Língua Portuguesa. A maioria dos artigos são originados da Espanha com 5 (cinco) publicações, em seguida da Argentina com 3 (três) publicações e o Brasil com uma publicação, que tratam de situações do cotidiano originárias de seus países. Esse levantamento inicial nos leva a acreditar que o dispositivo didático PEP é pouco discutido no Brasil, tornando um tema novo a ser pesquisado e discutido. Outro ponto que merece destaque trata-se dos pesquisadores envolvidos no estudo e aplicação do PEP. Observarmos que os autores dos artigos geralmente se repetem, dependendo da nacionalidade, caracterizando em grupos distintos na condução das pesquisas. Existe um grupo maior na Espanha, onde os estudos mostram que estão mais consistentes nas discussões dos resultados e outro em formação na Argentina com resultados preliminares. No Brasil não temos caracterizado qualquer grupo que pesquise o PEP. Para continuar e complementar a nossa análise, utilizamos os recursos do CHIC tomando por base a árvore de similaridade, a árvore coesitiva e a árvore implicativa. Destacamos que para a nossa análise optamos em deixar algumas variáveis suprimidas: V(01), V(02), V(03), V(04), por entender que são secundárias, porém a análise apresentada inicialmente tomou por base essas variáveis.

5.1 Exploração da árvore das similaridades

A árvore de similaridades agrupa as variáveis em classes considerando um índice de similaridade. Para a nossa análise, consideramos o índice de similaridade superior a 0.70. Dessa forma, as classes com valores iguais ou abaixo desse índice foram desconsideradas. Quanto maior o índice de similaridade, maior a probabilidade das classes formadas não o serem ao acaso. Ao mesmo tempo, se aumentarmos muito o índice, podemos não observar nada. Nessa análise, com um índice igual ou superior a 0,96 não teríamos nenhuma classe. Por outro lado, um índice como 0,60 seria muito baixo. Para definir o ponto de corte, consideramos o nível 08 com um índice maior do que 0,75. Na figura 1, apresentamos a árvore de similaridade, na qual aparecem indicados os nós significativos indicados com linhas grossas horizontais e na cor vermelha. Esses nós "correspondem a uma classificação mais compatível aos valores e à qualidade dos valores de implicação e de coesão" (COUTURIER, BODIN e GRAS, 2003, p.3). Indicamos com um traço azul uma separação entre o nível 8 e 9 com valores acima de 0,75.

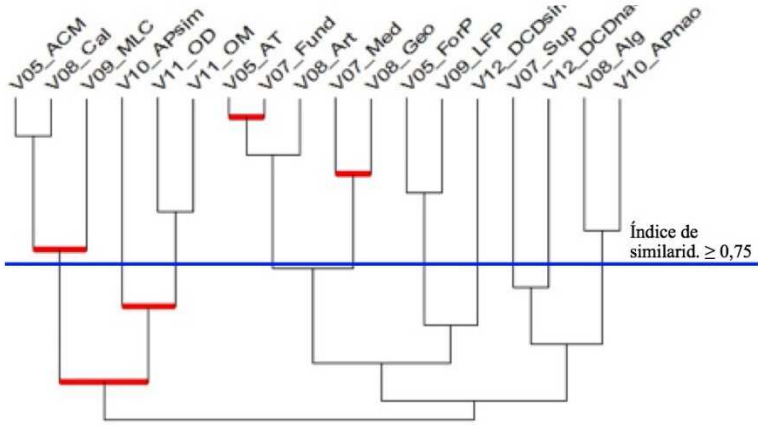


Figura 6 – Árvore de similaridade dos artigos que tratam do PEP no Brasil

No quadro 04, apresentamos os valores dos índices de similaridades acima de 0,75 (ponto de corte). São 8 (oito) níveis de classificação relativos aos artigos que tratam do PEP no Brasil.

```
Classificação ao nível: 1 : (V05_AT V07_Fund) similaridade : 0.95052
Classificação ao nível: 2 : (V05_ACM V08_Cal) similaridade : 0.925543
Classificação ao nível: 3 : ((V05_AT V07_Fund) V08_Art) similaridade : 0.903488
Classificação ao nível: 4 : (V07_Med V08_Geo) similaridade : 0.880704
Classificação ao nível: 5 : (V05_ForP V09_LFP) similaridade : 0.84915
Classificação ao nível: 6 : (V11_OD V11_OM) similaridade : 0.84915
Classificação ao nível: 7 : (V08_Alg V10_APnao) similaridade : 0.841345
Classificação ao nível: 8 : ((V05_ACM V08_Cal) V09_MLC) similaridade : 0.780539
```

Quadro 6. Classificação ao nível de similaridade dos artigos que tratam do PEP no Brasil

No nível 1 (V05_AT V07_Fund) com o índice de similaridade mais alto e igual a 0.95052, no qual também foi apresentado um nó significativo, podemos entender que os artigos que têm em seu objetivo principal a apresentação teórica do PEP, isto é, apresenta um dispositivo didático como alternativa frente ao sistema de ensino predominante, se encontram em artigos cujo contexto está ligado ao ensino fundamental. Ao observarmos

o nível 3 ((V05_AT V07_Fund) V08_Art)) complementamos a similaridade, entendendo que esses artigos apresentam conceitos aritméticos em propostas de modelização.

No nível 2 representado por (V05_ACM V08_Cal), no qual o foco dos artigos segue na direção de aplicações de conceitos matemáticos ligada às praxeologias dos alunos, estão direcionados a utilizar conceitos do Cálculo Diferencial nas questões geratrizes. Consequentemente, o nível 8 ((V05_ACM V08_Cal) V09_MLC)) que indica um nó significativo com similaridade de 0.780539, nos induz a concluir que essas questões geratrizes têm contextos ligados ao problemas do cotidiano, reafirmando a proposta do PEP (RODRÍGUEZ, BOSCH e GASCÓN, 2007).

No nível 4 (V07_Med V08_Geo), temos um nó significativo, no qual identificamos uma relação dos artigos em que os sujeitos são do ensino médio, com a utilização dos conceitos de geometria, acreditamos que está ligada pela possibilidade dos conceitos geométricos tratarem mais facilmente de temas ligados à realidade.

No nível 5 (V05_ForP V09_LFP), observamos que quando o objetivo do artigo é tratar sobre a formação de professores, o contexto da Questão Geratriz está ligada a questionamentos à sua formação, que pode ser inicial ou continuada, proporcionando reflexões de sua prática docente e possibilitando a reconstrução de suas praxeologias.

No nível 6 (V11_OD V11_OM) com um índice de 0,84915, observamos que artigos que tratam da Organização Didática também abordam a Organização Matemática.

No nível 7 (V08_Alg V10_APnão) com um índice de 0,841345, temos uma indicação que nos artigos levantados, que tratam da álgebra, não foi observado uma análise praxeológica.

5.2 Exploração da árvore coesitiva como representação da classificação hierárquica orientada

Continuando a nossa análise, iremos apresentar a árvore coesitiva com a finalidade de indicar as classes ou subclasses mais significativas, isto é, as que apresentam uma melhor conformidade com os índices de coesões iniciais.

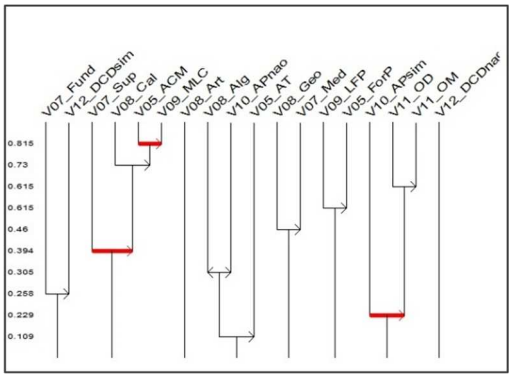


Figura 05: Árvore Coesitiva das variáveis que tratam dos artigos do PEP no Brasil

A análise a partir da árvore coesitiva possibilita a visão dos índices decrescentes de coesão e da árvore, na qual apresenta implicações orientadas dentro de cada classe. Consideramos um índice de coesão maior do que 0,70 em que observamos dois níveis. Utilizamos na geração da árvore coesitiva (figura 05) um valor de busca igual a 50 e um limiar de equivalência igual a 90. Analisando a árvore, identificamos mais uma vez a forte presença dos conteúdos de Cálculo Diferencial (V08_Cal) nos artigos que tratam de

aplicação de conceitos matemáticos (V05_ACM), em que as Questões Geratrizes são ligadas ao cotidiano (V09_MLC). Ao fazermos a nossa análise utilizando a árvore coesitiva e de similaridade, observamos que os resultados são complementares, nos dando uma visão do PEP no Brasil representados pelos artigos pesquisados. Trataremos a seguir do grafo implicativo para complementar as análises.

5.3 Exploração das relações representadas pelo grafo implicativo

Com base nos valores da intensidade de implicação, o software CHIC elabora o grafo implicativo. Através desse grafo podemos observar entre as variáveis uma relação de causa e efeito. Utilizamos na construção do grafo um índice igual ou superior a 0.60. Ao iniciarmos a análise utilizando o grafo implicativo, temos as setas de cor vermelha com um índice maior ou igual a 0.75 de confiança e as azuis com um índice menor do que 0,75 e maior ou igual a 0.60.

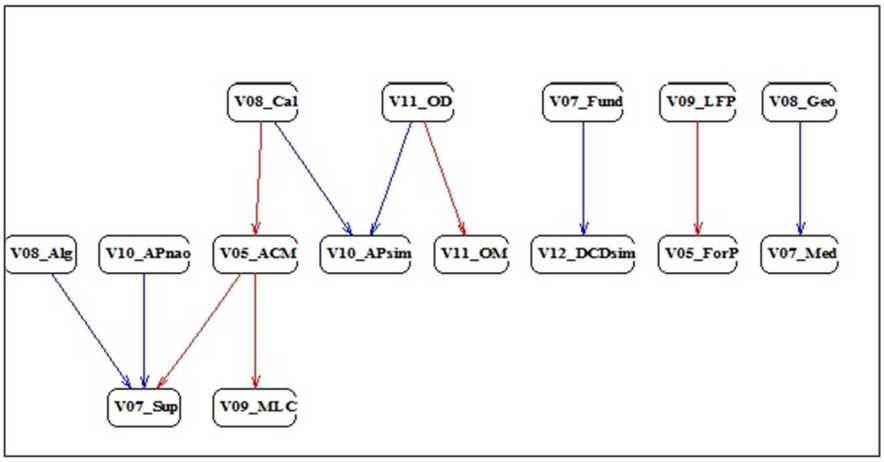


Figura 06: Grafo implicativo com índice superior ou igual a 0.60

O grafo implicativo representado pela figura 06 nos mostra caminhos gerados a partir do CHIC, em que iremos fazer a análise dos caminhos mais significativos.

a) No caminho (V08_Cal) → (V05_ACM) → (V09_MLC), com um índice de confiança igual a 0.75, nos mostra que as questões geratrizes dos artigos que têm em seu contexto temas ligadas ao cotidiano, tem o objetivo de trabalhar o conceito matemático ligado ao cálculo diferencial, fato comprovado anteriormente pelas análises dos grafos de similaridade e coesitivo. Com isso, notamos uma forte tendência dos artigos em apresentar o PEP na aplicação de conceitos matemáticos do ensino superior. Podemos reforçar essa afirmação pelo caminho (V08_Cal) → (V05_ACM) → (V07_Sup), no qual também apresenta o índice de confiança mais alto utilizado na análise.

b) Nos caminhos (V11_OD) → (V11_OM) e (V09_LFP) → (V05_ForP), o primeiro nos indica que os artigos que apresentam em suas discussões as Organizações Didáticas, também tratam das Organizações Matemáticas, em que o inverso não foi identificado nos artigos pesquisados. No caminho seguinte, as questões geratrizes que apresentam em seu contexto a formação de professores, também têm como objetivo principal do artigo a discussão sobre a formação de professores de Matemática. Apesar de ser evidente essa implicação, tem artigos que o seu objetivo principal está ligado à formação de professores, mas não a sua questão geratriz, levando a indicar uma forte relação dos artigos com o tema formação de professores de Matemática.

Com essas duas análises iniciais, nos leva a indicar que os artigos do PEP publicados no Brasil apresentam duas fortes linhas na utilização do dispositivo didático: 1) aplicação de conceitos matemáticos; 2) formação de professores. Ressaltamos que essas linhas

coexistem entre si, existindo uma tendência de utilização do PEP aplicando conceitos matemáticos para a formação inicial ou continuada de professores. Ao continuarmos nossa análise, construímos um grafo implicativo com um índice superior 0.50 (verde) onde é ainda um índice de confiança aceitável, obtendo elementos e caminhos mais amplos.

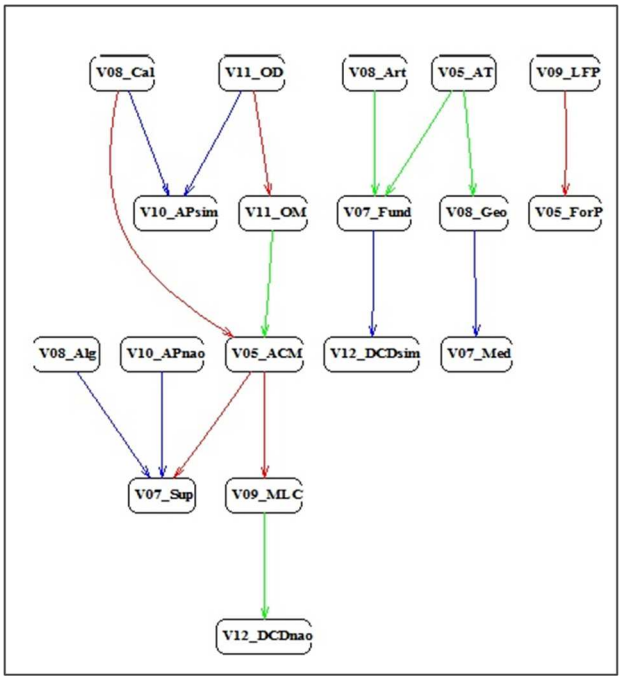


Figura 07: Grafo Implicativo com índice de confiança maior que 0.50.

Ao analisarmos o caminho (V08_Cal) → (V05_ACM) → (V09_MLC) anteriormente, temos questões geratrizes ligadas ao cotidiano, cujo conteúdo do Cálculo Diferencial é aplicado para resolver determinadas situações conduzidas pelo professor, mas com o acréscimo da variável (V12_DCDnão). Concluímos que o contrato didático não é discutido nos artigos. Tal fato é curioso, pois a noção de contrato didático é discutida na teoria do PEP, no sentido principal da troca do contrato atual para um novo contrato, ocasionando em rupturas de contrato e consequentemente novas praxeologias. Outro fato que destacamos está relacionado à variável V13, na qual apresentou a ausência total, ficando de fora da análise do CHIC. Nesse caso, a utilização do conceito de ruptura não foi abordado em nenhum dos artigos. No caminho (V11_OD) → (V11_OM) → (V05_ACM) → (V09_MLC) → (V12_DCDnão), observamos duas implicações não apresentadas na figura 06. Os artigos que constam a Organização Didática, também discutem a Organização Matemática, na qual levam a uma aplicação de conceitos matemáticos com questões geratrizes ligadas ao cotidiano, mas não discutem o contrato didático. Os artigos que apresentam ou citam o contrato didático como um possível elemento de análise, são do ensino fundamental que tem uma abordagem teórica do PEP ou que utilizam os conceitos aritméticos, em que podemos constatar pelos seguintes caminhos: (V05_AT) → (V07_Fund) → (V12_DCDSim) e (V08_Art) → (V07_Fund) → (V12_DCDSim). Por esses fatos, observamos uma falta generalizada da abordagem da noção do contrato didático na maioria dos artigos analisados. Porém, ressaltamos que a noção do contrato didático é importante e faz parte da base de análise do PEP, mas a sua discussão nos artigos não está presente em sua maioria. Contudo, observamos uma forte tendência da utilização do PEP na aplicação de conceitos matemáticos para o ensino

superior, a fim de compreender as funcionalidades dos conceitos utilizados pelos professores no processo de ensino e aprendizagem, em que a utilização de temas ligados ao cotidiano torna-se uma finalidade principal. Outro ponto é a tendência de ter o PEP como um caminho a ser utilizado para a formação inicial ou continuada de professores de Matemática, apresentando como uma alternativa frente à pedagogia dominante presente nos vários níveis de ensino.

6 Considerações finais

Observamos incialmente em nosso universo pesquisado que existe um quantitativo pequeno de artigos que tratam sobre o PEP. O dispositivo didático pesquisado tem uma discussão no Brasil que está em fase inicial, isto é, iniciando de maneira tímida, em que as discussões apresentadas são realizadas por trabalhos de pesquisadores espanhóis e argentinos, em sua maioria. Apesar de ser um levantamento limitado onde foram pesquisadas em revistas de Qualis A e B da Educação Matemática do Brasil sobre o PEP, encontramos em apenas duas revistas: Bolema e Educação Matemática Pesquisa um total de 9 (nove) artigos.Observamos que os artigos são direcionados em sua maioria para a aplicação de conceitos matemáticos, utilizando a modelização para resolver situações ligadas ao cotidiano, isto é, em situações reais. Como também, aborda o PEP como um caminho para proporcionar uma mudança de postura de professores e alunos, mudando as suas praxeologias e consolidando novos contratos didáticos. Um ponto interessante está na ausência de discussão das rupturas de contrato, onde não foi encontrada em nenhum artigo, fazendo com que a variável criada para identificar as rupturas fosse retirada da análise do CHIC. A noção de contrato didático foi pouco discutida, não apresentando qualquer elemento importante. Percebemos a necessidade da consolidação do tema via discussões entre os pesquisadores da Educação Matemática nos eventos e nos grupos de estudos já consolidados, proporcionando um direcionamento com a finalidade de termos uma proposta de ensino e aprendizagem da Matemática para a Educação Básica e Superior frente a que já existe.

Referências

[1] Almouloud, S. O que está por Detrás do CHIC? In ALMEIDA, M. E. B et VALENTE, J. A. (Org.). *Uso do Chic na Formação de Educadores:* à guisa de apresentação dos fundamentos e das pesquisas em foco. Rio de Janeiro: Letra Capital, 2015.

[2] Almouloud, S. (2007), *Fundamentos da Didática da Matemática*, UFPR, Curitiba.

[3] Andrade, R. C. D. et R. B. Guerra (2014), Tarefa fundamental em um percurso de estudo e pesquisa: um caso de estudo para o ensino da Geometria Analítica. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 16 (n° 4), 1201-1226.

[4] Barquero, B., M. Bosch et J. Gascón (2011), Ecología de la modelización matemática: los recorridos de estudio e investigación. Dans M. Bosch *et al* (Dir.), *Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico:* Un panorama de la TAD. Centre de Recerca Matemàtica, Barcelona, 553-577.

[5] Barquero, B. (2015), Enseñando Modelización a Nivel Universitario: la relatividade institucional de los recorridos de estúdio e investigación**.** *Boletim de Educação Matemática (Bolema),* v. 29 (n. 52), 593-612.

[6] Bon, C. F. (2011), Los Recorridos de Estudio e Investigación en las Escuelas de Ingeniería**.** *Educação Matemática Pesquisa*, v.13 (n. 3), 547-580.

[7] Bosch, M. et J. Gascón (2010), Fundamentación antropológica de la sorganizaciones didáticas: de los “talleres de prácticas matemáticas” a los “recorridos de estúdio e investigación”. *IUFM de I’académie de montpellier.*

[8] Brousseau, G. (1996), Os Diferentes Papéis do Professor. In. Parra C. *et al, Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas*. Arte Medicas, Porto Alegre.

[9] Chevallard, Y. (1996), Conceitos Fundamentais da Didática: as perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica. In. Brun, J. *et al*, *Didáctica Das Matemáticas*. Instituto Piaget, Lisboa.

[10] Chevallard, Y. (2004), Vers une didactique de la codisciplinarité. Notes sur une nouvelle épistémologie scolaire. Journées de didactique comparée.

[11] Chevallard, Y. (2006), "Steps towards a new epistemology in mathematics education", *Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, San Feliu de Guixols, pp. 17-21.

[12] Corica, A. R. e M. R. Otero (2012), Estudio sobre las Praxeologías que se Proponen Estudiaren un Curso Universitario de Cálculo, *Bolema*, v.26 (n° 42B), 459-482.

[13] Corica, A. R., M. R. Otero (2016), Diseño e Implementación de un Curso para la Formación de Profesores en Matemática: una Propuesta desde la TAD**,** *Bolema,* v. 30 (, n° 55), 763 – 785.

[14] Delgado, T. A. S. e F. J. G. Gárcia (2015), ¿Cómo Organizar la Formación Matemático Didactica del Maestro de Educación Infantil?**,** *Educação. Matemática. Pesquisa*, v.17(n° 4), 767-790.

[15] Farras, B. B,. M. Bosch e J. Gascón (2013), Las tres dimensiones del problema didáctico de la modelización matemática. *Educação. Matemática. Pesquisa*, v.15 (n°.1) 1-28.

[16] Fonseca, C., J. M. Casas, M. Bosch e J. Gascón (2009), Diseño de un recorrido de estudio e investigaciónenlos problemas de modelización. *InvestigaciónenEducación Matemática.Comunicaciones de los Grupos de Investigación. XIII Simposio de la SEIEM*. Santander.

[17] Fonseca, C., A. Pereira e J. M. Casas (2011). Los REI enlacreación de secuencias de enseñanza y aprendizaje**.** In. Bosch M. et al, *Aportaciones de lateoría antropológica de lodidáctico: Un panorama de la TAD*. Centre de Recerca Matemàtica. Barcelona.

[18] Fonseca, C., J. M. Casas e H. Gonzalez (2008), Un recorrido de estudio e investigación entorno a una tarea de modelización: el cálculo delvolumen máximo de uma piscina, *Actas XVI Congreso Universitario de Innovación Educativa em las Enseñanzas Técnicas*, Cádiz.

[19] Gras, R. e J. C. Régnier (2015), Origem e Desenvolvimento da Análise Estatística Implicativa (ASI). In. Almeida, M. E. B. et al. *Uso do CHIC na Formação de Educadores: à guisa de apresentação dos fundamentos e das pesquisas em foco*. Letra Capital, Rio de Janeiro.

[20] Olarría, A. R., T. Á. S. Delgado, M. B. Casabò, e J. G. Pérez (2014), Las Matemáticas para la Enseñanza en una Formación del Profesorado Basada en el Estudio de Cuestones. *Boletim de Educação Matemática (Bolema)*, vl. 28 (n° 48), 319-340.

[21] Otero, M. R. e A. R. Corica (2012), Estudio sobre las Praxeologías que se Propenen Estudiaren un Curso Universitario de Cálculo**.** *Boletim de Educação Matemática (Bolema)*, vl. 26 n° (42B), 459-452.

[22] Parra, V., M. R. Otero e M. À. Fanaro (2013)**,** Á. Los Recorridos de Estudio e Investigación en la Escuela Secundaria: resultados de una implementación**.** *Boletim de Educação Matemática (Bolema)*, vl. 27 (n° 47), 847-874.

[23] Rodríguez, E., M. Bosch e J. Gascón (2007), Los recorridos de estúdio investigaçíon em la reformulación didática del problema de la metacognición. In. Ruiz-Higueras, Estepa e F. J. Garcia (0rg*), Sociedade, Escuela y Matemática: Aportaciones de la Teoria Antropológica de lo Didatico* (TAD), Universidade de Jaén, Jaén.

AS PRODUÇÕES NA ÁREA DE ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA NAS COMUNICAÇÕES NOS COLÓQUIOS INTERNACIONAIS SOBRE ANÁLISE ESTATÍSTICA IMPLICATIVA[1]

Vladimir LIRA VÉRAS XAVIER DE ANDRADE[2], Jean-Claude RÉGNIER[3] e Paula Virgínia Chaves Cabral ANDRADE[4]

LES PRODUCTIONS DANS LE DOMAINE DE L'ENSEIGNEMENT DES SCIENCES ET DES MATHÉMATIQUES DANS LES COMMUNICATIONS LORS DES COLLOQUES INTERNATIONAUX SUR L'ANALYSE STATISTIQUE IMPLICATIVE

PRODUCTIONS IN THE AREA OF TEACHING SCIENCE AND MATHEMATICS IN COMMUNICATIONS AT INTERNATIONAL MEETING ON STATISTICAL IMPLICATIVE ANALYSIS

RESUMO

Um campo que vem se desenvolvendo no Brasil é a área de Ensino de Ciências e Matemática. Destacamos a importância da Estatística como quadro teórico trazendo ferramentas fundamentais para as pesquisas. Dentro da Estatística, temos o campo chamado: Análise Estatística Implicativa (A.S.I.) que oferece ferramentas adequadas, pertinentes e eficazes para pesquisas em diversas áreas do conhecimento. Neste artigo, procuramos identificar a maneira de utilizar os métodos, técnicas e conceitos da A.S.I. nas pesquisas na área do ensino de Ciências e Matemática. Para isso, selecionamos duas revistas na área de Ensino das Ciências (uma brasileira e uma espanhola) e os três últimos Colóquios Internacionais sobre Análise Estatística Implicativa (ASI). Como resultados, não observamos nas revistas selecionadas ocorrência da utilização da A.S.I. nos artigos. Nos últimos colóquios A.S.I., apesar do predomínio de pesquisas na área de Educação Matemática, tivemos a participação de outras áreas ligadas ao Ensino de Ciências e Matemática, como a Biologia e a Física. Contudo, não foram apresentadas pesquisas na área do ensino de Química. Também se observou que os artigos, com um dos autores sendo vinculado a instituições no Brasil, foram os que apresentavam indicação de vínculos com Instituições ligadas à área de Ensino de Ciências e Matemática.

Palavras-chave : *Ensino de Ciências e Matemática, ASI, CHIC.*

RESUME

On assiste au Brésil au développement du champ de la didactique des sciences et des mathématiques dans le cadre universitaire de la post-graduation appelée Ensino das Ciencias e Matemática. Nous soulignons l'importance de la Statistique comme cadre théorique

[1] Esta pesquisa contou com o apoio da CAPES/CNPQ através da bolsa PVE para o programa PPGEC - UFRPE.

[2] Departamento de Matemática/Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da Universidade Federal Rural de Pernambuco, Rua Dom Manoel de Medeiros, s/n, Dois Irmãos - CEP: 52171-900 - Recife/PE, Brasil, vladiandrade@gmail.com

[3] Pesquisador Visitante Especial PVE/CAPES no PPGEC/UFRPE (Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da Universidade Federal Rural de Pernambuco) – UMR5191 – ICAR Université Lumiere Lyon 2 (FRA) jean-claude.regnier@univ-lyon2.fr National Research Tomsk State University (Russie)

[4] Secretaria de Educação do Governo do Estado de Pernambuco/Secretaria de Educação da Cidade do Recife. Rua Afonso Olindense, 1513 – Várzea, Recife/PE, Brasil, paulavchaves@gmail.com

apportant des outils essentiels aux travaux de recherche scientifique. Dans ce cadre théorique, nous plaçons le cadre appelé : Analyse Statistique Implicative (A.S.I.), qui offre des outils adéquats, pertinents et efficaces pour les travaux de recherche dans divers domaines de connaissance. Dans cet article, nous cherchons à identifier la manière selon laquelle les méthodes, techniques et concepts de l'A.S.I. sont utilisés, en tant qu'outil de recherche, dans le domaine de l'enseignement des sciences et des mathématiques. Pour ce faire, nous avons sélectionné deux revues du domaine de l'Enseignement des Sciences (l'une brésilienne et l'autre espagnole), ainsi que les trois derniers colloques internationaux sur l'Analyse Statistique Implicative (A.S.I.). Comme résultat, nous n'avons pas observé, dans les articles des revues sélectionnées, d'occurrence d'utilisation de l'A.S.I. Lors des derniers colloques, et malgré la prédominance d'études dans le domaine de la didactique des mathématiques, nous avons pu compter avec la participation d'autres domaines liés à l'enseignement des sciences et des mathématiques, comme la Biologie et la Physique. Mais il n'a pas été présenté d'étude dans le domaine de la didactique de la chimie. On a également pu observer que les articles dont l'un des auteurs était membre d'institutions académiques du Brésil, sont ceux qui indiquaient des liens avec des Institutions intégrant le domaine de l'Enseignement des Sciences et des Mathématiques.

Mots-clés : *Enseignement des Sciences et Mathématiques, ASI, CHIC.*

ABSTRACT

One field that has been developing in Brazil is the area of Science and Mathematics Teaching. We highlight the importance of statistics as a fundamental tool for research in science. Within Statistics, there is Statistical Implication Analysis (SAI) which offers rich tools for research in several areas of knowledge. In this article, we set out to investigate how S.A.I. has been used as a tool in research in the area of Science and Mathematics Teaching. To do this, we selected two journals in the area of Science Teaching (one Brazilian and one Spanish) and the last three international seminars on Statistical Implication Analysis (SAI). As results we did not observe the use of SAI in the articles of the selected journals. In the most recent meeting, despite the predominance of research studies in the Mathematics Area, other areas related to the Teaching of Sciences and Mathematics such as Biology and Physics made contributions. However, no research was presented in the area of Chemistry. It was also observed that the articles in which one of the authors of institutions was from Brazil were those that indicated they had links with Institutions linked to the area of Science and Mathematics Teaching.

Keywords : *Science Teaching and Mathematics, SAI, CHIC.*

1 Introdução

Este artigo faz parte de um projeto de pesquisa que vem sendo desenvolvido no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco (PPGEC-UFRPE) com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPQ). Graças ao apoio da CAPES/CNPQ, através da bolsa de Pesquisador Visitante Especial (PVE) do Programa Ciência sem Fronteiras, foi possível trazer o professor Jean-Claude Régnier para realização de atividades de pesquisa e de formação sobre a Análise Estatística Implicativa no Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da Universidade Federal Rural de Pernambuco (PPGEC-UFRPE). Esse Programa tem como foco principal tanto a formação de professores, como a aprendizagem de Ciências da Natureza e Matemática nos diferentes níveis de ensino. O PPGEC-UFRPE teve o seu mestrado recomendado em 21 de novembro de 2001 e em 2010 inicia a primeira turma de Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática. O

Programa possui duas linhas de pesquisa: 1) Formação de professores e construção de práticas docentes no ensino de Ciências e Matemática; 2) Processos de construção de significados em ensino de Ciências e Matemática. Assim como esse mestrado, outros Programas e grupos de pesquisa nessa área foram sendo estruturados nas últimas décadas. No final de 2002, conforme levantamento feito por Moreira (2002), tínhamos um total de 18 cursos no Brasil, alguns aprovados, outros em processo de aprovação (diligência), sendo necessário realizar ajustes e submeter à nova avaliação (Moreira, 2002, p.39):

Mestrado em..	Universidade	Aprovado/conceito
Ensino, Filosofia e História das Ciências	UFBA/UEFS	3
Educação Matemática	PUC/SP.	4
Ensino de Ciências, modalidades Física e Química	USP	4
Educação Matemática	USU	3
Educação para a Ciência	UNESP/Bauru	4
Ensino de Ciências e Matemática	UFPA	3
Ensino de Ciências e Matemática	ULBRA	3
Ensino de Ciências e Educação Matemática	UEL	3
Ensino das Ciências	UFRPE	3
Educação Científica e Tecnológica	UFSC	4
Mestrado Profissionalizante em.	Universidade..	Aprovado/conceito
Ensino de Matemática	PUC/SP	3
Ensino de Ciências e Matemática	PUC/RS	3
Ensino de Física	UFRGS	4
Ensino de Ciências Naturais e Matemática	UFRN	
Ensino de Matemática	UNINOVE	Em diligência
Ensino de Ciências e Matemática	CEFET-RJ	Em diligência
Doutorado em...	Universidade..	Aprovado /conceito
Educação Científica e Tecnológica	UFSC	4
Educação Matemática	PUC/SP	

Quadro 1 Levantamento dos PPG

Com o passar dos anos, o número de Programas foi ampliado e a área de Ensino de Ciências e Matemática foi incorporada à área de Ensino da CAPES. A área de Ensino da CAPES conta atualmente com 157 Programas de Pós-Graduação. Desses, temos um total de 177 cursos de Pós-Graduação, sendo 68 de mestrado acadêmico, 76 de mestrado profissional e 33 de doutorado. As divulgações das produções desses Programas ocorrem tanto em revistas especializadas em Matemática, Física, Química e Biologia, como em revistas na área de Ensino das Ciências. A Associação Brasileira de Pesquisas em Educação em Ciências (ABRAPEC) criada em 1997, além de organizar encontros nacionais de pesquisa em Ensino das Ciências, possui uma revista para divulgação de pesquisa na área. Trata-se da Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências (REBEC), classificada como A2 pela CAPES. Pela sua relevância na área, selecionamos esse periódico para fazer parte da nossa pesquisa.Procuramos também uma revista relevante na área, mas de outro país. Selecionamos a revista Enseñanza de las Ciencias. Essa revista conta com o apoio do Institut de Ciències de l'Educació da Universitat Autònoma de Barcelona. Essa revista foi classificada pela CAPES em 2015 como A1. Além das duas revistas, nossa análise vai se deter nos Colóquios Internacionais sobre a Análise Estatística Implicativa.

2 Os Colóquios Internacionais sobre Análise Estatística Implicativa

O primeiro Colóquio Internacional sobre Análise Estatística Implicativa (A.S.I.) ocorreu na França, e foi organizado pelo Instituto de Formação de Professores de Caen (IUFM-CAEN). Ele foi realizado nos dias 23 e 24 de junho de 2000. Nesse primeiro evento, foram apresentadas 2 conferências e 14 comunicações. Ele foi organizado por Régis Gras e Marc Bailleul. O tema central foi: “Exploração dos dados pelo método da Estatística

Implicativa: aplicação e tratamento pelo C.H.I.C.".O segundo Colóquio Internacional foi realizado no Brasil de 9 a 11 de julho de 2003, por Saddo Ag Almouloud. O tema do evento foi: "O método estatístico implicativo utilizado em estudos qualitativos de associação de Régis Gras. Contribuição à pesquisa em Educação". Nesse colóquio, tivemos seis estudos-comunicações orais e um minicurso (Pereira da Cunha et al., 2015). O evento foi promovido pela Universidade Católica de São Paulo e realizado nas instalações da mesma. O terceiro Colóquio Internacional sobre a A.S.I. foi realizado dos dias 6 a 8 de outubro de 2005 na Universidade de Palermo na Itália. Ele foi organizado por Filippo Spagnolo. Nesse evento, foram apresentadas 26 comunicações orais (Pereira da Cunha et al., 2015). O quarto Colóquio A.S.I. foi realizado em Castellón de la Plana na Espanha. Ele foi realizado dos dias 18 a 21 de outubro de 2007. O evento ocorreu no Departamento de Matemática da Universidade Jaume I. Nesse evento, tivemos um total de 30 comunicações. Elas foram agrupadas em cinco categorias:

1. Análise quantitativa dos dados, um exemplo: a Análise Estatística Implicativa (A.S.I.). Aportes teóricos e práticos sobre a A.S.I;
2. Formação para A.S.I. Primeiras aplicações significantes nas disciplinas variadas;
3. Tratamento pela A.S.I. de situações em Ciências da Educação, em Ciências Sociais e em Psicologia;
4. Alguns aportes teóricos sobre o desenvolvimento e das extensões da A.S.I.;
5. Análise pela A.S.I. dos conceitos ensinados em classe de Matemática a diferentes níveis de ensino.

Pelos temas, pode-se observar a força da área de Matemática, ambiente no qual surge a A.S.I. através das investigações de Régis Gras (Gras e Régnier, 2015, Gras, 1996). Além das áreas de aplicação: Ciências Sociais, Ciências da Educação e em Psicologia. O quinto Evento Internacional sobre A.S.I. ocorreu na Itália, tal qual o terceiro colóquio na cidade de Palermo. Ele foi organizado por Filippo Spagnolo e presidido por Jean-Claude Régnier. As instituições organizadoras foram o grupo de pesquisa GRIM do Departamento de Matemática e Informática da Universidade de Palermo, o Departamento de Matemática e de Informática da Universidade de Palermo, a Faculdade de Ciências da Formação da Universidade de Palermo, A Universidade Lumière Lyon 2 e o laboratório ICAR da Universidade Lumière Lyon 2. O evento ocorreu do dia 5 a 7 de novembro de 2010. As comunicações foram agrupadas em (tradução nossa):

1. Contribuições aos fundamentos e desenvolvimento teórico da A.S.I.;
2. Aplicações da A.S.I.: Didática da Matemática, Didáticas das Ciências;
3. Aplicações da A.S.I.: estudo de questões relativas à formação dos professores às práticas de ensino;
4. Aplicação da A.S.I.: estudo dos efeitos e usos das TICE e ENT e das formações a distância;
5. Aplicações da A.S.I.: domínio da avaliação;
6. Aplicações da A.S.I.: História da Arte;
7. Aplicações da A.S.I.: Epidemiologia;
8. Aplicações da A.S.I.: Estudo de fenômenos Socioeconômicos;
9. Questões em torno da formação da A.S.I.

Dessa forma, foram nove temas, dos quais sete foram em aplicações. A área de Didática das Ciências aparece em uma dessas áreas de aplicação, junto com a Matemática.

O sexto Colóquio Internacional sobre a Análise Estatística Implicativa ocorreu na França, na cidade de Caen. O Colóquio foi realizado no Instituto de Formação de Professores da Baixa Normandia, na cidade de Caen, dos dias 7 a 10 de novembro de 2012. A conferência de abertura foi realizada por Guy Brousseau com o título: "De l'observation clinique à la macro didactique : les areas de l'analyse statistique et les contributions de l'analyse statistique implicative". Nessa conferência foi realizada uma homenagem à memória de Filippo Spagnolo que presidiu o comitê do quinto colóquio sobre A.S.I. O presidente do comitê científico foi o pesquisador Jean-Claude Régnier e da comissão organizadora, o pesquisador Marc Bailleul. Foram realizadas dezenove comunicações que foram agrupadas em duas grandes categorias (tradução nossa):

1. Contribuições aos fundamentos e desenvolvimento teórico da A.S.I.;
2. Aplicações da A.S.I. a diversos domínios e uso do software CHIC.

O sétimo Colóquio Internacional sobre a A.S.I. ocorreu em São Paulo e tal como o segundo Colóquio, foi realizado na PUC de São Paulo. Ele teve como presidente da comissão organizadora o pesquisador Saddo Ag Almoloud. O presidente da comissão científica foi o professor Jean-Claude Régnier. O evento ocorreu de 27 a 30 de novembro de 2013. Nele, tivemos duas conferências e um total de vinte comunicações, sendo uma na forma de pôster. As comunicações não foram divididas nos Anais em categorias, como em outros eventos. O oitavo Evento Internacional sobre Análise Estatística Implicativa foi realizado na cidade de Radès na Tunísia. O evento ocorreu dos dias 11 a 14 de novembro de 2015. O presidente da comissão organizadora foi o pesquisador Ahmed Dhouibi e o presidente da comissão científica foi o pesquisador Jean-Claude Régnier. Nesse evento, tivemos três conferências de abertura e a apresentação de trinta e duas comunicações. As comunicações foram divididas em sete categorias:

1. Desenvolvimento do quadro teórico da A.S.I.;
2. Aplicações das pesquisas em Didática disciplinares e profissionais;
3. Aplicações para pesquisa no campo da Psicologia;
4. Aplicações para pesquisa no campo das TICE;
5. Aplicações às pesquisas em História da Arte;
6. Meta-análise das publicações contributivas à A.S.I.;
7. Aplicações para pesquisa no campo da Sociologia da Educação.

3 Abordagem metodológica

Apresentaremos nesta seção, os critérios de seleção para a construção da amostra e o procedimento de análise dos dados. Esta pesquisa pode ser classificada como documental (Gil, 2002), uma vez que nela temos como fonte, documentos que são os artigos nos eventos científicos e revistas. Como etapas, fizemos uma definição das fontes de pesquisa (amostra), elaboração do plano de trabalho, localização das fontes e obtenção do material, pré-leitura e definição das categorias de análise, construção das variáveis com base nas categorias de análise. Uma vez definida as categorias de análise, foram realizados um tratamento dos dados e uma análise descritiva. Em seguida, os dados foram preparados em uma planilha eletrônica para serem exportados para um novo tratamento utilizando o software CHIC. Foram realizadas duas análises com o software CHIC: a Análise de Similaridade e a Análise Implicativa.

3.1 Construção da amostra

Foram selecionadas duas revistas: uma brasileira e uma espanhola que fossem referências na área de Ensino em Ciências que descrevemos na introdução deste artigo, explicitando as razões para escolha dessas revistas. Para seleção dos colóquios, procuramos os três últimos eventos, considerando que teríamos as pesquisas mais recentes e uma evolução em relação aos primeiros. Para um panorama geral, foram utilizados todos os eventos.

3.2 Descrição das categorias e variáveis

Organizamos as variáveis em grupos, em função das escolhas e objetivos da pesquisa. Fazemos a seguir uma descrição dessas variáveis.

3.3 Participação nos Colóquios

Procuramos com essa variável identificar o colóquio no qual observamos a apresentação do artigo. Qual a influência do colóquio nos temas dos trabalhos?

3.4 País da instituição de um dos autores do artigo

É comum em eventos do porte da A.S.I. a presença de pesquisa conjunta de pesquisadores de diferentes países. Contudo, apenas com as publicações não foi possível identificar o país de origem do pesquisador. Na França, por exemplo, é comum a presença de pesquisadores de diversos países fazendo um doutorado, um mestrado etc. Após a formação, muitos desses retornam ao seu país. Contudo, no momento do evento estão vinculados a uma instituição francesa. Dessa forma, o que podemos identificar é a instituição que o pesquisador indica que possui vínculo no momento em que produziu o artigo. Essa informação é relevante, pois indica a influência do país (através de uma instituição) na produção. Dessa forma, pode-se, por exemplo, observar que pesquisadores de instituição francesas possuem uma produção forte no desenvolvimento do quadro teórico da A.S.I. Queremos também observar se as produções que envolvem, por exemplo, o ensino de Biologia, concentram-se em um único país.

3.5 Alguma referência no artigo ao Ensino das Ciências

Nessa categoria, levantou-se através de diferentes variáveis, uma ligação do artigo com o ensino das Ciências. Na variável Inst_EC, procurou-se observar se na Instituição do autor, se faz referência direta a um Programa na área de Ensino de Ciências. Nos artigos, também poderia-se observar uma referência ao Ensino das Ciências ou ainda à Didática das Ciências. Para isso, levantamos nos títulos dos artigos (variável Tit_EC), nas palavras-chave (variável PC_EC) e no resumo (variável RS_EC). Para pesquisar nos títulos, nas palavras-chave e no resumo, buscamos nos cinco idiomas do evento a palavra ciências: ciências (português), ciências (espanhol), sciences (francês/inglês), scienza (italiano). Procuramos em mais de um idioma, para evitar problemas com a escrita (alguma letra faltando ou trocada no momento de digitar). Também não consideramos outras aplicações para o termo ciências como ciências exatas, ciências humanas, uma vez que a ideia seria a ligação com a Didática das Ciências ou o Ensino das Ciências. Apenas não encontramos em italiano o termo scienza, pois apesar de ser um dos idiomas dos eventos, não tivemos artigos em italiano. Destacamos que as pesquisas no ensino de Matemática, Física, Biologia e Química fazem parte dessa área. Contudo, isso foi levado em consideração quando procuramos observar as aplicações em diversos domínios.

3.6 Fundamentos e desenvolvimento da A.S.I./CHIC

Uma das categorias para agrupar os artigos observada no A.S.I. 8 foi o desenvolvimento do quadro teórico A.S.I. Essa mesma categoria foi utilizada para agrupar os artigos no A.S.I. 6, que foram divididos em aplicação da A.S.I. em diversos domínios e uso do software CHIC e contribuições aos fundamentos e desenvolvimento teórico da A.S.I. No A.S.I. 5, também observamos essa categoria. Para isso, criamos a variável que codificamos como ASI_CHIC.

3.7 Aplicação em diversos domínios e uso do CHIC

Essa categoria também foi observada em diversos Colóquios do ASI. Dentro dessa categoria, criamos as variáveis:

Form_Prof – Envolve pesquisas com professores. Pode ser uma pesquisa com professores em formação inicial, como estudantes das Licenciaturas ou Pedagogia; professores em formação contínua; pesquisas na área da Didática Profissional que envolva professores, levantamento de informações com professores (questionário, entrevistas etc).

Muitas pesquisas envolvem um dado domínio com a Biologia, a Física etc. No caso de Ensino de Ciências, temos como domínios iniciais nessa área de pesquisa: Física, Química, Biologia e Matemática, Esse campo foi se ampliando para outras áreas, como a ecologia e a saúde com ligação com a Biologia. Criamos dessa forma as variáveis:

Est – Pesquisa na área de Estatística (professores que ensinam Estatística, conceitos de Estatística etc). A área de Estatística, apesar de ser diferente da de Matemática, é lecionada na educação básica na disciplina de Matemática, sendo atribuição dos professores de Matemática. Dessa forma, pode-se observar na área de Ensino de Ciências e Matemática pesquisas nessa área, a exemplo de ANDRADE (2013).

Mat – Pesquisas na área de Matemática;

Fís - Pesquisas que envolvem a área de Física;

Quím – Pesquisas que envolvem a área de Química;

Biol – Pesquisas que envolvem a área de Biologia. Incluímos nessa categoria pesquisa em campo ligadas à Biologia. Contudo, colocamos em separado as pesquisas na área da educação para saúde.

Saúde – Pesquisas ligadas à educação para saúde, relevante na formação escolar.

Outros – Outras áreas não incluídas

Também incluímos outros campos observados em Colóquios da A.S.I. que indicamos:

HisA – Pesquisa no campo da História da Arte

Psic – Pesquisa no campo da Psicologia

TIC – As TIC (Tecnologia da Informação em Comunicação) podem se apresentar de diversas maneiras, como o uso de um software no ensino, como uma estratégia de formação usando as TIC, entre outras.

MAASI – Meta-Análise das pesquisas que utilizam a A.S.I., como essa pesquisa que abordamos neste artigo.

Destacamos que podemos ter pesquisas que envolvem mais de uma categoria. Tomemos por exemplo uma pesquisa sobre a formação de professores, que envolve a geometria e

um aplicativo (TIC). Nesse exemplo, um mesmo sujeito (artigo) se apresenta em três variáveis. Também podemos ter uma pesquisa que envolve mais de um assunto, como a Física e a Matemática.

Com base nas categorias e códigos criados, apresentamos uma síntese no quadro 1.

Categoria	Tipo	Código	Descrição
Colóquio	Princ.	ASI_5	Trabalho nos anais do A.S.I. 5
		ASI_6	Trabalho nos anais do A.S.I. 6
		ASI_7	Trabalho nos anais do A.S.I. 7
		ASI_8	Trabalho nos anais do A.S.I. 8
Instituição	Supl.	Inst_Fr s	Vínculo do autor com instituição francesa
		Inst_Br s	Vínculo do autor com instituição brasileira
		Inst_Es s	Vínculo do autor com instituição espanhola
		Inst_Out s	Instituições dos demais países.
Ensino das Ciências	Princ.	Inst_EC	Um dos autores participa do Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências (indicado na instituição do autor)
		Tit_EC	Título: faz referência ao Ensino das Ciências ou Didática das Ciências ou indica uma ligação com essas áreas.
		PC_EC	Palavras-chave: faz referência ao Ensino das Ciências ou Didática das Ciências
		RS_EC	Resumo: faz referência ao Ensino das Ciências ou Didática das Ciências
Fundamento e desenvolvimento	Princ.	ASI_CHIC	Fundamentos e desenvolvimento da ASI/CHIC
Aplicação em diversos domínios e uso do CHIC	Princ.	Est	Envolve a Estatística
		Mat	Envolve a Matemática
		Fís	Envolve a Física
		Quím	Envolve a Química
		Biol	Envolve a Biologia
		Saude	Envolve saúde
		EC_out	Envolve outros campos ligados ao ensino das Ciências
		HisA	História da Arte
Outros campos	Princ.	Pesq_Prof	Pesquisa professores[5]
		Psic	Pesquisa no campo da Psicologia
		TIC	Tecnologia da Informação e Comunicação
		MAASI	Meta-Análise ASI
		SocEd	Sociologia da Educação

Quadro 2– Descrição das variáveis utilizadas.

4 Análise dos dados construídos e das relações entre variáveis ou classes de variáveis

Uma das informações que procuramos observar é relativa ao país das Instituições nos quais os pesquisadores indicavam estar filiados. Nem sempre o país indicava a nacionalidade, mas é um parâmetro para indicar os vínculos acadêmicos, que vão também influenciar as produções. No gráfico 1, apresentamos o levantamento das instituições representadas. Tivemos um total de 17 países. O país com maior contribuição foi a França,

[5] Podendo ser pesquisa na formação inicial, formação continuada, pesquisas envolvendo professores na sala de aula, pesquisa com professores (questionários, entrevistas etc).

associado a 53 produções. Em segundo lugar, o Brasil com 20 produções, em terceiro a Espanha com 8 e em quarto o México com 3 produções. A Itália apesar de ser um dos idiomas oficiais, tem a participação de apenas um artigo escrito em inglês. Considerando o aspecto da Língua, podemos juntar as produções em espanhol, considerando mais de um país cuja língua oficial é o espanhol (Argentina, Cuba, Espanha, México, Equador). Destacamos que temos artigos com autores ligados a instituições de diferentes países. Assim, um artigo pode contribuir no número de observações de vários países.

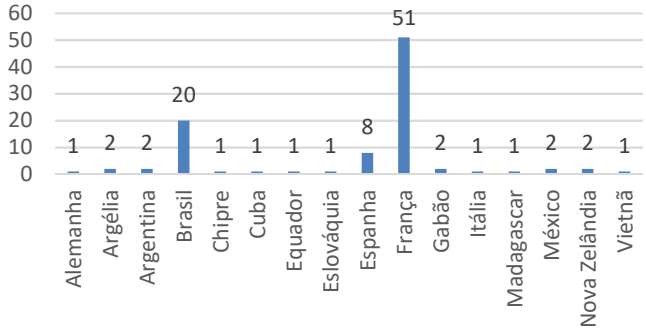


Gráfico 1- País da instituição vinculada aos autores.

Procuramos também avaliar o número de comunicações nos eventos da ASI e indicamos no gráfico 2. As produções vêm crescendo nos eventos, sendo maior o número de comunicações apresentadas no último. Pode-se observar no gráfico 2 uma oscilação no número de comunicações, indicando que nem sempre um evento tem um maior número de comunicações do que o seu anterior. Apesar disso, quando comparado o primeiro evento (com 14 comunicações) com o último evento (com 32 comunicações), tivemos um aumento nas comunicações de 228,57%. Dois países receberam duas vezes o colóquio: a França e o Brasil. Quando comparamos a produção do ASI2 no Brasil com o ASI7 realizado novamente no Brasil, tivemos um aumento de 333,33 nas comunicações. Do ASI6 para o ASI1, ambos realizados na França, tivemos um aumento de 135,71% nas comunicações.

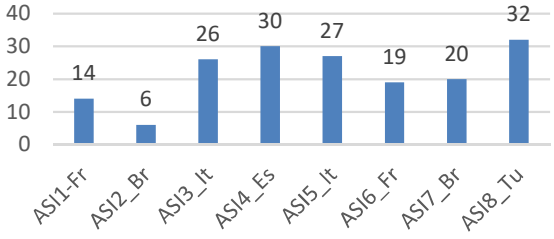


Gráfico 2- Comunicações apresentadas nos colóquios.

A nossa preocupação neste artigo é analisar a produção na área de Ensino de Ciências. Para isso, realizamos as análises de Similaridade, Implicativa e Coesitiva, que apresentamos a seguir. Algumas categorias iniciais não foram observadas e foram excluídas. A variável Eco (publicações na área de ecologia, não foi observada). A variável química (Quim) também não foi observada. Selecionamos duas revistas específicas na área de ensino das Ciências para analisar as contribuições para essa área. Apresentamos a seguir os resultados.

4.1 Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências

Trata-se de um periódico da Associação Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências. Utilizamos o mecanismo de busca da revista que vai procurar nos artigos a palavra. A busca não se limita ao título ou palavras-chave. Buscamos a palavra CHIC, ASI e por último Estatística (português), Statistique (francês), Statistical (inglês) e Stadística (espanhol). Não observamos em nenhum artigo a palavra Estatística em português, em francês ou espanhol. Ao colocarmos a palavra Statistical (inglês), observamos dois artigos:

1) Evolução Humana e Religião: opiniões de jovens brasileiros e italianos.
2) Aceitação da Evolução Biológica: atitudes de estudantes do ensino médio de duas regiões brasileiras.
3) Nos dois artigos, foi aplicado um questionário e foram feitos alguns tratamentos dos dados utilizando o SPSS[6] (Statistical Package for Social Science).

Os resultados indicam que nenhum artigo com a utilização da ASI/CHIC foi encontrado nessa revista.

4.2 Revista Enseñanza de las Ciencias

A escolha dessa revista se deu pela importância da mesma na área. Uma revista espanhola bem avaliada e com muitas publicações na área de Ensino das Ciências e Matemática. Utilizando o sistema de busca da revista, procuramos as palavras CHIC, ASI e estatística. Essa última em quatro idiomas: português, francês, espanhol e inglês. Não obtivemos nenhuma resposta com a palavra CHIC. Com o termo ASI, achamos vários artigos. Contudo, o grande problema é que ele buscava os termos junto com outras palavras. Dessa forma, artigos com palavras como "asignatura" eram apresentados na busca. Quando utilizamos o formato adotado em outros eventos A.S.I., também observamos textos que não tinham relação. Por último, utilizamos o termo estatística, nos quatro idiomas indicados. Observamos uma ocorrência. Contudo, não se tratava de um artigo que abordava a ASI, mas que utilizava o software SPSS®.

Aprendizaje de competencias cientícas versus aprendizaje de contenidos especícos. Una propuesta de evaluación Benarroch Benarroch, Alicia (Universidad de Granada) Núñez, Graciela Inés (Universidad Nacional de San Juan)

4.3 Análise de Similaridades entre as variáveis

Na figura 1, apresentamos a Árvore de Similaridade. Consideramos os níveis com um índice acima de 0,80, para essa análise. Indicamos com um traço azul um corte, definindo assim as classes que estão acima desse valor.

[6] Pacote de software de análise estatística produzido pela IBM.

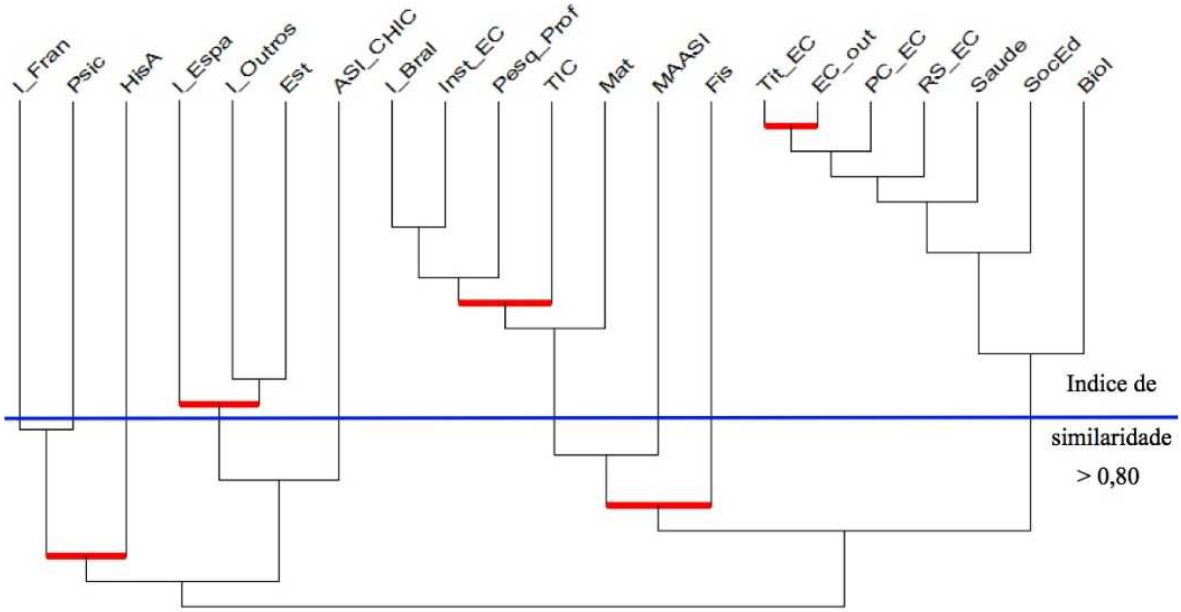


Figura 7 – Árvore de similaridade

No quadro 1, apresentamos os valores das 12 classes que estão com um valor do índice acima de 0,80. A seguir, descrevemos as classes formadas. Nos quatro primeiros níveis, observamos que as comunicações científicas que apresentam no título (Tit_EC_ e/ou no resumo (RS_EC) e/ou nas palavras (PC_EC) uma relação com o Ensino das Ciências, seja pela palavra didática da Ciência, Ensino das Ciências, ou algo próximo que apresenta similaridade com outros campos ligados ao Ensino das Ciências (EC_out). Também foi incluído no nível 4, com um índice de similaridade de 0,99986, uma classificação que inclui as pesquisas que abordam uma relação com o Ensino das Ciências na área da saúde (Saude). No nível 6, temos uma classe mais ampla, com um índice de similaridade de 0,999824, com artigos que envolvem a Sociologia da Educação. E no nível 10, temos pesquisas ligadas à Biologia. Outro aspecto destacado no quadro 1 e na árvore de similaridade foi no nível 5 a classe (I_Bral Inst_EC) com um índice de similaridade de 0,999829, indicando que os pesquisadores que indicaram uma instituição brasileira estão na mesma classe dos que indicaram que fazem parte de um Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências. Evidenciando a relação entre as instituições brasileiras vinculadas aos autores com as instituições ligadas à área de Ensino das Ciências. No nível 7, observamos uma nova classe que associa essa classe com as pesquisas relacionadas com o professor. Destacamos que no PPGEC-UFRPE, uma das duas linhas de pesquisa é a formação de professores. No nível 8, temos uma classe formada pela descrita no nível 7 com a TIC indicando também uma relação das instituições de Ensino de Ciências com as pesquisas com TIC utilizando a ASI/CHIC. No nível 9, temos uma associação às pesquisas que envolvem a Matemática e que também faz parte dos Programas de Ensino de Ciências. No nível 11 com um índice de 0,934766, observamos uma classe formada por autores com vínculo com instituições de outros países (ou seja, que não são da França, do Brasil ou da Espanha) com pesquisas com utilização da ASI à área de Estatística que envolve a Didática da Estatística. No nível 12, com um índice de 0,872325, temos a inclusão das instituições da Espanha.

Classificação ao nível: 1 : (Tit_EC EC_out) similaridade : 1
Classificação ao nível: 2 : ((Tit_EC EC_out) PC_EC) similaridade : 1
Classificação ao nível: 3 : (((Tit_EC EC_out) PC_EC) RS_EC) similaridade : 0,999999
Classificação ao nível: 4 : ((((Tit_EC EC_out) PC_EC) RS_EC) Saude) similaridade : 0,99986
Classificação ao nível: 5 : (I_Bral Inst_EC) similaridade : 0,999829
Classificação ao nível: 6 : (((((Tit_EC EC_out) PC_EC) RS_EC) Saude) SocEd) similaridade : 0,999824
Classificação ao nível: 7 : ((I_Bral Inst_EC) Pesq_Prof) similaridade : 0,996217
Classificação ao nível: 8 : (((I_Bral Inst_EC) Pesq_Prof) TIC) similaridade : 0,993828
Classificação ao nível: 9 : ((((I_Bral Inst_EC) Pesq_Prof) TIC) Mat) similaridade : 0,960227
Classificação ao nível: 10 : ((((((Tit_EC EC_out) PC_EC) RS_EC) Saude) SocEd) Biol) similaridade : 0,935611
Classificação ao nível: 11 : (I_Outros Est) similaridade : 0,934766
Classificação ao nível: 12 : (I_Espa (I_Outros Est)) similaridade : 0,872325

Quadro 3 – Classificação segundo os índices de similaridade.

4.4 Exploração das relações de quase-implicação entre variáveis

Consideramos na construção do grafo implicativo o valor mínimo de 0,80. Esse valor permitiu a construção de um grafo significativo do ponto de vista estatístico. Na figura 2, apresentamos o grafo implicativo. Na cor vermelha temos a indicação dos maiores valores de intensidade de implicação (Intensidade ≥. 0,95). Na cor azul com uma intensidade em um segundo nível (0,95 < Intensidade de implicação ≥ 0,90). Na cor verde, temos o terceiro nível escolhido (0,90 < Intensidade de implicação ≥ 0,85). Na cor cinza, temos o quarto e último nível definido com cores (0,85 < Intensidade de implicação ≥ 0,80). A seguir, fazemos uma interpretação dos caminhos.

Inst_EC ⇒ Pesq_Prof ⇒ I_Bras – observamos que o fato de o pesquisador indicar um vínculo com uma instituição de Ensino das Ciências, implica em termos pesquisas relacionadas a professores e se tratar de uma instituição brasileira.

TIC ⇒ Pesq_Prof ⇒ I_Bras – Nesse caminho observamos uma transitividade. Nesse caso, de ser um artigo que envolve a TIC com as instituições brasileiras. O caminho indica que as pesquisas com TIC implicam em ser realizadas com professores de instituições brasileiras.

Psic ⇒ I_Fran – As pesquisas com a Psicologia tendem a ser realizadas por pesquisadores vinculados a instituições francesas.

Tit_EC ⇒ RS_EC – Observamos nesse caminho que os artigos que apresentam um título que faz alusão à área de Ensino das Ciências também faz referência a essa área no resumo.

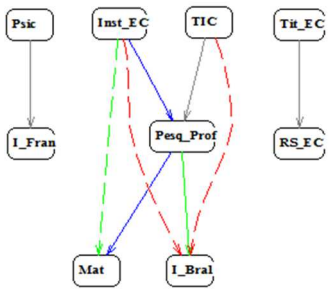


Figura 8 – Grafo implicativo.

5 Considerações finais

As pesquisas que utilizam a ASI para instrumentalizar as análises por meio do CHIC vêm crescendo e se expandindo a diversos campos disciplinares, sobretudo no campo da Didática da Matemática que é onde surgem as pesquisas que deram origem à ASI. No caso das pesquisas na área de Ensino de Ciências e Matemática, observamos que se concentram na área de Matemática. Contudo, vem crescendo aos poucos em outras áreas. Destacamos os efeitos no crescimento dessas áreas e a importância de projetos de pesquisa como o que desenvolvemos junto com o professor Jean-Claude Régnier no quadro do PVE (CAPES/CNPQ) no Brasil. Dos sete autores que indicaram o vínculo com uma instituição de pesquisa em Ensino das Ciências, apenas dois não participaram da formação no quadro do PVE-UFRPE. Tivemos também um pesquisador que participou dessa formação, mas não indicou no seu artigo um vínculo. Destacamos que participaram dessa formação pesquisadores de outros Estados do Brasil. Observamos que em duas revistas mais especializadas, temos poucas pesquisas na área de Estatística e nenhuma publicação com a utilização da ASI/CHIC, o que indica um campo a se desenvolver e a ser ampliado. Esta pesquisa permitiu mapear alguns direcionamentos e participação de instituições nos eventos da ASI e vem a contribuir para a construção dessa área de pesquisa. Destacamos a necessidade de ampliar essa investigação para outras revistas.

Referências

[1] Andrade, V. L. V. X. de. (2013), Os conceitos de medidas de tendência central e de dispersão na formação estatística no ensino médio no Brasil e na França. Abordagem exploratória no quadro da teoria antropológica do didático e da teoria dos campos conceituais. Tese (Doutorado em Ensino das Ciências e Matemática e Doutorado em Ciências da Educação – cotutela), Universidade Federal Rural de Pernambuco/Universidade Lumière Lyon2.

[2] Gil, A. C. (2002), *Como elaborar Projetos de Pesquisa*, 4. ed., Atlas, São Paulo.

[3] Gras, R. (1996), *Nouvelle Méthode Exploratoire de Données*. La Pensée Sauvage Éditions, Grenoble.

[4] Gras, R., Régnier, J-C. (2015), Origem e Desenvolvimento da Análise Estatística Implicativa (A.S.I.). Dans Valente, J. A., Almeida, M. E. (Org.). Uso do CHIC na formação de educadores: à guisa de apresentação dos fundamentos e das pesquisas e foco, Letra Capital, Rio de Janeiro.

[5] Moreira, M. A. (2002), A Área de Ensino de Ciências e Matemática na CAPES: panorama 2001/2002 e critérios de qualidade, *Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências*, 2(1), 36-59.

[6] Pereira da Cunha, D., Acioly-Régnier, N. M., Lima Ferreira, A. (2015), A formação humana dos educadores através das comunicações nos colóquios internacionais sobre Análise Estatística Implicativa (A.S.I.): caso dos colóquios A.S.I. 5, A.S.I. 6 e A.S.I. 7, Communication présentée au 8e Colloque International sur Analyse Statistique Implicative, Radès, Tunisie. (http://math.unipa.it/%7Egrim/QRDM_25_suppl_1_ActesASI8_2015)

ESTUDO EXPLORATÓRIO DE UM INVENTÁRIO DE EXPRESSÕES DE ESPIRITUALIDADE NA FRANÇA

Djailton PEREIRA DA CUNHA[1], Nadja Maria ACIOLY-REGNIER[2] et Aurino LIMA FERREIRA[3]

ÉTUDE EXPLORATOIRE D'UN INVENTAIRE D'EXPRESSIONS DE LA SPIRITUALITÉ EN FRANCE

EXPLORATORY STUDY OF EXPRESSIONS OF SPIRITUALITY INVENTORY IN FRANCE.

RESUMO

O conceito de espiritualidade não é novo e nem há um consenso sobre o mesmo. Diversos são os olhares e influências filosóficas, religiosas e científicas que impelem ao entendimento dessa temática. Os estudos relativos à avaliação da espiritualidade na França são escassos. Encontramos apenas quatro estudos (Barbier-Bouvet, 2015; Mandhouj, 2015; Branchi, 2014; Velasco et Rioux, 2009). Isso é um dos motivos que despertaram o nosso interesse em desenvolver uma pesquisa sobre as expressões da espiritualidade na França. Ao mesmo tempo, encontramos o inventário ESI-R elaborado por MacDonald (2000) que atende nossa demanda. O processo de análise estatística implicativa do ESI-R envolveu quatro estudos: análise da relação de similaridade; a implicação entre os itens ESI-R; análise coesiva e o processo de redução dos elementos instrumento de pesquisa. Os resultados demonstram que a dimensão de bem-estar existencial (EWB) caminha independente de outras dimensões e implica em uma vida sem problemas e sentir-se feliz. As dimensões da religiosidade (REL) e orientação cognitiva para a espiritualidade (COS) reforçam a ideia de que as pessoas com maior propensão à religiosidade tendem a ter maior uma compreensão sobre as expressões da espiritualidade. As dimensões crenças paranormais (PAR) e orientação cognitiva de Espiritualidade (COS) reiteram o pensamento de que as pessoas com maior sensibilidade e melhor percepção do plano espiritual (paranormais, médiuns, gurus espirituais, etc.) tendem a ter um maior entendimento sobre as expressões de espiritualidade.

Mots-clés : *espiritualidade, análise estatística implicativa, CHIC.*

RÉSUMÉ

Le concept de spiritualité n'est pas nouveau et il n'y a pas de consensus à ce sujet. Plusieurs sont les opinions philosophiques, religieuses et scientifiques et les influences qui poussent la compréhension de ce thème. Les études sur la mesure de la spiritualité en France sont encore plus rares. Nous trouvons seulemente quatre études (Barbier-Bouvet, 2015; Mandhouj, 2015; Branchi, 2014; Velasco et Rioux, 2009). Cela est l'une des raisons qui ont suscité notre intérêt pour developper la recherche sur les expressions de la spiritualité en France. D'autre part, nous trouvons l'inventaire ESI-R développé par MacDonald (2000) qui répond à notre demande. Analyse statistique implicative de l'ESI-R a comporté quatre études : analyse de la relation de similarité ; analyse des relations d'implication entre les items ESI-R ; Analyse cohésitive comme celle des relations entre classes de variables. Notons que la dernière étude a été caractérisée par le processus de réduction des éléments de l'instrument de recherche.

[1]Doutor em Educação do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Pernambuco (pesquisa realizada com apoio da CAPES) e Doutor em Ciências da Educação pela escola doutoral ED485 EPIC [Éducation, Psychologie, Information & Communication] da Universidade de Lyon, UMR 5191 ICAR e-mail : djailtoncunha@uol.com.br

[2] ESPE Université Lyon 1. UMR 5191 ICAR. e-mail: nadja.acioly-regnier@univ-lyon1.fr

[3] Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), Recife, Brasil, e-mail: aurinolima@gmail.com

Les resultats ont permis d'identifier que la dimension existentielle du bien-être (EWB) marche indépendamment des autres dimensions et implique une vie sans problèmes et se sent heureuse. Les dimensions de la religiosité (REL) et l'Orientation Cognitive vers la spiritualité (COS) renforce l'idée que les gens les plus enclins à la religiosité ont tendance à avoir une meilleure compréhension des expressions de la spiritualité. Les dimensions de Croyances paranormales (PAR) et de l'Orientation Cognitive vers la Spiritualité (COS) ont réitèré la conviction que les personnes ayant une plus grande sensibilité et une meilleure perception du plan spirituel (paranormaux, médiums, gourous, etc.) ont tendance à mieux comprendre les expressions de la spiritualité.

Mots-clés : *spiritualité, analyse statistique implicative, CHIC.*

ABSTRACT

The concept of spirituality is not new and there is no consensus on it. Several are the philosophical, religious and scientific views and influences that impel the understanding of this theme. Studies on the measurement of spirituality in France are scarce. We found only four studies (Barbier-Bouvet, 2015; Mandhouj, 2015; Branchi, 2014; Velasco et Rioux, 2009). This is one of the reasons that has aroused our interest in developing a research about the expressions of spirituality in France. On the other hand, we find the inventory ESI-R elaborated by MacDonald (2000) that meets our demand. The statistical implicative analysis of the ESI-R involved four studies: analysis of the similarity relation; the implication between the ESI-R items; cohesive analysis and the last study was characterized by the process of reducing the elements research instrument. The results demonstrate that the dimension of existential well-being (EWB) is independently of other dimensions and implies a life without problems and to feel happy. The dimensions of religiosity (REL) and cognitive orientation to spirituality (COS) reinforce the idea that people with a greater propensity to religiousness tend to have greater understanding of the expressions of spirituality. The dimensions paranormal beliefs (PAR) and cognitive orientation of Spirituality (COS) reiterate the thought that people with greater sensitivity and better perception of the spiritual plane (paranormal, mediums, spiritual gurus, etc.) tend to have a greater understanding about the expressions of spirituality.

Keywords : *spirituality, statistical implicative analysis, CHIC.*

1 Introdução

O conceito de espiritualidade não é novo e nem há um consenso sobre o mesmo. Diversos são os olhares e influências filosóficas, religiosas e científicas que impelem ao entendimento dessa temática. Não obstante, segundo Policarpo Júnior (2010, p.81), "[...] a espiritualidade não está fora da vida, mas é parte dela. [...] A espiritualidade é um modo de viver a própria vida. Em nenhum lugar poderemos encontrar a dimensão espiritual separada do viver". Assim, podemos compreender que a "Espiritualidade não exclui, em princípio, nenhuma fé religiosa como forma específica de vivenciar a espiritualidade. Por outro lado, nem tudo que se apresenta como religião também inclui a espiritualidade" (Röhr, 2010, p. 20). Nesse contexto, comungamos com a visão de Ferreira (2010, p.381), quando afirma que estamos falando

[...] de uma espiritualidade integral, uma espiritualidade que inclui ascensão e descensão, imanência e transcendência sem separatividades, mesmo consciente das dificuldades de expressá-las no mundo vivido. Uma espiritualidade que se revela no mundo vivido a partir de um movimento espiralado de recuos e avanços, de luz e sombras, de tentativas de desdobrar e integrar as múltiplas dimensões do Ser. Uma espiritualidade que se revela nos gestos e que se confunde com os próprios fins da formação humana: a humanização.

Por outro lado, os estudos relativos à avaliação da espiritualidade na França são escassos. Em nossa pesquisa, encontramos apenas quatro estudos (Barbier-Bouvet, 2015; Mandhouj, 2015; Branchi, 2014; Velasco et Rioux, 2009), despertando o nosso interesse em desenvolver uma investigação sobre as expressões da espiritualidade na França. Assim, encontramos o inventário ESI-R elaborado por MacDonald (2000) que atende essa demanda de estudo. Nas palavras do referido autor, "O ESI foi nomeado como tal na tentativa de minimizar a reificação (coisificação) da espiritualidade como um constructo, enfatizando que é uma medida das expressões da espiritualidade e não a espiritualidade por si só" (Macdonald, 2000, p.2). Neste sentido, o presente trabalho tem o propósito de compreender como a Análise Estatística Implicativa (A.S.I.) pode contribuir para uma reflexão sobre o processo de adaptação e validação de questionário, caracterizando as relações de similaridade, implicação, coesão e apresentando um modelo reduzido dos itens avaliados. Para tanto serão abordados nesse trabalho: (1) a apresentação geral do artigo; (2) as expressões de espiritualidade; (3) o inventário de expressões de espiritualidade revisado (ESI-R); (4) a análise estatística implicativa do ESI-R e (5) as considerações finais.

2 As expressões de espiritualidade

A multiplicidade de conceitos sobre a espiritualidade explicita, de um lado, o crescente interesse pelo assunto e por outro lado a carência de um aprofundamento da relação legítima entre esse paradigma e os diferentes campos do saber. Talvez isso ocorra porque estamos falando, na realidade, de espiritualidades. Isso ganha força nas palavras de Ferreira (2010, p.375) quando ressalta: "[...] que teorizar sobre espiritualidade é um caminho de ascese, de dobrar-se sobre si mesmo, revelando o que foi integrado, para consolidá-lo, e sinalizando as muitas sombras a serem iluminadas". Ao mesmo tempo, seria um equívoco pensar que a espiritualidade é algo baseado e que só diz respeito à subjetividade da pessoa. Não podemos caracterizar a espiritualidade na diferenciação entre idealismo e materialismo. Isso porque todas as dimensões são materiais, mesmo a dimensão espiritual. Da mesma forma, a espiritualidade perpassa todas as dimensões, e não pode ser entendida como algo exclusivamente não material (Röhr, 2010). Ampliando essa discussão, com o intuito de operacionalizar as expressões de espiritualidade por meio de instrumento de pesquisa, MacDonald (2009, p.158) parte de cinco concepções acerca da espiritualidade:

[...] (a) a espiritualidade é um construto multidimensional que inclui componentes complexos experienciais, cognitivos, afetivos, fisiológicos, comportamentais e sociais; (b) a espiritualidade é inerentemente um fenômeno/constructo experiencial que inclui experiências rotuladas espiritual, religiosa, de pico, mística, transpessoal, transcendente e numinosa; (c) a espiritualidade é acessível a todas as pessoas e as diferenças qualitativas e quantitativas nas expressões de espiritualidade podem ser medidas através dos indivíduos; (d) a espiritualidade não é sinônimo de religião, mas reflete um campo conceitual que inclui a religiosidade intrínseca; e (e) espiritualidade inclui crenças paranormais, experiências e práticas.

Diante desses diferentes conceitos da espiritualidade, apresentar o nosso conceito pode concorrer, destoar ou repetir com outras palavras os já empregados pelos diversos campos do saber. Por isso, mais do que emitir a nossa concepção de espiritualidade, como uma relação-ação, imanente-transcendente, aqui-agora-além, em distintos planos e contextos

da vida e do humano, identificamos, no momento, a necessidade de compreender as expressões da espiritualidade a partir de um instrumento de pesquisa como o definido Macdonald (2000). Esse é o próximo tópico a ser abordado.

3 O inventário de expressões da espiritualidade – Revisado (ESI-R)

Em 2000, Douglas MacDonald coordenou um estudo para revisão do Inventário de Expressões da Espiritualidade (ESI), elaborado em sua tese em 1998. O questionário original, auto-aplicado de 100 itens, foi reduzido para o modelo ESI-Revisado com 32 itens (vide anexo 1). Cada uma das cinco dimensões de espiritualidade ficou com 6 itens de avaliação e foram acrescentados mais dois itens para validação do instrumento. As cinco dimensões que são avaliadas no ESI-R são: 1- Orientação Cognitiva voltada para a Espiritualidade (COS), que consiste na avaliação das crenças espirituais, atitudes e percepções relativas às experiências da vida cotidiana; 2- Dimensão Experiencial/Fenomenológica da Espiritualidade (EPD), que diz respeito à investigação de experiências espirituais; 3- Bem Estar Existencial (EWB), que aborda o quanto a espiritualidade pode ser refletida no senso de significado e propósito na vida e a capacidade de lidar com as incertezas da vida; 4- Crenças paranormais (PAR), que destaca as expressões de espiritualidade relacionadas com a possibilidade de fenômenos paranormais; e 5-, Religiosidade (REL), um estudo sobre as atitudes, crenças, comportamentos e práticas religiosas. O processo de redução do ESI-R seguiu os critérios de validade discriminante, carga fatorial e análise de convergência, obtendo-se um alfa de Cronbach entre 0,80-0,89, assegurando com isso que as propriedades psicométricas do instrumento reduzido têm semelhança à versão original do ESI (Macdonald, 2000).

4 Análise Estatística Implicativa das relações entre as variáveis do ESI-R

O primeiro passo para iniciarmos a abordagem da análise estatística implicativa (Gras, Régnier, Marinica et Guillet, 2013; Gras, Régnier et Guillet, 2009) foi a definição das variáveis suplementares e principais, descrita no quadro 1. As suplementares correspondem às variáveis demográficas, sexo, nacionalidade, idade, estado civil, nível educacional, crença e prática religiosa, afinidade religiosa e validação do inventário. Já as principais dizem respeito às variáveis modais, ESI1COS, ESI2EPD até ESI30REL, cujos valores estão contidos no conjunto {0, 0,25, 0,50, 0,75 e 1}.

Quadro 1 - Descrição das variáveis suplementares utilizadas na ASI

Variável	Tipo	Código	Descrição da Variável Codificada
Sexo	Suplementar	Masculino s	Sexo masculino
		Feminino s	Sexo feminino
Nacionalidade	Suplementar	Brasileira s	Nacionalidade brasileira
		Francesa s	Nacionalidade francesa
Idade	Suplementar	Id <20 s	Idade abaixo de 20 anos
		20≤Id<30 s	Idade entre 20 e abaixo de 30 anos
		30≤Id<40 s	Idade entre 30 e abaixo de 40 anos
		40≤Id<50 s	Idade entre 40 e abaixo de 50 anos
		50≤Id<60 s	Idade entre 50 e abaixo de 60 anos
		60≤Id<70 s	Idade entre 60 e abaixo de 70 anos
		70≤Id<80 s	Idade entre 70 e abaixo de 80 anos
		Id≥80 s	Idade igual ou acima de 80 anos
Estado Civil	Suplementar	Solteiro s	Estado civil solteiro
		Casado s	Estado civil casado
		Concubinato s	Vive em regime de concubinato
		PAC s	PAC
		Separado s	Estado civil separado
		Divorciado s	Estado civil divorciado
		Viúvo s	Estado civil viúvo
		Outro_Est_Civ	Outro estado civil
Nível Educacional	Suplementar	Inf_Graduação s	Nível educacional - inferior a graduação
		Graduação s	Nível educacional - graduação
		Mestrado s	Nível educacional – mestrado
		Doutorado s	Nível educacional – doutorado
		HDR s	Nível educacional – HDR
		Outro_Niv_Edu s	Outro nível educacional
Crença e prática Religiosa	Suplementar	Tem_rel_e_pratica s	Tem religião e é praticante
		Tem_rel_nao_pratica s	Tem religião mas não é praticante
		Não_tem_rel s	Não tem religião
		Ateísta s	É ateísta
		Não_responde_prat_rel s	Preferiu não responder
Afinidade Religiosa	Suplementar	Sem_Afin_Rel s	Sem afinidade religiosa
		Afin_Afrobrasil s	Afinidade com o Candomblé, Umbanda
		Afin_Budismo s	Afinidade com o Budismo
		Afin_Católica s	Afinidade com a religião Católica
		Afin_Espírita s	Afinidade com o Espiritismo
		Afin_Hinduísmo s	Afinidade com o Hinduísmo
		Afin_Islamismo s	Afinidade com o Islamismo
		Afin_Judaísmo s	Afinidade com o Judaísmo
		Afin_Protestante s	Afinidade com a religião Protestante
		Afin_Outras s	Afinidade com outras religiões
		Afin_Todas s	Afinidade com todas as religiões
Validação	Suplementar	ESI31V1 s	Validação de face
		ESI32V2 s	Validação das respostas

Quadro 2 - Descrição das variáveis principais utilizadas na ASI

Variável	Tipo	Código	Descrição da Variável Codificada
		ESI1COS	A espiritualidade é uma parte importante de quem eu sou como pessoa
		ESI2EPD	Já tive uma experiência em que eu parecia estar intimamente ligado a todas as coisas.
		ESI3EWB	Sempre parece que estou fazendo as coisas da maneira errada
		ESI4PAR	É possível se comunicar com os mortos
		ESI5REL	Eu acredito que frequentar cultos ou práticas religiosas é importante
		ESI6COS	A espiritualidade é uma parte essencial da existência humana
		ESI7EPD	Já tive uma experiência onde eu parecia ir além do tempo e do espaço
		ESI8EWB	Eu não me sinto confortável comigo mesmo
		ESI9PAR	Eu acredito que bruxaria existe
		ESI10REL	Eu tenho um sentimento de proximidade com um Ser Superior
		ESI11COS	Estou mais consciente das minhas escolhas de vida por causa da minha espiritualidade.
		ESI12EPD	Eu já tive uma experiência mística, ou seja, uma experiência espiritualmente significativa que parecia ir além do entendimento humano
		ESI13EWB	Muito do que eu faço na vida parece feito por obrigação, e não de forma espontânea.
		ESI14PAR	É possível adivinhar o futuro
		ESI15REL	Eu me vejo como uma pessoa voltada para a
Itens do ESI-R	Principal		religião
		ESI16COS	Eu tento considerar todos os elementos de um problema, incluindo os aspectos espirituais, antes de tomar uma decisão
		ESI17EPD	Já tive uma experiência de união com uma Força maior do que eu
		ESI18EWB	Minha vida é frequentemente problemática
		ESI19PAR	Eu não acredito em espíritos ou fantasmas
		ESI20REL	Eu vejo Deus ou um Poder Superior presente em tudo que faço
		ESI21COS	Minha vida tem se beneficiado da minha espiritualidade
		ESI22EPD	Eu já tive uma experiência na qual tudo parecia divino
		ESI23EWB	Eu me sinto tenso com frequência
		ESI24PAR	Eu acho que a psicocinese, ou seja, mover objetos com a força da mente é possível.
		ESI25REL	Eu pratico alguma forma de oração
		ESI26COS	Eu acredito que dar atenção ao próprio crescimento espiritual é importante
		ESI27EPD	Já tive uma experiência na qual eu parecia ir além da percepção normal que tenho de mim mesmo.
		ESI28EWB	Eu sou uma pessoa infeliz.
		ESI29PAR	É possível sair do próprio corpo
		ESI30REL	Eu acredito que Deus ou um Poder Superior é responsável pela minha existência.

Em seguida, foi construída a tabela com os dados relativos a essas variáveis para tratamento com software CHIC (*Classification Hiérarchique Implicative et Cohésitive*). Para tanto, seguimos as orientações de Couturier, Bodin e Gras (2004). Essa tabela tem uma quantidade de linhas e de colunas em função do número de participantes do estudo e das variáveis suplementares consideradas, respectivamente. Especificamente, ela é constituída por 209 linhas, que correspondem ao número de participantes franceses e 70 colunas que representam as 70 variáveis analisadas (30 variáveis principais e 40 suplementares). O processo da ASI do ESI-R envolveu quatro estudos. O primeiro estudo consistiu na análise de similaridade, uma classificação estabelecida baseada no modelo de I. C. Lerman (1981), onde são empregados índices de probabilidade. Nessa fase foi verificada também a contribuição das variáveis suplementares. O segundo estudo referiu-se à implicação existente entre os itens do ESI-R. Os índices de implicações foram calculados usando a lei binomial tomando como referência a teoria clássica. Foi elaborado o gráfico implicativo para os níveis de confiança de 0,999 (cor vermelha – traçado com intensidade muito forte); 0,99 (cor azul – traçado com intensidade forte); 0,95 (cor verde – traçado com intensidade regular) e 0,90 (cor cinza – traçado com intensidade fraca). Após a identificação dos caminhos implicativos, verificou-se a contribuição das variáveis suplementares para tais trajetos. Nessa etapa foi identificada a contribuição das variáveis suplementares para os caminhos encontrados no grafo de implicação. Já o terceiro estudo abordou a análise coesiva das classes geradas pelas variáveis implicadas. O último estudo foi caracterizado pelo processo de redução dos itens do instrumento de pesquisa.

4.1 Análise das relações de similaridade entre as variáveis

O estudo de similaridade entre variáveis efetuado com a base de dados francesa é ilustrado na figura 1. A estrutura é composta por 30 variáveis principais, 40 suplementares e 28 níveis de similaridade entre 0.999964 e 0.217195, envolvendo uma amostra de 209 respondentes franceses. Dessas interações, há dez "nós" significativos nos níveis: 1, 4, 6, 9, 11, 15, 17, 22, 25 e 28 (destacados em vermelho). Conforme indicado pelo programa CHIC, o nó mais significativo está no nível 22. Foi estabelecido um índice de similaridade mínimo de 0,80 para o desenvolvimento da análise e com isso o estudo foi reduzido para 22 níveis.

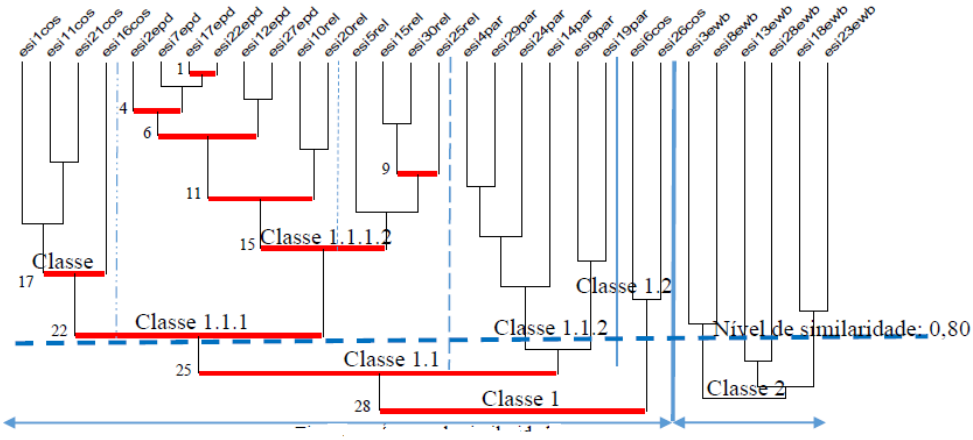


Figura 1 - Árvore de similaridade

Pode-se observar na figura 1 duas macro-classes que se constituíram a partir das dimensões do ESI-R. A classe 1 contempla as dimensões COS, EPD, REL e PAR e a

Classe 2 corresponde a dimensão EWB. Em seguida verifica-se duas sub-classes. A subclasse 1.1 envolve as dimensões COS, EPD e REL e a subclasse 1.2 concentra os itens esi6cos e esi26cos. Constata-se assim que, para os respondentes franceses existe um alto nível de similaridade entre as dimensões EPD-REL (subclasse 1.1.1.2), e parte dos itens COS (subclasse 1.1.1.1). Essa descrição geral reforça o modelo estabelecido por MacDonald (2000) que considera as dimensões COS, EPD, REL e PAR impactam a dimensão EWB.

A classe 1 expressa a relação entre as variáveis (((((esi1cos (esi11cos esi21cos)) esi16cos) ((((esi2epd (esi7epd (esi17epd esi22epd))) (esi12epd esi27epd)) (esi10rel esi20rel)) (esi5rel ((esi15rel esi30rel) esi25rel)))) ((((esi4par esi29par) esi24par) esi14par) (esi9par esi19par))) (esi6cos esi26cos)) e ocupa o último nível de similaridade cujo valor é 0.217195. Essa classe foi construída sob a maior influência das categorias: feminina (risco de 0.478), faixa etária entre 50 a 60 anos (risco de 0.00165), divorciado (risco de 0.00365), grau de escolaridade HDR (risco de 0.027) e outro nível educacional (risco de 0.0253), tem religião e é praticante (risco de 0.000325) e tem afinidade com o espiritismo (risco de 6.15e-09).

A classe 2 denota a relação entre as variáveis ((esi3ewb esi8ewb) ((esi13ewb esi28ewb) (esi18ewb esi23ewb))), e similaridade no valor de 0.217481. Ela foi construída sob a maior influência das categorias: masculina (risco de 0.075), faixa etária entre 40 a 50 anos (risco de 0.0925), casado (risco de 0.0749), mestrado, (risco de 0.128), não expressando crença e nem prática religiosa (risco de 0.0437) e sem afinidade com tradições religiosas (risco de 0.0595).

A subclasse 1.1 denota a relação entre as variáveis do nível 25 ((((esi1cos (esi11cos esi21cos)) esi16cos) ((((esi2epd (esi7epd (esi17epd esi22epd))) (esi12epd esi27epd)) (esi10rel esi20rel)) (esi5rel ((esi15rel esi30rel) esi25rel)))) ((((esi4par esi29par) esi24par) esi14par) (esi9par esi19par))), cujo valor de similaridade é 0.580048. Ela foi construída sob a maior influência das categorias: masculina (risco de 0.43), faixa etária entre 50 a 60 anos (risco de 0.00102), divorciado (risco de 0.0028), nível de escolaridade HDR (risco de 0.0245) e outro nível educacional (risco de 0.0215), tem religião e pratica (risco de 0.00192) e tem afinidade com o espiritismo (risco 3.02e-09).

A subclasse 1.2 aponta a relação entre as variáveis do nível 19 (esi6cos esi26cos), cujo valor de similaridade é 0.87678. Ela foi construída sob a maior influência das categorias: feminina (risco de 0.318), faixa etária entre 50 a 60 anos (risco de 0.00174), divorciado (risco de 0.0472), nível de graduação HDR (risco de 0.0736), tem religião e pratica (risco de 7.21e-05) e tem afinidade com o espiritismo (risco de 1.09e-06).

A subclasse 1.1.1 tem o nó mais significativo, ao nível 22, e apresenta um valor de similaridade de 0.800788. Essa subclasse envolve a relação entre as variáveis (((esi1cos (esi11cos esi21cos)) esi16cos) ((((esi2epd (esi7epd (esi17epd esi22epd))) (esi12epd esi27epd)) (esi10rel esi20rel)) (esi5rel ((esi15rel esi30rel) esi25rel)))). Ela foi construída sob a maior influência das categorias: feminina (risco de 0.381), faixa etária entre 50 a 60 anos (risco de 0.000762), divorciado (risco de 0.00415), com nível de escolaridade HDR (risco de 0.0283) e outro nível educacional (risco de 0.0274), tem religião e é praticante (risco de 7.66e-06), e possui afinidade com o espiritismo (risco de 6.25e-07).

A subclasse 1.1.2 ((((esi4par esi29par) esi24par) esi14par) (esi9par esi19par)) representa o 23º nível de similaridade, cujo valor é 0.75979. Ela foi construída sob a maior influência das categorias: feminina (risco de 0.38), faixa etária de 50 a 60 anos (risco de 0.00856), divorciado (risco de 0.00185), nível de

escolaridade inferior a graduação (risco de 0.000133), não tem religião (risco de 0.0317) e possui afinidade com o espiritismo (risco de 9.33e-08).

Dos vinte e oito níveis de similaridade encontrados na figura 1, o primeiro nível indica a relação entre as variáveis esi17epd e esi22epd, cujo valor de similaridade é 0.999964 (o maior encontrado). Isso sugere que há uma forte ligação entre as assertivas "Já tive uma experiência de união com uma Força maior do que eu" e "Eu já tive uma experiência na qual tudo parecia divino". Essa classe foi construída com a maior contribuição das categorias: feminina (risco de 0.484), faixa etária entre 50 a 60 anos (risco de 0.0246), divorciado (risco de 0.0026), nível de escolaridade inferior a graduação (risco de 0.00575), tem religião e é praticante (risco de 0.038), não tem religião (risco de 0.0428) e possui afinidade com o espiritismo (risco de 5.84e-05).

4.2 Análise das relações de implicação entre as variáveis

O estudo da implicação das variáveis é ilustrado na figura 2. Nessa tela, pode-se observar, do lado esquerdo, os caminhos implicativos mediante intervalo de confiança pré-definido. Já no lado direito, verificam-se as variáveis principais do estudo (os itens do ESI-R) e os parâmetros para ajuste dos quatro níveis de confiança e para indicação do grau de intensidade do traçado. Foi adotado para os níveis de confiança de 0,999 (cor vermelha – traçado com intensidade muito forte); 0,99 (cor azul – traçado com intensidade forte); 0,95 (cor verde – traçado com intensidade regular) e 0,90 (cor cinza – traçado com intensidade fraca).

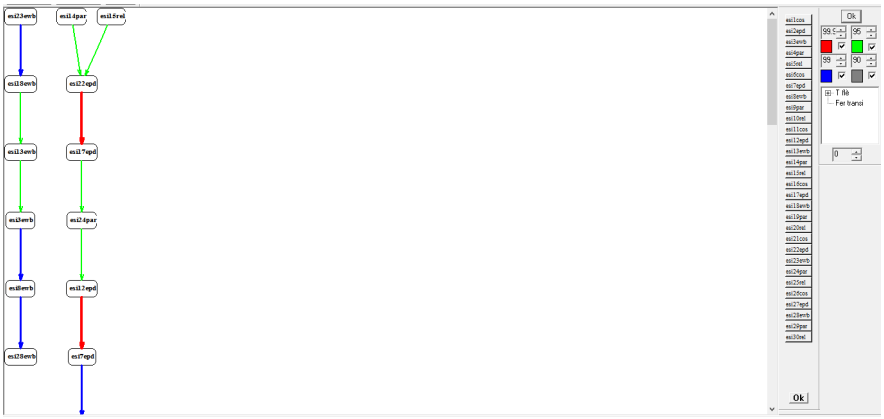


Figura 2 - Tela com gráfico implicativo

O gráfico implicativo pode ser dividido em duas partes. Na primeira parte temos um caminho único formado pelas variáveis relativas aos itens das dimensões EWB do ESI-R, que chamaremos de caminho 1. Na segunda parte, podemos encontrar vários caminhos, que são iniciados a partir das variáveis esi14par e esi15rel. O caminho 1 é estabelecido pela implicação das variáveis (esi23ewb-esi18ewb) e (esi3ewb-esi8ewb-esi28ewb) com o nível de confiança 0,99 (cor azul) e pela implicação das variáveis (esi18ewb-esi13ewb-esi3ewb) com o nível de confiança 0,95 (cor verde). Esse caminho 1 teve a contribuição das variáveis suplementares masculino (risco de 0.146), faixa etária entre 70 a 80 anos (risco de 0), casado (risco de 0.000476), outro nível educacional (risco de 0.00938), tem religião e é praticante (risco de 0.171) e sem afinidade com outras tradições religiosas (risco de 0.132). A variável que contribuiu mais a este caminho é 70<Id<80. Este caminho reforça o aspecto identificado na árvore de similaridade quando as variáveis EWB foram

agrupadas em uma classe. A intensidade de implicação da primeira variável desse caminho esi23ewb sobre a última esi28ewb é 99. O caminho de bem-estar traçado pela amostra francesa envolve os seguintes itens:

Quadro 03 - Caminho implicativo 1

Eu me sinto tenso com frequência (ESI23EWB).
Minha vida é frequentemente problemática (ESI18EWB).
Muito do que eu faço na vida parece feito por obrigação, e não de forma espontânea (ESI13EWB).
Sempre parece que estou fazendo as coisas da maneira errada (ESI3EWB).
Eu não me sinto confortável comigo mesmo (ESI8EWB).
Eu sou uma pessoa infeliz (ESI28EWB).

Esse caminho indica que o nível de bem-estar é caracterizado como um processo, iniciado com o alivio das tensões frequentes do cotidiano, e com o gerenciamento e a resolução dos problemas. Na sequência, outro elemento relevante para os respondentes é o desenvolvimento das atividades de forma mais espontâneas, geradoras de prazer, com o intuito de se sentir realizado, confortável consigo mesmo e dessa forma, tornar-se feliz. Esse caminho aponta que a dimensão bem-estar tem uma ambiguidade de sentimentos quanto à crença e afinidade religiosa, associada à maturidade do indivíduo. Considerando os caminhos implicativos completos ilustrados na figura 3, destacamos, que esi14 implica em esi22epd com uma intensidade de implicação de 99. Isto significa que os individuos que responderam a variável esi14par (é possível adivinhar o futuro) tendem a responder esi22epd (eu já tive uma experiência na qual tudo parecia divino). Também foi observado que esi15rel (eu me vejo como uma pessoa voltada para a religião) implica em esi22epd (eu já tive uma experiência na qual tudo parecia divino), com uma intensidade de implicação de 99. Desse modo, percebemos que tanto esi14par como esi15rel implicam em esi22epd com a mesma intensidade. Isso sugere que indivíduos com crenças paranormais, como clarividência, tendem ter vivenciado experiências fenomenológicas em que se viram integrados, unos, ao divino. Ao mesmo tempo, individuos que se consideram voltados para a religião tendem também ter vivenciado experiências fenomenológicas em que se viram integrados, unos, ao divino. Logo, para essa amostra pesquisada, tanto as crenças paranormais (clarividência) quanto a religiosidade (voltar-se para a religião) implicam na vivência de experiências fenomenológicas em que tudo parecia divino. Os caminhos identificados, nessa segunda parte do gráfico implicativo, englobam os quatro níveis de confiança definidos. Para o nível 0,999 (cor vermelha), foram encontradas cinco implicações, envolvendo dez variáveis (esi22epd-esi17epd; esi12epd-esi7epd; esi2epd-esi27epd; esi21cos-esi11cos e esi1cos-esi26cos). Já para o nível 0,99 (cor azul), foram identificadas cinco implicações que contemplam catorze variáveis (esi7epd-esi20rel-esi15rel; esi29par-esi10rel-esi2epd; esi27epd-esi25rel-esi21cos; esi11cos-esi16cos-esi1cos e esi26cos-esi6cos). Considerando o nível de confiança 0,95 (cor verde), foram observadas seis implicações que encerram treze variáveis (esi14par-esi22epd; esi15rel-esi22epd; esi17epd-esi24par-esi12epd; esi20rel-esi4par; esi9par-esi30rel-esi29par e esi25rel-esi19par). Por fim, para o nível de confiança 0,90 (cor cinza); foram obtidas três implicações que interligam cinco variáveis (esi5rel-esi9par; esi4par-esi9par e esi19par-esi16cos).

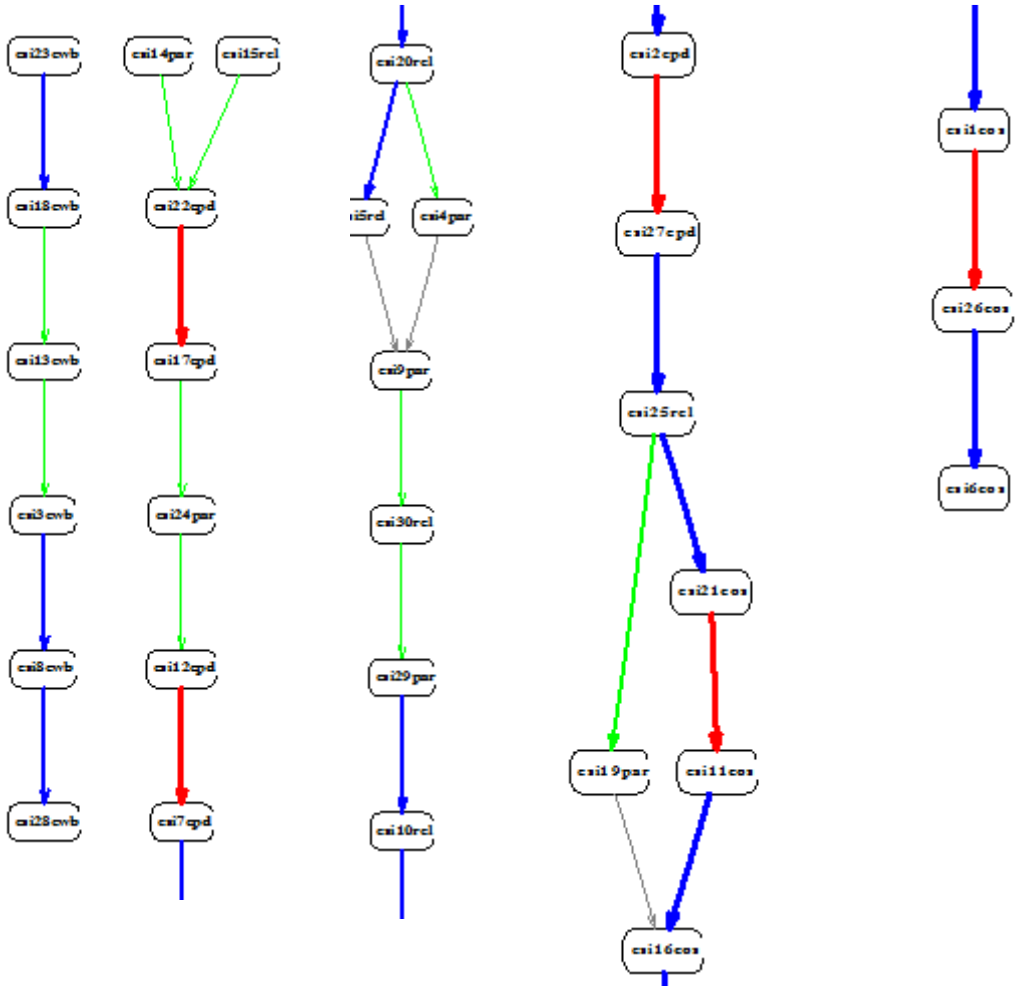


Figura 3- Caminhos implicativos completos

O caminho 2 formado pelas variáveis principais (esi14par-esi22epd-esi17epd-esi24par-esi12epd-esi7epd-esi20rel-esi4par-esi9par-esi30rel-esi29par-esi10rel-esi2epd-esi27epd-esi25rel-esi19par-esi16cos-esi1cos-esi26cos-esi6cos) teve a contribuição das variáveis suplementares feminino (risco de 0.404), faixa etária entre 50 a 60 anos (risco de 0.00869), divorciado (risco de 0.00276), nível de escolaridade inferior a graduação (risco de 0.00522), tem religião e é praticante (risco de 0.0136) e tem afinidade com o espiritismo (risco de 6.19e-06). A variável que contribuiu mais a este caminho é afinidade com o espiritismo. Esse caminho 2 envolve os seguintes itens das dimensões do ESI-R. A intensidade de implicação da primeira variável desse caminho esi14par sobre a última esi6cos é 99.

Quadro 04a - Caminho implicativo 2

É possível adivinhar o futuro (ESI14PAR).
Eu já tive uma experiência na qual tudo parecia divino (ESI22EPD).
Já tive uma experiência de união com uma Força maior do que eu (ESI17EPD).
Eu acho que a psicocinese, ou seja, mover objetos com a força da mente é possível (ESI24PAR).
Eu já tive uma experiência mística, ou seja, uma experiência espiritualmente significativa que parecia ir além do entendimento humano (ESI12EPD).
Já tive uma experiência onde eu parecia ir além do tempo e do espaço (ESI7EPD).

Quadro 04b - Caminho implicativo 2

É possível se comunicar com os mortos (ESI4PAR).
Eu acredito que bruxaria existe (ESI9PAR).
Eu acredito que Deus ou um Poder Superior é responsável pela minha existência (ESI30REL).
É possível sair do próprio corpo (ESI29PAR).
Eu tenho um sentimento de proximidade com um Ser Superior (ES10REL).
Já tive experiência que eu parecia estar intimamente ligado a todas as coisas (ESI2EPD)
Já tive uma experiência na qual eu parecia ir além da percepção normal que tenho de mim mesmo (ESI27EPD).
Eu pratico alguma forma de oração (ES25REL).
Eu não acredito em espíritos ou fantasmas (ESI19PAR).
Eu tento considerar todos os elementos de um problema, incluindo os aspectos espirituais, antes de tomar uma decisão (ESI16COS).
A espiritualidade é uma parte importante de quem eu sou como pessoa (ESI1COS).
Eu acredito que dar atenção ao próprio crescimento espiritual é importante (ESI26COS).
A espiritualidade é uma parte essencial da existência humana (ESI6COS).

Pode-se dizer que esse percurso é iniciado com a crença paranormal da clarividência. Em seguida, envolve as experiências fenomenológicas da percepção do divino e da integração com uma Força Suprema. Isso leva a outra crença paranormal, a psicocinese. Na sequência, retorna às experiências fenomenológicas mística e trans-temporal e trans-espacial. Na continuidade, volta-se para a religiosidade, reconhecendo a presença divina em tudo que faz. Esse é um ponto de ligação com as crenças paranormais da comunicabilidade com os espíritos e da existência de bruxaria. Novamente retoma à dimensão da religiosidade com a crença no poder divino sobre a vida. Nesse ínterim, aponta outra crença paranormal, a possibilidade de sair do corpo e logo após, conecta-se à religiosidade, admitido o sentimento de proximidade com a divindade. Daí, religa-se às experiências fenomenológicas de perceber-se integrado a todas as coisas e de perceber-se com uma visão transpessoal de si mesmo. Desse modo, une-se à religiosidade e afirma praticar alguma forma de oração, declarando posteriormente que não acredita em espíritos ou fantasmas. A partir desse momento, seguem os itens da dimensão voltada para a orientação cognitiva da espiritualidade. Considera a importância de uma visão integral-holística antes de tomar qualquer decisão, reconhece a importância da espiritualidade para si-mesmo, dá atenção ao desenvolvimento espiritual e compreende que a espiritualidade é uma parte essencial da existência humana. Em linhas gerais, pode-se considerar que para a amostra francesa, esse caminho suscita uma trajetória em que a espiritualidade é um imbricamento das dimensões PAR-EPD-REL-COS. Mais especificamente, a espiritualidade é um caminho que pode ser iniciado a partir de crenças paranormais, que são reconhecidas e admitidas na medida em que se tem (teve) experiências fenomenológicas e que se tem (teve) crenças e proximidade com uma Força Superior, o divino e com a prática de alguma forma de oração. Assim, chega-se à orientação cognitiva da espiritualidade, de tal forma a compreendê-la como uma parte essencial da existência humana.

O caminho 3 formado pelas variáveis (esi15rel-esi22epd-esi17epd-esi24par-esi12epd-esi7epd-esi20rel-esi4par-esi9par-esi30rel-esi29par-esi10rel-esi2epd-esi27epd-esi25rel-esi19par-esi16cos-esi1cos-esi26cos-esi6cos) só tem como diferença em relação ao caminho 2, o ponto de partida, uma vez que nesse último, o percurso começa a partir da variável esi14par. A intensidade de implicação da primeira variável desse caminho esi15rel sobre a última esi6cos é 100.

Outra diferença, diz respeito a contribuição da variável suplementar crença e prática religiosa. Nesse caminho, além de prevalecer a contribuição de feminino (risco de 0.278), faixa etária entre 50 a 60 anos (risco de 0.00869), divorciado (risco de 0.00276), nível de escolaridade inferior a graduação (risco de 0.00522), afinidade com o espiritismo (risco de 6.19e-06) e tem religião e é praticante (risco de 0.0537), foi identificada também a contribuição da variável não tem religião (risco de 0.0537), gerando várias questões em torno desse resultado. Como um caminho iniciado pela variável "Eu me vejo como uma pessoa voltada para a religião" (esi15rel), pode ter uma variável suplementar que contribui "não tem religião"? O que provocou no restante do percurso tal resultado? Em outras palavras, que variáveis, que crenças, que experiências, que orientações atraíram indivíduos que não têm religião a contribuírem de forma significativa para esse caminho? Mais do que respostas para tais indagações, essa constatação sugere refletir que o(s) caminho(s) da espiritualidade foge(m) de trilhos norteadores de um propósito, seja ele religioso, místico, intelectual ou cultural. Tais caminhos parecem apontar trilhas que convergem para a divergência de posições com o intuito de ampliar a visão de mundo e de ser, assim como, divergem para a convergência de propósitos multidimensionais. São caminhos opostos que se apoiam e se opõem na trajetória da vida.

4.3 Análise coesitiva das relações de implicação entre as classes de variáveis

A árvore coesitiva do estudo realizado com o ESI-R está indicada na figura 5. Ela demonstra que todas as variáveis principais implicam ou são implicadas por outras variáveis, promovendo um elevado nível de coesão entre as mesmas, o que assegura a consistência do instrumento.

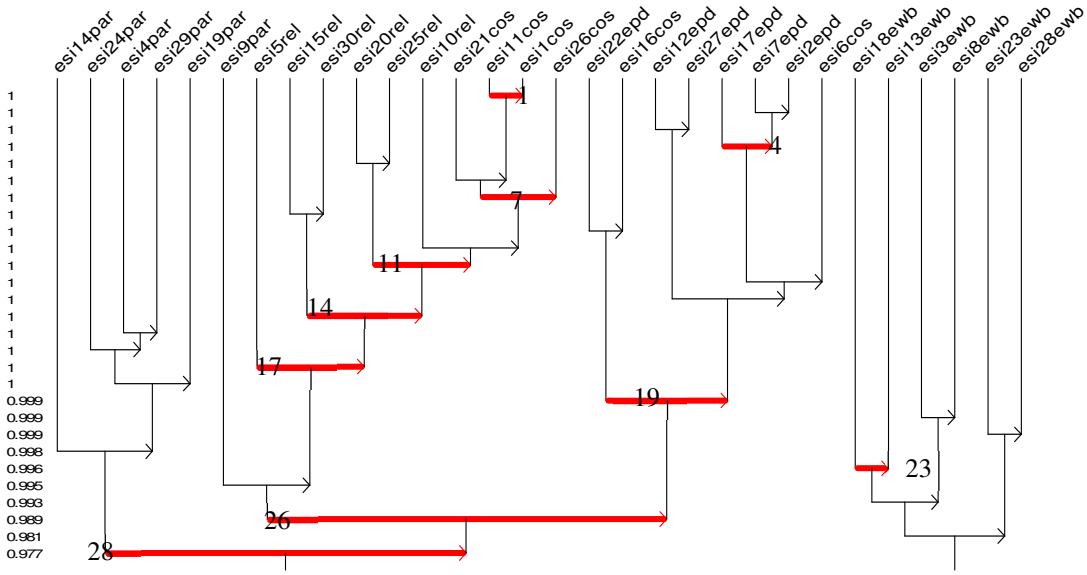


Figura 4 - A árvore coesitiva

Dos vinte e oito níveis de coesão encontrados na figura 21, dez (destacados em vermelho) apresentam nós significativos (ao nível, 1, 4, 7, 11, 14, 17, 19, 23, 26 e 28). Conforme indicado pelo programa CHIC, o nó mais significativo está ao nível 26, que apresenta um índice de coesão de 0,989. Essa classe envolve a relação entre as variáveis ((esi9par (esi5rel ((esi15rel esi30rel) ((esi20rel esi25rel) (esi10rel ((esi21cos (esi11cos esi1cos)) esi26cos)))))) ((esi22epd esi16cos) ((esi12epd esi27epd) ((esi17epd (esi7epd esi2epd))

esi6cos)))). Esse resultado sugere a coesão das variáveis e por consequência dos itens do instrumento ESI-R.

4.4 Redução de variáveis mediante a relação de quase-equivalência entre variáveis

O processo de redução de variáveis que compõem a amostra francesa foi realizado mediante um cálculo com o limiar de equivalência fixado a 0.9. Isso permitiu a identificação de 254 relações de equivalência como por exemplo, a variável esi1cos que é equivalente às variáveis esi2epd; esi4par; esi5rel; esi6cos; esi7epd; esi9par; esi10rel; esi11cos; esi12epd; esi15rel; esi16cos; esi17epd; esi20rel; esi21cos; esi22epd; esi25rel; esi26cos, esi27epd, esi29par e esi30rel. Uma vez concluído o tratamento das equivalências, obteve-se as variáveis representantes de classe:

esi21cos: Classe (esi6cos esi2epd esi1cos esi30rel esi29par esi27epd esi26cos esi20rel esi25rel esi17epd esi22epd esi16cos esi21cos esi15rel esi12epd esi11cos esi10rel esi7epd)
esi4par: Classe (esi9par esi24par esi19par esi14par esi4par)
esi18ewb: Classe (esi3ewb esi13ewb esi8ewb esi23ewb esi18ewb)

Além dessas variáveis representantes de classes, outras duas permaneceram (esi28ewb e esi5rel), perfazendo um conjunto de cinco itens que constituem o modelo reduzido do ESI-R para a amostra francesa. Pode-se observar, que não há variável representante da dimensão EPD, e há dois itens da dimensão EWB. A partir desse conjunto de variáveis foi construída uma tabela de dados reduzida, que possibilitou um novo tratamento estatístico com o auxílio do software CHIC, gerando assim a árvore de similaridade reduzida (figura 6), o grafo de implicação reduzido (figura 7) e a árvore coesitiva reduzida (figura 8). A árvore de similaridade reduzida, ilustrada na figura 6, apresenta uma única classe ((esi4par (esi5rel esi21cos)) (esi18ewb esi28ewb)) cujo nível de similaridade é 0.0283865. Essa classe é dividida na subclasse 1.1 - (esi4par (esi5rel esi21cos)) com similaridade de 0.829971 e na subclasse 1.2 (esi18ewb esi28ewb) com similaridade de 0.721883. O único nó significativo encontrado nessa árvore esta ao nível 1 (esi5rel esi21cos), cuja similaridade é 0.938607. Esse resultado sugere dizer que uma representação simplificada do modelo de espiritualidade para a amostra francesa, a partir do inventário ESI-R, envolve quatro dimensões (PAR, REL, COS e EWB). Dessas quatro, existe um alto grau de similaridade entre as dimensões REL e COS.

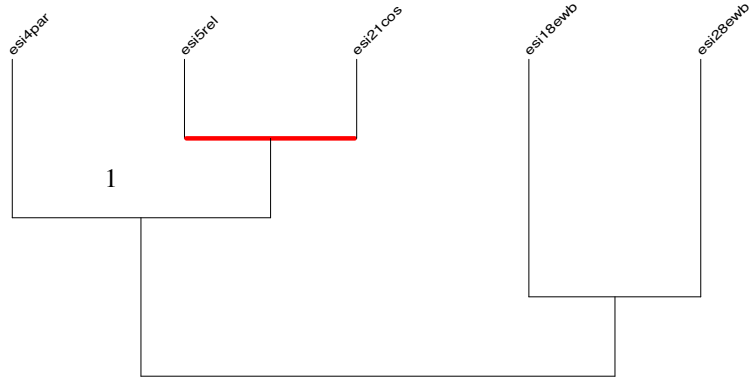


Figura 5 - Árvore de similaridade reduzida

O gráfico implicativo reduzido, exibido na figura 6, apresenta dois caminhos ao nível de confiança de 99% (cor vermelha) e um caminho ao nível de confiança de 95% (cor azul).

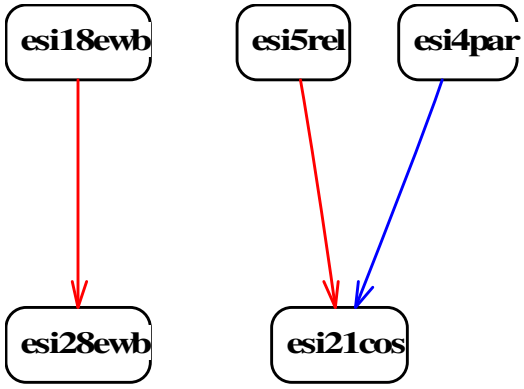


Figura 6 - Gráfico implicativo reduzido

O caminho 1 é delineado pela implicação de esi18ewb (Minha vida é frequentemente problemática) em esi28ewb (Eu sou uma pessoa infeliz), estabelecido ao nível de confiança 0,99 (cor vermelha). Notadamente, os indivíduos que responderam que a vida é frequentemente problemática tem a responder que se sentem infelizes. Isso sugere que a dimensão bem-estar existencial é vista como independente de outras dimensões da espiritualidade e implica em uma vida sem problemas e sentir-se feliz.

O caminho 2 é definido pela implicação de esi5rel (Eu acredito que frequentar cultos ou práticas religiosas é importante) em esi21cos (Minha vida tem se beneficiado da minha espiritualidade), ao nível de confiança 0,99 (cor vermelha). Precisamente, os indivíduos que responderam que a frequência de participação em cultos e práticas religiosas é importante tendem a responder sua vida é influenciada pela espiritualidade. Isso sugere que a dimensão religiosidade implica na dimensão orientação cognitiva da espiritualidade. Em outras palavras, as pessoas com maior propensão à religiosidade tendem a ter maior uma compreensão sobre as expressões da espiritualidade.

Por fim, o caminho 3 envolve as variáveis esi4par (É possível se comunicar com os mortos) e esi21cos (Minha vida tem se beneficiado da minha espiritualidade), ao nível de confiança de 0,95 (cor azul). Esse caminho sugere que os indivíduos que acreditam na comunicabilidade com os mortos tendem a desenvolver sua espiritualidade. Tal constatação reitera o pensamento de que as pessoas com maior sensibilidade e percepção do plano espiritual (paranormais, médiuns, gurus espirituais, etc) tendem a ter um maior entendimento sobre as expressões da espiritualidade.

A árvore coesiva reduzida ilustrada na figura 7, mostra três níveis de coesão entre as variáveis reduzidas do ESI-R. A classe (esi4par (esi5rel esi21cos)), ao nível 3, apresenta uma coesão de 0.929. Já a classe (esi18ewb esi28ewb) ao nível 2, indica uma coesão de 0.997. Por fim, a classe ((esi5rel esi21cos), ao nível 1, aponta uma coesão de 0,999, caracterizando o nó mais significativo;

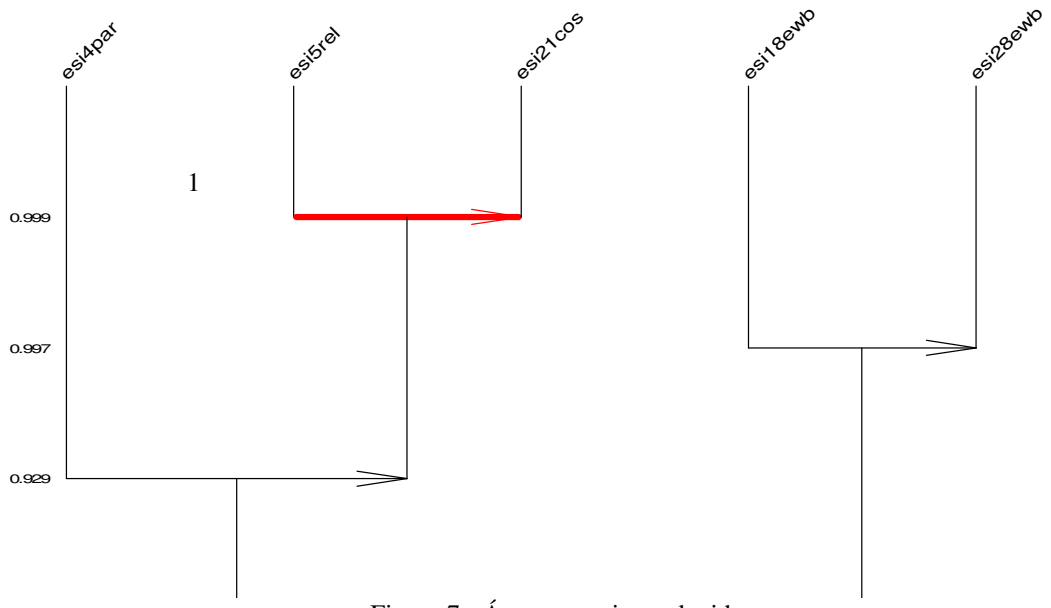


Figura 7 - Árvore coesiva reduzida

5 Considerações finais

Retomamos aqui a discussão central desse artigo. É possível analisar a espiritualidade? Existem instrumentos para medição da espiritualidade? Por que e para que utilizar um instrumento de medição de espiritualidade? Essas indagações foram fundamentais para o desenvolvimento desse trabalho. Elas nos conduziram, em vários momentos, a resgatar o(s) conceito(s) de espiritualidade(s) anteriormente discutidos, assim como, a concepção histórica de medida e a abordagem da análise estatística implicativa. Isso porque pensar em espiritualidade implica, por vezes, associá-la a uma dimensão abstrata, subjetiva e imensurável. De fato, se bem refletirmos, instrumento algum conseguirá dar conta de medir um construto que nem consenso encontramos na literatura em relação ao seu conceito e amplitude. Por outro lado, percebemos que o sentido e o uso de medidas, consequentemente, de medições e de instrumentos de medida e processos de análise têm evoluído com o avanço cultural e temporal. Isso corrobora para a ideia de que uma abordagem como a ASI permite um olhar mais abrangente do fenômeno investigado e com isso ajudando-nos a repensar o(s) modelo(s) de expressões de espiritualidade, a partir de culturas diferentes. Nesta pesquisa, foi encontrado, empregando a ASI e o CHIC junto ao inventário das expressões de espiritualidade revisado (ESI-R) uma maior contribuição por respondentes do sexo feminino, faixa etária entre 50 a 60 anos, divorciado, outro nível educacional, tem religião, é praticante e tem afinidade com o espiritismo. Já o resultado do modelo reduzido obtido, neste estudo, revela que para a amostra francesa, uma visão simplificada do ESI-R compreende as dimensões Orientação Cognitiva voltada para a Espiritualidade (COS), Religiosidade, (REL) Crenças paranormais (PAR) e Bem-Estar Existencial (EWB). Destaca-se ainda que essa última dimensão (EWB) caminha independente das outras. Isso suscita outras investigações com culturas diferentes como a brasileira, que tem um amplo exercício das expressões e cultos da espiritualidade, a fim de comparar tais resultados. Esse é, portanto, o próximo estudo a ser desenvolvido e apresentado no ASI 10.

Agradecimentos

Agradeço ao professor Jean Claude Régnier por ter me apresentado o quadro teórico da Análise Estatística Implicativa, através das aulas (seminários) no Brasil e na França, integrando-me ao grupo de pesquisa da ASI Franco-Brasileiro. Isso me proporcionou inserir essa abordagem na metodologia da minha tese de doutorado.

Références

[1] Barbier-Bouvet, J.-F. (2015). Les nouveaux aventuriers de la spiritualité : enquête sur une soif d'aujourd'hui. Paris : Mediaspaul.
[2] Branchi, S. (2014). Spiritualité, troubles anxieux-dépressifs et qualité de vie dans le champ de la santé et de la maladie. Thèse de doctorat. Université de Lorraine
[3] Couturier, R., Bodin, A., et Gras, R. (2004). *A classificação hierárquica implicativa e coesiva*. Manual Curso CHIC versão versão 2.3; Tradução S. Ag Almouloud.
[4] Gras, R., Regnier, J.-C., et Guillet, F. (Eds) (2009). Analyse Statistique Implicative Une méthode d'analyse de données pour la recherche de causalités. Toulouse : Cépaduès- Éditions.
[5] Gras, R., Regnier, J.-C., Marinica, C., Guillet, F. (Eds). (2013). *L'analyse statistique implicative*. Toulouse : Cépaduès Éditions
[6] Lerman, I.-C. (1981). Classification et analyse ordinale des données. Paris : Dunod
[7] Macdonald, D. A. (2000), The Expressions of Spirituality Inventory: Test development, validation and scoring information. Unpublished test manual
[8] Macdonald, D. A. (2009), *Identity and spirituality: Conventional and transpersonal perspectives*. Int J Transpersonal Stud São Francisco, v. 28, p. 86-106
[9] Mandhouj, O. (2015). La place de la spiritualité dans la prise en charge des maladies mentales et des addictions. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI
[10] Policarpo Júnior, J. (2010). Sobre espiritualidade e educação. In: Röhr, F. (Dir.) *Diálogos em Educação e Espiritualidade*. Recife: Editora Universitária da UFPE 81-107
[11] Röhr, F. (Dir). (2010). *Diálogos em Educação e Espiritualidade*. Recife: Editora Universitária da UFPE.
[12] Velasco, L. et Rioux, L. (2009), Adapation et validation en langue française d'une échelle de bien-être spirituel. *Canadian Journal of Behavioural Science*, 41(2), 102-108.

Annexe 1

UNIVERSITÉ LUMIÉRE LYON 2

UNIVERSITÉ FÉDÉRALE DE PERNA

Enquête sur les Expressions de la Spiritualité

Ce questionnaire est une version traduite du ESI-R tuality Inventory - Revisé) élaboré par PhD David A. MacDonalds ns une étude sur la thématique spiritualité et l'éducation, dans la perspective de la psychologie transpersonnelle.Cette recherche est réalisée par Djailton Pereira da Cunha, doctorant en Sciences de l'Education à l'Université de Lyon 2 et à l'Université Fédérale de Pernambuco (Brésil), sous la responsabilité de Dr. Aurino Lima Ferreira (Université Fédérale de Pernambuco) et Dra. Nadja Acioly-Régnier (Université de Lyon 1). Ce questionnaire vise à rendre compte de votre compréhension sur certains aspects de la spiritualité, indépendemment de la religion. Il est anonyme, il ne vise pas à évaluer votre niveau de connaissance et les réponses seront utilisées uniquement à des fins académiques et scientifiques. Il est en ligne et il vous faudra environ 20 minutes pour y répondre. Nous vous remercions de votre contribution et de votre confiance dans cette recherche. Nous sommes à votre disposition pour de plus amples informations.

DONNÉES DÉMOGRAPHIQUES

SEXE:

☐ Masculin ☐ Feminin

NATIONALITÉ:

☐ Française ☐ Autre. Spécifier: _____

ANNÉE DE NAISSANCE:

Jour	Mois	Année

ETAT CIVIL:

☐ Célibataire ☐ Separé ☐ PACS

☐ Marié ☐ Divorcé ☐ Veuf ☐ Autre

NIVEAU D'ÉTUDES:

☐ Inferieur Licence ☐ Master ☐ Docteur

☐ Licence ☐ HDR ☐ Autre.

RELIGION:

☐ J'ai une religion et je suis pratiquant(e)

☐ J'ai une religion mais je ne suis pas pratiquant(e)

☐ Je n'ai pas une religion

☐ Je suis athé(e)

☐ Je préféré ne pas repondre.C'est intime

RELIGION: Avec quelles religions pensez-vous avoir une affinité, indépendamment Du pratiquant ou non? Vous pouvez choisir plusieurs réponses ci-dessous

☐ Catholicisme ☐ Protestante ☐ Spritisme

☐ Musulman ☐ Judaïsme ☐ Aucune

☐ Bouddhisme ☐ Hindouisme ☐ Autre. Spécifier: _____

VILLE: Dans quelle ville êtes-vous né(e)s? _____

VILLE: Dans quelle ville avez-vous passé(e) la plupart du temps de votre vie?

Enquête sur les Expressions de la Spiritualité

Ceci est un questionnaire qui concerne vos expériences, attitudes, croyances et mode de vie en relation avec la spiritualité. Ci-dessous se trouvent plusieurs affirmations. Lisez chaque une avec attention. Indiquez sur l'échelle à cinq niveaux, votre degré d'accord avec l'énoncé qui vous est proposé. Il n'y a pas de bonne ou mauvaise réponse. Nous vous remercions par avance de bien vouloir répondre à tous les énoncés de manière la plus sincère possible. L'echelle:

Tout à fait en désaccord 0	En désaccord 1	Ni en accord ni en désaccord 2	D'accord 3	Tout à fait d'accord 4

1. La spiritualité prend une part importante dans ce qui me définit en tant que personne.	0	1	2	3	4	
2. J'ai eu une expérience à travers laquelle je semblais être connecté à tout.	0	1	2	3	4	
3. J'ai toujours l'impression de mal faire les choses	0	1	2	3	4	
4. Il est possible de communiquer avec les morts	0	1	2	3	4	
5. Je crois que se rendre à des offices religieux est important	0	1	2	3	4	
6. La spiritualité est une part essentielle de l'existence humaine	0	1	2	3	4	
7. J'ai vécu une expérience au cours de laquelle il m'a semblé transcender l'espace-temps	0	1	2	3	4	
8. Je ne suis pas à l'aise avec moi-même	0	1	2	3	4	
9. Je crois que la sorcellerie existe	0	1	2	3	4	
10. Je me sens proche d'une force supérieure	0	1	2	3	4	
11. Je suis plus conscient(e) de mes choix de manière de vivre grâce à ma spiritualité	0	1	2	3	4	
12. J'ai vécu une expérience mystique	0	1	2	3	4	
13. Une grande partie de ce que je fais dans la vie semble difficile	0	1	2	3	4	
14. Il est possible de prédire le futur	0	1	2	3	4	
15. Je me vois comme une personne orientée vers la religion	0	1	2	3	4	
16. J'essaye de prendre en considération tous les éléments d'un problème, y compris ses aspects spirituels, avant de prendre une décision	0	1	2	3	4	
17. J'ai vécu une expérience au cours de laquelle je semble avoir fusionné avec une puissance ou force plus grande que moi	0	1	2	3	4	
18. Ma vie est souvent troublée	0	1	2	3	4	
19. Je ne crois pas aux esprits ou aux fantômes	0	1	2	3	4	
20. Je perçois la présence de Dieu ou d'une force supérieure dans tout ce que j'entreprends	0	1	2	3	4	
21. Ma vie a bénéficié de ma spiritualité	0	1	2	3	4	
22. J'ai vécu une expérience au cours de laquelle tout me semblait divin	0	1	2	3	4	
23. Je me sens souvent tendu(e)	0	1	2	3	4	
24. Je pense que la télékinésie, ou le fait de bouger des objets avec l'esprit, est possible	0	1	2	3	4	
25. Je pratique une forme de prière	0	1	2	3	4	
26. Je crois que prêter attention au développement spirituelle est importante	0	1	2	3	4	
27. J'ai vécu une expérience où il m'a semblé dépasser mon niveau de conscience habituel	0	1	2	3	4	
28. Je suis une personne malheureuse	0	1	2	3	4	
29. Il est possible de quitter son corps	0	1	2	3	4	
30. Je crois que Dieu ou une force supérieure est responsable de mon existence	0	1	2	3	4	
31. Ce questionnaire semble évaluer la spiritualité	0	1	2	3	4	
32. J'ai répondu à toutes les questions honnêtement	0	1	2	3	4	

IMAGES DE PRESSE LORS DES CAMPAGNES PRÉSIDENTIELLES FRANÇAISES DE 2007 ET 2012. CONTRIBUTION DE L'ANALYSE STATISTIQUE IMPLICATIVE À L'ÉTUDE COMPARATIVE DES TYPES D'IMAGES

Marie Sophie MADIBA[1] **Nadja Maria ACIOLY-REGNIER**[2]

PRESS PICTURES DURING THE 2007 AND 2012 FRENCH PRESIDENTIAL CAMPAIGNS. THE CONTRIBUTION OF STATISTICAL IMPLICATIVE ANALYSIS FOR COMPARATIVE STUDY OF TYPES OF PICTURES

RÉSUMÉ

Cet article analysera les ressemblances et les différences entre les types d'images de 6 journaux de la presse française dans le cadre des campagnes présidentielles de 2007 et 2012. Notre travail porte essentiellement sur les images de premières pages de couverture des journaux ou UNES de journal. Afin d'objectiver l'identification des relations entre les types d'images et les journaux nous avons alors eu recours à l'analyse statistique implicative (ASI). « Cette dernière permet d'établir des règles d'association à partir d'un ensemble de données croisant sujets et variables. Le but initial de cette méthode est de répondre à la question : si un objet possède une propriété, est-ce qu'il en possède une autre?» (Couturier et Almouloud, 2009). En outre, l'ASI constitue un cadre théorique qui peut aider le chercheur à confronter ses hypothèses à l'analyse de données. Pour ce faire 3 types d'opérations fournies par le logiciel CHIC (Classification Hiérarchique Implicative et Cohésitive) ont été employées (analyse de similarité, analyse cohésitive et analyse par le biais du graphe implicatif) afin de questionner et interpréter des relations de quasi-implication entre les variables d'étude. L'analyse portera sur 6 journaux dont 2 journaux de la presse quotidienne d'information politique et générale (*Le Monde* et *Le Figaro*). Ensuite, le corpus sera composé de 3 journaux gratuits (*20 Minutes*, *Métro* et *Lyon Plus*) et un journal régional (*Le Progrès*). L'utilisation de l'ASI a conduit à dégager des liens entre les images et les types de journaux (gratuit, régional et quotidien) en 2007 et 2012. L'analyse des contenus d'image au travers de l'Asi démontre aussi la nature du récit, de la description et de l'interprétation que les journaux donnent aux campagnes présidentielles.

Mots-clés : image, analyse statistique implicative, journaux, campagnes présidentielles

ABSTRACT

This article will analyze similarities and differences between types of pictures of 6 newspapers within the context of french presidential campaign of 2007 and 2012. Our study concerns mainly pictures on the first page coverture or front page of newspapers. In order to objectivize identification of the relations between the types of pictures and Newspapers, we have used the statistical implicative analysis (SIA). « This method allow to establish association rules start from some data combining subjects and variables.The initial aim of this method is to give an answer to this question : if an object has a property, does it have another one ? (Couturier et Almouloud, 2009). Furthermore the ASI is a theoric framework which can help the researcher to confront hypothesis to the given analysis. Thus, 3 types of operations given by CHIC (Implicative Hierarchical Classification and Cohesitive) have been used (analysis of similarities, cohesitive analysis and analysis through implicative graph) to question and interpret the relations of quasi-implication between variables of the study. The

[1] UMR 5191 ICAR - ED 485 EPIC, 86 Rue Pasteur, 69007, Lyon, madibamariesophie@yahoo.fr
[2] ESPE Université Lyon 1. UMR 5191 ICAR. e-mail: nadja.acioly-regnier@univ-lyon1.fr

analysis will concern 6 newspapers with 2 newspapers of the French daily and general press. The study corpus will be made up of 3 free newspapers (*20 Minutes*, *Métro* and *Lyon Plus*) and a regional newspaper (*Le Progrès*). The content analysis of pictures through SIA show also the nature of narration, description and interpretation which newspapers give to the presidential campaigns.

Keywords: picture, Statistical implicative analysis, Newspapers, presidential campaigns

1 Introduction

L'analyse de l'image est pratiquée dans diverses disciplines et champs d'étude. L'image fait l'objet d'un traitement statistique et d'une analyse notamment dans le domaine de l'éducation, en histoire, en biologie, en sémiologie et en politique. Les images que cet article se propose de décrypter sont issues de la presse quotidienne et régionale française. Leur analyse et interprétation va donc de situer dans le champ de l'éducation aux médias. Ce dernier permet de dégager non seulement les formes de représentations du discours médiatique mais également de ressortir les significations qui peuvent y être associées. Toutefois, les images sont issues des UNES[3] de campagnes présidentielles qui relèvent ainsi du domaine politique. Nous définissons l'image comme un signe désignant une relation entre un signifiant et un signifié (Barthes, 1964, p.103-105). Autrement dit, l'image est à la fois la représentation d'un objet ou d'un référent (réel ou imaginaire) ainsi que la perception symbolique qui lui est associée. Le signe comporte deux composantes dont une dimension psychique (signifié) et une face matérielle (visible et reconnaissable). Pourquoi soumettre des images à une analyse statistique ? Quel est l'apport de l'ASI dans l'examen, la compréhension et l'explication du phénomène questionné ici le choix présidentiel ? La méthode d'analyse implicative sera utilisée pour effectuer une comparaison entre les catégories d'images davantage représentées en première page de couverture dans les journaux de la presse nationale et régionale lors des campagnes présidentielles françaises de 2007 et 2012. Le premier objectif de cet article sera d'interroger les liens entre les types d'images et les genres de publications en 2007 et 2012. Ce qui va conduire à s'interroger ensuite sur le lien entre les contenus d'images produites et les types de journaux à différents moments historiques des campagnes électorales. Le deuxième objectif consistera ainsi à dégager les relations entre les différents contenus d'images recensées dans les publications au cours des deux périodes d'étude. Le corpus de travail est constitué de trois catégories de quotidiens (3 quotidiens gratuits, 2 quotidiens nationaux et un quotidien régional). Une première partie de l'article tentera d'interroger les relations entre les différents types d'images observées (photographies, caricatures et publicités) et les journaux d'étude en 2007 et 2012. Une seconde partie se penchera sur l'analyse et l'interprétation des liens entre les contenus thématiques des images et les différents quotidiens toujours dans une perspective diachronique.

2 Cadre théorique d'analyse et présentation du corpus

En tant qu'événement important de la vie politique et des citoyens d'un pays, les élections présidentielles font l'objet d'un traitement discursif et iconographique dans la presse. La première page de couverture des journaux ou une en l'occurrence est l'espace premier où

[3] UNE = Première page de couverture des journaux

les journaux annoncent aux lecteurs sur quels sujets et dans quel angle thématique ou interprétatif ceux-ci seront abordés. La une (Hubé, 2008) en particulier est cet emplacement qui permet d'identifier la promesse éditoriale et discursive d'un journal par la mise en visibilité d'un ensemble de thématiques, d'objets, d'acteurs, de mots destinés à suggérer diverses représentations et significations d'une question publique auprès de son auditoire. C'est dans cette partie du journal qu'on peut identifier notamment certains choix thématiques, discursifs (perception de l'actualité) et iconographiques (propositions d'images) propres à la spécificité d'une publication. C'est l'image en particulier qui va faire l'objet d'une analyse statistique. Au préalable une démarche sémio-discursive (Charaudeau, 1995) et une autre sémiologique (Barthes, 1964) se sont avérées indispensables dans le but d'établir des catégories homogènes et discriminantes d'images. La démarche sémio-discursive tient compte des contraintes extra-discursives au discours (intentions, conditions d'énonciation et finalités). Elle permet d'effectuer une analyse qui s'appuie sur les objectifs ou les visées du discours d'information (informer, persuader, faire agir, faire ressentir…). La démarche sémiologique quant-à-elle vise à repérer la construction du discours pour en décrypter le sens et la signification. Elle permet de déterminer sur quels éléments verbaux et iconographiques s'appuient les journaux pour faciliter et, favoriser le repérage et le déchiffrage du message transmis. Le décryptage des caractéristiques d'un discours va conduire à ressortir une signification émergente des différentes catégories de signes (éléments visuels, graphiques ou écrits) représentés. « Le travail du sémioticien consistera plutôt à essayer de voir s'il existe des catégories de signes différents, si ces différentes catégories ont une spécificité et des lois propres d'organisation. (Joly, 2015, p.25) ». Trois types de signes se sont révélés pertinents pour dégager une classification et une description des images à savoir : l'icône, l'indice et le symbole. « L'icône correspond à la classe des signes dont le signifiant entretient une relation d'analogie avec ce qu'il représente, c'est-à-dire avec son référent » (Joly, 2015, p.30). L'indice constitue avec le signal des types de signes prompts à établir des liens de causalité. Ces deux types de signes permettent d'émettre l'hypothèse d'un lien entre l'indicateur ou le déclencheur d'un phénomène et la possibilité de sa réalisation. « On dira donc, avec Wallon, que le signal et l'indice forment un groupe de relata dépourvus de représentation psychique, tandis que dans le groupe adverse, symbole et signe, cette représentation existe (Barthes, 1964, p.104) ». Le symbole est un type de signes dont la représentation est conventionnée et dépend par conséquent du contexte socioculturel. Les différents signes énumérés sont de diverses natures (objet, personne, mot, symbole). Ils peuvent regrouper des messages iconiques, plastiques[4] et linguistiques (Barthes, 1964). « Le sens donné tant aux signifiants langagiers qu'aux systèmes symboliques n'est pas le même d'une culture à une autre (Acioly-Régnier et Régnier, 2005, p.66) ». Il nous est apparu important de commencer par un examen des emplacements réservés aux images que comporte une première page de couverture des journaux afin de repérer les types d'images présents. La première page de couverture des quotidiens contient des emplacements qui sont réservés d'une part aux informations et d'autre part aux publicités. Ensuite, nous avons dressé la liste des types d'images que peuvent produire les journaux du corpus. Nous avons alors recensé plusieurs catégories d'images : les photographies, les photographies ou annonces publicitaires et les caricatures. Notre travail se centre essentiellement sur les images de types caricatures, publicitaires et photographiques liées aux campagnes présidentielles. Ayant identifié la diversité d'images représentées, il a été nécessaire de procéder à une analyse de contenu. Cette dernière désigne « un ensemble

[4] Forme, matière, plans, couleurs, texture, cadre, cadrage (Joly, 2015)

de techniques d'analyse des communications visant, par des procédures systématiques et objectives de description du contenu des messages, à obtenir des indicateurs (quantitatifs ou non) permettant l'inférence de connaissances relatives aux conditions de production/réception (variables inférées) de ces messages (Bardin, 1993, p.47) ». L'analyse de contenu s'effectue aussi par des procédures d'énumération et de comptage qui vont faciliter le traitement statistique des données enregistrées. L'ASI aide à produire des inférences par le biais de procédures logicielles ou automatisées, pouvant garantir ou objectiver une interprétation à partir d'un modèle statistique (Acioly-Régnier et Régnier, 2007[5]). Elle repose sur le postulat que si le nombre de contre exemples est supérieur aux cas attendus ramenée à un indice d'implication proche de 1 alors il peut y avoir une probabilité que certaines variables entretiennent des liens de quasi-implication. Gras précise le postulat de cette méthode : « point de départ épistémologique, il me fallait donc établir un indice, compris entre 0 et 1 par exemple, capable de rendre compte de l'écart entre prédiction et contingence, c'est-à-dire entre ce qui était attendu de l'ordre à priori (A est inclus dans B dans la métaphore ensembliste) et ce qui était effectivement observé, à savoir une règle de quasi-implication « si a alors généralement b (Gras, 2013, p.3)». Au travers d'une analyse de contenu (Bardin, 1993), nous avons au préalable identifié les types d'images par journal en les regroupant par classes. Ces dernières sont « des catégories qui rassemblent un groupe d'éléments sous un titre générique, rassemblement effectué en raison des caractères communs de ces éléments (Bardin, 1993, p.150) ». Afin de recenser les catégories d'images présentes dans les journaux, nous avons effectué une analyse de contenu des premières pages de couverture des journaux de la période du 16 avril au 12 mai pour les années 2007 et 2012. Pour des besoins de codage adapté à l'utilisation du logiciel CHIC, notre première démarche a consisté au codage des types d'images recensées. Nous avons établi un codage prenant en compte le type d'image et l'année de publication. La lettre f désigne la photographie pour ne pas être confondue avec la lettre p qui représentera les publicités. La lettre c est attribuée aux caricatures. Les chiffres 07 et 12 représentent respectivement les années 2007 et 2012. Ensuite, deux autres lettres renseignent sur la nature du journal (ra pour gratuit, at pour national et eg pour régional). On peut identifier ci-dessous les variables codées.

Journaux	20 Minutes	Métro	Lyon Plus	Le Figaro	Le Monde	Le Progrès
Types de journaux	Gratuit	Gratuit	Gratuit	National	National	Régional
Photos 2007	Fra107	Fra207	Fra307	Fat107	Fat207	Feg107
Photos 2012	Fra112	Fra212	Fra312	Fat112	Fat212	Feg112
Publicités 2007	Pra107	Pra207	Pra307	Fat107	Pat207	Peg107
Publicités 2012	Pra112	Pra212	Pra312	Fat112	Pat212	Peg112
Caricatures 2007	Cra107	Cra207	Cra307	Cat107	Cat207	Ceg107
Caricatures 2012	Cra112	Cra212	Cra112	Cat112	Cat212	Ceg112

Tableau 1 – Codage des photographies, publicités et caricatures en 2007 et 2012

Une deuxième démarche a donc consisté à effectuer un tableau de contingence permettant de déterminer la présence (notée 1) ou l'absence d'images (notée 0) liées aux élections présidentielles françaises. Nous avons réalisé par la suite un tableau de contingence alliant types de journaux et types d'images en 2007 et 2012 dont nous pouvons retrouver la configuration ci-dessous.

[5] Page introductive de l'article

	fra107	fra207	fra307	fat107	fat207	feg107	fra112	fra212	fra312	fat112	fat212	feg112	cra107	cra207	cra307	cat107	cat207	ceg107	cra112	cra212	cra312	cat112	cat212	ceg112	pra107	pra207	pra307	pat107	pat207	peg107	pra112	pra212	pra312	pat112	pat212	peg112
suj16	1	0	1	0.5	0.5	1	0	0	1	1	0.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
suj17	0	0	0	0.5	0.5	1	1	0	0	0	0.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
suj18	0	1	1	1	0.5	0	0.5	0	1	1	0.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
suj19	1	1	1	0.5	0	1	0.5	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
suj20	1	0	1	0.5	0.5	1	0.5	1	0	0.5	0.5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
suj21	0	0	0	0.5	0	0	0	0	0	0.5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0.5	1	0	0	0	0	0	0	0
suj22	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0.5	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
suj23	1	1	0	0.5	0	0	0.5	1	1	0.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
suj24	1	1	1	0.5	0	1	0.5	1	1	0.5	0.5	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
suj25	0	1	0	0.5	1	1	0.5	0	1	0.5	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0.5	1	0	0	0	0	0	0	0
suj26	1	1	1	0.5	0	1	0.5	0	1	0.5	0.5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
suj27	1	1	0	0.5	0.5	1	0.5	0	1	0.5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
suj28	0	0	0	0.5	0.5	1	0	0	0	0.5	0.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0.5	0	0	0	0	0	0	0	0
suj29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
suj30	0	0	0	0.5	0	1	0	0	0	0.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
suj02	1	1	1	0.5	0.5	1	0.5	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
suj03	1	1	1	0	0	1	0.5	1	1	0.5	0.5	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
suj04	1	0	1	1	0.5	0	0.5	1	1	1	0.5	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
suj05	0	0	0	1	0.5	0	0	0	0	0.5	0.5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0.5	0	0	0	0	0	0	0	0
suj06	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
suj07	1	1	1	0.5	0	1	0.5	1	1	0.5	0.5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
suj08	0	0	0	0.5	0.5	0	0	0	0	0.5	0.5	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
suj09	0	0	0	0.5	0	0	0	1	1	1	0.5	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
suj10	1	0	1	0.5	0.5	0	0.5	0	1	1	0.5	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
suj11	1	1	0	0.5	0	1	0.5	0	0	0.5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
suj12	0	0	0	0.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0.5	0	0	0	0	0	0	1	0

Tableau 2- présence des photographies, publicités et caricatures en 2007 et 2012

Un dénombrement du type d'images par journal a démontré que l'ensemble des journaux produisent des photographies et des publicités liées à la campagne présidentielle. Cependant seul le journal *Le Monde* contient la catégorie d'images appelées caricatures. Nous avons donc procédé à un croisement de types d'images par journal afin de questionner d'éventuelles relations de similarité entre la présence des catégories d'images répertoriées et les types de journaux analysés. Nous allons effectuer dans cette première partie une analyse des types d'images par journaux en 2007 et 2012 à partir de l'arbre de similarité, l'arbre cohésitif et le graphe implicatif proposés dans le logiciel CHIC. Dans une seconde partie les mêmes processus d'analyse seront effectués cette fois spécifiquement sur les contenus d'images des journaux dans les deux périodes d'étude retenues.

3 Etude des liens entre les types d'images et les journaux en 2007 et 2012

L'analyse de l'arbre des similarités démontre que le nœud le plus significatif est le nœud 17 avec un niveau d'intensité plutôt faible de 0.000634821.

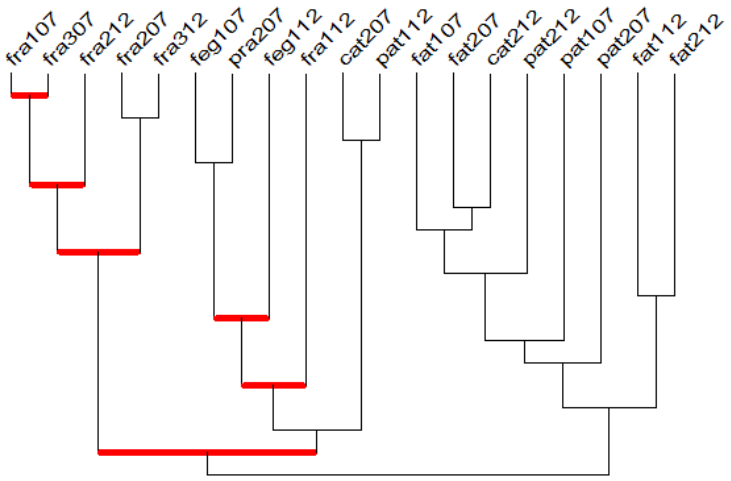


Figure 1 – Arbre des similarités du nombre de photographies, publicités et caricatures de journaux en 2007 et 2012

L'on peut retrouver ci-dessous le détail des nœuds dégagés par l'analyse des similarités.

Noeuds significatifs :

-au niveau : 1 (fra107 fra307) similarité : 0.934633
-au niveau : 5 ((fra107 fra307) fra212) similarité : 0.821378
-au niveau : 8 (((fra107 fra307) fra212) (fra207 fra312)) similarité : 0.627378
-au niveau : 11 ((feg107 pra207) feg112) similarité : 0.445159
-au niveau : 14 (((feg107 pra207) feg112) fra112) similarité : 0.254166
-au niveau : 17 ((((fra107 fra307) fra212) (fra207 fra312)) ((((feg107 pra207) feg112) fra112) (cat207 pat112))) similarité : 0.000634821

Nous allons progressivement analyser les liens de similarité des différents nœuds significatifs répertoriés à partir de chaque niveau de classification.

Classification au niveau : 17 : ((((fra107 fra307) fra212) (fra207 fra312)) ((((feg107 pra207) feg112) fra112) (cat207 pat112))) similarité : 0.000634821

Ce nœud illustre qu'il existe une relation de similarité d'abord entre les photographies du journal *20 Minutes* en 2007 et celles de *Lyon Plus* en 2007, elles–mêmes reliés à une probable similarité de présence des images au journal *Métro* en 2012. Il existe ainsi une relation de similarité entre les présences des photographies de deux journaux gratuits en 2007 et d'un autre journal gratuit en 2012. Dans le même temps, une relation de similarité est aussi repérable entre la première classe de journaux gratuits ((((fra107 fra307) fra212) et une autre classe formée de journaux gratuits en 2007(*20 Minutes*) et 2012 (*Lyon Plus* 2012). Ainsi, les deux premières classes de variables indiquent des relations de similarité entre les photographies de quelques journaux gratuits en 2007 et 2012 ; la lettre f étant l'indicateur d'une photographie. Lorsqu'on poursuit l'analyse des classes de variables inclues dans le nœud le plus significatif (nœud 17), on observe une deuxième classe de variables. Cette dernière regroupe cette fois les photographies et les images publicitaires. La troisième classe de variables du nœud 17 indique qu'il y a une relation de similarité entre les photographies du journal *Le Progrès* en 2007 et les publicités du journal *Métro* en 2012. A ce couple de variables précédentes ((((feg107 pra207), s'ajoutent un lien de similarité entre les photographies du journal *Le Progrès* et celles de *20 Minutes* en 2012.

Cette troisième classe de variables ((((feg107 pra207) feg112) fra112) traduit un lien de similarité entre les publicités du journal *Métro* en 2007 et les images des journaux *Le*

Progrès, *Métro* et *20 Minutes*. Une dernière classe de variables montre un lien de similarité entre la présence de caricatures au journal *Le Monde* ainsi que la présence des photographies au journal *Le Figaro*. Cette dernière relation entre les types d'images de journaux indique qu'une relation de similarité est possible entre les types d'images de journaux quotidiens.

La lecture générale du nœud 17 signifie qu'il existe une relation de similarité d'une part entre la présence d'images photographiques dans trois journaux gratuits en 2007 mais également avec le journal régional *Le Progrès* en 2007 et 2012. Les relations de similarité entre les photographies sont présentes en 2007 et 2012 pour les journaux *20 Minutes* (fra107 et fra112) ; le journal gratuit *Lyon Plus* (fra307 et fra312); le journal *Métro* (fra207 et fra 2012) et le journal *Le Progrès* (feg107 et feg112). Cependant, il existe également des relations de similarité entre la présence d'images dans les journaux quotidiens et des autres journaux (gratuit et régional) quoique le lien de similarité soit plus fort entre les caricatures du Journal *Le Monde* en 2007 et les photographies du journal *Le Figaro* en 2012. Le nœud 17 démontre la distinction de relation de similarité entre deux catégories de journaux d'une part (gratuits et régional) et d'autre part entre les journaux quotidiens. Toutefois, ce nœud ne démontre pas de lien de similarité entre les images photographiques des gratuits et celle des quotidiens nationaux mais plutôt des relations de similarités avec d'autres catégories d'images à savoir les caricatures et les publicités.

Nous allons maintenant expliquer les autres niveaux de classification ressortis au travers de l'arbre des similarités des types d'images par année et par journal. Parmi les 5 autres niveaux de classification, les niveaux 1, 5 et 8 ont une intensité de similarité plus forte. A l'inverse, les niveaux 11 et 14 ont une intensité de classification moins forte car ceux-ci ont un indice de similarité en dessous de 0.5.

Classification au niveau 1 : (fra107 fra307) similarité : 0.934633

Ce 1er niveau de classification indique qu'il y a une relation de similarité entre la présence de photographies du journal *20 Minutes* et celles du journal *Lyon Plus* en 2007. La conjonction des deux variables obtient un indice de similarité plus élevé que tous les autres

Classification au niveau 5 : ((fra107 fra307) fra212) similarité : 0.821378

Ce 2ième *niveau* de classification montre que la classe de variables formée par les photographies des journaux *20 Minutes* et *Lyon Plus* en 2007 entretient une relation de similarité avec les photographies du journal *Métro* cette fois également en 2012.

Classification au niveau 8: (((fra107 fra307) fra212) (fra207 fra312)) similarité : 0.627378

Ce 3ième niveau de classification signale un lien de similarité entre d'une part la présence de photographies au journal *Métro* (fra212*)* en 2012 et la présence d'images chez les journaux *20 Minutes* (fra107) et *Lyon Plus* (fra307) en 2007. D'autre part, il existe une possible relation de similarité entre la présence de photographies au journal *Métro* en 2007 et celles du journal *Lyon Plus* (fra312) en 2012. On peut remarquer ici que les liens de similarités entre les trois journaux gratuits (en 2007 et 2012) sont proches de la relation de similarité qu'il peut y avoir entre deux journaux gratuits en 2007 et 2012.

Classification au niveau 11 : ((feg107 pra207) feg112) similarité : 0.445159

Ce 4ième niveau de classification désigne une relation de similarité faible entre la présence de photographies au journal *Le Progrès* en 2012 ainsi que la classe de variables composée du lien de similarité entre les photographies du journal *Le Progrès* en 2007 et les images de publicité du journal *Métro* en 2007.

Classification au niveau 14 : (((feg107 pra207) feg112) fra112) similarité : 0.254166

Ce 5ième niveau de classification désigne une relation de similarité entre la présence de photographies au *Progrès* en 2012 et les publicités de *Métro* en 2007. Cet ensemble de variables indique aussi une relation de similarité avec les images du journal *20 Minutes* en 2012.

Une deuxième analyse a été effectuée à partir de l'arbre cohésitif. Ce dernier démontre qu'on recense 3 nœuds les plus significatifs dont le premier a un indice cohésitif plus fort. Nous pouvons retrouver ci-dessous les niveaux et les intensités correspondant à chaque nœud ainsi que l'arbre cohésitif.

Noeuds significatifs :

au niveau : 1 (fat207 cat212), cohésion : 0.96
au niveau : 3 (fra207 fra312), cohésion : 0.937
au niveau : 6 (fra212 (fra307 fra107)), cohésion : 0.859

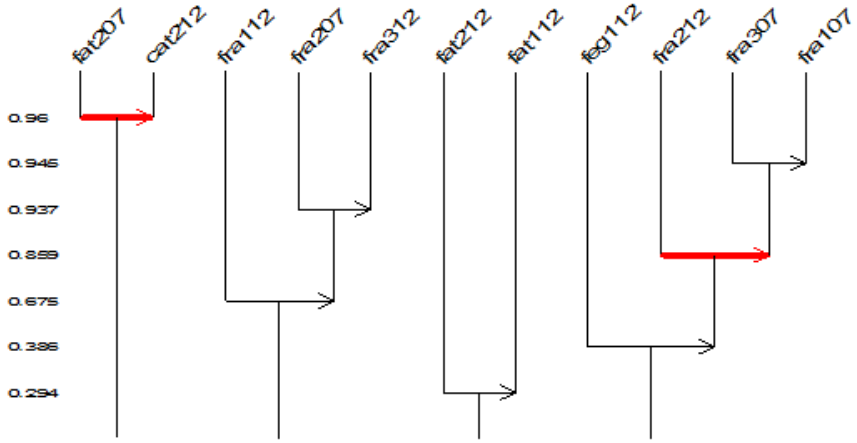


Figure 2 – Arbre cohésitif de photographies, caricatures et publicités de journaux en 2007 et 2012

Classification au niveau 1 : (fat207 cat212), cohésion : 0.96

Ce 1er niveau de classification démontre qu'il existe un fort lien de cohésion entre la présence des photographies au journal *Le Monde* en 2007 et la présence de caricatures du même journal en 2012. Ce qui suppose qu'il existe un lien de cohésion entre la présence d'au moins deux types d'images au journal *Le Monde* en 2007 et en 2012.

Classification au niveau 3 : (fra207 fra312), cohésion : 0.937

Ce 2ième niveau de classification signale une cohésion entre la présence de photographies dans deux journaux gratuits aux deux périodes d'étude. L'indice de cohésion montre ainsi un lien cohésitif entre la présence de photographies au journal *Métro* (fra207) en 2007 et *Lyon Plus* (fra312) en 2012

Classification au niveau 6 : (fra212 (fra307 fra107)), cohésion : 0.859

Ce 3ième niveau de classification suppose un lien de cohésion entre la présence de photographies au journal *Métro* en 2012 (fra212) et le couple de variables constitué des

photographies des journaux *Lyon Plus* (fra307) et *20 Minutes* (fra107) en 2007. Ce qui démontre encore une possibilité de cohésion entre la présence des photographies des 3 journaux gratuits en 2007 et 2012.

On peut retrouver également ci-dessous les autres niveaux de classifications. Les niveaux 2 à 7 traduisent une intensité de cohésion forte tandis que les niveaux 8 à 9 relatent une intensité faible entre les images des publications.

Classification au niveau 2 : (fra307 fra107), cohésion : 0.945

Ce niveau démontre un lien de cohésion entre les photographies du journal *Lyon Plus* et celles de *20 Minutes* en 2007. Les deux types de journaux concernés ici sont les gratuits.

Classification au niveau 4 : (pat112 cat207), cohésion : 0.935

Ce niveau indique un lien de cohésion entre les publicités du journal *Le Figaro* en 2012 et les caricatures du *Monde* en 2007. Ce résultat ne porte que sur les journaux nationaux et deux types d'images à l'exception des images photographiques.

Classification au niveau 5 : (pra207 feg107), cohésion : 0.914

A ce niveau, on retrouve un lien de cohésion entre les publicités du journal *Métro* et les photographies du *Progrès* en 2007. Ce résultat se centre sur deux types d'images d'un journal gratuit et celles d'un quotidien régional.

Classification au niveau 7 : (fra112 (fra207 fra312)), cohésion : 0.675

Ce niveau indique un lien de cohésion entre les photographies du journal *20 Minutes* en 2012 et les photographies de *Métro* en 2007 ainsi que celles de *Lyon Plus* en 2012. Le lien de cohésion est observable entre les images de trois journaux gratuits en 2007 et 2012.

Classification au niveau : 8 : (feg112 (fra212 (fra307 fra107))), cohésion : 0.386

On relève à ce niveau un lien de cohésion d'intensité faible entre les photographies des journaux *Le Progrès* et *Métro* en 2012 d'une part et d'autre part, *Lyon Plus* et 20 *Minutes* en 2007. Les journaux et les images concernés sont à la fois les trois gratuits et le quotidien régional *Le Progrès*.

Classification au niveau 9 : (fat212 fat112), cohésion : 0.294

On observe à ce niveau un lien de cohésion d'intensité faible entre les photographies du journal *Le Monde* et celles du *Figaro* en 2012. Ce résultat se centre uniquement sur les images photographiques des journaux nationaux.

Nous avons procédé également à l'analyse des relations entre les types d'images et les publications par le biais du graphe implicatif ci-dessous.

Usage du graphe implicatif croisant l'ensemble des journaux et types d'images

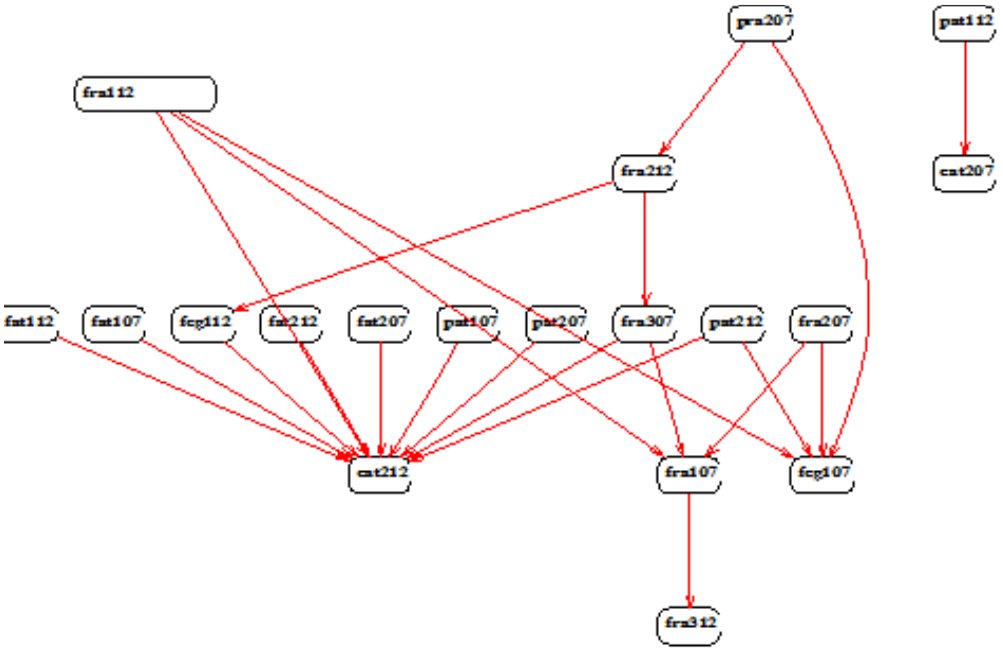


Figure 3 – graphe implicatif de photographies, caricatures et publicités de journaux en 2007 et 2012

Dans un premier temps, au seuil 85, on remarque que plusieurs variables convergent vers la présence des caricatures au journal *Le Monde*. Ainsi en 2007, on remarque que la présence de photographies dans les journaux *Le Figaro* et *Le Monde* implique également la présence de caricatures au journal *Le Monde* en 2012. Ensuite, en 2012, la présence de photographies chez les journaux *Le Figaro*, *Le Progrès*, *Le Monde* induit aussi la présence de caricatures au journal *Le Monde* en 2012. Par ailleurs, la présence d'images de publicités dans les journaux *Le Figaro*, *Lyon Plus* et *Le Monde* en 2007 et 2012 implique aussi la présence de caricatures au journal *Le Monde* en 2012. Ce qui démontre qu'il n'existe pas de relation d'implication entre les catégories d'images photographiques des 3 journaux gratuits et les caricatures du *Monde* en 2012. Les relations d'implication entre les photographies des quotidiens nationaux (en 2007 et 2012) et la présence de caricatures au *Monde* en 2012 sont effectives. De plus, on peut observer que toutes les catégories d'images recensées au journal *Le Monde* (2007 et 2012) entretiennent un lien implicatif avec la présence de caricatures au journal *Le Monde* 2012. D'autres relations d'implication convergent vers les photographies des journaux *20 Minutes* (fra107) et celles du journal *Le Progrès* (feg107) en 2007. On peut remarquer des chemins implicatifs qui partent des variables pra207 (publicités *Métro* 2007), pat 212(publicités *Le Monde* 2012) et fra207 (photographies *Métro* 2012) vers la variable feg107 (photographies du *Progrès* 2007). Ce qui signifie que des liens d'implication peuvent notamment être établis entre les photographies et les publicités de *Métro* en 2007 et la présence des photographies du journal *Le Progrès* en 2012. De même la présence de publicités au journal *Le Monde* en 2012 implique également une présence de photographies au journal *Le Progrès* en 2007. Cette relation de quasi-implication démontre une possible relation entre deux types d'images (publicités et photographies) et au moins un journal dans chaque catégorie de publications (gratuit, national et régional). Les variables fra307 (photographies *Lyon Plus* 2007) et fra207 (photographies *Métro* 2007) convergent vers la variable fra107 (photographies *20 Minutes* 2007). La présence de photographies au journal *20 Minutes* en 2007 implique en même temps la présence de photographies au journal *Lyon Plus* en

2012. Ce chemin implicatif qui part des photographies du journal *Lyon Plus*, puis se dirige vers les photographies des journaux *Métro* et *20 Minutes* pour s'acheminer vers les photographies du journal *Lyon Plus* en 2012 atteste un lien implicatif entre les photographies des journaux gratuits. Le chemin implicatif précité confirme des relations de quasi-implication entre d'une part la présence des photographies au journal *Lyon Plus* en 2007 et 2012. D'autre part, ce chemin témoigne d'une implication entre la présence des trois journaux gratuits en 2007 et du journal *Lyon Plus* en 2012. On remarque aussi un chemin implicatif qui part de pra207 (publicités de *Métro* en 2007 à fra312 (photographies de *Lyon Plus* en 2012) en passant au préalable par les variables fra307 (photographies de *Lyon Plus* en 2007) et fra107 (photographies de *20 Minutes* en 2007). Ce parcours implicatif démontre que la présence de publicités au journal *Métro* en 2012 implique également la présence de photographies dans le même journal en 2012. En outre, la présence de photographies au journal *Métro* en 2012 implique également la présence de photographies dans les journaux *20 Minutes* en 2007 et *Lyon Plus* en 2012. Ce chemin implicatif illustre une relation d'implication entre la présence de publicités chez le journal gratuit *Métro* en 2007 et la présence de photographies dans certains journaux gratuits en 2007 et en 2012. La présence de publicités au journal *Le Monde* en 2012(fat212) implique également la présence d'images au journal *Le Progrès* (feg212) en 2012. On peut voir en outre l'existence d'un lien implicatif entre la présence de photographies dans le journal *20 Minutes* (fra112) en 2012 et la présence de photographies de celui-ci en 2007. De la même manière, la présence de photographies chez *20 Minutes* entraîne un lien d'implication avec les caricatures du *Monde* en 2012 ainsi que les photographies du journal *Le Progrès* en 2007. Enfin, on observe une relation d'implication entre la présence de publicités au journal *Le Figaro* en 2012 et les caricatures du journal *Le Monde* en 2007. Ce qui suppose une relation d'implication entre différentes catégories d'images autres que les photographies entre les deux journaux quotidiens en 2007 et 2012.

4 Analyse de contenu des types d'images de journaux en 2007 et 2012

Cette deuxième partie porte sur l'analyse implicative des catégories ou thèmes d'images par journal en 2007 et 2012. L'ASI aide à déterminer des relations non symétriques (Gras, 2013) entre plusieurs variables. Dans cette partie, l'ASI permettra notamment de décrypter les différentes catégories de signes et d'idées qui sont associés à la représentation des campagnes présidentielles par les journaux. Nous avons voulu connaître quels sont les thèmes, acteurs et discours privilégiés par les différents journaux pour caractériser les élections présidentielles. L'objectif est de comparer sur deux années les formes de représentation du choix électoral. Nous avons choisi comme unité de contexte (pour l'analyse de contenu) davantage le référent de l'image, les acteurs montrés, la période, les statuts et rôles des acteurs. En faisant le relevé des images, nous nous sommes centrés sur le contenu iconique de l'image. Ce dernier regroupe notamment les lieux, les décors, les actions représentées, les symboles représentées, les dates, le nom du journal. Ensuite, nous nous sommes penchés sur le contenu linguistique de l'image. Ce dernier permet de prendre en compte le titre de l'image et les messages écrits autour ou sur l'image. A l'exception des caricatures[6], le relevé descriptif des images est fidèle davantage à l'image qu'au titre. Afin de constituer les groupes d'images, nous avons également compartimenté l'analyse en fonction des contextes c'est-à-dire de la

[6] Lecture de l'image en fonction de signes conventionnés et du contexte socio-culturel français et occidental

chronologie des campagnes présidentielles. Notre période d'étude s'étend du 16 avril au 12 mai. Elle peut être découpée en plusieurs moments. Le premier moment est la période d'avant premier tour. Entre le 16 avril et le 21 avril c'est-à-dire avant le premier tour, les candidats dévoilent leurs affiches et programmes de campagne. Le premier tour est un deuxième moment important de la campagne qui donnera lieu aux commentaires et analyses journalistiques sur les enjeux des résultats du second tour. La période de l'entre-deux tours (du 22 avril au 5 mai) est une autre phase significative de la campagne présidentielle. Cette dernière correspond aux dernières actions de campagnes des candidats et est ponctuée du débat présidentiel qui a lieu autour du 2 et 3 mai.

4.1 Repérage, codage et description des variables d'analyse de contenu des images

Les différentes variables recensées font référence à la présence de personnages à savoir : Joly (V15), Sarkozy (V11), Marine Le Pen (V16), Mélenchon (V14), Hollande(V13) et Bayrou (V10). D'autres variables traduisent l'association d'un ou de divers candidats dans des images publiées avant et lors du premier tour des élections. On y trouve 3 types d'images de UNES : des images destinées aux affiches de campagne des candidats, les UNES qui mettent en scène soit les trois premiers vainqueurs, soit uniquement les 2 candidats qualifiés au second tour. Les personnages rassemblés dans les UNES du premier tour sont regroupés sous une même variable avec pour référence V29. D'autres types de variables font état des associations, voir des comparaisons entre plusieurs acteurs. Parmi les associations d'acteurs, on a des images qui mettent ensemble des candidats en particulier en fonction des années. En 2007, on recense le trio Royal/Bayrou et Sarkozy tandis qu'en 2012, on obtient le trio Hollande/Sarkozy(V24) et Bayrou(V30). D'autres combinaisons par paires sont effectuées entre les vainqueurs du premier tour des présidentielles en 2007 et 2012. On obtient ainsi les paires (Bayrou, Royal) ; (Sarkozy/Royal), (Hollande/Sarkozy). Néanmoins, on ne retrouve aucune paire assemblant dans les images Sarkozy à Bayrou. D'autres formes de UNES se centrent sur le débat présidentiel entre les personnages qualifiés pour le second tour à savoir Royal et Sarkozy en 2007 et Sarkozy et Hollande en 2012. Ces types de UNES sont regroupés sous la variable V06 pour le débat Royal et Sarkozy et sous la variable V07 pour indiquer le débat entre Hollande et Sarkozy

Numéros	Nom de variable	Caractéristiques
V01	Compétition candidats	Titres et images faisant référence à une lutte ou un combat entre les candidats
V02	Critique candidats	Caricatures, messages linguistiques mettant en exergue ironie, métaphore et hyperbole
V03	Meetings	Décors montrant les candidats face au pupitre avec des personnes rassemblées Drapeaux, symboles de partis, mains levées et mains jointes
V04	Discours candidats	Images de candidats et citations de ceux-ci
V05	Stratégies de candidats	Titres et images sur les actions des candidats pour conquérir les électeurs ou leurs adversaires
V06	Débat Royal et Sarkozy	Icônes des candidats, micros, plateau télévisé, journalistes, titres, date
V07	Débat Hollande et Sarkozy	Icônes des candidats, micros, plateau télévisé, journalistes, titres, date
V08	Décision Bayrou	Icône de Bayrou, titre, micro,
V09	Président élu	Date du 7 mai, image du candidat élu
V10	Bayrou François	Icône du personnage
V11	Sarkozy Nicolas	Icône du personnage
V12	Royal Ségolène	Icône du personnage
V13	Hollande François	Icône du personnage
V14	Mélenchon Jean-Luc	Icône du personnage
V15	Joly Eva	Icône du personnage
V16	Le Pen Marine	Icône du personnage
V17	Le Pen Jean Marie	Icône du personnage
V18	Membres du PS	Hommes politiques du parti socialiste (PS)
V19	Membres de l'UMP	Hommes politiques de l'Union pour un mouvement populaire (UMP)
V20	Débats des candidats	Référence au débat entre les candidats et leur présence iconique
V21	Plateau de débat	Référence au débat télévisé en l'absence des candidats
V22	Vote	Icônes et titres d'actions de voter, urne, main, enveloppe, bureau de vote
V23	Comparaison Royal et Sarkozy	Icônes et titres associant les deux candidats dans un même emplacement
V24	Comparaison Hollande/Sarkozy	Icônes et titres associant les deux candidats dans un même emplacement
V25	Résultats	Bulletins de vote, titres, mains, enveloppes
V26	10-12 candidats	Icônes, affiches, programmes des candidats et titres (message linguistique)
V27	Soutiens au Centre	Couleur du parti, référence dans le titre au centre et au soutien
V28	Démocratie et vote	Urne, situations de guerre, chars, talibans, capitaines d'armée, symboles et icônes, bonnet phrygien, icônes de candidats
V29	3-5 candidats	Icônes, affiches, programmes des candidats et titres (message linguistique)
V30	Sarkozy, Bayrou et Royal	Icônes et titres faisant référence aux 3 personnages
V31	Royal et Bayrou	Icônes et titres faisant référence aux 2 personnages

Tableau 3b : codage des contenus d'images de journaux comme variables

5 Analyse des similarités des contenus d'images et des journaux

Nous allons commencer par l'analyse des similarités des variables en 2007 et 2012. L'analyse de similarités illustre qu'il existe un seul nœud significatif à partir de toutes les classifications de niveau ressorties. Les niveaux 22, 26 et 28 ont une intensité de similarité moins élevée que les 5 premiers niveaux. Nous allons analyser particulièrement les nœuds

ayant une intensité de similarité plus élevée. Ensuite nous interpréterons les relations de similarité des nœuds avec une intensité en dessous du seuil de 0.50.

Le nœud le plus significatif est au niveau : 1 D'autres nœuds significatifs ci-dessous que nous commenterons sont également perceptibles. Aux niveaux : 1 ; 5 ; 9 ; 14 ; 18 ; 22 ; 26 et 28

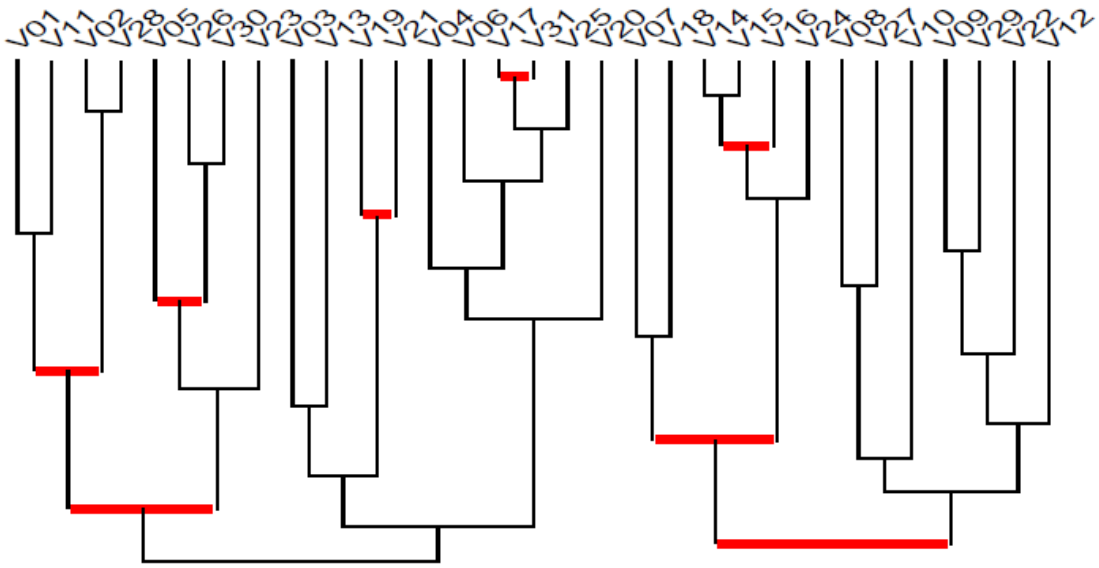


Figure 4 – analyse des similarités des contenus d'images de journaux en 2007 et 2012

Classification au niveau 1 : (V17 V31), similarité : 0.98964

Au 1er niveau, on observe une relation de proximité entre les photographies où sont présentes Le Pen Jean-Marie(V17) ainsi que Royal et Bayrou en 2007(V31). Ces trois candidats apparaissent souvent ensemble dans des images faisant référence au premier tour et aux résultats (*Métro*, *Le Figaro*, *Le Monde*, *Le Progrès*).

Classification au niveau 5 : ((V14 V15) V16), similarité : 0.930995

Au 2ième niveau de classification, un lien similarité est signalé entre les photographies de Le Pen Marine(V16) et le couple de variables formée de Mélenchon(V14) et Joly(V15) en 2012. Les photographies de ces candidats sont repérables dans la période du premier tour notamment dans les images de UNES consacrées à la présentation des différents candidats (*Lyon Plus*, *Le Monde* et *20 Minutes*). Chaque personnage est également présent seul au moins une fois dans une photographie.

Classification au niveau 9 : (V19 V21), similarité : 0.818369

Au 3ième niveau de classification, il y a un lien de similarité entre les images liées aux membres de l'UMP (union pour un mouvement populaire) en 2012 et la variable consacrée au plateau débat (*Métro*, *20 Minutes*, *Le Monde*) en 2007 et 2012. Cependant les images qui se rapportent aux soutiens de l'UMP se retrouvent principalement en 2012 davantage dans les journaux nationaux quotidiens en 2007. En 2012, on retrouve néanmoins des images de membres du parti de l'UMP à *20 Minutes*.

Classification au niveau 14 : (V05 (V26 V30)), similarité : 0.627733

Au 4ième niveau, on remarque un lien de similarité entre les images qui font part des stratégies des candidats et la classe de variables constituée des variables V26(10-12 candidats) et V30(Sarkozy, Bayrou et Royal). L'analyse du corpus démontre que la plupart des UNES qui parlent de l'association entre ce trio de personnages politiques s'intéressent aux stratégies que Sarkozy et Royal mettent en œuvre pour obtenir des voix de Bayrou. Cependant, les images de UNES qui montrent plusieurs candidats mettent en relation les résultats potentiels de ce trio de candidats avec ceux des autres candidats.

Classification au niveau 18 : ((V01 V11) (V02 V28)), similarité : 0.549463

Et Au 5ième niveau de classification, on observe un lien de similarité entre d'une part la classe des variables V01 (compétition des candidats) et V11(Sarkozy) et d'autre part, les variables V02 (critique des candidats) et V28 (démocratie et vote). Ce résultat démontre que plusieurs images qui se rapportent à la compétition entre les candidats incluent aussi le personnage Sarkozy. De plus, la présence du 1er premier couple de variables V01 et V11 a également un lien d'implication avec le couple formé des images qui associent la question de la démocratie et du vote à la critique de l'usage par les candidats de méthodes et principes démocratiques. Il est donc probable que ces deux paires de variables aient les mêmes caractéristiques.

Nous allons simultanément analyser les liens de similarité dont le niveau d'intensité est faible parce que situé en dessous de 0.5.

Classification au niveau 22 : ((V07 V18) (((V14 V15) V16) V24)), similarité : 0.170763

A ce premier niveau, un lien d'implication est indiqué entre la classe de variables V07 (Débat Hollande et Sarkozy) et V18 (membres du PS). A cette dernière classe, se greffe un lien d'implication entre la variable V16 (Le Pen. M) et la classe de variables V14(Mélenchon) et V15(Joly). En outre, la variable V24 (comparaison Hollande/Sarkozy) a une relation d'implication avec la variable V16(Le Pen. M) et le couple de variables V14(Mélenchon) et V15(Joly). Ce résultat signifie que les liens d'implication entre les différentes images associant 5 principaux candidats de 2012(Le Pen, M., Joly, Mélenchon, Hollande et Sarkozy) ont les mêmes caractéristiques que le couple formé par les variables V07 (Débat Hollande et Sarkozy) et V18 (membres du PS).

Classification au niveau 26 : (((V01 V11) (V02 V28)) ((V05 (V26 V30)) V23)), similarité : 0.00847454

A ce deuxième niveau de classification, on observe qu'il y a un lien de similarité entre la paire de variables V01 (compétition des candidats) et V11(Sarkozy) ainsi que la paire V02 (critique des candidats) et V28 (démocratie et vote). Ces deux paires de variables précitées entretiennent aussi des liens de similarité entre les deux variables V05 (stratégies de candidats) et V23(comparaison Royal et Sarkozy) et la paire de variable V26(10-12 candidats) et V30 (Sarkozy, Bayrou et Royal).

Classification au niveau 28 : (((V07 V18) (((V14 V15) V16) V24)) (((V08 V27) V10) (((V09 V29) V22) V12))), similarité : 4.22388e-06

Enfin au dernier niveau de classification, des liens de similarité sont supposés entre les paires de variables V07 (débat Hollande et Sarkozy) et V18 (membre de PS). Cette paire de variable a également un lien de similarité entre les variables V24 (comparaison Hollande/Sarkozy); V16(Le Pen, M.) et la paire de variables V14(Mélenchon) et

V15(Joly). Des liens de similarité plus faibles sont signalés entre la variable V10(Bayrou) et les variables V08 (Décision Bayrou) et V27. De même, on observe des liens de similarité d'intensité moins forte entre les 2 variables V12(Royal) et V22(Vote) et le couple de variables V09 (président élu) et V29(3-5 candidats).

6 Analyse des classes cohésitives des contenus d'images et des journaux

Nous allons effectuer maintenant l'analyse par l'arbre de cohésion. L'analyse cohésitive démontre que 5 nœuds en particulier ont un niveau d'intensité élevé dont le nœud le plus significatif est au niveau 1avec un seuil de 0.95

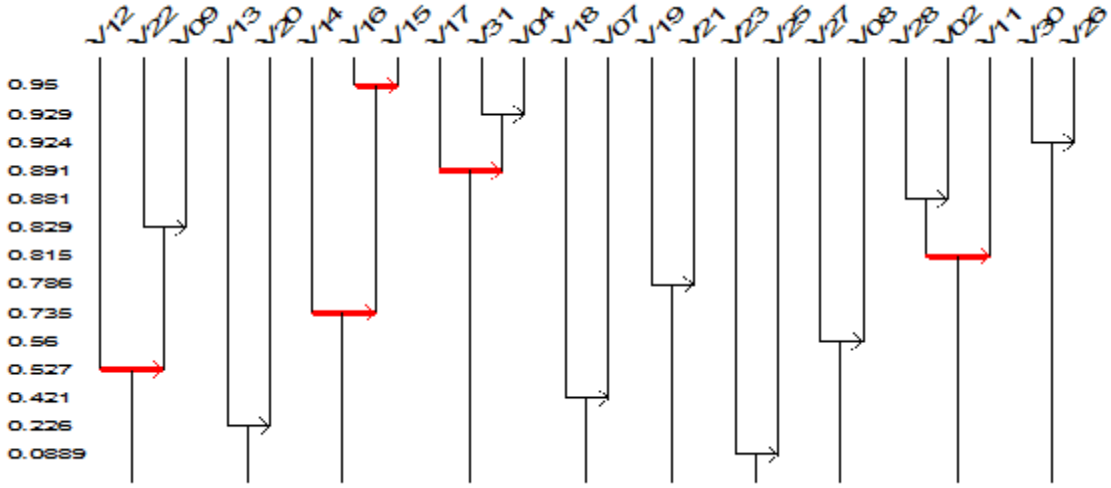


Figure 5 –Variables descriptives du contenu d'images de journaux en UNES en 2007 et 2012

Le nœud le plus significatif est au niveau 1. Toutefois, d'autres nœuds ressortis par l'arbre cohésitif sont observables à plusieurs niveaux de classification.

Classification au niveau 1 : (V16 V15), cohésion : 0.95

Au 1er niveau, on remarque qu'il y a un lien de cohésitivité fort entre la variable V16(Le Pen M.) et la variable V15(Joly). L'analyse du corpus démontre que ces deux personnages apparaissent seuls dans les journaux *Métro*, *Le Monde*, *20 Minutes*. Ce qui pourrait expliquer ce lien de cohésitivité.

Classification au niveau 4 : (V17 (V31 V04)), cohésion : 0.891

Au 2ième niveau, on observe qu'il y a un rapport de cohésitivité entre la variable V17(Le Pen J.) et la paire de variables V31 (Royal et Bayrou) et V04 (discours des candidats) en 2007. Ces liens de cohésitivité entre ces variables indiquent que la présence des candidats Royal et Bayrou dans certains journaux peut avoir le même degré de cohésitivité que la présence de Le Pen en 2007 dans certaines UNES de journaux (*Métro*, *Le Figaro*, *Lyon Plus*, *Le Monde*, *Le Progrès*).

Classification au niveau 7 : ((V28 V02) V11), cohésion : 0.815

Au 3ième niveau de classification, on remarque un lien de cohésitivité entre la variable V11(Sarkozy) et le couple de variables V28 (démocratie et vote) et V02 (Critique des

candidats). Ce qui démontre qu'il y a un lien de cohésitivité entre les images qui font référence à Sarkozy et les images de UNES qui associent critique des candidats et problématique du vote et de la démocratie. Dans le journal *Le Monde* en l'occurrence certaines images qui affichent le personnage Sarkozy sont à la fois liées aux variables V28 (démocratie et vote) et V02 (Critique des candidats).

Classification au niveau : 9 : (V14 (V16 V15)) cohésion : 0.735

Au 4ième niveau de classification, la variable V14(Mélenchon) a un lien de cohésitivité avec la paire de variables V16(Le Pen, M.) et V15 (Joly). Ce résultat montre que parmi les contenus d'image qui sont liées à la présence du personnage Mélenchon, certaines UNES qui parlent des personnages Joly et le Pen sont du même type. Ce qui fait écho aux UNES qui montrent individuellement chacun de ces trois personnages dans un journal.

Classification au niveau : 11 : (V12 (V22 V09)) cohésion : 0.527

A un 5ième niveau de classification, on identifie un lien de cohésitivité entre la variable V12(Royal) et le couple de variables composé des variables V22(vote) et V09(président élu). Ces liens de cohésitivité entre ces trois variables soulignent que la présence de Royal dans les images de différentes UNES de journaux peut avoir la même caractéristique que les images qui font appel au vote et au choix d'un président de la République. On peut en déduire que Royal est un des personnages de l'élection présidentielle qui obtient des occurrences de présence élevées comme Sarkozy. L'analyse des liens de cohésitivité d'intensité forte des contenus d'images révèle aussi que le discours médiatique est centré sur 4 à 5 principaux personnages en 2007 et 2012.

Analyse des contenus d'images à partir du graphe implicatif

Nous analyserons dans cette partie les relations d'implications entre plusieurs contenus d'images de variables au seuil de 0.85.

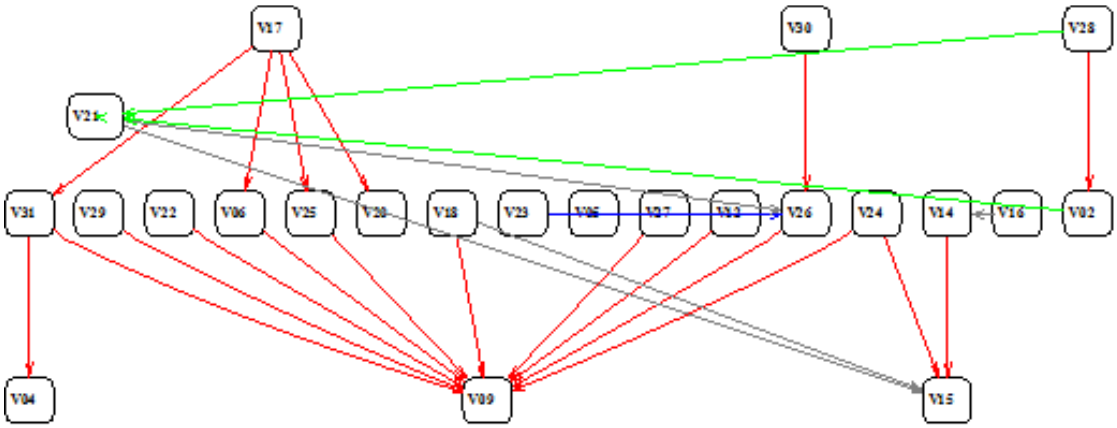


Figure 6 –graphe implicatif des contenus d'images de UNES de journaux en 2007 et 2012

Au moins 13 variables ont des relations d'implication avec la variable président élu avec un seuil d'implication plus élevé. Les seules variables qui n'y sont pas rattachées sont les suivantes : V11 (Sarkozy) ; V02 (critique des candidats) ; V03 (meetings) ; V19 (membres de l'UMP) ; V16 (Le Pen) ; V14 (Mélenchon) et V28 (démocratie et vote). Parmi les variables qui ont un lien d'implication avec l'élection du président, on obtient ces différentes variables : V31 (Royal et Bayrou) ; V20 (débat des candidats) ; V25 (Résultats) ; V29 (3-5candidats) ; V22 (vote) ; V06 (débat Royal et Sarkozy) ;

V27 (soutiens au centre) ; V12 (Royal) ; V26 (10-12 candidats) ; V18 (membre de PS) V24 (comparaison Hollande/Sarkozy). On peut reclasser ces variables en sous-groupes avec :

-des images qui recensent les candidats à l'élection présidentielle (V26, V29) ;

-des images qui présentent individuellement chaque candidat (V12) ;

-des images liées aux soutiens des membres de partis politiques et ou candidats en présence (V18, V27), des contenus d'images qui mettent en relation les candidats (V31, V06, V24) et enfin

-des images axées sur le voteV22 et les résultats(V25). Ce qui démontre que diverses variables et événements de circonstances choisis autour de la campagne présidentielles sont montrés par les journaux comme pouvant contribuer à choisir le président élu. Toujours au niveau 0.85, on observe un chemin implicatif qui part de la variable 17(Le Pen Jean-Marie), converge vers la variable 31(Royal et Bayrou) et s'achemine vers la variable V04 (discours des candidats). La présence de lien d'implication entre les images consacrées à Le Pen J-M. ainsi qu'aux relations entre Bayrou et Royal relatent que les discours des journaux portent sur les relations stratégiques entre ces 2 candidats en 2007. La variable 17(Le Pen J-M.) implique aussi la présence des trois variables ci-après : V06 (débat Royal et Sarkozy), V25(Résultats) et V20 (débat des candidats). Ce résultat signale que la présence de Le Pen dans le contenu des images peut également faire intervenir un type d'images liées aux résultats, au débat des candidats et au débat entre Royal et Sarkozy. Effectivement, Le Pen est représenté dans les UNES liées aux résultats du premier tour mais également dans d'autres UNES où apparaissent simultanément d'autres candidats (notamment les affiches de campagnes). La variable V30 (Sarkozy, Bayrou et Royal) a une relation d'implication avec la variable V26 (10-12 candidats). Ce qui signifie que les UNES associées à la présentation des candidats mettent pour certaines simultanément en évidence les icônes de Sarkozy, Royal et Bayrou en 2007, et sont aussi rattachées à l'élection présidentielle (variable V09-président élu). La variable V28 (démocratie et vote) a également un lien d'implication avec la variable V02 (critique des candidats). Cette relation d'implication entre les variables V28 (démocratie et vote) et V02 (critique des candidats) se justifie par le fait que certaines images notamment de caricature font une critique du respect des valeurs démocratiques par les candidats. Les deux variables V24 (comparaison Hollande/Sarkozy) et V14(Mélenchon) ont un lien d'implication avec la variable V15(Joly). Ce résultat prouve qu'au moins une des images de ces personnages dans les UNES des journaux induit aussi une comparaison des candidats Hollande et Sarkozy cette fois en 2012.

Au seuil 0.84 lié à la flèche bleue, on constate que 4 variables ont des liens d'implication et se dirigent vers la variable V26 (10-12 candidats). Il s'agit des variables V23 (comparaison Royal et Sarkozy), V05 (stratégies des candidats), V27 (soutiens au centre) et V12(Royal). Les liens de quasi-implication entre ces variables soulignent d'une part un récit accentué des médias sur les possibles stratégies de deux candidats en particulier en 2007(Royal et Sarkozy). D'autre part, ce résultat indique que parmi les UNES qui font référence aux différents candidats à l'élection présidentielle, certaines d'entre-elles se centrent sur le personnage Royal ainsi que les soutiens du parti auquel est affilié Bayrou.

Au seuil 83 correspondant aux flèches vertes, on observe que les variables V28 (démocratie et vote) et V02 (critique des candidats) s'acheminent vers la variable 21(plateau débat). Ce résultat fait écho notamment aux images de caricatures mais

également aux UNES de journaux faisant intervenir le thème du débat présidentiel. Au seuil 0.82 avec les flèches grises, on remarque, que les variables V21 (plateau débat) et V18 (membres du PS) s'acheminent vers la variable V15(Joly) alors que la variable V21 (plateau débat) converge vers la variable V26 (10-12 candidats). On peut supposer des images de UNES traitant de l'annonce du débat électoral interviennent en même temps que des images de UNES faisant référence à Joly et aux membres du parti socialiste. Ensuite la variable V16(Le Pen) se dirige vers les variable V14(Mélenchon). La possible liaison entre ces deux variables est liée au fait que ces deux candidats font partie des 5 premiers candidats qui apparaissent quelquefois dans certains journaux simultanément notamment dans les journaux *20 Minutes*, *Lyon Plus et Le Figaro en 2012.*

En abaissant le seuil d'implication du graphe à 0.82, on identifie un lien d'implication entre la présence d'images de meetings(V03) et la présence de V15(Joly) en 2012. Cependant, Joly est un personnage moins représenté dans les journaux. Un autre lien d'implication est visible entre la variable V03 (meetings) et V26 (10-12 candidats). Ce dernier lien d'implication renvoie à la présence de Joly dans quelques images où sont présents d'autres candidats à l'élection présidentielle de 2012. Le chemin implicatif qui part de la variable V28 (démocratie et vote) converge vers les variables V30 (Sarkozy, Bayrou et Royal) et V05 (stratégies de candidats). Ces liens implicatifs attestent que certaines UNES faisant intervenir Sarkozy, Bayrou et Royal portent sur les stratégies qu'effectuent chacun de ces trois candidats en fonction de leurs adversaires. Un autre chemin part de la variable V28 (démocratie et vote) vers les variables V12(Royal) et V22(Vote). Ce qui signifie que Royal est un acteur dont le discours sur la démocratie et le vote est questionnée dans au moins une des images de journaux à l'exemple du journal *Le Monde*. Les variables V02 (critique des candidats) et V27 (soutiens du centre) partent vers la variable V03 (Sarkozy, Bayrou et Royal) qui converge elle-même vers la variable V04 (discours des candidats). Ces liens implicatifs démontrent que certaines UNES qui portent sur les discours de ces trois candidats peuvent impliquer aussi la présence de UNES aux discours critiques ou encore de UNES axées sur les soutiens au centre.

7 Conclusion

L'ASI a permis de forger des explications et des interprétations significatives sur les ressemblances et les différences entre les types d'images de journaux dans le cadre des campagnes présidentielles françaises de 2007 et 2012. Ce qui a contribué à éloigner des obstacles épistémologiques (Acioly Régnier et Régnier, 2005) relatifs aux biais dans la production du sens. L'analyse des relations entre les types de journaux et les images par le logiciel CHIC (analyse de similarité, cohésitivité et graphe implicatif) lors des campagnes présidentielles françaises démontre qu'il existe des possibles liens de similarité davantage avec les images de journaux gratuits(ra) que celles des quotidiens nationaux(at). Des liens probables sont aussi possibles entre les photographies de certains journaux non seulement par type de journal mais également par année. Les liens entre les 3 catégories de journaux ne concernent pas en particulier les images photographiques mais les publicités et les caricatures. La présence de caricatures au journal *Le Monde* implique également la présence d'images dans les autres journaux d'autant que c'est le seul journal qui comporte ce type d'images. Par ailleurs, des liens de similarité sont plus présents entre les images d'un même type de quotidiens (gratuits d'une part et nationaux d'autre part). Le graphe implicatif croisant catégories d'images et types de journaux, de

même que l'arbre cohésitif démontre une relation d'intensité forte entre la présence de caricatures au journal *Le Monde* ainsi que la présence des photographies au journal *Le Figaro.* 'arbre des similarités des images de journaux signale que les images ayant potentiellement des liens de ressemblance sont davantage possibles en 2007 avec les journaux gratuits *20 Minutes* et *Lyon Plus* et le journal *Métro* en 2012. Les liens de similarité sont à contrario plutôt faibles entre les images du journal *Le Progrès* et celles des journaux gratuits (dont *Métro* est le seul gratuit qui s'y retrouve) L'analyse cohésitive des présences des types de photographies et des journaux montre que le lien de cohésivité le plus fort est probable entre 2 types d'images de quotidiens nationaux (publicités et caricatures), les photographies du journal *Métro* en 2007 et celle de *Lyon plus* en 2012. Le graphe implicatif illustre qu'il n'existe pas de relation d'implication entre toutes les catégories d'images photographiques des 3 journaux gratuits et les caricatures du journal *Le Monde*. Cependant, le lien implicatif entre les images des 2 journaux quotidiens en 2007 et 2012 est visible. Seules les images du journal *Le Progrès* en 2012 et les publicités du journal *Le Monde* en 2012 ont une relation d'implication avec les caricatures du journal *Le Monde*. Des relations d'implications sont toutefois observables entre les images du journal *Le Progrès* et celles des gratuits (publicités et photographies). Ce résultat témoigne d'une relation entre deux types d'images (publicités et photographies) et au moins un journal dans chaque catégorie de quotidiens (gratuit, national et régional). Les résultats des analyses comparatives des catégories d'images des journaux en 2007 et 2012 relatent des liens de similarité de forte intensité pour 5 catégories de variables : les images montrant des relations entre les candidats Royal et Bayrou (V31), les images montrant les candidats individuellement, les images consacrées aux soutiens de l'UMP en 2007 et 2012. Les liens de similarité sont aussi perceptibles entre les variables associant la compétition des candidats et présence de Sarkozy (V11) et par ailleurs celles qui parlent de démocratie et vote en l'associant à une critique des candidats. L'analyse cohésitive des images en tant que variables d'étude montre que les UNES qui parlent de Bayrou et Royal (V31) se penchent sur leurs discours. Elle montre aussi l'importance ou le rôle de certains candidats dans la campagne à l'instar de Le Pen (V16), Joly(V15) et Mélenchon(V14) par leur redondance dans les UNES. Ensuite on peut y voir le lien de cohésion entre les images liées au vote et à l'élection présidentielle et celles qui font référence au personnage Royal(V12). L'analyse par le graphe implicatif s'est révélée importante afin d'identifier les axes thématiques récurrents issus du discours médiatique sur la campagne présidentielle. Les résultats du graphe implicatif des contenus d'images des campagnes présidentielles nous permettent de déduire que les journaux centrent leurs discours sur trois axes majeurs à savoir le récit et l'analyse des actions des personnages politiques, les stratégies entre les candidats (d'où les UNES associant des binômes ou des trios de candidats) et les discours sur les actions et propos des candidats. Ce qui atteste une redondance ou réutilisation des procédés de catégorisations du choix électoral en 2007 et 2012 déjà souligné dans une précédente campagne présidentielle. En effet, une analyse de la couverture télévisée des campagnes présidentielles de l'élection de 1988 par Gerstlé et al (1992, p.54) démontrait que « le jeu électoral concerne la description, la relation, le récit, la citation des comportements et des déclarations des acteurs et leurs effets tels qu'ils sont élaborés par les journalistes ». On peut aussi relever une cohérence entre la spécificité du contenu des images du *Monde* et les caractéristiques discursives qui lui sont attribuées. L'ASI a permis d'identifier dans quelle circonstance apparaissent certaines photographies, avec quels acteurs et pour quel discours.

Références

[1] Acioly-Régnier, N., Régnier, J. C. (2005). Repérage d'obstacles didactiques et socioculturels au travers de l'ASI des données issues d'un questionnaire, *Quaderni di Ricerca in Didattica* of GRIM, n°15, 63-85.

[2] Acioly-Régnier, N., Régnier, J. C. (2007). Analyse cohésitive et interprétations des données dans le champ de l'éducation, *4ième rencontre sur l'Analyse statistique implicative*.

[3] Bardin, L. (1993). *L'analyse de contenu*, Paris : France, Le Psychologue.

[4] Barthes, R. (1964). Eléments de sémiologie in *Communications*, Recherches sémiologiques, n°4 disponible sur http://www.persee.fr/doc/comm_0588-8018_1964_num_4_1_1029.

[5] Charaudeau, P. (2005). Le discours de l'information médiatique, l'impossible transparence du discours. Paris, France : Médias, Éd. De Boeck.

[6] Couturier, R., Almouloud S.A. (2009). CHIC : historique et fonctionnalités in *Analyse Statistique Implicative-une Méthode d'Analyse de Données pour la Recherche de Causalités*, Chapitre: Historique et fonctionnalités de CHIC, Publisher: Cépaduès Éditions, Editeurs: Gras, Régnier, J-C et Guillet, 279-293.

[7] Couturier, R. (2014). Traitement de l'analyse statistique dans CHIC, 33-41.

[8] Couturier, P. Bodin A., et Gras, P. (2012). La classification hiérarchique et implicative cohésitive, Manuel de CHIC, version 6.

[9] Gerstlé, J, Duhamel, O. et David, DK. (1992). La couverture télévisée des campagnes présidentielles. L'élection de 1988 aux Etats-Unis et en France, *Pouvoirs*, n°63, 53-69.

[10] Guénot, M., Régnier J.C. (2010). L'histoire de l'art à l'épreuve de la statistique implicative : l'exemple de la structure iconique de l'image médiévale, *Quaderni di Riceira in Didatticia(Mathematics)*, n°20 suppl 1, 497-522.

[11] Gras, R. (2013). Genèse et développement de l'analyse statistique implicative: rétrospective intuitive, Brésil: Sao Paulo, 7ième colloque international de l'analyse statistique implicative.

[12] Hube, N. (2008). La une, le choix des titres de première page de la presse quotidienne en France et en Allemagne (1945-2005), Strasbourg : France, Sociologie politique européenne.

[13] Joly, M. (2015). *Introduction à l'analyse de l'image*, Paris : France, Armand Colin.

[14] Malaise, S. et Casanova, D. (2012). Hiérarchisation de compétences par l'intermédiaire du logiciel CHIC : exemples d'analyses de données dans deux domaines différents, 24ième colloque de l'ADMEE, Luxembourg.

[15] Vergnaud, G. (2000). *Lev Vygotski*, Paris, France : Hachette Education.

SOMMAIRE

Remerciements **1**
Président du comité scientifique : Jean-Claude Régnier 1

Introduction de l'ouvrage : L'Analyse Statistique Implicative : points de vue conceptuels, applicatifs et métaphoriques **2**
Jean-Claude RÉGNIER, Régis GRAS 2

À propos de l'analyse statistique implicative : quelles interprétations possibles ? **7**
Gérard Vergnaud 7

Distribution of classical Gras implication index and other rule quality measures for large size samples coming from bivariate binary processes **8**
Pablo GREGORI 8

El cono implicativo organizador de las opiniones sobre el deporte, de jóvenes deportistas de élite **21**
Vera FELIP, Pilar ORÚS et Pablo GREGORI 21

Le rôle clé des variables nodales dans un graphe implicatif **46**
Marc BAILLEUL, Laurence LEROYER 46

Une métaphore mécanique du graphe implicatif en analyse statistique implicative. **65**
Régis GRAS 65

Classification des primates et classification hiérarchique orientée de l'A.S.I. **71**
Laurence NDONG, Régis GRAS 71

Traitement par l'ASI de modèles en sciences humaines : entre simples fluctuations, artefacts, et sens possibles **78**
Christian PELLOIS 78

Du local au global : un nouveau défi pour l'Analyse statistique implicative **102**
Thomas DELACROIX, Philippe LENCA et Stéphane LALLICH 102

L'Analyse Statistique Implicative, une logique paracoherente ? **116**
Régis GRAS 116

L'A.S.I., analyseur et revelateur de la complexite cognitive taxonomique **125**
Régis GRAS, Antoine BODIN 125

Dimension fractale d'un graphe implicatif **140**
Régis GRAS 140

Construção do raciocínio estatístico numa graduação em Ciências sociais no Brasil: uma análise preliminar no quadro A.S.I. **151**
Leonardo DALLA PORTA, Jean-Claude RÉGNIER, Silva Maria DE AGUIAR ISAIA 151

Dimensão didática da relação ao saber matemático: um estudo exploratório com professores que atuam no ensino fundamental do CABO DE SANTO AGOSTINHO (PERNAMBUCO-BRASIL) **167**
Luciana SILVA DOS SANTOS SOUZA, Nadja Maria ACIOLY-RÉGNIER e Marcelo CÂMARA DOS SANTOS 167

Uso do geogebra e formação dos professores de matemática em PERNAMBUCO- BRASIL à luz da A.S.I. **190**
Elisângela BASTOS DE MÉLO ESPINDOLA, Vladimir LIRA VERAS XAVIER DE ANDRADE, Ana Tereza DE SOUZA ALBERTIM e Luciana SILVA DOS SANTOS 190

Estudo exploratório do pensamento geométrico de professores de matemática: caso de um grupo na paraíba (BRASIL) a luz da A.S.I **208**
André Pereira da COSTA Cristiana MARINHO DA COSTA, Maria Sônia Leitão Melo VIEIRA, Quércia Carvalho ELOI, Vladimir Lira Veras Xavier de ANDRADEe Jean-Claude REGNIER. 208

L'appréhension perceptive des figures géométriques **228**
Androulla PETRIDOU, Iliada ELIA, Athanasios GAGATSIS et Sofia ANASTASIADOU[4] 228

Étude des attitudes scripturales des élèves lors des activités de la résolution de problèmes mathématiques **245**

Brahim EL-MEKAOUI 245

Usages de documents autocorrectifs et auto-évaluatifs d'appui au cours de statistique en Sciences de l'éducation 263
Daniel SANTOS GONÇALVES, Bianca FRAGA MENEZES[2], Jean-Claude RÉGNIER[3] 263

Contributions d'une application des réseaux sociaux à l'enseignement des mathématiques : le cas de PERISCOPE 282
Tolga TEKIN 282

Domaine de définition d'une fonction composée pour des étudiants non scientifiques. Exemple de la fonction ln(u(x)) en IUT au département QLIO 294
Philippe HOPPENOT, Alain KUZNIAK, Laurent VIVIER 294

ASI, un instrumento de diagnóstico de las operaciones lógicas básicas en alumnos de 11-16 años 309
Irene PITARCH , Pilar ORÚS y Pablo GREGORI 309

Análisis de la autoimagen de jóvenes deportistas de élite mediante grafos implicativos 331
Vera FELIP, Pablo GREGORI y Pilar ORÚS 331

Mapeamento de conhecimentos de estudantes sobre a educação financeira 356
Cileda de Queiroz e Silva COUTINHO; Saddo Ag ALMOULOUD et Ricardo Antonio de SOUZA. 356

Origine socio-économique des éleves et évaluation de la culture scientifique par PISA : utilisation de l'A.S.I. pour trouver des classes d'items d'intérêt pour analyser la problématique 371
Pascale MONTPIED, Mylène DUCLOS, Florence LE HEBEL, Ira NOVECK, Andrée TIBERGHIEN[1], Jean-Baptiste VAN DER HENST[4], Jacques JAYEZ[4] 371

Enquête internationale comparative : croyances et attitudes des élèves du secondaire inférieur relatives aux erreurs en mathématiques 401
Theodora CHRISTODOULOU, Athanasios GAGATSIS and Sofia ANASTASIADOU 401

Lecture didactique des résultats d'une recherche évaluative à la lumière de l'ASI 416
Antoine BODIN et Maria-Lucia GIOVANNINI 416

L'analyse statistique implicative (ASI) appliquée aux données de programme international pour le suivi des acquis des élèves (PISA) 437
Hayette KHALED, Antoine BODIN, Raphaël COUTURIER 437

Tracing the beliefs and self-efficacy beliefs of undergraduate economic sciences students: the case of the representations of functions 457
Styliana NICOLAOU, Athanasios GAGATSIS, Eleni DELIYIANNI, Areti PANAOURA, Iliada ELIA and Sofia ANASTASIADOU 457

Students' representations of linear motion 475
Sofia ANASTASIADOU and Athanasios GAGATSIS 475

Recommended based on asymmetric user relations using timp (temporal implicative) measure .. 491
Hoang Tan NGUYEN, Hung Huu HUYNH, Hiep Xuan HUYNH and Raphaël COUTURIER 491

Système de recommandation basé sur des mesures implicatives fortes 506
Lan Phuong PHAN, Hung Huu HUYNH, Hiep Xuan HUYNH, Régis GRAS 506

Classification en utilisant les règles d'implication de l'ASI 530
Souhila GHANEM, Raphaël COUTURIER et Pablo GREGORI 530

Panorama do percurso de estudo e pesquisa (PEP) no BRASIL: Abordagem metodológica no quadro da Análise Estatística Implicativa (A.S.I.) e análise das similaridades 540
Rochelande Felipe RODRIGUES, Marcus BESSA MENEZES, Marcelo CÂMARA DOS SANTOS e Vladimir LIRA VÉRAS XAVIER DE ANDRADE 540

As produções na área de Ensino de ciências e matemática nas comunicações nos colóquios internacionais sobre Análise Estatística Implicativa 555
Vladimir LIRA VÉRAS XAVIER DE ANDRADE, Jean-Claude RÉGNIER e Paula Virgínia Chaves Cabral ANDRADE 555

Estudo exploratório de um inventário de expressões de espiritualidade na França 568

Djailton PEREIRA DA CUNHA, Nadja Maria ACIOLY-REGNIER et Aurino LIMA FERREIRA .568

Images de presse lors des campagnes présidentielles françaises de 2007 et 2012. Contribution de l'analyse statistique implicative à l'Étude comparative des types d'images 587

Marie Sophie MADIBA Nadja Maria ACIOLY-REGNIER 587

Sommaire.....608

Actes du 9ème colloque d'Analyse Statistique Implicative

Edition :

Université Bourgogne Franche-Comté - Besançon

Version imprimée ISBN : 978-2-9562045-0-3

Version numérique ISBN : 978-2-9562045-1-0

Année 2017